
LERNZIELBUCH

Lernzielbuch Mathematik – Gymnasium bundesweit

Kanonische Kapitelsicht

797 atomare Lernziele

199 Kapitel

curricular-atomic-v1

sha256:03d3f2a797149d485b852cc252c5b7076bb5d3a9ec890089a2390d27cd5c7253

[Zur Gliederung](#)

Gliederung

Die Gliederung dient der Navigation. Die Lernzielseiten bleiben didaktisch nach ihren Voraussetzungen geordnet und bilden daher keine künstlichen Kapitelblöcke.

Mathematik	797 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 1
Sekundarstufe I	219 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 1
Jahrgangsstufe 5	35 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 1
Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen	21 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 1
Teilbarkeitsregeln prüfen und Primfaktorzerlegungen angeben	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 22
Potenzen mit natürlichen Exponenten und Zehnerpotenzen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 24
Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 14
Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 30
Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz und Maßstab lösen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 31
Jahrgangsstufe 6	39 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 36
Rationale Zahlen darstellen und berechnen	17 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 36
Brüche erweitern, kürzen und vergleichen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 37
Rationale Zahlen darstellen, ordnen und in Zahlmengen einordnen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 40
Flächeninhalt und Volumen berechnen	7 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 53
Volumina und Oberflächen einfacher Körper berechnen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 57
Volumina von Quadern, Würfeln und daraus zusammengesetzten Körpern bestimmen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 57
Prozentrechnung anwenden und Daten auswerten	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 59
Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln	8 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 64
Achsenspiegelungen und Punktspiegelungen durchführen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 67
Quader- und Würfeldarstellungen zeichnen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 69
Muster und dynamische Größenbeziehungen beschreiben	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 73
Jahrgangsstufe 7	23 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 75
Proportionale Zuordnungen und Dreisatz	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 77
Variablen und Terme	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 80

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Variablen und Terme

Terme mit Variablen deuten und äquivalent umformen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 82
Lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen lösen, prüfen und Lösbarkeit beschreiben	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 88
Kenngrößen von Daten bestimmen und interpretieren	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 92
Jahrgangsstufe 8	46 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 96
Lineare Funktionen	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 96
Lineare Funktionen rechnerisch untersuchen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 97
Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 101
Graphen, Asymptoten und Parameter einfacher Hyperbeln	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 104
Bruchterme umformen und Bruchgleichungen lösen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 107
Weitere Kompetenzen	28 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 111
Lineare Gleichungen und Ungleichungen lösen	1 Lernziel	erste zugehörige Lernzielseite 112
Tangenten an Kreise konstruieren	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 141
Halbierende Geraden mit Geodreieck und Zirkel konstruieren	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 132
Terme korrekt umformen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 124
Jahrgangsstufe 9	38 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 143
Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 147
Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse bestimmen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 143
Potenzfunktionen und Potenzgesetze nutzen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 146
Trigonometrie am Dreieck anwenden	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 160
Sinus- und Kosinussatz sowie trigonometrische Orientierung nutzen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 161
Sinus- und Kosinussatz begründen und anwenden	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 162
Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden	9 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 165
Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 165
Quadratische Funktionen in Darstellungen deuten	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 166

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden > Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen > Quadratische Funktionen in Darstellungen deuten

Quadratische Funktionen in Graphen, Darstellungen und Parametern deuten	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 166
Eigenschaften quadratischer Funktionen aus Graphen ablesen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 167
Quadratische Funktionen in Anwendungen nutzen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 169
Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen	7 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 170
Jahrgangsstufe 10	38 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 177
Exponentielles Wachstum, Logarithmen und Exponentialfunktionen	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 623
Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität	7 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 177
Mehrstufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme und bedingte Struktur	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 182
Ganzrationale Funktionen untersuchen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 769
Raumgeometrie, Volumen und Körper	10 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 652
Volumen von schiefen Prismen und Pyramiden plausibilisieren	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 656
Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen	7 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 652
Geraden und Bewegungen mit Vektoren beschreiben	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 184
Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen	8 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 772
Sekundarstufe II (GK und LK)	496 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 187
Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle	112 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 187
Funktionen und ihre Darstellung	26 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 187
Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen in Grundzügen beschreiben	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 193
Geeignete Darstellungen auswählen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 195
Zwischen Darstellungen wechseln	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 198
Diagramme und Visualisierungen interpretieren	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 204
Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II)	30 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 208
Einführung in den Ableitungsbegriff	17 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 208
Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten	16 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 208

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff > Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten

Tangenten, Normalen und Steigungswinkel untersuchen	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 219
Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung	13 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 225
Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 225
Sachzusammenhänge mit Extrem- und Wendestellen modellieren	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 788
Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II)	30 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 232
Exponentialfunktionen	18 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 232
Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle	7 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 232
Trigonometrische Funktionen	12 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 249
Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 249
Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen	7 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 261
Folgen und Reihen	16 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 268
Arithmetische und geometrische Reihen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 269
Explizit und rekursiv definierte Folgen darstellen und Bildungsgesetze finden (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 273
Harmonische und geometrische Reihen begründen und anwenden (LK)	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 277
Taylorpolynome der Exponentialfunktion entwickeln und deuten (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 281
Digitale Werkzeuge · Analysis	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 284
Integralrechnung und Differenzialgleichungen	51 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 287
Einführung in die Integralrechnung	18 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 287
Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz	8 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 288
Anwendungen der Integralrechnung	13 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 305
Flächen und Kontextdeutung mit Integralen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 305
Differential- und Integralrechnung in Sachzusammenhängen reflektiert anwenden (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 315
Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 318
Wachstums- und Zerfallsprozesse modellieren	1 Lernziel	erste zugehörige Lernzielseite 321

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

Kettenlinien und Glockenkurven untersuchen (LK)	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 326
Integrationsmethoden	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 329
Gewöhnliche Differenzialgleichungen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 334
Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis	110 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 338
Vertiefung der Analysis	25 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 338
Transformationen bekannter Funktionsklassen beschreiben	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 341
Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion und Stammfunktion untersuchen (LK)	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 348
Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion verstehen (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 348
Parameter in Analysisaufgaben untersuchen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 352
Produktregel, Kettenregel und zusammengesetzte Funktionen nutzen (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 356
Eigenschaften verknüpfter und verketteter Funktionen graphisch begründen (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 358
Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum	34 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 363
Körper und Figuren im Raum charakterisieren	20 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 365
Eigenschaften einfacher geometrischer Körper untersuchen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 683
Körpereigenschaften begründen und Volumen- sowie Oberflächeninhalte berechnen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 686
Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen untersuchen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 366
Räumliche Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem darstellen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 370
Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum	20 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 382
Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben	9 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 384
Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II)	18 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 386
Matrizen als Darstellungsform verstehen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 386
Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 388
Zustände in Markov-Ketten berechnen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 394
Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 390

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse

Mit Matrizen rechnen	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 390
Fixvektoren, stabile Zustände und Langzeitverhalten	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 400
Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen	13 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 404
Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik	76 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 414
Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen	44 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 414
Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik	22 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 414
Statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff anwenden	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 414
Zufallsexperimente beschreiben und Laplace-Wahrscheinlichkeiten vergleichen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 417
Baumdiagramme, Vierfeldertafeln und bedingte Wahrscheinlichkeiten	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 419
Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)	22 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 436
Bernoulli-Experimente und -Ketten beschreiben	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 439
Zufallsgrößen und Binomialverteilungen	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 442
Punkt-, Intervall- und kumulierte Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 444
Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten (LK)	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 451
Mit der Normalverteilung rechnen (LK)	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 456
Hypothesentests und Testbewertung	10 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 458
Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung	8 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 461
Prognose- und Konfidenzintervalle im Kontext interpretieren	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 472
Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen	14 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 476
Q3.5 Statistik: Kenngrößen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 476
Stichprobenkennwerte bestimmen und deuten	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 476
Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich	8 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 477
Zufallsexperimente statistisch auswerten	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 478
Statistische Erhebungen planen, auswerten und kritisch beurteilen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 480

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich > Zufallsexperimente statistisch auswerten
> Statistische Erhebungen planen, auswerten und kritisch beurteilen

Statistische Erhebungen planen und Daten aufbereiten	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 480
Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen	147 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 487
Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen	13 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 487
Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten bestimmen (LK)	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 496
Problemlösen und Argumentieren	123 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 500
Mathematische Aussagen prüfen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 500
Logische Schlussfolgerungen ziehen	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 504
Implikation und Äquivalenz unterscheiden	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 504
Gegenbeispiele finden und nutzen	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 510
Begründungen und Beweise strukturieren	6 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 513
Formale Argumentationen im Leistungskurs entwickeln (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 519
Probleme analysieren und strukturieren	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 522
Heuristische Strategien auswählen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 526
Mathematische Modelle aufbauen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 530
Lösungen überprüfen und reflektieren	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 534
Strategien vergleichen und optimieren (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 538
Sachverhalte strukturieren und vereinfachen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 541
Mathematische Modelle bilden	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 545
Modelle mathematisch bearbeiten	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 549
Modelle validieren und anpassen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 553
Mehrere Modelle vergleichen (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 557
Darstellungen mit digitalen Werkzeugen erstellen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 560
Komplexe Visualisierungen entwickeln (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 564
Formale Verfahren begründen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 567

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren

Technische Hilfsmittel zielgerichtet einsetzen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 571
Ergebnisse formal überprüfen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 575
Effizienz von Verfahren beurteilen (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 579
Mathematische Sprache verwenden	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 582
Ergebnisse adressatengerecht erklären	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 585
Diskutieren und kooperieren	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 588
Kommunikation reflektieren und präsentieren	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 591
Fachsprache präzisieren (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 594
Teilungsverhältnisse bei Strecken und Volumina untersuchen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 703
Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK)	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 601
Euklidischen und erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 601
Modulare Arithmetik und chinesischen Restsatz nutzen (LK)	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 604
Primzahltests und Faktorisierungsverfahren erläutern (LK)	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 610
Komplexe Zahlen	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 612
Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren und dividieren	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 613
Zahlbereichserweiterung zu komplexen Zahlen begründen (LK)	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 794
Bundeslandspezifische Ergänzungen	82 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 621
Sekundarstufe I	44 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 621
Algebra	5 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 621
Analysis und Funktionen	15 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 628
Zahlen und Rechnen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 644
Daten und Statistik	1 Lernziel	erste zugehörige Lernzielseite 646
Geometrie	16 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 650
Größen und Messen	4 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 677

Gliederung – Fortsetzung

Kontext: Mathematik › Bundeslandspezifische Ergänzungen › Sekundarstufe I

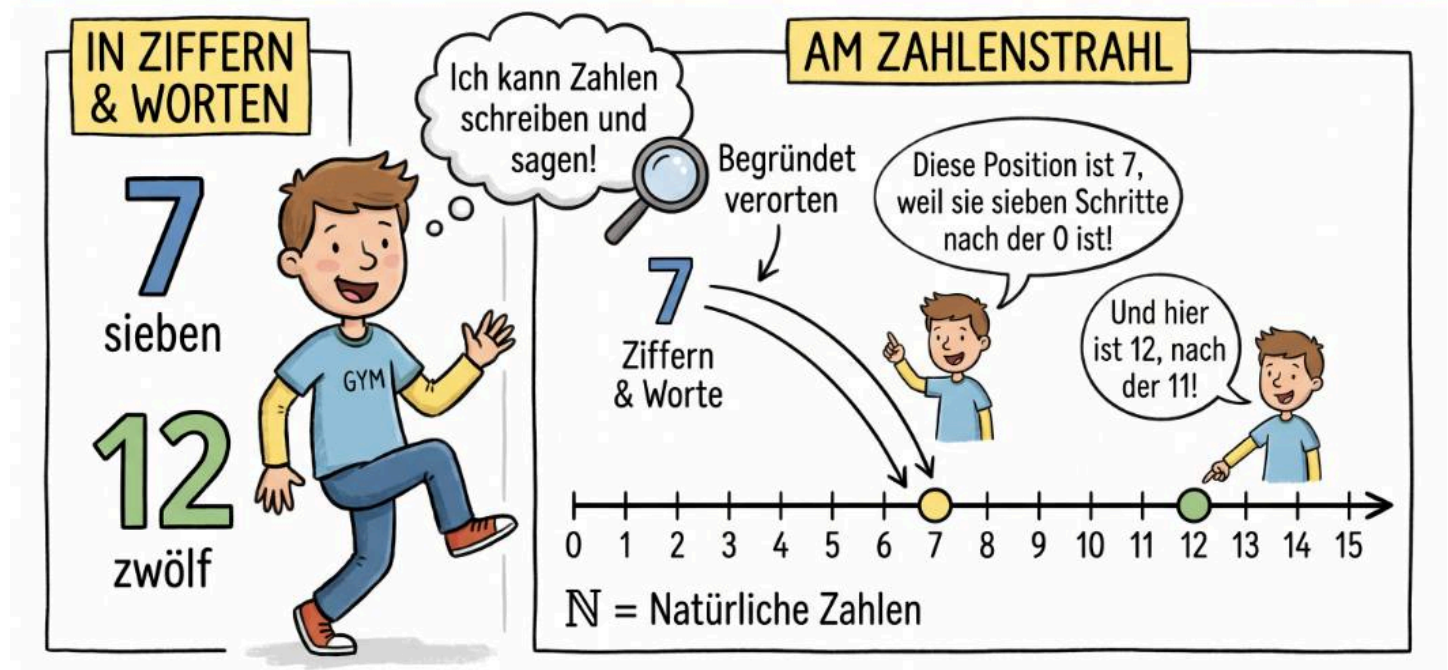
Wahrscheinlichkeit	1 Lernziel	erste zugehörige Lernzielseite 681
Sekundarstufe II	35 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 682
Lineare Algebra und analytische Geometrie	24 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 682
Weitere fachliche Ziele	11 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 712
Stufenübergreifend	3 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 760
Algebra	1 Lernziel	erste zugehörige Lernzielseite 760
Analysis und Funktionen	2 Lernziele	erste zugehörige Lernzielseite 763

Natürliche Zahlen darstellen und am Zahlenstrahl verorten

Lernziel-ID cf474eab-1379-4877-907e-58b0892ce734

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

NATÜRLICHE ZAHLEN DARSTELLEN UND VERORTEN



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann natürliche Zahlen in Ziffern und Worten darstellen, sie am Zahlenstrahl sicher eintragen und ihre Positionen anhand der Skalierung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen

9ef6c4fa-b97a-5d7a-86c1-96690f02d916

S. 2

Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen

f6b13b8e-1ecd-5420-905d-21290aa996a6

S. 40

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen

Lernziel-ID 9ef6c4fa-b97a-5d7a-86c1-96690f02d916

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen

Vergleichen

$12 < 25$

$<$ ist kleiner als
 $>$ ist größer als
 $=$ ist gleich

Der Größe nach ordnen

$2 < 8 < 15 < 42$

Aufsteigende Ordnung

Vergleichsaussagen notieren

$50 > 10$
 $100 < 200$

✓ Korrekt notiert!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann natürliche Zahlen begründet vergleichen, der Größe nach ordnen und Vergleichsaussagen mit passenden Relationszeichen notieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Natürliche Zahlen darstellen und am Zahlenstrahl verorten

cf474eab-1379-4877-907e-58b0892ce734

S. 1

Wird direkt vorausgesetzt von

Vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen in Sachsituationen auswählen und prüfen

d825f7ce-e19b-594a-8181-ef199c21d93

Ganze Zahlen ordnen und an der Zahlengeraden darstellen

d07ef7b1-8bd2-56e0-9e74-d90c3c3e02fe

S. 5

Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen

f6b13b8e-1ecd-5420-905d-21290aa996a6

S. 40

Muster und Zahlenfolgen erkennen, beschreiben und fortsetzen

8cb18560-3a2b-593e-b634-9d768566cba9

S. 73

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

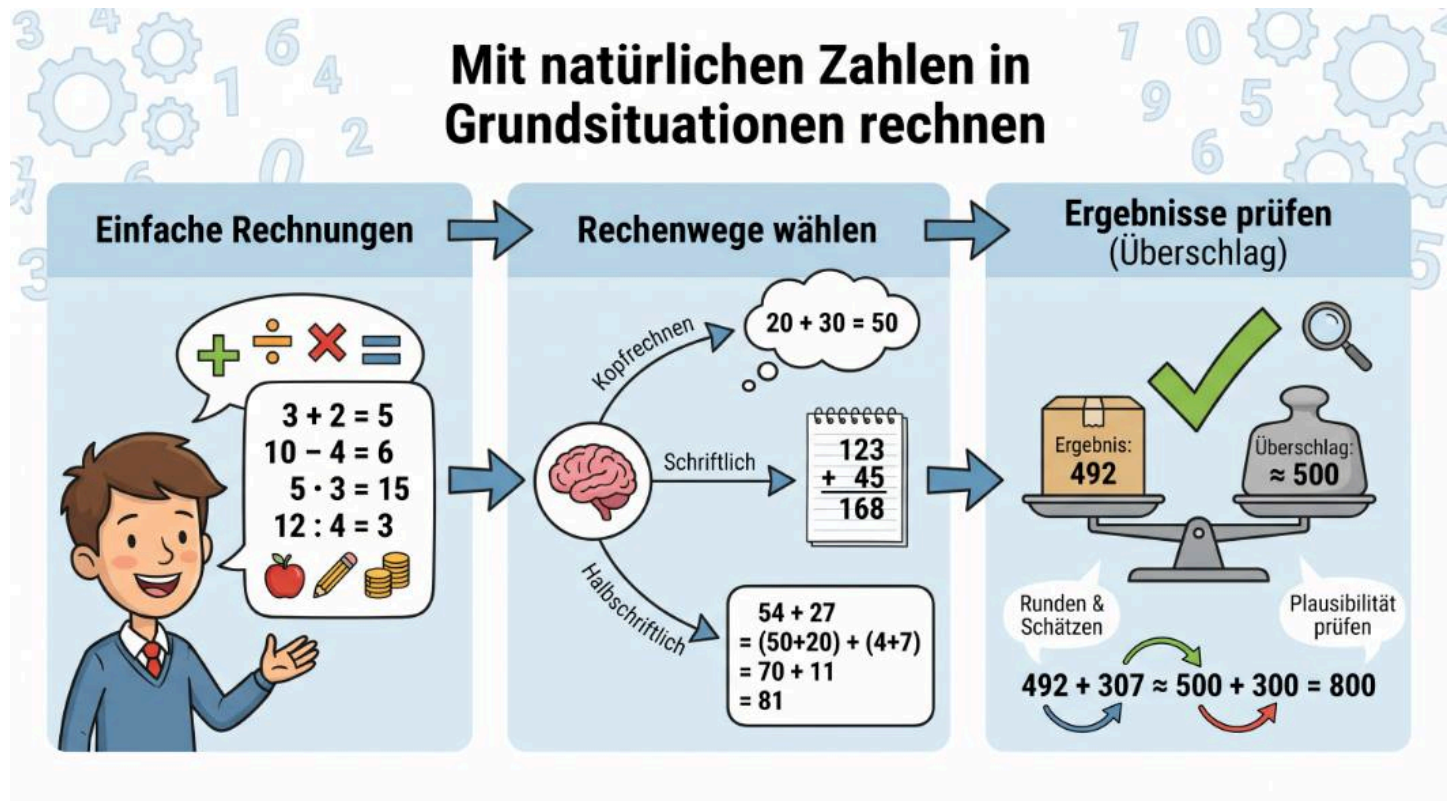
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 311ab2f2-3364-5166-ac22-3ef01419fee4

Vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen in Sachsituationen auswählen und prüfen

Lernziel-ID d825f7ce-e19b-594a-8181-eff199c21d93

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in überschaubaren Sach- und Rechensituationen die passende der vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen auswählen, einen geeigneten Rechenweg begründen und ausführen sowie die Größenordnung des Ergebnisses mit einem Überschlag prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen 9ef6c4fa-b97a-5d7a-86c1-96699f02d916	S. 2
---	------

Wird direkt vorausgesetzt von

Rechnungen mit Umkehroperationen überprüfen e82d8d3a-9012-5482-afe6-ab0d727a49bb	S. 4	Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390	S. 6
--	------	--	------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

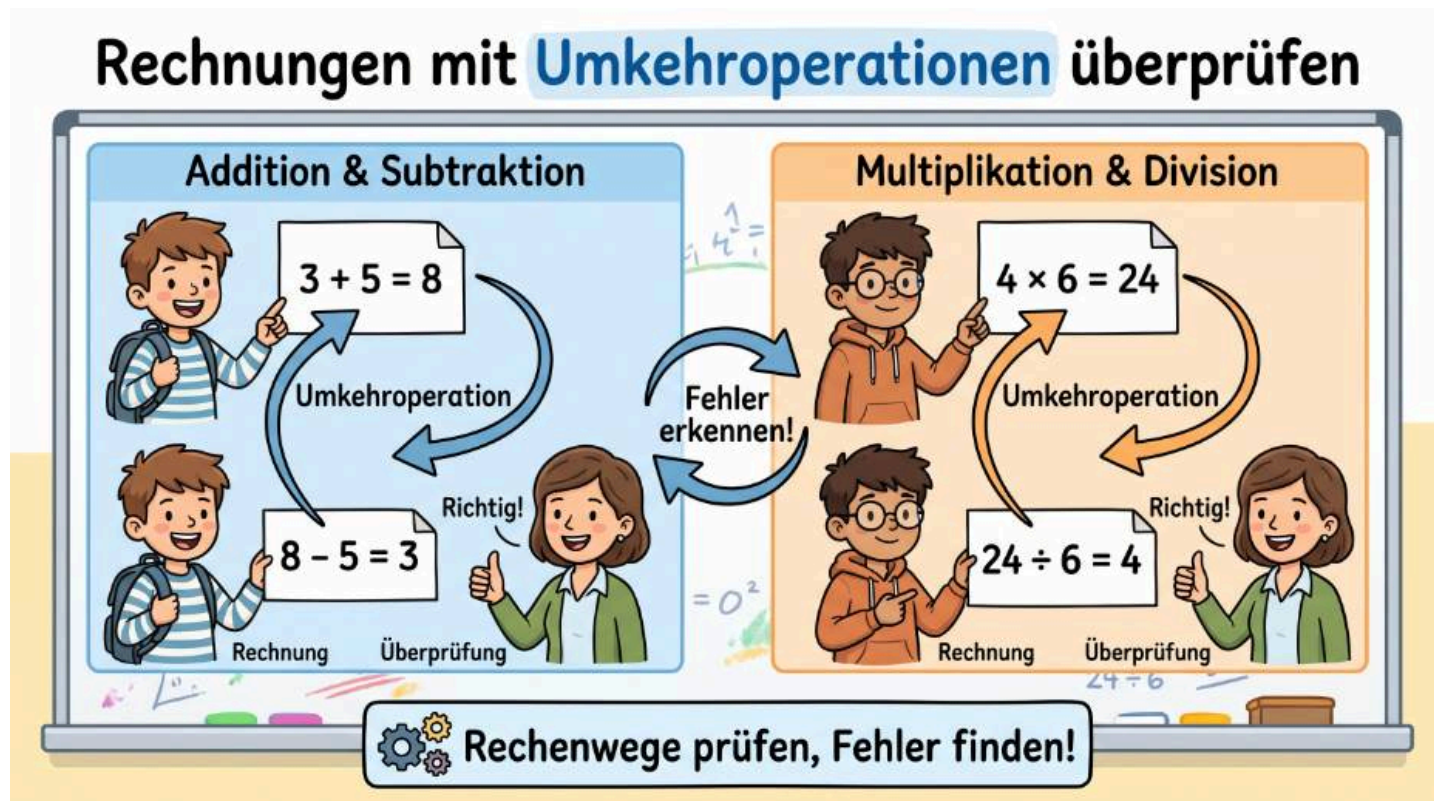
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 311ab2f2-3364-5166-ac22-3ef01419fee4

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) c43cbab4-18f6-5079-bc82-389df9f7ea5e

Rechnungen mit Umkehroperationen überprüfen

Lernziel-ID e82d8d3a-9012-5482-afe6-ab0d727a49bb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ergebnisse einfacher Rechnungen mithilfe passender Umkehroperationen überprüfen und Fehler in Rechenwegen erkennen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen in Sachsituationen auswählen und prüfen

S. 3

Wird direkt vorausgesetzt von

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen S. 20

cafd6529-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

S. 29

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

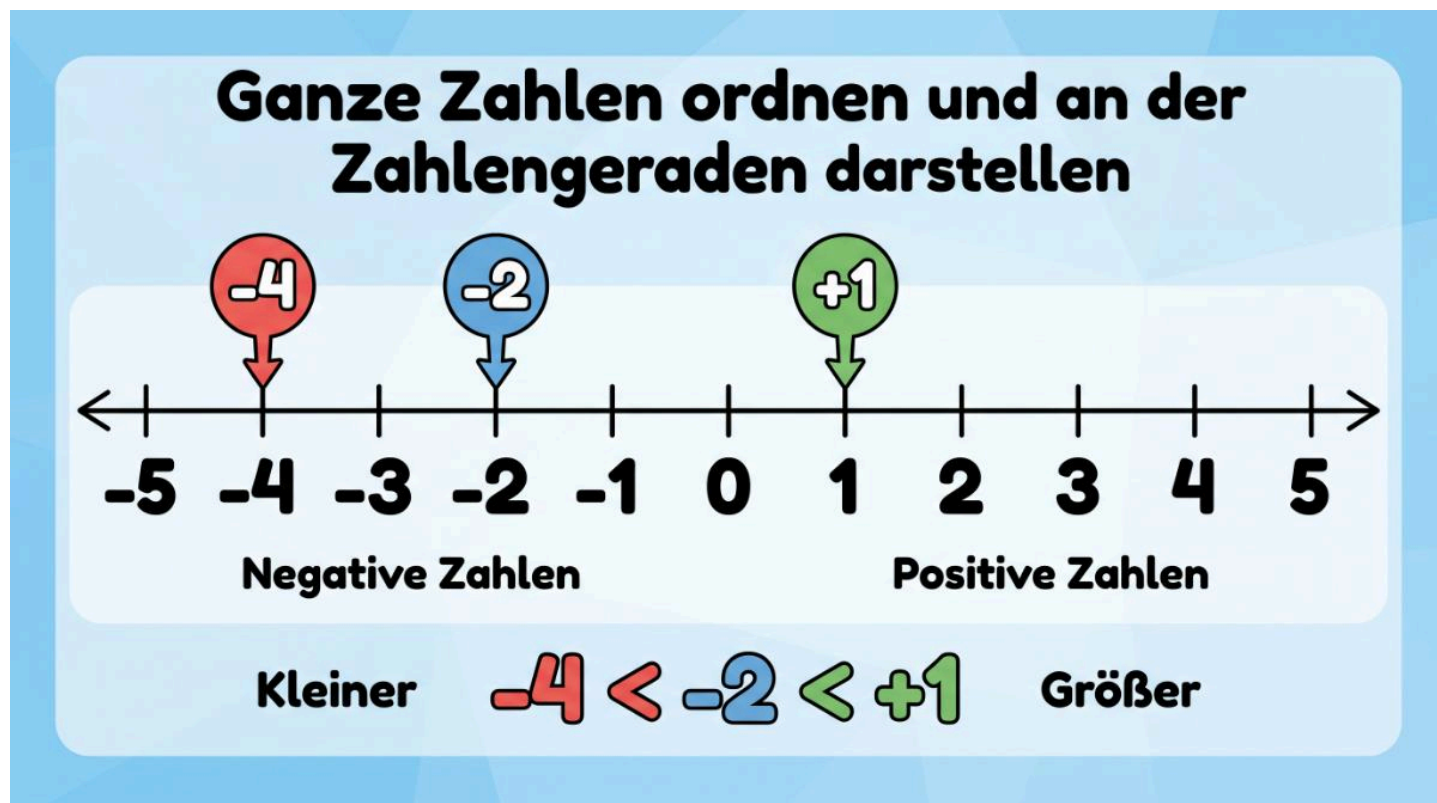
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) c43cbab4-18f6-5079-bc82-389df9f7ea5e

Ganze Zahlen ordnen und an der Zahlengeraden darstellen

Lernziel-ID d07ef7b1-8bd2-56e0-9e74-d90c3c3e02fe

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ganze Zahlen einschließlich null an der Zahlengeraden darstellen, vergleichen und in alltagsnahen Situationen begründet ordnen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen S. 2
9ef6c4fa-b97a-5d7a-86c1-96690f02d916

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganze Zahlen addieren S. 6 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390	Ganze Zahlen subtrahieren S. 7 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01	Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen S. 40 f6b13b8e-1ecd-5420-995d-21290aa996a6
--	--	---

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag [65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) [306d5ced-cad9-5462-85fd-5a64221b3a21](#)

Ganze Zahlen addieren

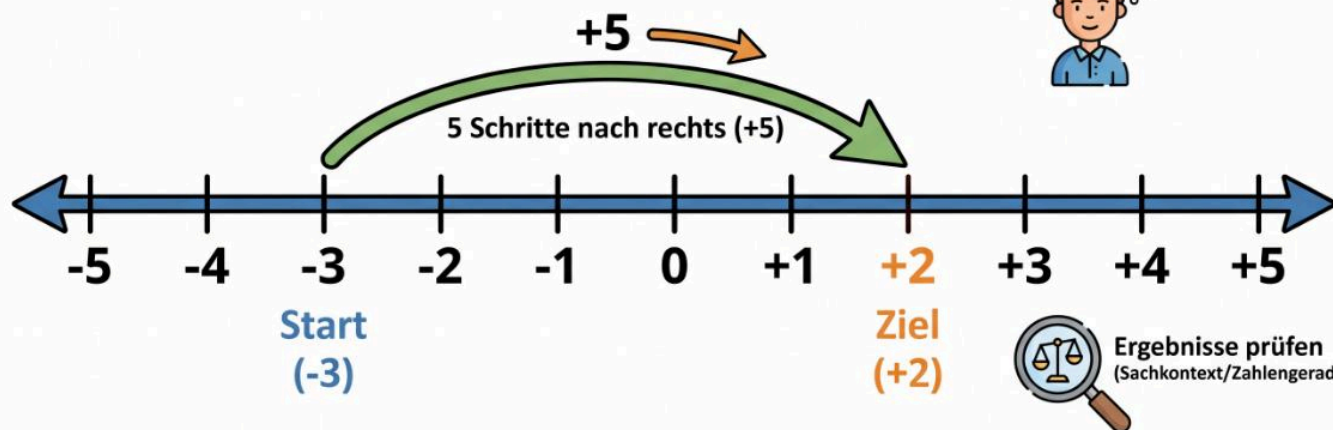
Lernziel-ID 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Ganze Zahlen addieren

$$(-3) + (+5) = +2$$

Rechenschritte
begründen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Additionsaufgaben mit ganzen Zahlen sicher lösen, Rechenschritte begründen und Ergebnisse an der Zahlengeraden oder im Sachkontext prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen in Sachsituationen auswählen und prüfen S. 3
d825f7ce-e19b-594a-8181-fff199c21d93

Ganze Zahlen ordnen und an der Zahlengeraden darstellen S. 5
d07ef7b1-8bd2-56e0-9e74-d90c3c3e02fe

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganze Zahlen subtrahieren S. 7
3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01

Aussagen über ganze Zahlen prüfen und mit Gegenbeispielen widerlegen S. 11
8d1bb6ce-2433-4637-94ba-3bdc35fa5b10

Rechenvorteile mit Kommutativ- und Assoziativgesetz nutzen S. 12
191c67db-44a8-4f63-994a-d85e8e301194

Einfache additive Gleichungen durch Umkehraufgaben lösen S. 13
11e3cf89-9224-5894-8e4a-ae8ff5af0119

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen S. 20
cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

Klammerterme und Reihenfolge sicher auswerten S. 26
5d1dec2b-b01b-5c85-88fc-9fc255ff9776

Problemstellungen mit ganzen Zahlen heuristisch lösen und Rechenwege dokumentieren S. 28
b5de0574-93ed-409c-80ee-312211420cd6

Rationale Zahlen addieren und subtrahieren S. 47
4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52ffe9e89f

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Ganze Zahlen subtrahieren

Lernziel-ID 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Ganze Zahlen subtrahieren

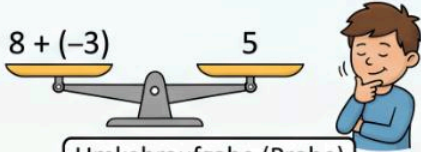
$5 - (-3) = ?$ $\rightarrow$ $5 + 3 = 8$



Sicher lösen

Umkehraufgabe (Probe)

$8 + (-3) = 5$

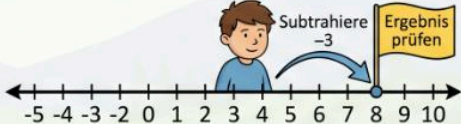


Umkehraufgabe (Probe)

Zahlengerade

Subtrahiere -3

Ergebnis prüfen



Zahlengerade

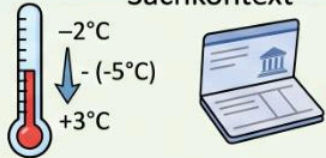
Sachkontext

-2°C
-5°C
+3°C

-10€ Schulden
-(-10€)
0€ Guthaben

Temperatur steigt

Schulden tilgen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Subtraktionsaufgaben mit ganzen Zahlen sicher lösen, Umkehraufgaben nutzen und Ergebnisse an der Zahlengeraden oder im Sachkontext prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen ordnen und an der Zahlengeraden darstellen d07ef7b1-8bd2-56e0-9e74-d90c3c3e02fe	S. 5	Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390	S. 6
--	------	--	------

Wird direkt vorausgesetzt von

Aussagen über ganze Zahlen prüfen und mit Gegenbeispielen widerlegen 8d1bb6ce-2433-4637-94ba-3bdc35fa5b10	S. 11	Rechenvorteile mit Kommutativ- und Assoziativgesetz nutzen 191c67db-44a8-4f63-994a-d85e8e301194	S. 12	Einfache additive Gleichungen durch Umkehraufgaben lösen 11e3cf89-9224-5894-8e4a-ae8ff5af0119	S. 13	Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d	S. 20
Klammerterme und Reihenfolgenfolge sicher auswerten 5d1dec2-b01b-5c85-88fc-9fc255ff9776	S. 26	Problemstellungen mit ganzen Zahlen heuristisch lösen und Rechenwege dokumentieren b5de0574-93ed-409c-80ee-312211420cd6	S. 28	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren 4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52ffe9e89f	S. 47		

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Aufgabe 2 (Jahrgangsstufe 5, 6 BE) 306d5ced-cad9-5462-85fd-5a64221b3a21

Dezimalsystem als Stellenwertsystem erklären und vergleichen

Lernziel-ID 624764d6-becd-5f9b-ada3-0d4f9d143073

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Stellenwertsystem verstehen

ZT	T	H	Z	E
Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
5	4	3	2	1

54.321
= 5 × 10.000
+ 4 × 1.000
+ 3 × 100
+ 2 × 10
+ 1

2	450	000
Millionen	Tausender	Einer

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erklären, wie im Dezimalsystem der Wert einer Ziffer von ihrer Stelle abhängt, natürliche Zahlen in Stellenwerte zerlegen und das Dezimalsystem anhand dieser Struktur mit einem gegebenen anderen Zahlensystem vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Natürliche Zahlen runden fe07241a-b779-5f35-a82d-7aa51ae74f42	S. 9	Unbegrenztheit der natürlichen Zahlen mit dem Nachfolgerprinzip begründen 1a25ef44-f310-4c23-9ba8-44baec60d3b0	S. 10	Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten 6b0075bb-f71c-59f6-ab98-fb894568cc26	S. 36	Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln ca8b2e67-7d14-5baf-8404-26820fe3d548	S. 39
--	------	---	-------	--	-------	---	-------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

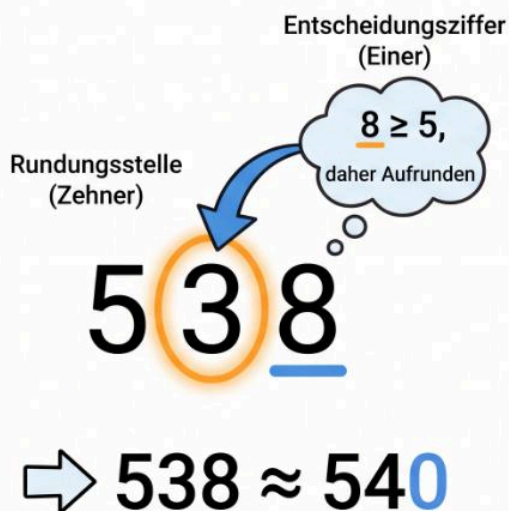
Natürliche Zahlen runden

Lernziel-ID fe07241a-b779-5f35-a82d-7aa51ae74f42

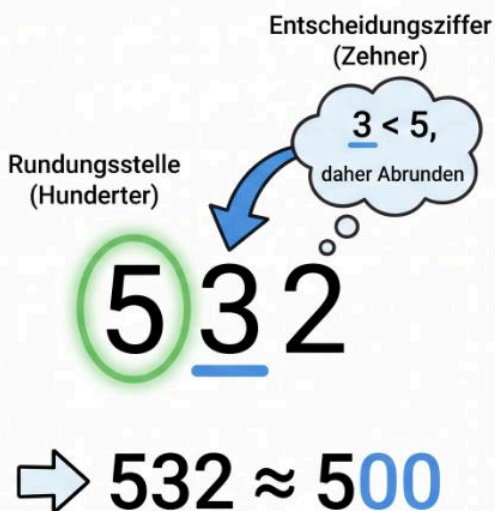
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Natürliche Zahlen runden

Beispiel 1: Auf Zehner runden



Beispiel 2: Auf Hunderter runden



Kurze Regel

0-4: Abrunden
(Ziffer bleibt)



5-9: Aufrunden
(Ziffer +1)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann natürliche Zahlen auf eine vorgegebene oder zum Sachzusammenhang passende Stelle runden und die Bedeutung des entstehenden Näherungswerts erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Dezimalsystem als Stellenwertsystem erklären und vergleichen

624764d6-becd-5f9b-ada3-0d4f9d143073

S. 8

Wird direkt vorausgesetzt von

Multiplikation und ganzzahlige
Division als
Umkehroperationen nutzen

S. 20

cafd6529-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

Größen und Einheiten
vergleichen und umrechnen

S. 29

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

Größen in Sachsituationen
mithilfe von Bezugsgrößen
schätzen

S. 33

03a87896-088d-4b21-a37b-d0604d784540

Brüche und Dezimalbrüche
ineinander umwandeln

S. 39

ca8b2e67-7d14-5baf-8404-26820fe3d548

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 311ab2f2-3364-5166-ac22-3ef01419fee4

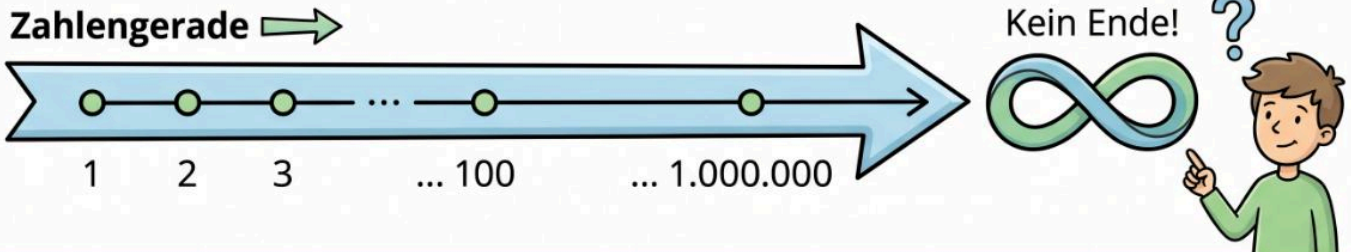
Unbegrenztheit der natürlichen Zahlen mit dem Nachfolgerprinzip begründen

Lernziel-ID 1a25ef44-f310-4c23-9ba8-44baec60d3b0

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Gymnasium · Mathematik 5

Natürliche Zahlen: Unendlich & Große Namen



Große Zahlbezeichnungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann begründen, dass es keine größte natürliche Zahl gibt, indem sie zu jeder vorgegebenen natürlichen Zahl eine größere natürliche Zahl angibt und dieses Nachfolgerprinzip verallgemeinert.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Dezimalsystem als Stellenwertsystem erklären und vergleichen](#)

624764d6-becd-5f9b-ada3-0d4f9d143073

S. 8

Wird direkt vorausgesetzt von

[Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen](#) S. 20

cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

[Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen](#)

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 311ab2f2-3364-5166-ac22-3ef01419fee4

Aussagen über ganze Zahlen prüfen und mit Gegenbeispielen widerlegen

Lernziel-ID 8d1bb6ce-2433-4637-94ba-3bdc35fa5b10

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Aussagen über ganze Zahlen prüfen und mit Gegenbeispielen widerlegen

1. Aussage Prüfen



2. Widerlegen mit Gegenbeispiel



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Aussagen über ganze Zahlen prüfen, wahre Aussagen allgemein begründen und falsche Aussagen mit passenden Gegenbeispielen widerlegen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen addieren

4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390

S. 6

Ganze Zahlen subtrahieren

3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01

S. 7

Wird direkt vorausgesetzt von

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen

cafd6529-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

S. 20

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa06

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 306d5ced-cad9-5462-85fd-5a64221b3a21

Rechenvorteile mit Kommutativ- und Assoziativgesetz nutzen

Lernziel-ID 191c67db-44a8-4f63-994a-d85e8e301194

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

RECHENVORTEILE NUTZEN (KOMMUTATIV- & ASSOZIATIVGESETZ)

KOMMUTATIVGESETZ (Tauschen)

$7 + 5 = 5 + 7 = 12$

ASSOZIATIVGESETZ & RECHENVORTEIL (Geschickt Klammern)

$13 + 4 + 7 + 6 \rightarrow (13 + 7) + (4 + 6) = 20 + 10 = 30$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Summen und Produkten ganzer Zahlen Rechenvorteile aus Kommutativ- und Assoziativgesetz erkennen, passende Umformungen begründen und unterscheiden, wann diese Gesetze nicht anwendbar sind.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7d9d390	Ganze Zahlen subtrahieren 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01
---	---

S. 6

S. 7

Wird direkt vorausgesetzt von

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d	Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen f2e42af5-67a6-477e-b2ea-e65b09cc6cb3
--	--

S. 20

S. 29

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 311ab2f2-3364-5166-ac22-3ef01419fee4

Einfache additive Gleichungen durch Umkehraufgaben lösen

Lernziel-ID 11e3cf89-9224-5894-8e4a-ae8ff5af0119

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

GLEICHUNGEN LÖSEN: UMKEHRAUFGABEN

ADDITION

$$\boxed{?} + 18 = 45$$

↓

$$45 - 18 = 27 \checkmark$$

↓

$$\boxed{?} = 27 \checkmark$$

SUBTRAKTION (I)

$$\boxed{?} - 7 = 12$$

↓

$$12 + 7 = 19 \checkmark$$

↓

$$\boxed{?} = 19 \checkmark$$

SUBTRAKTION (II)

$$30 - \boxed{?} = 6$$

↓

$$30 - 6 = 24 \checkmark$$

↓

$$\boxed{?} = 24 \checkmark$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Gleichungen wie $a+x=b$, $x-a=b$ oder $a-x=b$ durch Probieren, Rückwärtsarbeiten oder Umkehraufgaben lösen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390	S. 6	Ganze Zahlen subtrahieren 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01	S. 7
--	------	--	------

Wird direkt vorausgesetzt von

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen cafd6529-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d	S. 20	Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3	S. 29
---	-------	---	-------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

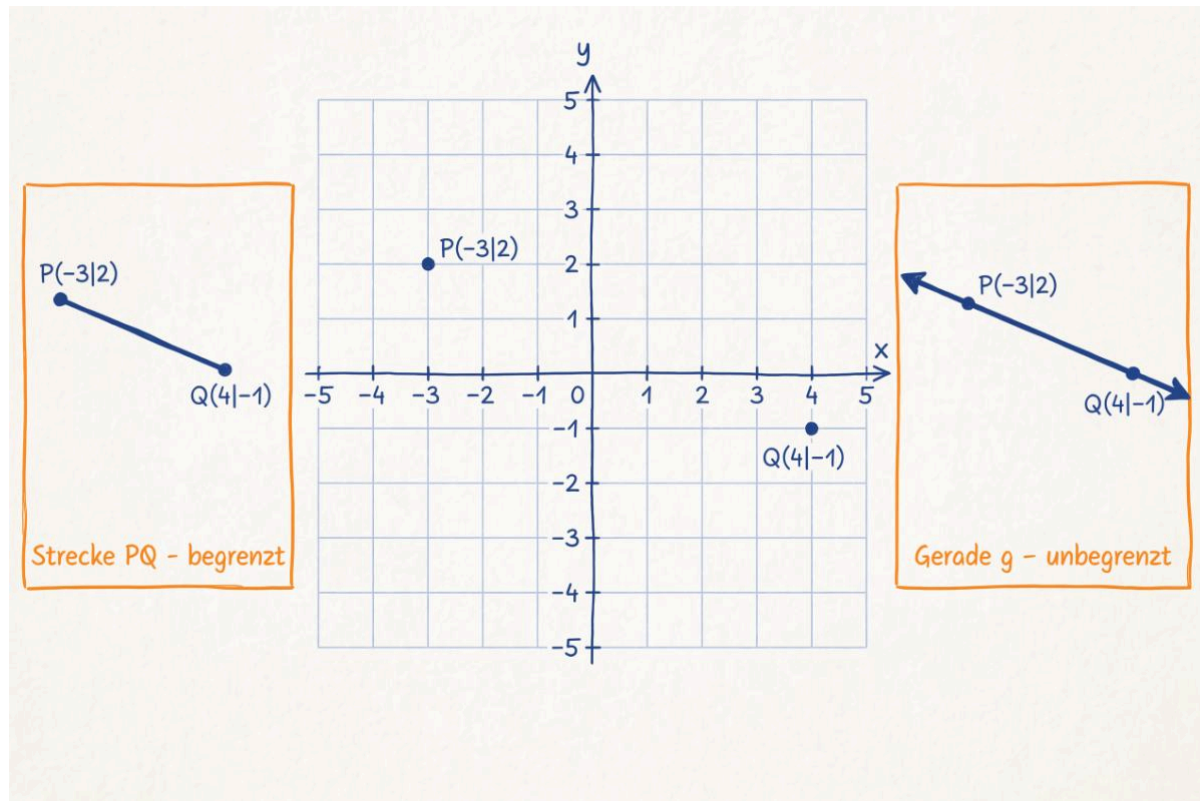
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) c43cbab4-18f6-5079-bc82-389df9f7ea5e

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

Lernziel-ID 25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einem passend skalierten kartesischen Koordinatensystem Punktlagen aus Koordinaten darstellen und daraus vorgegebene Strecken oder Geraden erzeugen, wobei sie die begrenzte beziehungsweise unbegrenzte Ausdehnung begründet.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen 2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb033bf16099 S. 16	Punktmengen zu Abstandsbedingungen darstellen und begründen 31a89d59-7d45-5e60-a8e8-561001b05f2d S. 17	Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen 2331caf2-ccb2-5492-9fc6-48763b848bae S. 18	Punktspiegelungen konstruieren 50e4ecab-d462-5496-b493-b30d699eb100 S. 68
Figuren im Koordinatensystem darstellen und Koordinatendarstellungen geometrischen Situationen zuordnen 121e3fdf-54d2-4d46-bc2d-f6e725f10f41 S. 129	Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten f242a3e8-55a3-492e-8354-b81b24cddb78 S. 170	Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten 19f170e4-b88f-4c96-b72a-ce6923748bb4 S. 171	Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6 S. 172
Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen 57f6d5e4-7c24-4e70-9cf6-737f0d79914 S. 175			

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 0fdb553b-9712-504f-8c45-cc00df28762d

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) b48c65fd-6519-5e96-9721-1c5841227007

Kreise aus Mittelpunkt und Radius zeichnen und begründen

Lernziel-ID 1dd0266c-41b4-5481-b64b-7b718cfe799b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben

Kreise aus Mittelpunkt und Radius zeichnen und begründen

1. Zeichnen mit Zirkel

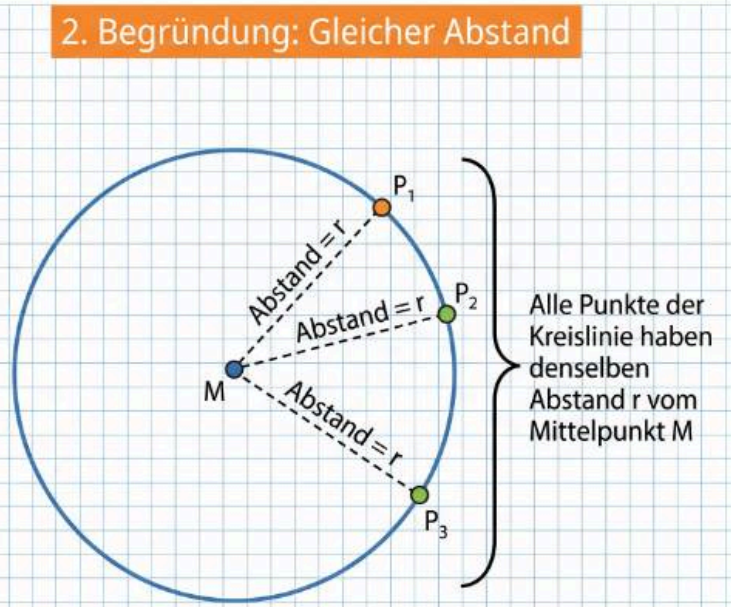


Fester Abstand r eingestellt

Mittelpunkt M

Radius r

2. Begründung: Gleicher Abstand



Abstand $= r$

Abstand $= r$

Abstand $= r$

M

P_1

P_2

P_3

Alle Punkte der Kreislinie haben denselben Abstand r vom Mittelpunkt M

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem gegebenen Mittelpunkt und Radius mit dem Zirkel einen Kreis zeichnen und begründen, dass alle Punkte der Kreislinie denselben Abstand vom Mittelpunkt haben.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Punktmengen zu Abstandsbedingungen darstellen und begründen

S. 17

31a89d59-7d45-5e60-a8e8-561001b05f2d

Zahl Pi als Verhältnis am Kreis erklären

S. 64

8a691345-3216-522c-a898-d65e8e94db28

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 0fdb553b-9712-594f-8c45-cc00df28762d

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen

Lernziel-ID 2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb033bf16099

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Strecken und Geraden Parallelität oder Senkrechtlage anhand ihrer geometrischen Bedingungen erkennen, fachsprachlich beschreiben und die Zuordnung unabhängig von Lage oder Ausrichtung begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen 25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9	S. 14
---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen d98849c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211	S. 19	Elementare Körper erkennen und benennen c823b5a2-82e3-5e22-9c27-c0f41cc5eac6	S. 65	Achsenspiegelungen konstruieren 2f3d24e7-2450-55d8-97c2-3e106d2854c6	S. 67	Lagebeziehungen geometrischer Objekte fachsprachlich beschreiben 3e53a39b-1c75-4034-a647-8de85719e1fb	S. 130
Parallele und senkrechte Geraden konstruieren c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83	S. 131	Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Kreisbeziehungen am Kreis begründen und nutzen 21342eb9-9cfd-4fbf-b28e-60aa2b48f702	S. 138		

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Punktmengen zu Abstandsbedingungen darstellen und begründen

Lernziel-ID 31a89d59-7d45-5e60-a8e8-561001b05f2d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben

Punktmengen mit Abstandsbedingungen kennzeichnen

Abstand zu einem Punkt

Punkt P

fester Abstand r (z.B. 3 m)

Mittelpunkt M (z.B. Baum)

Punktmenge: Kreislinie

Alle Punkte mit Abstand r zu M liegen auf dem Kreis.

Abstand zu einer Geraden

fester Abstand d (z.B. 50 m)

Punkt Q

Gerade g (z.B. Flussufer)

Punktmenge: Parallelenpaar

Alle Punkte mit Abstand d zu g liegen auf den Parallelen.

Begründete Entscheidungen treffen (z.B. sicherer Standort)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punktmengen zu vorgegebenen Abstandsbedingungen gegenüber Punkten oder Geraden darstellen, ihre Kennzeichnung aus der Bedingung begründen und sie für Entscheidungen in einfachen Sachsituationen nutzen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

S. 14

Kreise aus Mittelpunkt und Radius zeichnen und begründen

S. 15

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 0fdb553b-9712-504f-8c45-cc00df28762d

Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen

Lernziel-ID 2331caf2-ccb2-5492-9fc6-48763b848bae

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben

Winkel messen, zeichnen und fachsprachlich beschreiben

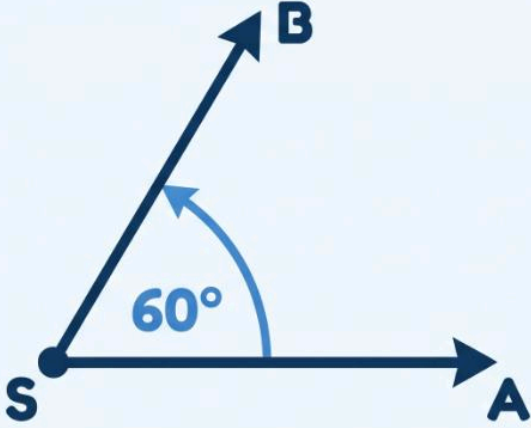


Diagramm eines Winkels mit dem Scheitelpunkt S. Die Schenkel sind SA und SB. Der Winkel ist mit 60° markiert.

- Scheitelpunkt: S
- Schenkel: SA und SB
- Winkelweite: 60°
- spitzer Winkel

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Winkeln bis 360 Grad mit dem Geodreieck eine gezeichnete Winkelöffnung in ihr Gradmaß und ein vorgegebenes Gradmaß in eine Winkelzeichnung überführen und die jeweilige Winkelart aus der Größe fachsprachlich benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

S. 14

Wird direkt vorausgesetzt von

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen d98849c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211	S. 19	Symmetrien in Figuren erkennen und beschreiben 8da730f1-8947-498d-9e78-7fb20b00a994	S. 91	Mittelsenkrechten konstruieren und begründen 34200b88-c616-58f6-aa03-efb9fd766f88	S. 132	Winkelhalbierende konstruieren und begründen f509a549-ae5-5468-af73-5b1efa3f342c	S. 133
Dreiecke aus Kongruenzangaben konstruieren 3017e774-8d9f-5129-828f-7684db5afc1e	S. 664						

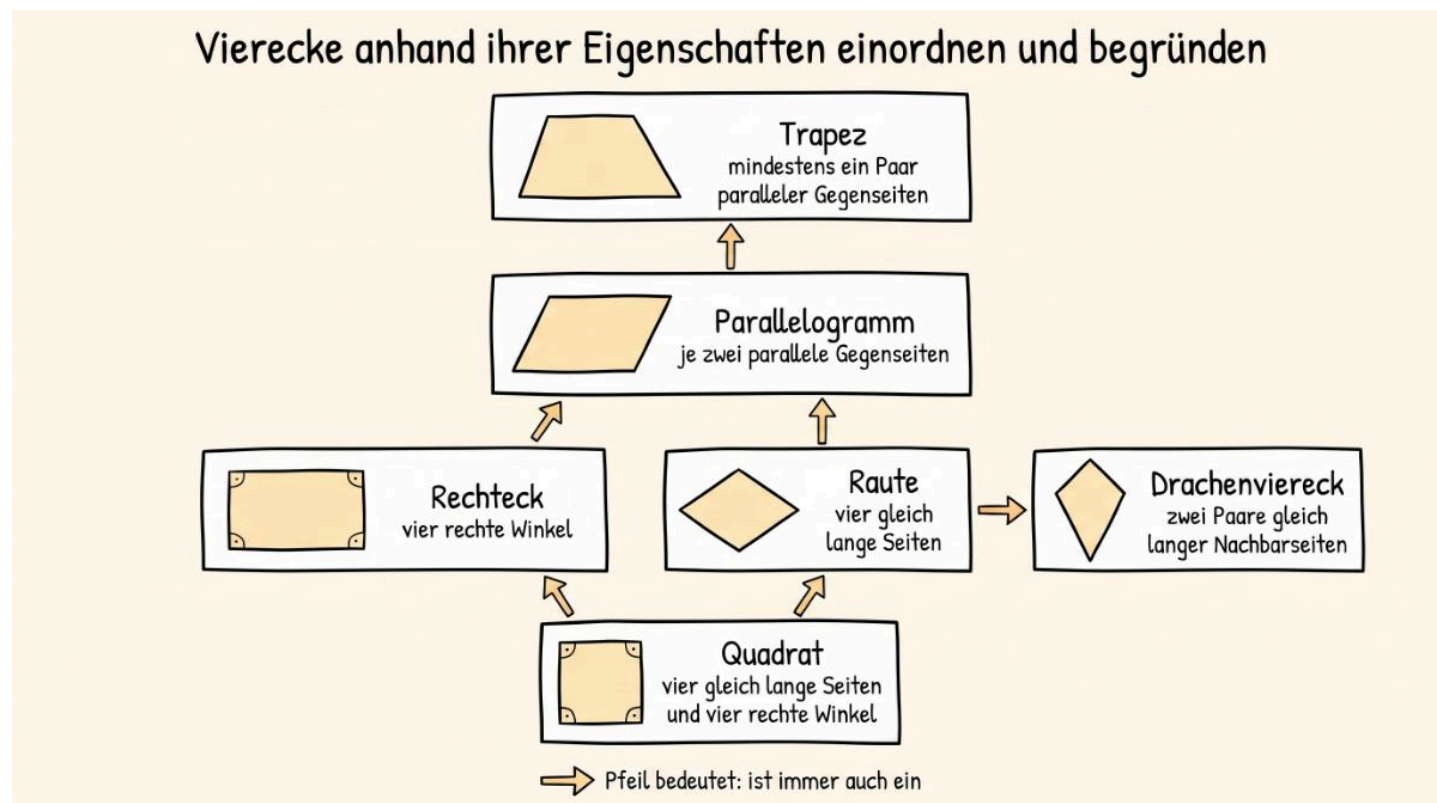
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen

Lernziel-ID d98849c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Geometrische Figuren und Lagebeziehungen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Raute, Drachenviereck und Trapez anhand ihrer Eigenschaften erkennen, darstellen und hierarchisch einordnen; dabei verwendet sie für Trapeze die inklusive Definition mit mindestens einem Paar paralleler Gegenseiten und begründet Mehrfachzuordnungen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen 2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb0330f16099	S. 16	Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen 2331caf2-ccb2-5492-9fc6-48763b848bae	S. 18
--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Flächenformeln ebener Figuren durch Zerlegen und Ergänzen herleiten 491e0858-e977-516e-a339-1cc2f9e9690f	S. 53	Flächeninhalte ebener Figuren berechnen 87c55be5-06a9-41e2-a0d4-c60f7c8b8078	S. 54	Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren b44f638c-fb1f-527e-b9ad-382214d0328a	S. 55	Volumeneinheiten deuten und umrechnen 57fbbf31-9b8c-5408-9af5-fbc73acd12bb	S. 56
--	-------	--	-------	---	-------	--	-------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) 0fdb553b-9712-594f-8c45-cc90df28762d

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen

Lernziel-ID cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5

Natürliche & ganze Zahlen multiplizieren und dividieren

Multiplikation (Natürliche Zahlen) Faktor × Faktor = Produkt $3 \times 4 = 12$ 3 Gruppen von 4	Division (Natürliche Zahlen) Dividend : Divisor = Quotient $12 : 3 = 4$ 12 verteilt auf 3
Ganze Zahlen & Vorzeichen $(-2) \times 3 = -6$ $(-2) \times (-3) = 6$ $(-6) : 3 = -2$ $(-6) : (-3) = 2$ Vorzeichenregeln: $+$ · $+$ = $+$ $+$ · $-$ = $-$ $-$ · $+$ = $-$ $-$ · $-$ = $+$	Rechengesetze & Überprüfung $2 \times 5 \times 3 = ?$ Kommutativgesetz: $5 \times 2 \times 3 = 10 \times 3 = 30$ Assoziativgesetz: $2 \times (5 \times 3) = 2 \times 15 = 30$ Ergebnis überprüfen (Sachzusammenhang)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann natürliche und ganze Zahlen multiplizieren, eine zulässige ganzzahlige Division als zugehörige Umkehraufgabe deuten und berechnen, dabei Vorzeichen sowie die Bedingungen „Divisor ungleich null“ und „ganzzahliger Quotient“ begründen und das Ergebnis durch den Wechsel zur Umkehroperation prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rechnungen mit Umkehroperationen überprüfen S. 4	Ganze Zahlen addieren S. 6	Ganze Zahlen subtrahieren S. 7	Natürliche Zahlen runden S. 9	Unbegrenztheit der natürlichen Zahlen mit dem Nachfolgerprinzip begründen S. 10	Aussagen über ganze Zahlen prüfen und mit Gegenbeispielen widerlegen S. 11
Rechenvorteile mit Kommutativ- und Assoziativgesetz nutzen S. 12	Einfache additive Gleichungen durch Umkehraufgaben lösen S. 13				

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache multiplikative Gleichungen unter Bereichsbedingungen lösen S. 21	Teilbarkeit durch 2, 3, 5 und 10 prüfen und begründen S. 22	Potenzen mit natürlichen Exponenten deuten und berechnen S. 24	Klammerterme und Reihenfolgen sicher auswerten S. 26	Einfache Zählprinzipien in Sachsituationen anwenden S. 27	Problemstellungen mit ganzen Zahlen heuristisch lösen und Rechenwege dokumentieren S. 28
Brüche erweitern und kürzen S. 37	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren S. 48	Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen S. 49			

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

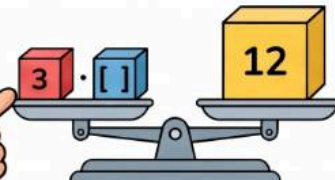
Einfache multiplikative Gleichungen unter Bereichsbedingungen lösen

Lernziel-ID 54148506-c23f-41b8-959b-068dd194cf15

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Einfache multiplikative Gleichungen durch Umkehroperationen lösen

Gleichung: $a \cdot [] = b$



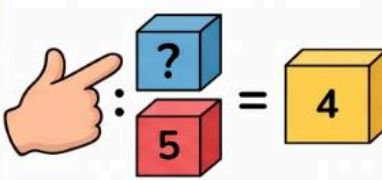
Beispiel: $3 \cdot [] = 12$

Umkehroperation: Geteilt durch 3

$[] = 12 : 3 = 4$

Lösung: $[] = 4$

Gleichung: $[] : a = b$



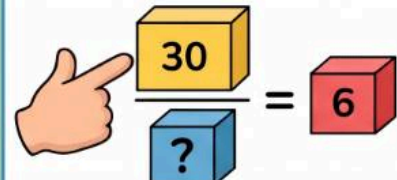
Beispiel: $[] : 5 = 4$

Umkehroperation: Mal 5

$[] = 4 \cdot 5 = 20$

Lösung: $[] = 20$

Gleichung: $a : [] = b$



Beispiel: $30 : [] = 6$

Umkehroperation: Geteilt durch 6

$[] = 30 : 6 = 5$

Lösung: $[] = 5$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Gleichungen der Formen $a \cdot x = b$, $x : a = b$ und $a : x = b$ in einem vorgegebenen Zahlenbereich lösen, dabei Null- und Teilbarkeitsbedingungen prüfen, ein geeignetes Verfahren wählen und die Lösung durch Einsetzen kontrollieren.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I - G8; Sek. I - G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I - G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I - G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen

ca7f06520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

S. 20

Wird direkt vorausgesetzt von

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

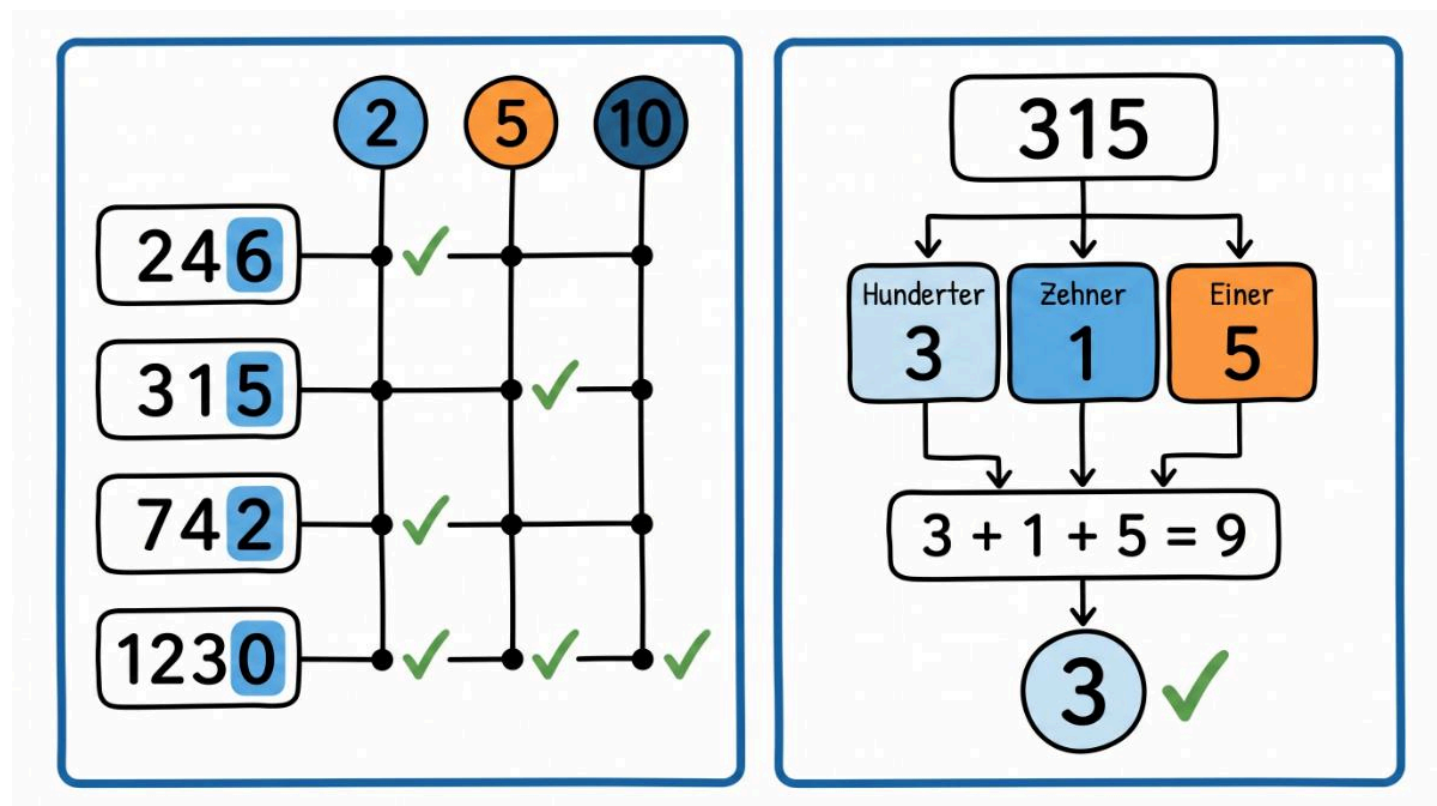
[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) c43cbab4-18f6-5079-bc82-389df9f7ea5e

Teilbarkeit durch 2, 3, 5 und 10 prüfen und begründen

Lernziel-ID 6ff61721-b2cc-5b1b-ade5-b3c1fd7f7077

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen >

Teilbarkeitsregeln prüfen und Primfaktorzerlegungen angeben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus der Stellenwertstruktur natürlicher Zahlen begründen, warum die Endziffernregeln die Teilbarkeit durch 2, 5 und 10 und die Quersummenregel die Teilbarkeit durch 3 anzeigen, und damit begründete Teilbarkeitsentscheidungen treffen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen

cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

S. 20

Wird direkt vorausgesetzt von

Natürliche Zahlen in Primfaktoren zerlegen

a4c2b831-02f0-5d55-a300-7823a71352c4

S. 23

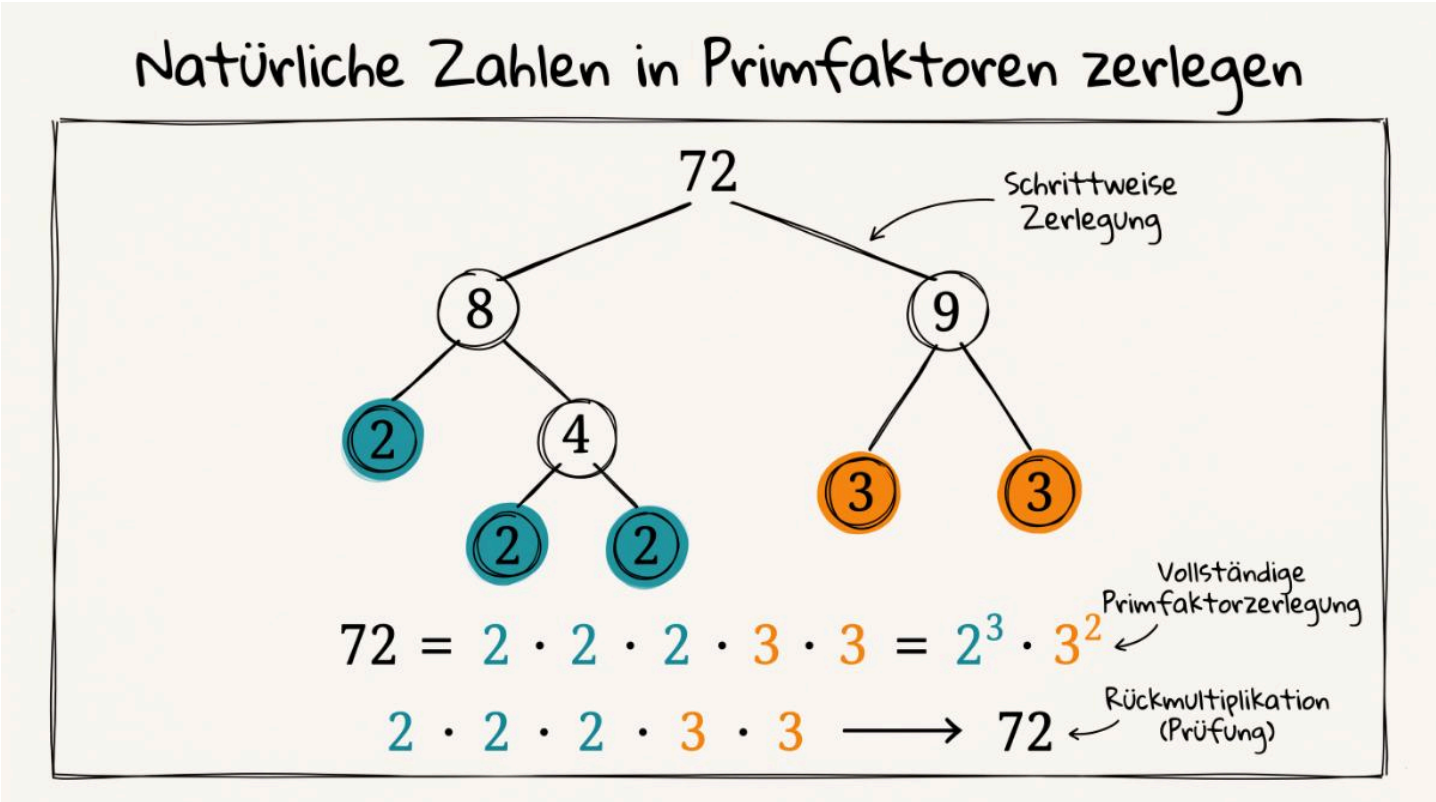
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Natürliche Zahlen in Primfaktoren zerlegen

Lernziel-ID a4c2b831-02f0-5d55-a300-7823a71352c4

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen > Teilbarkeitsregeln prüfen und Primfaktorzerlegungen angeben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann natürliche Zahlen größer als 1 schrittweise vollständig in Primfaktoren zerlegen, die Zerlegung durch Rückmultiplikation prüfen und an verschiedenen Zerlegungswegen zeigen, dass bis auf die Reihenfolge dieselben Primfaktoren entstehen.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Teilbarkeit durch 2, 3, 5 und 10 prüfen und begründen 6ff61721-b2cc-5b1b-ade5-b3c1fd7f7077	S. 22
---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

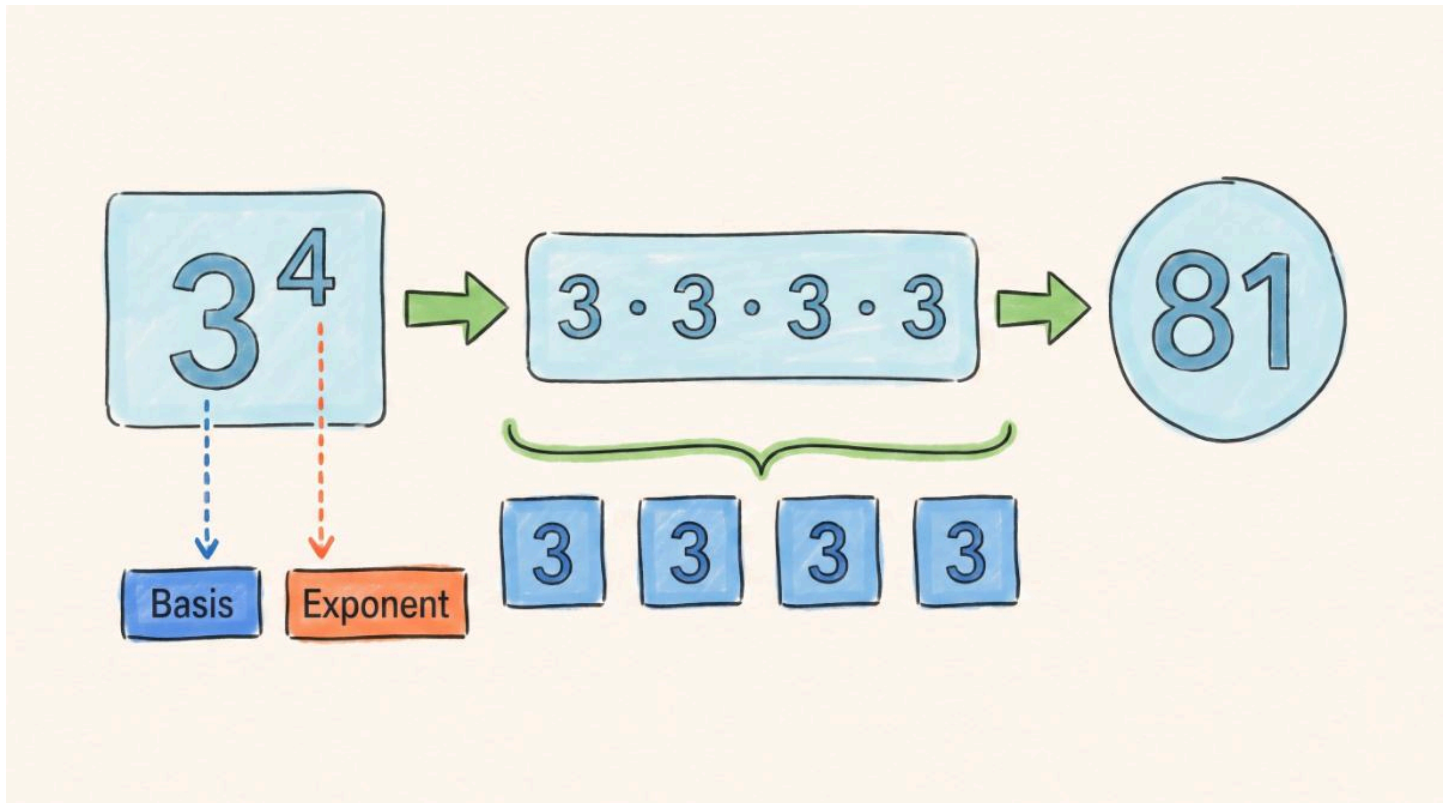
Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln ca8b2e67-7d14-5baf-8404-26820fe3d548	S. 39	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren 4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52ffe9e89f	S. 47	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren ee48e811-4c9c-5080-9836-8403fc9f0810	S. 48
---	-------	--	-------	--	-------

Potenzen mit natürlichen Exponenten deuten und berechnen

Lernziel-ID d658e26a-e351-4bca-824e-f346deaa87c5

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen >

Potenzen mit natürlichen Exponenten und Zehnerpotenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Potenzen a^n mit ganzzahliger Basis a und natürlichem Exponenten $n \geq 1$ Basis und Exponent unterscheiden, a^n als Produkt aus n gleichen Faktoren deuten, den Wert berechnen und das Ergebnis an der Faktorstruktur prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen

cafd6529-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d

S. 20

Wird direkt vorausgesetzt von

Große Zahlen mit Zehnerpotenzen darstellen und deuten

e331a425-e9c6-46eb-89cb-dedf72857974

S. 25

Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen

26f668a0-6425-5466-9cf7-6295dd189005

S. 49

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Große Zahlen mit Zehnerpotenzen darstellen und deuten

Lernziel-ID e331a425-e9c6-46eb-89cb-dedf72857974

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen >

Potenzen mit natürlichen Exponenten und Zehnerpotenzen

The diagram illustrates the relationship between powers of 10 and their decimal representations. It consists of four horizontal bars, each representing a power of 10 and its corresponding decimal value with trailing zeros.

- Bar 1:** $10^1 = 10$. The exponent 1 is indicated by an arrow. The decimal representation is 10, which has 1 trailing zero.
- Bar 2:** $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$. The decimal representation is 100, which has 2 trailing zeros.
- Bar 3:** $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$. The decimal representation is 1 000, which has 3 trailing zeros.
- Bar 4:** $10^6 = 1\,000\,000 = 1\,000\,000$. The decimal representation is 1 000 000, which has 6 trailing zeros.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann große natürliche Zahlen mithilfe der Stellenwertstruktur zwischen Dezimalschreibweise und Darstellungen durch Zehnerpotenzen mit nichtnegativen Exponenten wechseln, ihre Größenordnung am Exponenten der größten Zehnerpotenz deuten, die die Zahl nicht überschreitet, und die Darstellung in einfachen Sachzusammenhängen auf Plausibilität prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzen mit natürlichen Exponenten deuten und berechnen

S. 24

Wird direkt vorausgesetzt von

Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen

S. 49

Klammerterme und Reihenfolge sicher auswerten

Lernziel-ID 5d1dec2-b01b-5c85-88fc-9fc255ff9776

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Klammerterme und Reihenfolge sicher auswerten

$(3 + 4) \cdot 2 - 5 = ?$

1. Klammern zuerst (Inneres)
 $3 + 4 = 7$

2. Multiplikation vor Subtraktion
 $7 \cdot 2 = 14$

3. Von links nach rechts
 $14 - 5 = 9$

Kontrolle: Richtig!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Terme mit Grundrechenarten anhand ihrer Operationsstruktur gliedern, die Vorrangwirkung von Klammern und Rechenregeln begründen und den Term schrittweise korrekt auswerten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390	S. 6	Ganze Zahlen subtrahieren 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01	S. 7	Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d	S. 20
--	------	--	------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3	S. 29	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren 4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52ffe9e89f	S. 47	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren ee48e811-4c9c-5080-9836-8403fc9f0810	S. 48	Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten 0a6dab2e-1bbb-5587-adb0-456d3991c327	S. 50
---	-------	---	-------	---	-------	---	-------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Einfache Zählprinzipien in Sachsituationen anwenden

Lernziel-ID 2ae76eae-799c-463e-9ec9-82327f8209a8

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen

Einfache Zählprinzipien in Sachsituationen anwenden

Outfit

rotes T-Shirt

Jeans

rot+Jeans

Khaki

rot+Khaki

Grün

rot+Grün

blaues T-Shirt

Jeans

blau+Jeans

Khaki

blau+Khaki

Grün

blau+Grün

$2 * 3 = 6$ Möglichkeiten

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen realitätsnahen Situationen Möglichkeiten vollständig und ohne Doppelzählung systematisch erfassen, eine passende Zählstrategie wählen und die ermittelte Anzahl nachvollziehbar begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen

S. 20

Wird direkt vorausgesetzt von

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

S. 29

Zählverfahren und kombinatorische Überlegungen für Wahrscheinlichkeiten nutzen

S. 681

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Problemstellungen mit ganzen Zahlen heuristisch lösen und Rechenwege dokumentieren

Lernziel-ID b5de0574-93ed-409c-80ee-312211420cd6

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Zahlenverständnis und Grundoperationen aufbauen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Problemstellungen mit ganzen Zahlen strukturieren, eine passende heuristische Strategie und geeignete Rechenschritte begründet auswählen, den Lösungsweg nachvollziehbar dokumentieren und das Ergebnis im Sachzusammenhang prüfen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390	S. 6	Ganze Zahlen subtrahieren 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01	S. 7	Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen cafd6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d	S. 20
--	------	--	------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3	S. 29
---	-------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

Lernziel-ID f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

1 GLEICHE GRÖSSE

Drei Angaben für dieselbe Größe:
Länge eines Bandes



1,2 m (Meter)
120 cm (Zentimeter)
0,12 dam (Dekameter)

2 GEMEINSAME EINHEIT

Alle Angaben in die gleiche Einheit umrechnen: **Zentimeter (cm)**



1,2 m → in cm 120 cm
120 cm → in cm 120 cm
0,12 dam → in cm 120 cm

✓ Die Länge bleibt gleich – nur Zahlenwert und Einheit ändern sich!

3 VERGLEICHEN

Jetzt vergleichen – alle Werte in Zentimeter (cm)

120 cm > 85 cm
120 cm = 120 cm
120 cm > 60 cm

★ Vergleich in derselben Einheit macht Sinn!

i Umrechnungsbeziehungen:

1 m = 100 cm | 1 dam = 10 m = 1000 cm | 1 cm = 0,01 m

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für alltagsnahe Größen passende Einheiten auswählen, Größenangaben sicher in gleichartige Einheiten umrechnen, dabei anhand des Einheitenverhältnisses begründen, warum die dargestellte Größe unverändert bleibt, und Messergebnisse in einer gemeinsamen Einheit sinnvoll vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rechnungen mit Umkehroperationen überprüfen S. 4	Natürliche Zahlen runden S. 9	Unbegrenztheit der natürlichen Zahlen mit dem Nachfolgerprinzip begründen S. 10	Aussagen über ganze Zahlen prüfen und mit Gegenbeispielen widerlegen S. 11	Rechenvorteile mit Kommutativ- und Assoziativgesetz nutzen S. 12	Einfache additive Gleichungen durch Umkehraufgaben lösen S. 13
Einfache multiplikative Gleichungen unter Bereichsbedingungen lösen S. 21	Klammerterme und Reihenfolgenfolge sicher auswerten S. 26	Einfache Zählprinzipien in Sachsituationen anwenden S. 27	Problemstellungen mit ganzen Zahlen heuristisch lösen und Rechenwege dokumentieren S. 28		

Wird direkt vorausgesetzt von

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten S. 30	Maßstabsaufgaben mit gleichartigen Längeneinheiten lösen S. 32	Größen in Sachsituationen mithilfe von Bezugsgrößen schätzen S. 33	Rechteckflächenformel aus dem Messprinzip erklären S. 35	Flächenformeln ebener Figuren durch Zerlegen und Ergänzen herleiten S. 53	Flächeninhalte ebener Figuren berechnen S. 54
Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren S. 55	Volumeneinheiten deuten und umrechnen S. 56	Größen mit geeigneten Messmitteln erfassen S. 677	Geschwindigkeit als abgeleitete Größe verwenden S. 679	Maßangaben aus Quellenmaterial entnehmen S. 680	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

Lernziel-ID ca623958-c204-5d1b-bdd0-3f76765674cb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden

Mit Größen rechnen und Ergebnisse deuten

Geschwindigkeit berechnen & deuten

120 km → $120 \text{ km} \div 2 \text{ h} = 60 \text{ km/h}$

Bedeutung: Pro Stunde 60 km zurückgelegt

Dichte bestimmen & verstehen

Masse (m): 270 g Volumen (V): 100 cm³ → $270 \text{ g} \div 100 \text{ cm}^3 = 2,7 \text{ g/cm}^3$

Bedeutung: 1 Kubikzentimeter wiegt 2,7 g

Proportional rechnen (Vervielfachen)

Äpfel (Stück): 0, 2, 6, 10

Preis (€): 0, 1,20, 3,60, 6,00

Bedeutung: 6 Äpfel kosten 3,60 €

Größen abschätzen & addieren

Last A (≈ 1,5 t) + Last B (≈ 2,8 t) → Gesamtlast (≈ 4,3 t)

Bedeutung: Gesamtlast ca. 4,3 t. Passt auf LKW (< 5 t).

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einer Sachsituation anhand der beteiligten Größen entscheiden, welche Rechenoperation sinnvoll ist, beim Addieren und Subtrahieren nur gleichartige Größen in einer gemeinsamen Einheit verknüpfen, eine Größe mit einer Zahl vervielfachen oder teilen und Ergebnis sowie Einheit im Kontext auf Plausibilität prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen
f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz lösen 596345cd-679e-5c7b-955f-e8cb1ec81e96 S. 31	Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden d6c3fb37-ece6-5b56-9221-1eeb21845877 S. 34	Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren b44f038c-fb1f-527e-b9ad-382214d0328a S. 55	Volumeneinheiten deuten und umrechnen 57fbbf31-9b8c-5408-9af5-fbc73acd12bb S. 56
Taschenrechner situationsgerecht nutzen 314854a0-4e97-462e-9486-9fd83652e91d S. 645	Dichte als abgeleitete Größe verwenden 2345ae25-5805-4c72-b830-32e63cc6262a S. 678	Geschwindigkeit als abgeleitete Größe verwenden 37bf2eb6-75a0-44c1-a988-ca0e203cb072 S. 679	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz lösen

Lernziel-ID 596345cd-679e-5c7b-955f-e8cb1ec81e96

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden >

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz und Maßstab lösen

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz lösen

Flaschen	3	1	5
Preis (€)	6	2	10

$6 : 3 = 10 : 5 = 2 \text{ Euro pro Flasche}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen Sachsituationen eine proportionale Zuordnung an einem gleichbleibenden Verhältnis erkennen, einen gesuchten Wert durch Zurückführen auf 1 und Vervielfachen bestimmen und diesen Rechenweg begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

S. 30

Wird direkt vorausgesetzt von

Maßstabsaufgaben mit gleichartigen Längeneinheiten lösen

S. 32

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen

S. 59

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

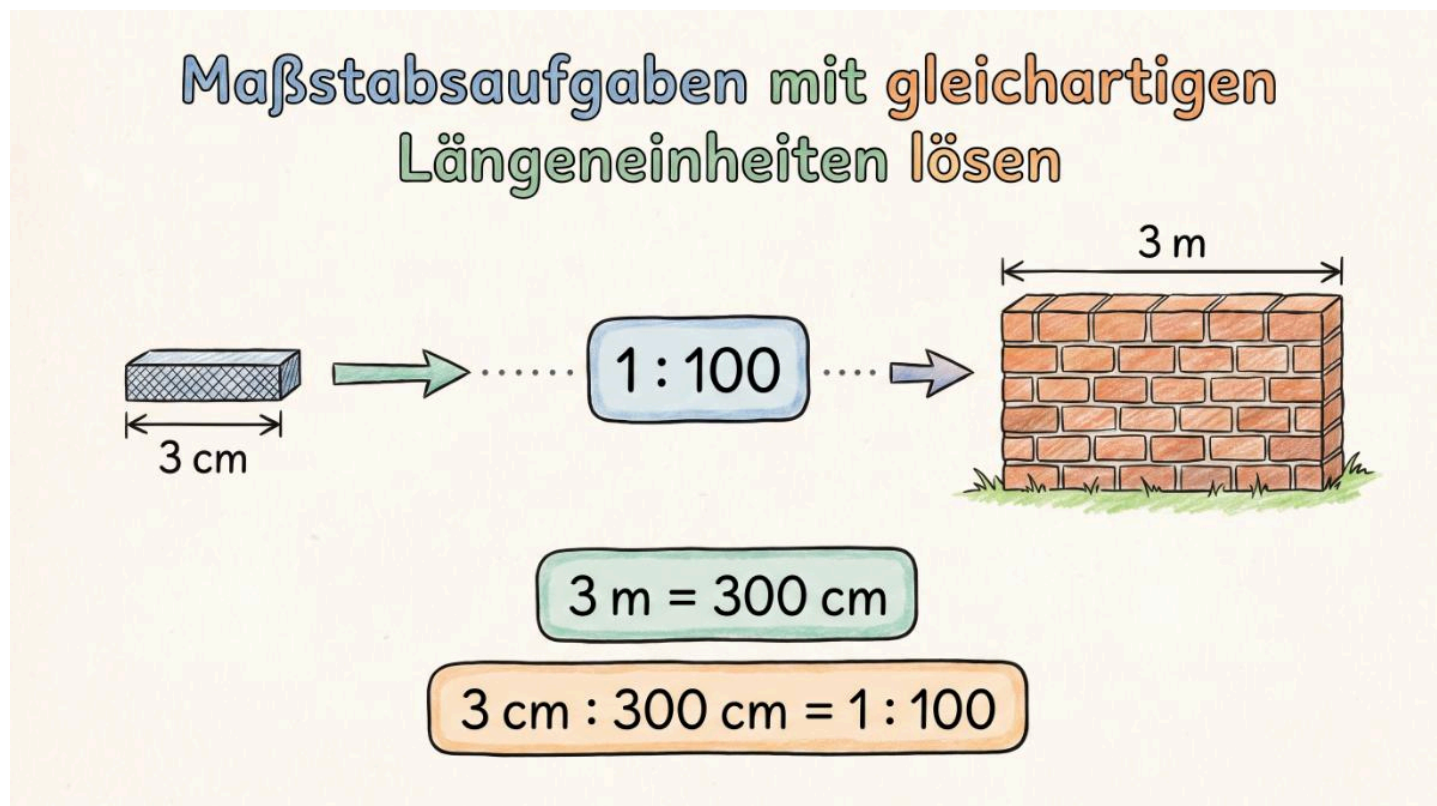
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Maßstabsaufgaben mit gleichartigen Längeneinheiten lösen

Lernziel-ID 79dd11f0-ed20-5b92-a215-b061a2098c0c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden >

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz und Maßstab lösen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Karten-, Plan- oder Modellsituationen einen Maßstab als Verhältnis von dargestellter zu realer Länge deuten, beide Längen in eine gemeinsame Einheit umrechnen und eine gesuchte dargestellte oder reale Länge bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen
f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz lösen
596345cd-679e-5c7b-955f-e8cb1ec81e96

S. 31

Wird direkt vorausgesetzt von

Kongruente sowie maßstäblich vergrößerte und verkleinerte Figuren zeichnen und begründen
2041f4ec-620d-4a20-9922-6ebf16f8f8fa

S. 670

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Aufgabe 3 (Jahrgangsstufe 9, 6 BE) 8a360e18-c40f-5e77-a445-1311a8f8430e

Größen in Sachsituationen mithilfe von Bezugsgrößen schätzen

Lernziel-ID 03a87896-088d-4b21-a37b-d0604d784540

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden

Größen in Sachsituationen mithilfe von Bezugsgrößen schätzen

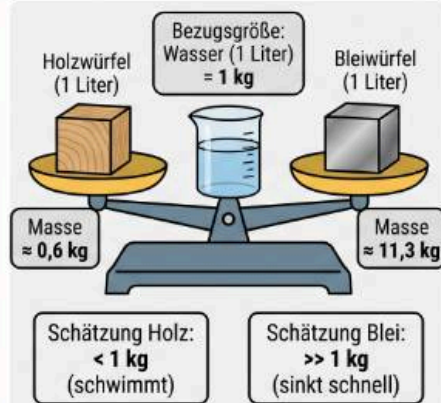
1. Geschwindigkeit (Weg / Zeit)



→ **Plausibel, weil:** Schneller als Gehen, aber nicht Autobahn-Tempo.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

2. Dichte (Masse / Volumen)



→ **Plausibel, weil:** Holz leichter, Blei viel schwerer als Wasser pro Volumen.

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$$

3. Proportionale Zuordnung (Rezept)



→ **Plausibel, weil:** Menge verdoppelt sich mit Personen.

2	→	200g
10	→	1000g

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Größen in Sachsituationen mithilfe geeigneter Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt abschätzen und die Plausibilität ihrer Schätzungen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Natürliche Zahlen runden

fe07241a-b779-5f35-a82d-7aa51ae74f42

S. 9

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) b48c65fd-6519-5e96-9721-1c5841227007

Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden

Lernziel-ID d6c3fb37-ece6-5b56-9221-1eeb21845877

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden

Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden

UMFANG (U) - Länge des Randes

Rechteck: $U = 2a + 2b$

Quadrat: $U = 4a$

Kreis: $U = 2\pi r$

Anwendung: Zaun

Einheit: cm, m, km (Länge)

FLÄCHENINHALT (A) - Größe der Fläche

Rechteck: $A = a \cdot b$

Quadrat: $A = a^2$

Kreis: $A = \pi r^2$

Anwendung: Gras

Einheit: $\text{cm}^2, \text{m}^2, \text{km}^2$ (Fläche)

Ergebnisse deuten:
Welche Größe ist gefragt?

Zaunlänge (m) Rasenfläche (m^2)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Umfang als Länge des Randes und Flächeninhalt als Maß der bedeckten Fläche unterscheiden, in einfachen Sachsituationen die passende Größe und Formel wählen und Ergebnisse mit geeigneten Einheiten deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

S. 30

Wird direkt vorausgesetzt von

Rechteckflächenformel aus dem Messprinzip erklären S. 35

Flächenformeln ebener Figuren durch Zerlegen und Ergänzen herleiten S. 53

Flächeninhalte ebener Figuren berechnen S. 54

Zahl Pi als Verhältnis am Kreis erklären S. 64

Dynamische Zusammenhänge zwischen Größen erläutern S. 74

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

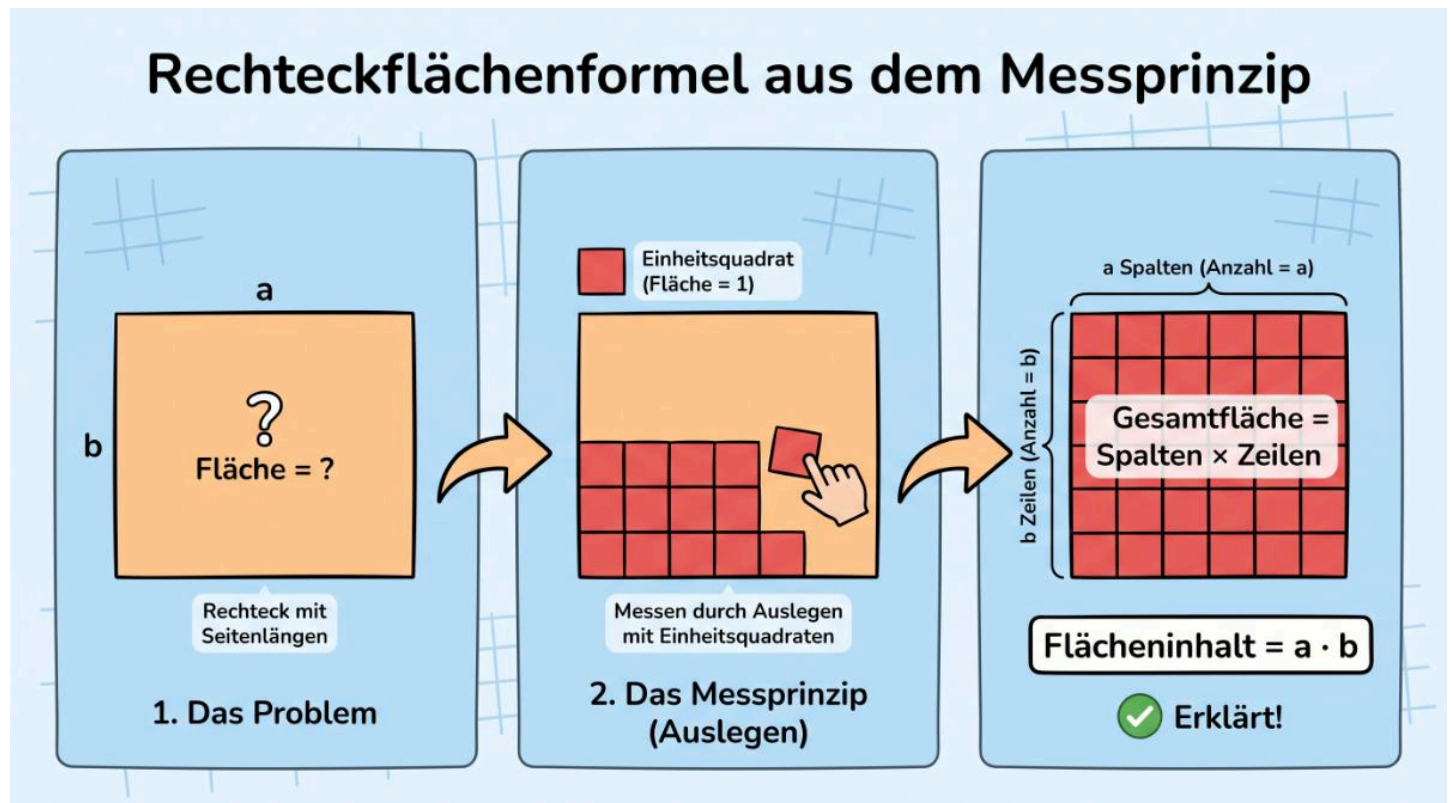
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) b48c65fd-6519-5e96-9721-1c5841227007

Rechteckflächenformel aus dem Messprinzip erklären

Lernziel-ID 0bd7dc9b-c7f9-52e6-b374-a019edfd821c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 5 > Größen, Maßstab und Flächenvorstellungen anwenden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks aus dem Grundprinzip des Messens mit Einheitsquadraten erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden

d6c3fb37-ece6-5b56-9221-1eeb21845877

S. 34

Wird direkt vorausgesetzt von

Oberflächeninhalte von Quadern und Würfeln aus ihren Seitenflächen berechnen

cddcdabd-ad58-58ad-bfbd-d9fd8fe2d8fa

S. 66

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

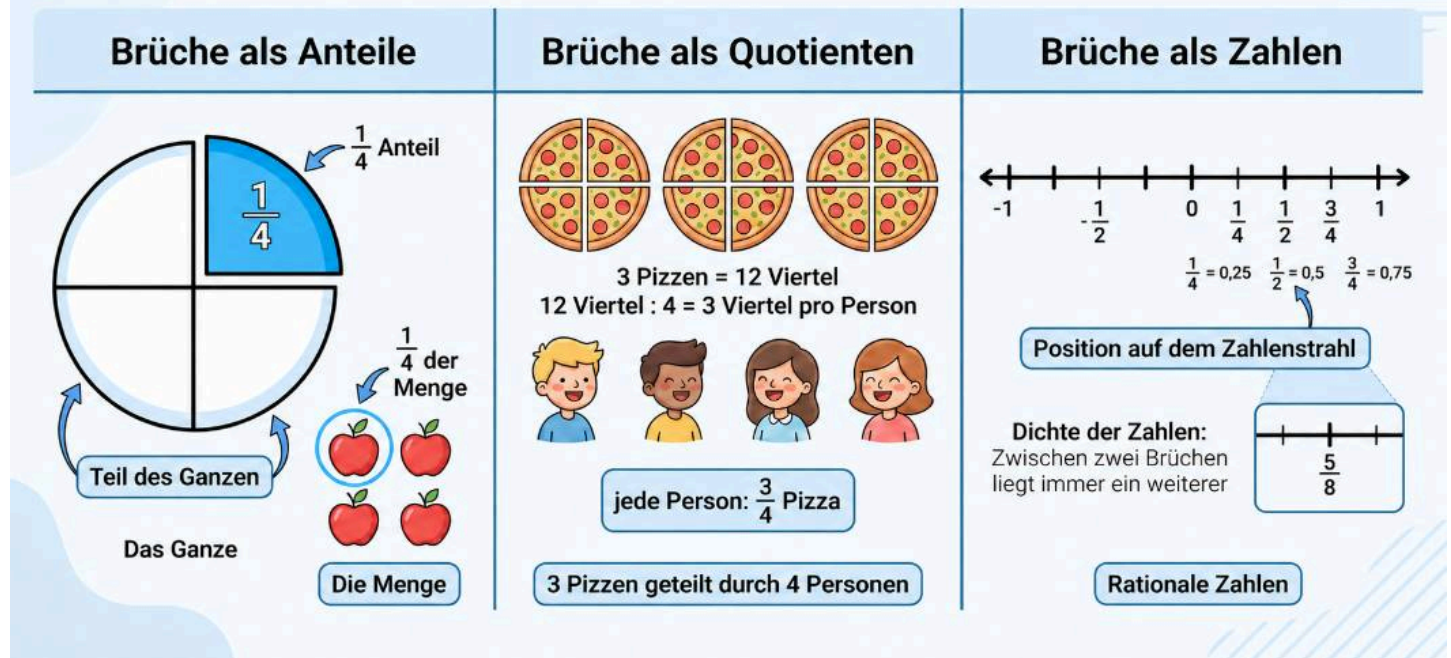
[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 5, 6 BE\)](#) b48c65fd-6519-5e96-9721-1c5841227007

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten

Lernziel-ID 6b0075bb-f71c-59f6-ab98-fb894568cc26

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Brüche situationsbezogen als Anteil, Quotient oder Zahl deuten, dabei das Bezugs-Ganze benennen, eine passende Darstellung auswählen und zugehörige Ganze oder Teilmengen bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Dezimalsystem als Stellenwertsystem erklären und vergleichen

624764d6-becd-5f9b-ada3-0d4f9d143073

S. 8

Wird direkt vorausgesetzt von

Bruchdarstellungen verwenden und wechseln S. 43

f6a54a49-b6cf-4ab7-a185-aa08bfc6c97

Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52

b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcbda3ec2e

Quadratwurzeln definieren und schätzen S. 147

f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen S. 149

7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren S. 151

c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fcd1

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) fb81062a-4929-5f09-8d92-f9cf4b106c17

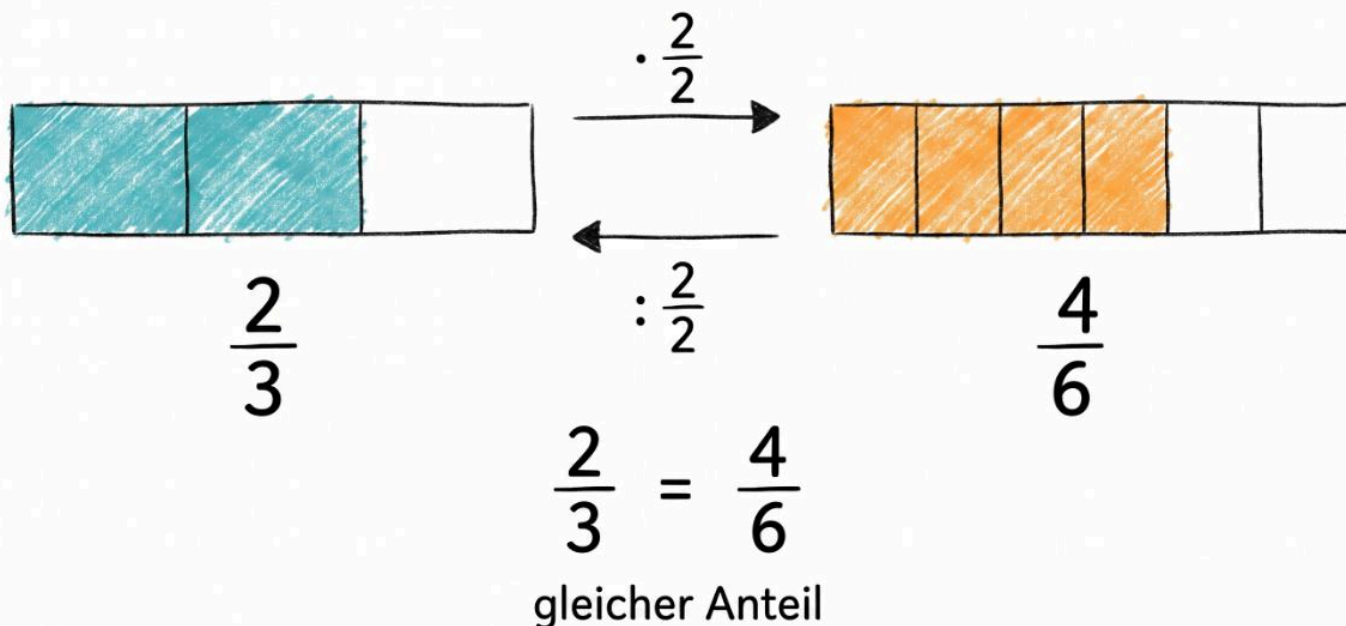
Brüche erweitern und kürzen

Lernziel-ID 339a7bf5-f1df-5d5a-9ec4-41f471f0c111

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen >

Brüche erweitern, kürzen und vergleichen

Brüche erweitern und kürzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zähler und Nenner mit demselben positiven ganzen Faktor multiplizieren oder durch denselben gemeinsamen Teiler dividieren, so wertgleiche Brüche erzeugen und begründen, warum der Bruchwert erhalten bleibt.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen](#)

S. 20

Wird direkt vorausgesetzt von

[Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen](#)

S. 38

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#)

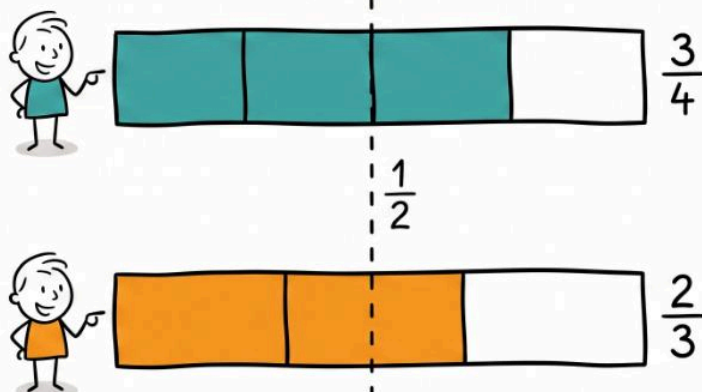
Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen

Lernziel-ID 02013455-72a0-5213-9509-ed77f7ede62b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen >

Brüche erweitern, kürzen und vergleichen

Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen



$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} &= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \\ \hline \frac{9}{12} &> \frac{8}{12} \\ \downarrow \\ \boxed{\frac{3}{4} > \frac{2}{3}}\end{aligned}$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Brüche mithilfe gemeinsamer Nenner oder Zähler, geeigneter Bezugsbrüche oder wertgleicher Darstellungen vergleichen, die jeweils passende Strategie auswählen und die Ordnung begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche erweitern und kürzen

339a7bf5-f1df-5d5a-9ec4-41f471f0c111

S. 37

Wird direkt vorausgesetzt von

Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern

ec9f2ed4-c9e6-5fb3-a073-75b53127e55d

S. 42

Quadratwurzeln definieren und schätzen

f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

S. 147

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen

7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

S. 149

Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren

c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1

S. 151

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) fb81062a-4929-5f09-8d92-f9cf4b106c17

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln

Lernziel-ID ca8b2e67-7d14-5baf-8404-26820fe3d548

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln

VON BRÜCHEN ZU DEZIMALBRÜCHEN (Division)

Endlich

$\frac{3}{4} \rightarrow 0,75$ ✓
z.B. $3 \div 4 = 0,75$

Weiteres Beispiel:

$\frac{1}{3} = 0,333...$
z.B. $1 \div 3 = 0,333...$

VON DEZIMALBRÜCHEN ZU BRÜCHEN (Interpretation & Vereinfachung)

Endlich **Stellenwert** **Gekürzt**

$0,2 \rightarrow \frac{2}{10} \rightarrow \frac{1}{5}$ ✓
z.B. $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Periodisch **Gekürzt**

$0,6\overline{6} \rightarrow \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2}{3}$ ✓
Periode Gekürzt
z.B. $0,\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

DARSTELLUNGSWECHSEL BEGRÜNDET WÄHLEN (Zweckabhängig)

Genaue Rechnung **Vergleich & Messung**

$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$
Brüche sind oft genauer

$0,7 > 0,68$
Dezimalbrüche sind oft besser zu ordnen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Brüche in endliche oder periodische Dezimalbrüche umwandeln, umgekehrt endliche und einfache periodische Dezimalbrüche als Brüche darstellen und Darstellungswechsel begründet wählen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Dezimalsystem als Stellenwertsystem erklären und vergleichen S. 8	Natürliche Zahlen runden S. 9	Natürliche Zahlen in Primfaktoren zerlegen S. 23
---	-------------------------------	--

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen S. 59	Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen S. 61	Zuordnungen analysieren S. 75	Variablen in Sachsituationen einführen und deuten S. 80	Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten S. 81	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen S. 84
Lineare Gleichungen systematisch lösen S. 88	Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen S. 107	Quadratwurzeln definieren und schätzen S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen S. 149	Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren S. 151	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag [65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

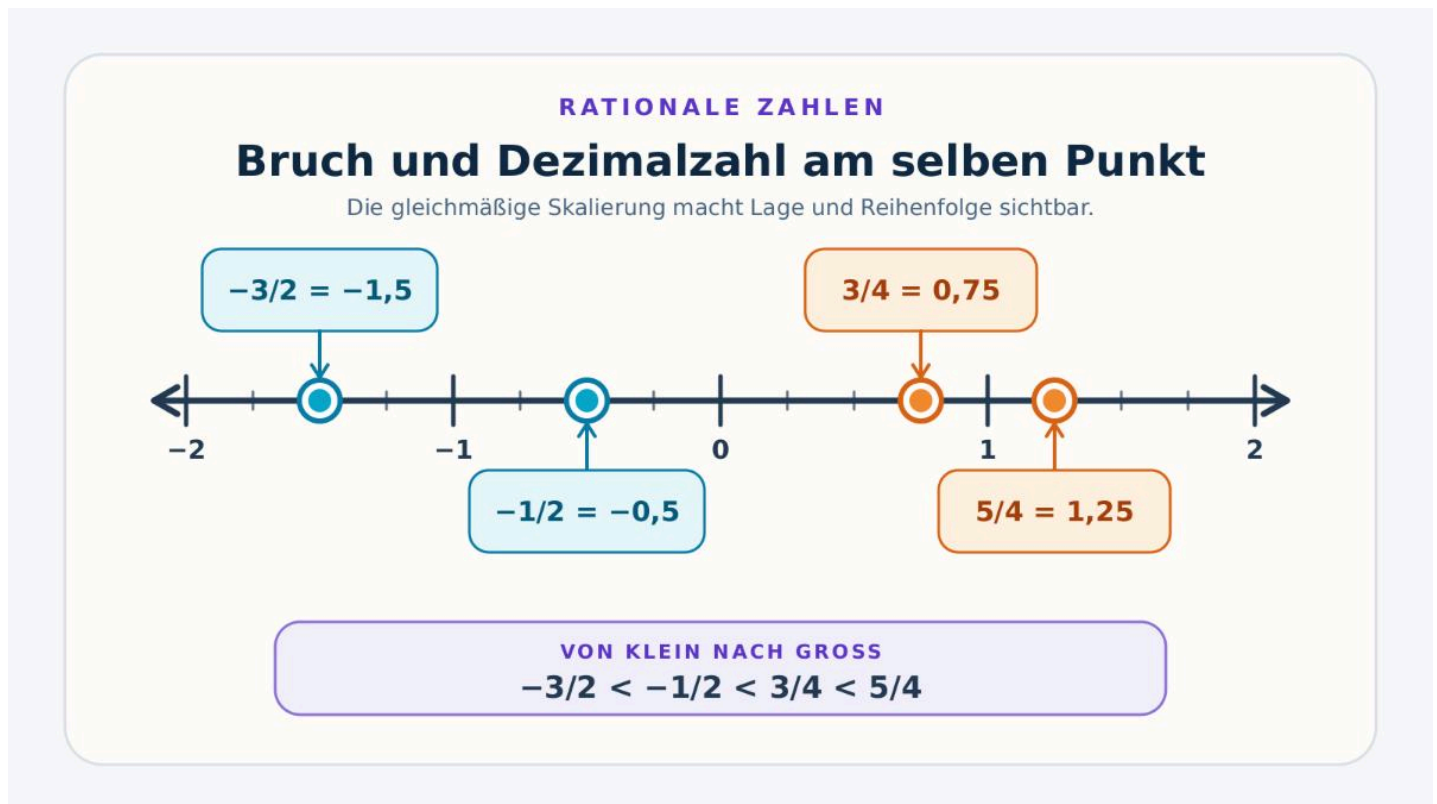
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) [fb81962a-4929-5f09-8d92-f9cf4b106c17](#)

Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen

Lernziel-ID f6b13b8e-1ecd-5420-905d-21290aa996a6

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen >

Rationale Zahlen darstellen, ordnen und in Zahlmengen einordnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann positive und negative nicht ganze rationale Zahlen, insbesondere Bruch- und Dezimalzahlen, auf einer passend skalierten Zahlengeraden darstellen, begründet ordnen und wertgleiche Darstellungen demselben Punkt zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Natürliche Zahlen darstellen und am Zahlenstrahl verorten cf474eab-1379-4877-907e-58b0892ce734	S. 1	Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen 9ef6c4fa-b97a-5d7a-86c1-96690f02d916	S. 2	Ganze Zahlen ordnen und an der Zahlengeraden darstellen d07ef7b1-8bd2-56e0-9e74-d90c3c3e02fe	S. 5
--	------	---	------	--	------

Wird direkt vorausgesetzt von

Beziehungen zwischen natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen erläutern 60c2418b-aa7f-58f6-964a-bc7cda2a673c	S. 41	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern ec9f2ed4-c9e6-5fb3-a073-75b53127e55d	S. 42	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db	S. 149
Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1	S. 151						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

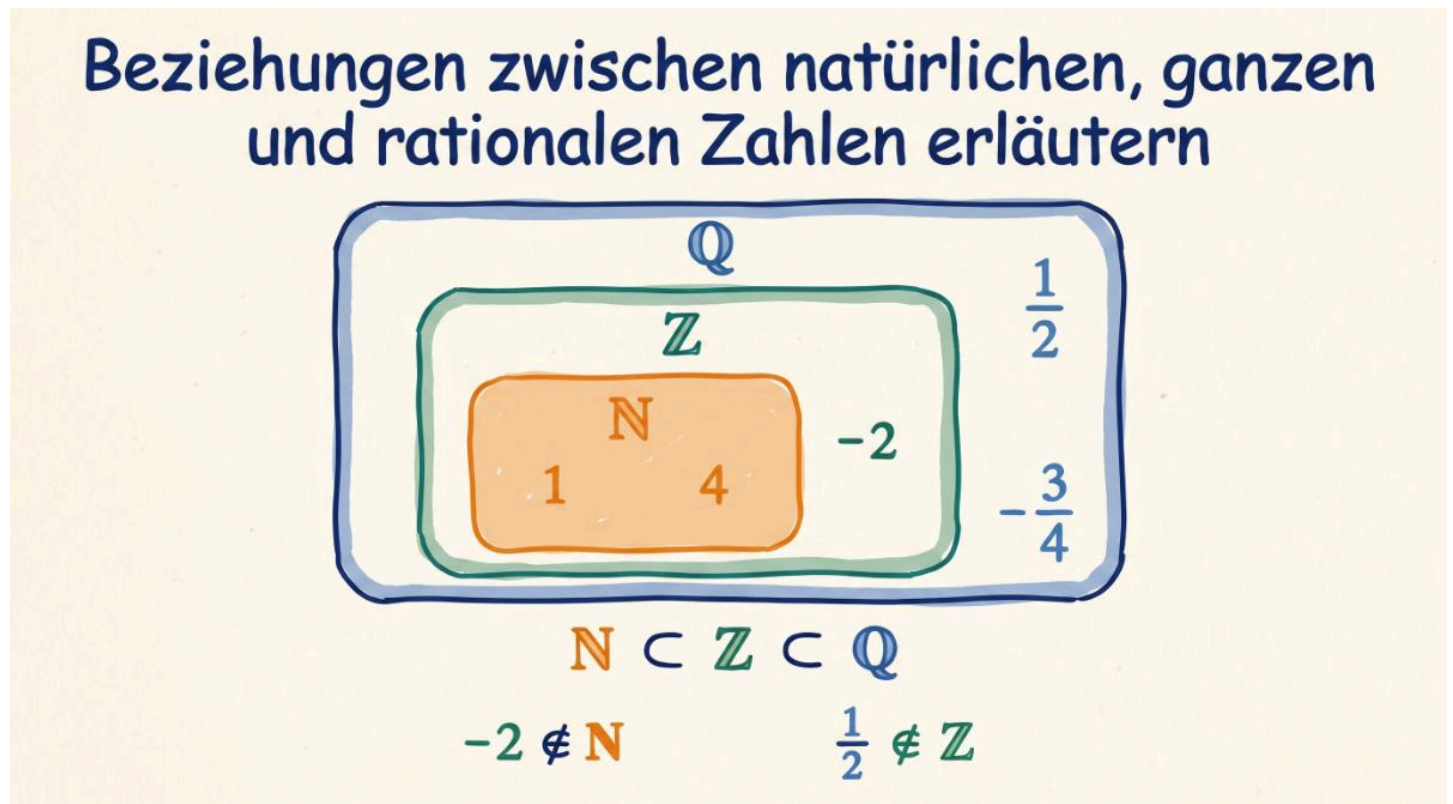
[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 13319b05-1654-5645-ab7b-733b0e180327

Beziehungen zwischen natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen erläutern

Lernziel-ID 60c2418b-aa9f-58f6-964a-bc7cda2a673c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen >

Rationale Zahlen darstellen, ordnen und in Zahlmengen einordnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zahlen passenden Zahlmengen zuordnen, anhand der Definitionen begründen, dass jede natürliche Zahl ganz und jede ganze Zahl rational ist, und mit Gegenbeispielen zeigen, dass die jeweiligen Umkehrungen nicht gelten.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen
f6b13b8e-1ecd-5420-905d-21290aa996a6

S. 40

Wird direkt vorausgesetzt von

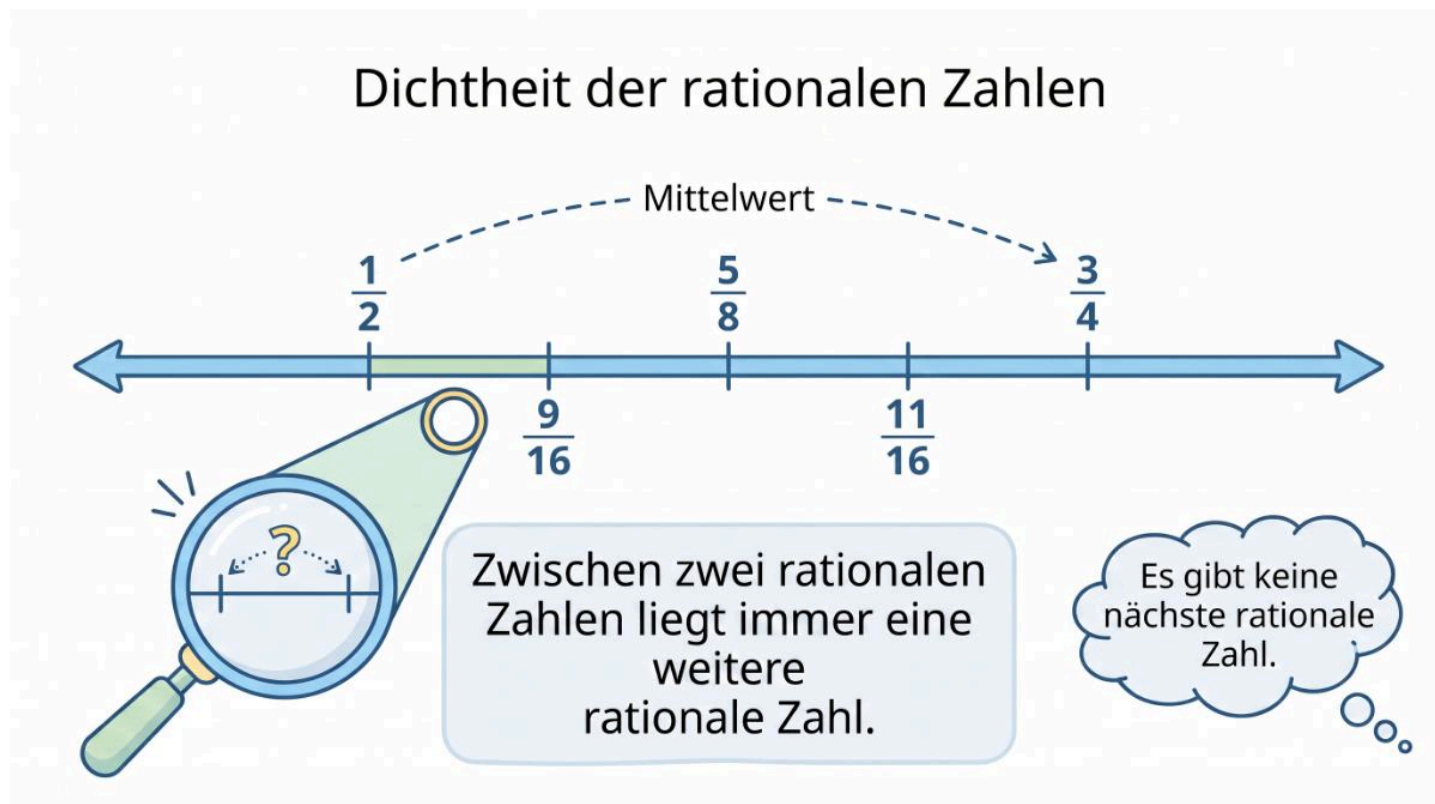
Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen
7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

S. 149

Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern

Lernziel-ID ec9f2ed4-c9e6-5fb3-a073-75b53127e55d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erläutern, dass zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen stets weitere rationale Zahlen liegen, durch wiederholte Mittelwertbildung beliebig viele davon konstruieren und damit die Dichtheit begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen 02013455-72a0-5213-9509-ed77f7ede62b	S. 38	Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen f6b13b8e-1ecd-5420-905d-21290aa996a6	S. 40
---	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Variablen in Sachsituationen einführen und deuten 5bba4ec2-3781-4624-8b62-e24b38f7f76e	S. 80	Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten c9112f89-f7af-40f3-af1f-06a04b5ad4ee	S. 81	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84	Lineare Gleichungen systematisch lösen 325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee	S. 88
Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen c420e0be-1e74-4050-834c-d8da7f41095a	S. 107	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db	S. 149		

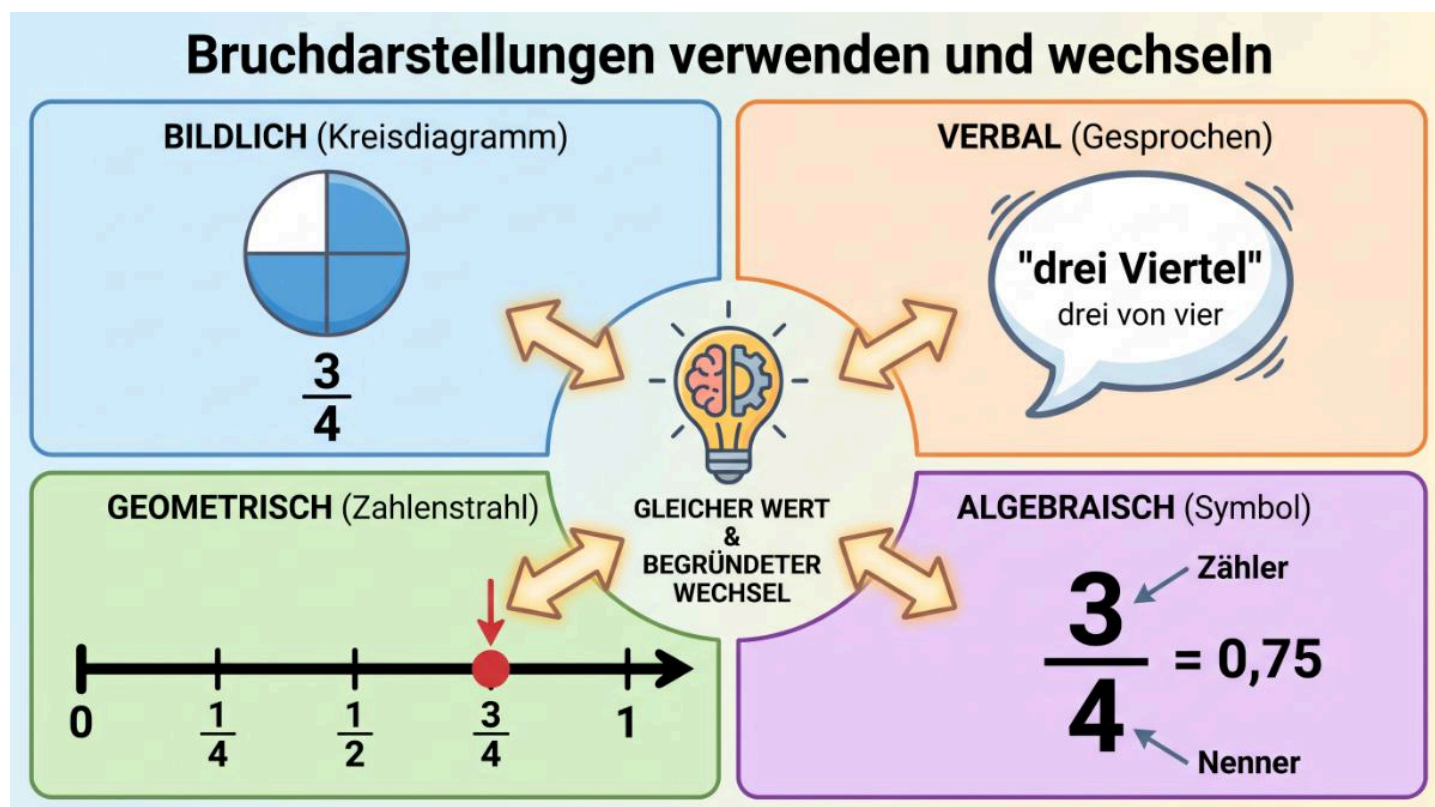
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) fb81062a-4929-5f09-8d92-f9cf4b106c17

Bruchdarstellungen verwenden und wechseln

Lernziel-ID f6a54a49-b6cf-4ab7-a185-aa08bfc6c97

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann denselben Bruchwert bildlich, verbal, geometrisch und algebraisch darstellen, Informationen zwischen diesen Darstellungen übertragen und begründen, warum der Wert beim Wechsel erhalten bleibt.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten

6b0075bb-f71c-59f6-ab98-fb894568cc26

S. 36

Wird direkt vorausgesetzt von

Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen

S. 44

2f565855-bcd6-4da5-bc80-4b72a2d93d50

Quadratwurzeln definieren und schätzen

f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

S. 147

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen

7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

S. 149

Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren

c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1

S. 151

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

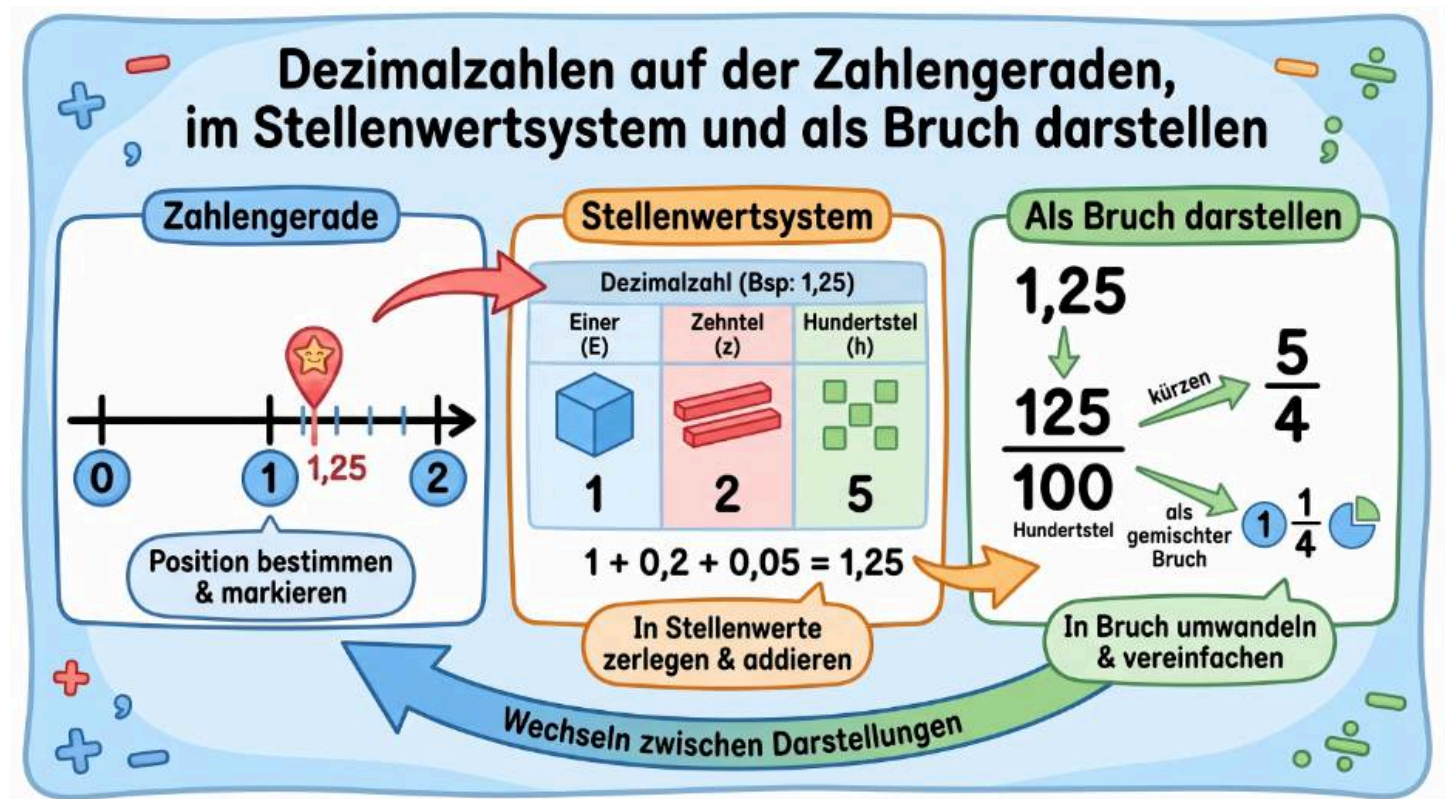
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) fb81062a-4929-5f09-8d92-f9cf4b106c17

Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen

Lernziel-ID 2f565855-bcd6-4da5-bc80-4b72a2d93d50

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Dezimalzahlen auf einer passend skalierten Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als wertgleichen Bruch darstellen, die entsprechenden Stellen und Anteile zuordnen und begründet zwischen den Darstellungen wechseln.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I - G8; Sek. I - G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I - G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I - G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bruchdarstellungen verwenden und wechseln f6a54a49-b6cf-4ab7-a185-aa08bfc6c97	S. 43
---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Zuordnungen analysieren 2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc	S. 75	Variablen in Sachsituationen einführen und deuten 5bba4ec2-3781-4624-8b62-e24b38f7f76e	S. 80	Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten c9112f89-ffaf-40f3-af1f-86a04b5ad4ee	S. 81	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84
Lineare Gleichungen systematisch lösen 325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee	S. 88	Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen c426e0be-1e74-4050-834c-d8da7f41095a	S. 107	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db	S. 149
Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fcdc1	S. 151						

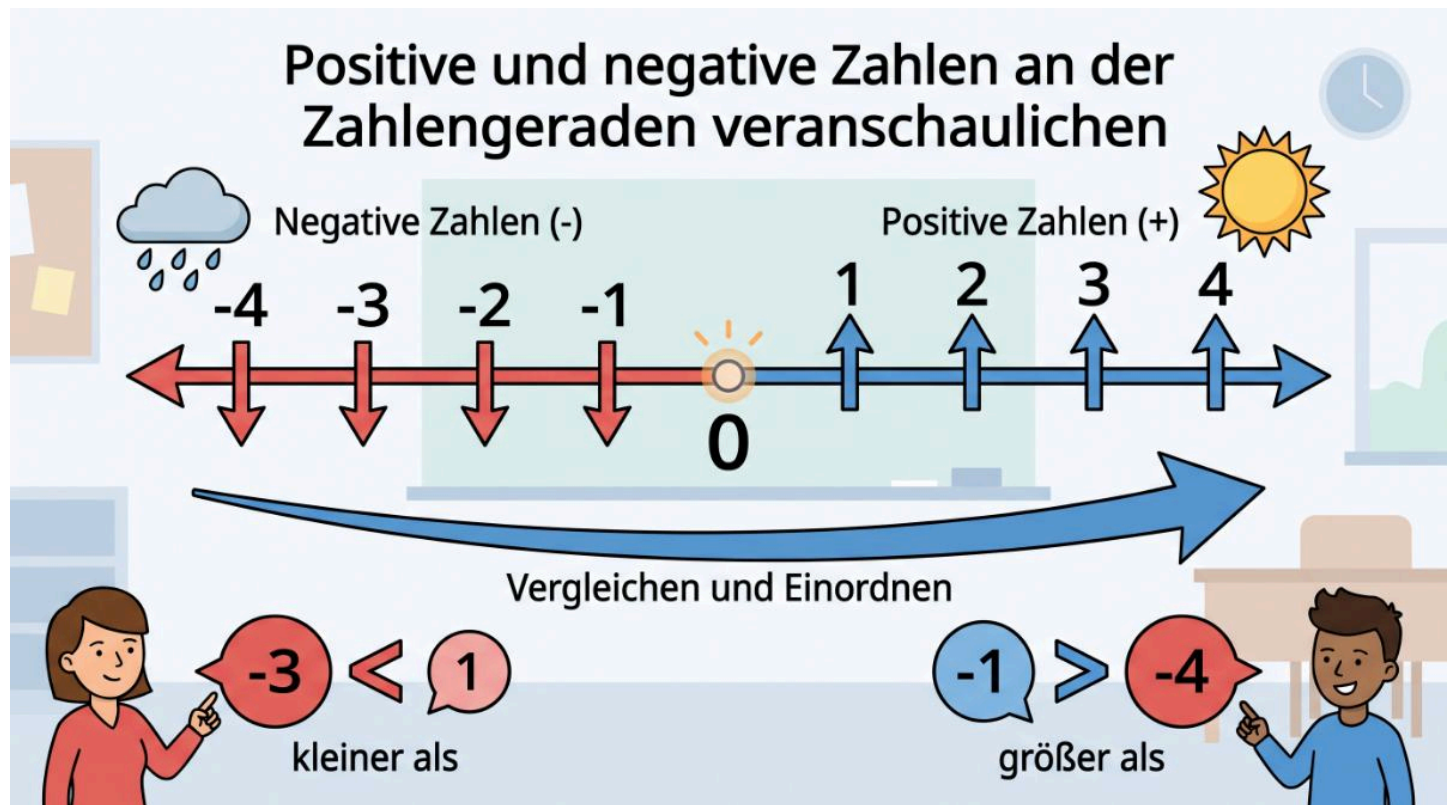
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Positive und negative Zahlen an der Zahlengeraden veranschaulichen

Lernziel-ID 199fe2ed-2576-4611-b8de-fd56fb9f78fc

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann positive und negative Zahlen auf einer passend skalierten Zahlengeraden verorten, ihre Lage relativ zu 0 deuten und Zahlen anhand der Links-rechts-Ordnung begründet vergleichen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Betrag einer Zahl angeben

44cb7484-114e-5b14-b33a-ddee41952d46

S. 46

Quadratwurzeln definieren und schätzen

f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

S. 147

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen

767600f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

S. 149

Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren

c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3f0c1

S. 151

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

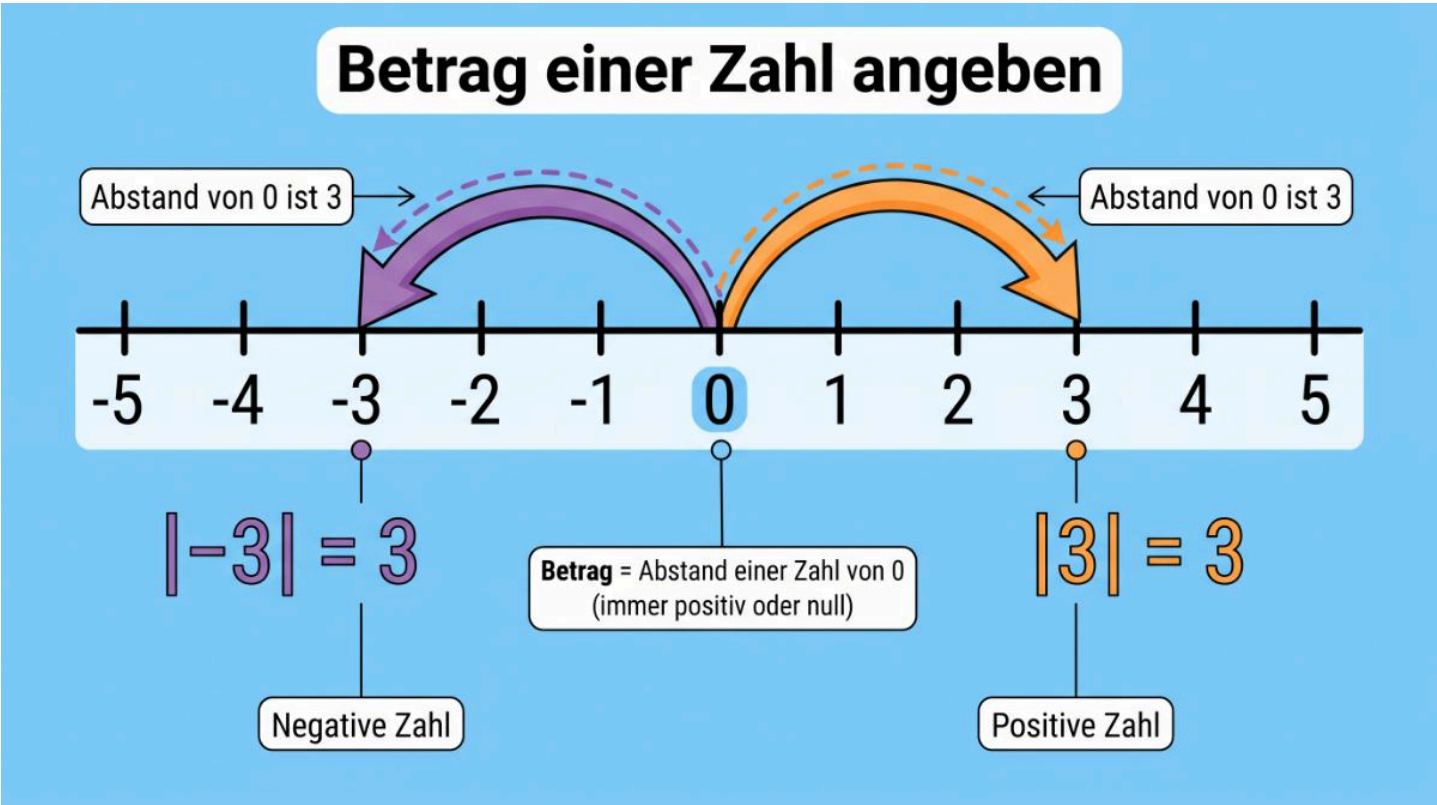
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 13319b05-1654-5645-ab7b-733b0e180327

Betrag einer Zahl angeben

Lernziel-ID 44cb7404-114e-5b14-b33a-ddee41952d46

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Betrag einer Zahl bestimmen und ihn als Abstand der Zahl von 0 auf der Zahlengeraden deuten.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Positive und negative Zahlen an der Zahlengeraden veranschaulichen

S. 45

Wird direkt vorausgesetzt von

Variablen in Sachsituationen einführen und deuten 5bba4ec2-3781-4624-8b62-e24b38f7f76e	S. 80	Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten c9112f89-ffaf-40f3-af1f-86a04b5ad4ee	S. 81	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84	Lineare Gleichungen systematisch lösen 325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee	S. 88
Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen c420e0be-1e74-4050-834c-d8da7f41095a	S. 107	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db	S. 149		

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

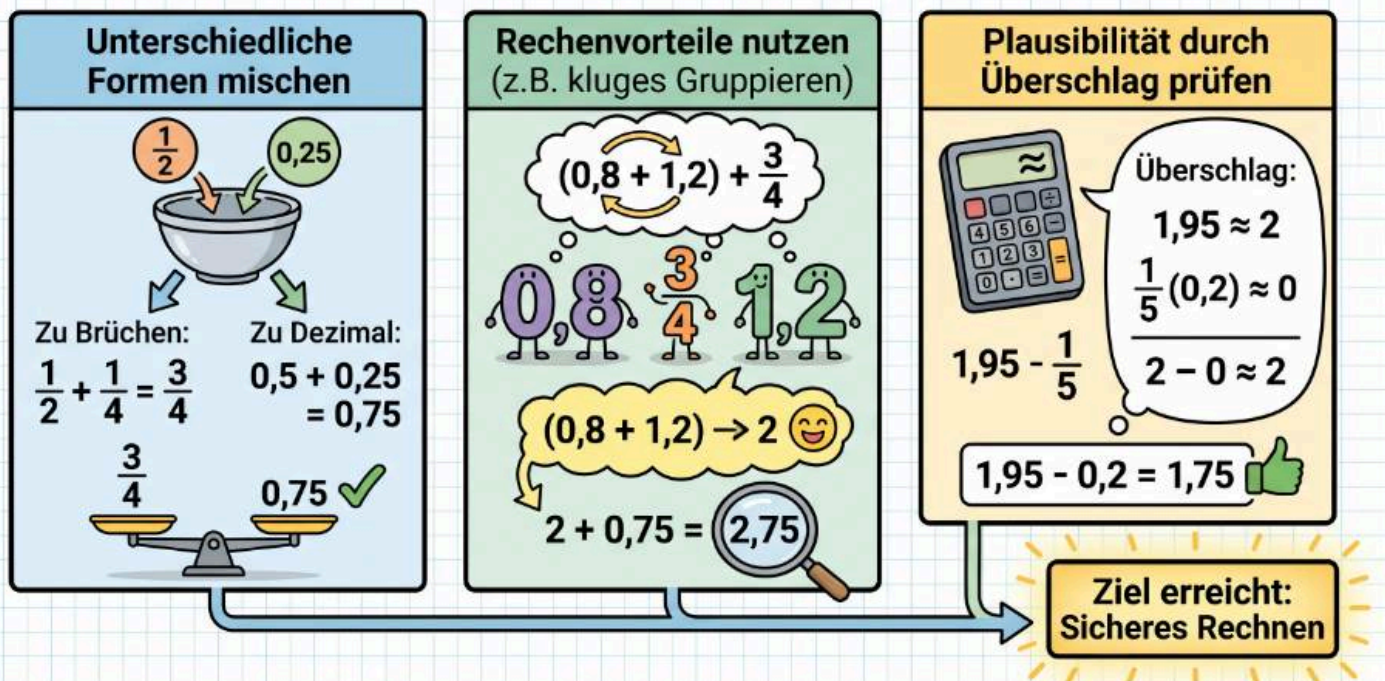
[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 13319b05-1654-5645-ab7b-733b0e180327

Rationale Zahlen addieren und subtrahieren

Lernziel-ID 4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52ffe9e89f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen

Rationale Zahlen addieren und subtrahieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann nicht ganze rationale Zahlen, insbesondere Brüche und Dezimalzahlen, wertgleich in eine für Addition oder Subtraktion geeignete Darstellung überführen, Additionen und Subtraktionen sicher ausführen, dabei Rechenvorteile nutzen und Ergebnisse durch Überschlag plausibilisieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganze Zahlen addieren 4b67bed9-06da-40b2-a306-24e9e7dfd390 S. 6	Ganze Zahlen subtrahieren 3fde4db5-9e92-5f3a-98e1-d386a42b9e01 S. 7	Natürliche Zahlen in Primfaktoren zerlegen a4c2b831-02f0-5d55-a300-7823a71352c4 S. 23	Klammerterme und Rechenreihenfolge sicher auswerten 5d1dec2-b01b-5c85-88fc-9fc255ff9776 S. 26
---	---	---	---

Wird direkt vorausgesetzt von

Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten 0a6dab2e-1bbb-5587-adb0-456d3991c327 S. 50	Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen 05012547-7263-5bfa-9e7c-df970745a011 S. 51	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28 S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db S. 149
Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1 S. 151			

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

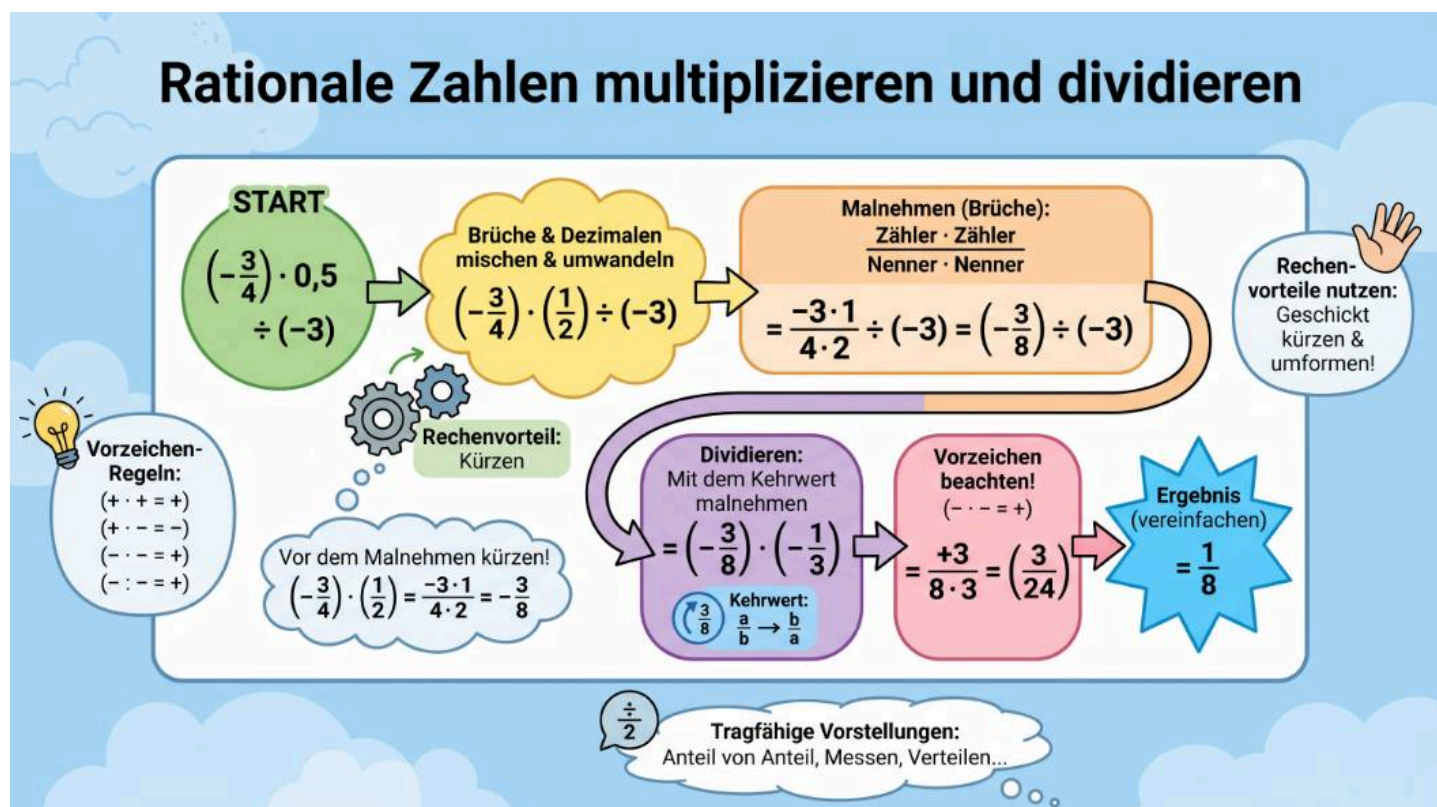
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 13319b05-1654-5645-ab7b-733b0e180327

Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren

Lernziel-ID ee48e811-4c9c-5080-9836-8403fc9f0810

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann nicht ganze rationale Zahlen, insbesondere Brüche und Dezimalzahlen, in verschiedenen Darstellungsformen multiplizieren und dividieren, dabei tragfähige Operationsvorstellungen nutzen und Rechenvorteile gezielt einsetzen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen ca7d6520-c4af-4109-9863-cc49ba6fad4d	S. 20	Natürliche Zahlen in Primfaktoren zerlegen a4c2b831-02f0-5d55-a300-7823a71352c4	S. 23	Klammerterme und Reihenfolgenfolge sicher auswerten 5d1dec2b-b01b-5c85-88fc-9fc255ff9776	S. 26
---	-------	---	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten 0a6dab2e-1bb0-5507-adb0-456d3991c327	S. 50	Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen 05012547-7263-5bfa-9e7c-df970745a011	S. 51	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7675b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db	S. 149
Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1	S. 151						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

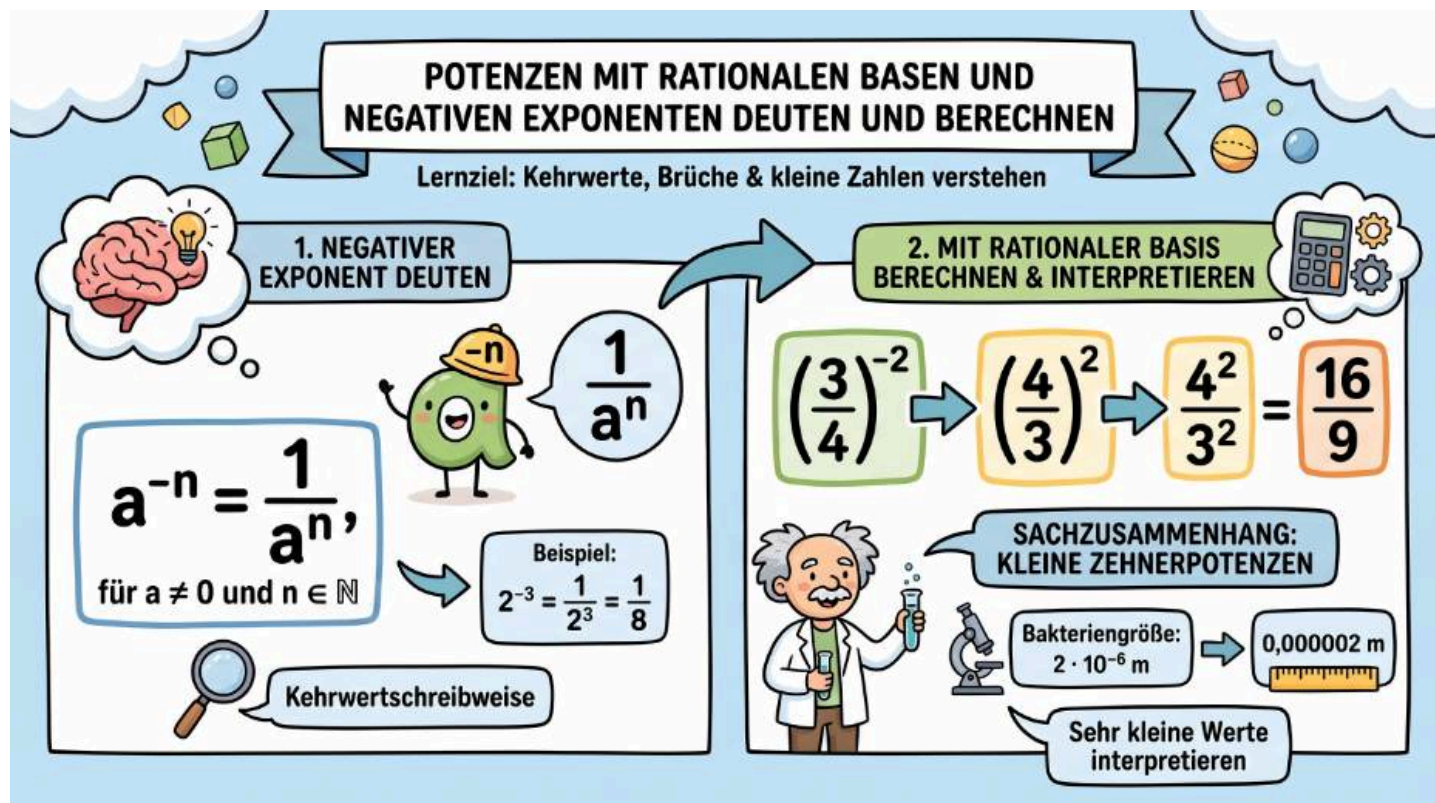
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 1b2bfd22-f0d8-5bdb-94b4-6143a5190f4b

Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen

Lernziel-ID 26f668a0-6425-5466-9cf7-6295dd189005

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Potenzen mit rationalen Basen berechnen, negative ganzzahlige Exponenten als Kehrwertschreibweisen deuten und Darstellungen sehr kleiner Größen mit negativen Zehnerpotenzen in Sachzusammenhängen interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Multiplikation und ganzzahlige Division als Umkehroperationen nutzen	S. 20	Potenzen mit natürlichen Exponenten deuten und berechnen	S. 24	Große Zahlen mit Zehnerpotenzen darstellen und deuten	S. 25
--	-------	--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Variablen in Sachsituationen einführen und deuten	S. 80	Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten	S. 81	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen	S. 84	Lineare Gleichungen systematisch lösen	S. 88	Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen	S. 107	Quadratwurzeln definieren und schätzen	S. 147
Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen	S. 149	Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren	S. 151								

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag [65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

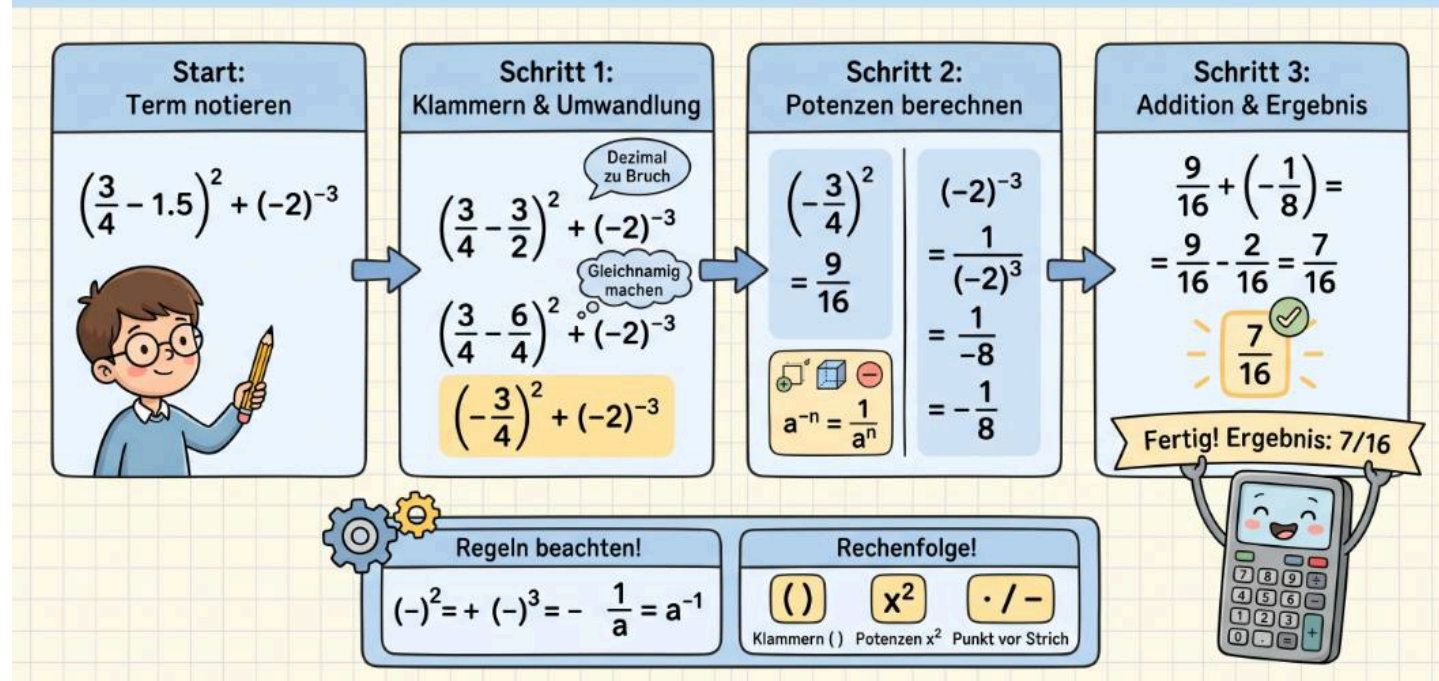
Aufgabe 3 (Jahrgangsstufe 6, 6 BE) [1b2b6d22-f6d8-5bdb-94b4-6143a5190f4b](#)

Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten

Lernziel-ID 0a6dab2e-1bbb-5587-adb0-456d3991c327

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen

Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die durch Grundrechenarten und Klammern bestimmte Struktur von Termen mit nicht ganzen rationalen Zahlen, insbesondere Brüchen und Dezimalzahlen, erkennen und fachsprachlich beschreiben, diese Terme strukturiert auswerten und die Rechenschritte nachvollziehbar notieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Klammerterme und Reihenfolge sicher auswerten 5d1dec2-b01b-5c85-88fc-9fc255ff9776	S. 26	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren 4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52f7fe9e89f	S. 47	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren ee48e811-4c9c-5080-9836-8403fc9f0810	S. 48
---	-------	--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen 05012547-7263-5bfa-9e7c-df970745a011	S. 51	Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcdbab3ec2e	S. 52	Termwerte durch Einsetzen berechnen a6469c01-6ca3-5eb2-a82c-94f3d0560b32	S. 85	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147
Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen 7676b0f9-349d-4a91-ab1f-92745a8f88db	S. 149	Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fcd1	S. 151				

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

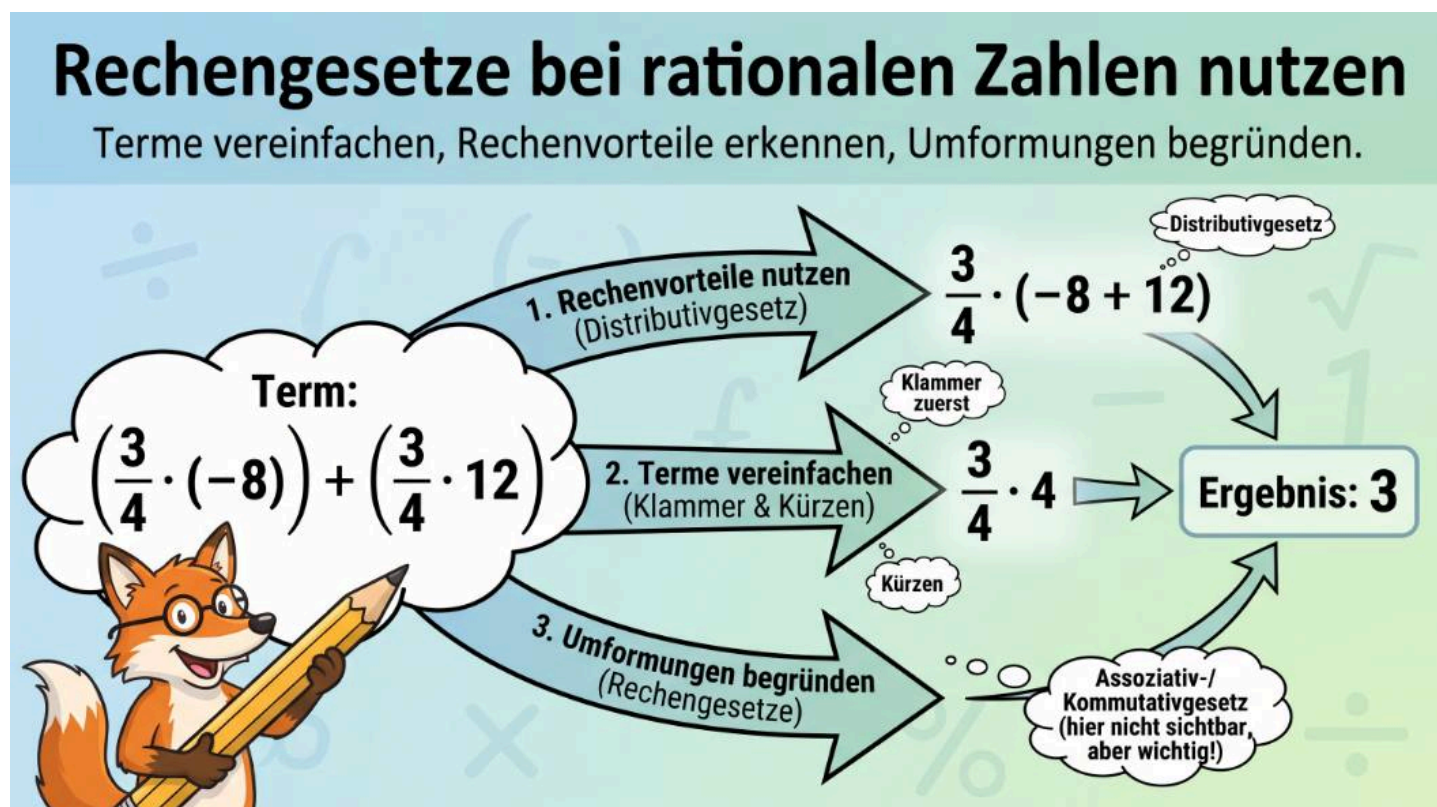
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 1b2bfd22-f0d8-5bdb-94b4-6143a5190f4b

Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen

Lernziel-ID 05012547-7263-5bfa-9e7c-df970745a011

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Rechengesetze bei rationalen Zahlen gezielt einsetzen, um Terme zu vereinfachen, Rechenvorteile zu nutzen und Umformungen zu begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rationale Zahlen addieren und subtrahieren S. 47
4eeab7d5-eeb3-579b-845e-1c52f9e9e89f

Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren S. 48
ee48e811-4c9c-5080-9836-8403fc9f0810

Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten S. 50
0a6dab2e-1bbb-5587-adb9-456d3991c327

Wird direkt vorausgesetzt von

Anteilsachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52
b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcbdad3ec2e

Quadratwurzeln definieren und schätzen S. 147
f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen S. 149
7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren S. 151
c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 1b2bfd22-f0d8-5bdb-94b4-6143a5190f4b

Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren

Lernziel-ID b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcdbab3ec2e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Rationale Zahlen darstellen und berechnen

Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren

Sachproblem (Anteile)

Ein Garten hat $\frac{3}{4}$ Rasen.
Vom Rest sind $\frac{2}{5}$ Blumen.
Wie groß ist der Blumenanteil?

Terme & Rechenwege

Modellieren: Rest berechnen, dann Anteil vom Anteil multiplizieren.

Ergebnisse im Kontext deuten

Der Blumenanteil beträgt $\frac{1}{10}$ des gesamten Gartens.

Deutung: Antwortsatz passt zum ursprünglichen Problem.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sachprobleme mit Anteilen oder Anteilen von Anteilen in Terme oder Rechenwege mit rationalen Zahlen übersetzen und Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten S. 36 Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten S. 50 Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen S. 51

Wird direkt vorausgesetzt von

Zuordnungen analysieren S. 75	Variablen in Sachsituationen einführen und deuten S. 80	Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten S. 81	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen S. 84	Lineare Gleichungen systematisch lösen S. 88	Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen S. 107
Quadratwurzeln definieren und schätzen S. 147	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen S. 149	Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren S. 151			

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

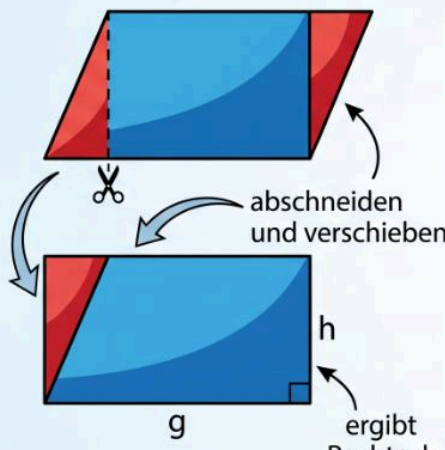
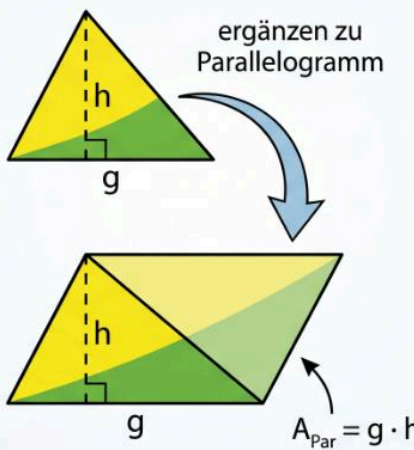
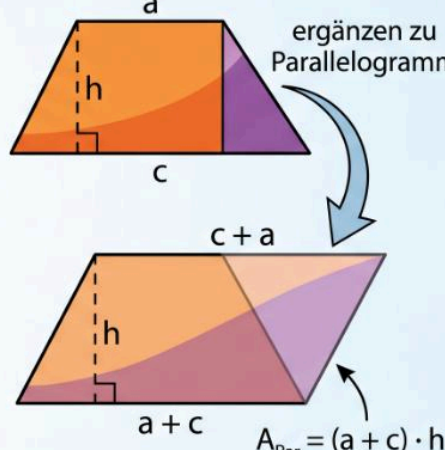
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) fb81062a-4929-5f09-8d92-f9cf4b106c17

Flächenformeln ebener Figuren durch Zerlegen und Ergänzen herleiten

Lernziel-ID 491e0858-e977-516e-a339-1cc2f9e9690f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Flächeninhalt und Volumen berechnen

„Flächenformeln durch Zerlegen und Ergänzen herleiten“

Parallelogramm	Dreieck	Trapez
 abschneiden und verschieben ergibt Rechteck $A = g \cdot h$	 ergänzen zu Parallelogramm $A_{\text{Par}} = g \cdot h$ $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$	 ergänzen zu Parallelogramm $A_{\text{Par}} = (a + c) \cdot h$ $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Flächenformeln für Parallelogramm, Dreieck und Trapez ausgehend vom Rechteck mithilfe von Zerlegen und Ergänzen herleiten und begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen d98649c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211	S. 19	Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3	S. 29	Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden d6c3fb37-ece6-5b56-9221-1eeb21845877	S. 34
---	-------	--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag [65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) [c1af440d-bfe0-52db-ba88-5e40f6f42e80](#)

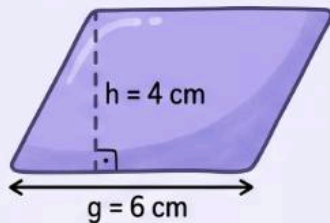
Flächeninhalte ebener Figuren berechnen

Lernziel-ID 87c55be5-06a9-41e2-a0d4-c60f7c8b8078

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Flächeninhalt und Volumen berechnen

FLÄCHENINHALTE EBENER FIGUREN BERECHNEN

Parallelogramm

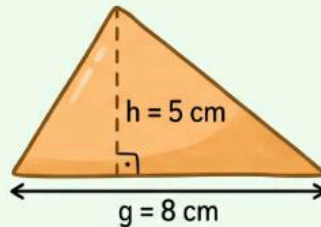


Formel: $A = g \cdot h$

Rechnung: $A = 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$

Ergebnis: $A = 24 \text{ cm}^2$

Dreieck



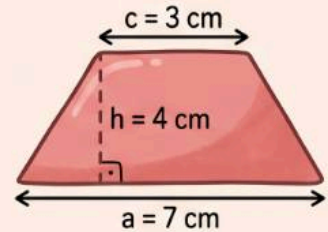
Formel: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

Rechnung: $A = \frac{8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2}$

$A = \frac{40 \text{ cm}^2}{2}$

Ergebnis: $A = 20 \text{ cm}^2$

Trapez



Formel: $A = \left(\frac{a+c}{2} \right) \cdot h$

Rechnung: $A = \left(\frac{7 \text{ cm} + 3 \text{ cm}}{2} \right) \cdot 4 \text{ cm}$

$A = \frac{10 \text{ cm}}{2} \cdot 4 \text{ cm}$

$A = 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$

Ergebnis: $A = 20 \text{ cm}^2$

Tipp: Längeneinheit (cm) $\neq$ Flächeneinheit (cm²)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Flächeninhalte von Parallelogrammen, Dreiecken, Trapezen sowie zusammengesetzten Figuren berechnen, Zerlegungsstrategien nutzen und Ergebnisse mit passenden Einheiten deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen

d98849c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211

S. 19

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden

d6c3fb37-ec6-5b56-9221-1eeb21845877

S. 34

Wird direkt vorausgesetzt von

Dynamische Zusammenhänge zwischen Größen erläutern

3d49cd27-3a84-50eb-ac35-f0b0bee80df2

S. 74

Volumen von Zylindern berechnen

415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3

S. 137

Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Kreisteilen berechnen

8064088b-dc0a-4a67-ad63-360fdcc9869d

S. 650

Volumen und Oberflächen gerader Prismen berechnen

59d5a330-61be-4590-ab46-cf7cefedc144

S. 676

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren

Lernziel-ID b44f038c-fb1f-527e-b9ad-382214d0328a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Flächeninhalt und Volumen berechnen

Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren

1. Grundfläche (A) auslegen

$A = l \times b$
 $= 4 \times 3$
 $= 12 \text{ FE (Flächeneinheiten)}$

12 Einheitsquadrate (LE^2)

2. Schichten stapeln (Höhe h)

$V = A \times h$
 $= 12 \text{ FE} \times 5 \text{ LE}$
 $= 60 \text{ VE (Volumeneinheiten)}$

3. Gesamtvolumen (V) und Formel

$V = l \times b \times h = 4 \times 3 \times 5 = 60 \text{ VE}$

Gesamtvolumen ist die Anzahl der Einheitswürfel (LE^3).

Einheiten-Aufbau

—
 1 LE
 (Längeneinheit)

→

1 LE^2
 (Flächeneinheit)

→

1 LE^3
 (Volumeneinheit)

$1 \text{ LE} \times 1 \text{ LE} = 1 \text{ LE}^2$; $1 \text{ LE}^2 \times 1 \text{ LE} = 1 \text{ LE}^3$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Volumenformel des Quaders mithilfe von Einheitswürfeln oder Messvorstellungen plausibilisieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen d98849c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211	S. 19	Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3	S. 29	Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten ca623958-c204-5d1b-bdd0-3f76765674cb	S. 30
---	-------	--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen 7c978529-ce62-5adc-897f-24ea80babbcb	S. 57	Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137
--	-------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

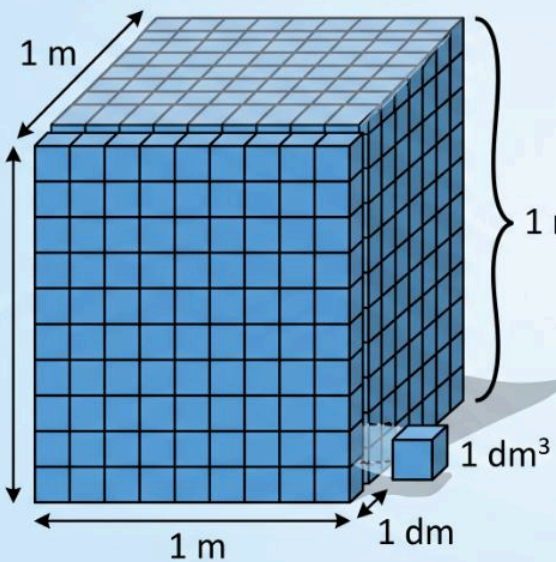
[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 974eda7b-ea7b-588e-b88a-547e7a097c70

Volumeneinheiten deuten und umrechnen

Lernziel-ID 57fbbf31-9b8c-5408-9af5-fbc73acd12bb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Flächeninhalt und Volumen berechnen

Volumeneinheiten deuten und umrechnen



$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} \Rightarrow 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ dm}^3$

$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$

$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$

$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$

$2500 \text{ cm}^3 = 2,5 \text{ dm}^3 = 2,5 \text{ l}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Volumeneinheiten, auch Liter und Milliliter, mithilfe von Einheitswürfeln oder Größenbezügen deuten, sicher umrechnen und ihr Vorgehen begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vierecke anhand ihrer Eigenschaften einordnen und begründen

d98849c7-bd0b-50d4-90aa-6293a3adb211

S. 19

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

ca623958-c204-5d1b-bdd0-3f76765674cb

S. 30

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen

7c978529-ce62-5adc-897f-24ea80babbc8

S. 57

Volumen von Zylindern berechnen

415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d08573e7ac3

S. 137

Volumen und Oberflächen gerader Prismen berechnen

59d5a330-61be-4590-ab46-cf7cefed144

S. 676

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

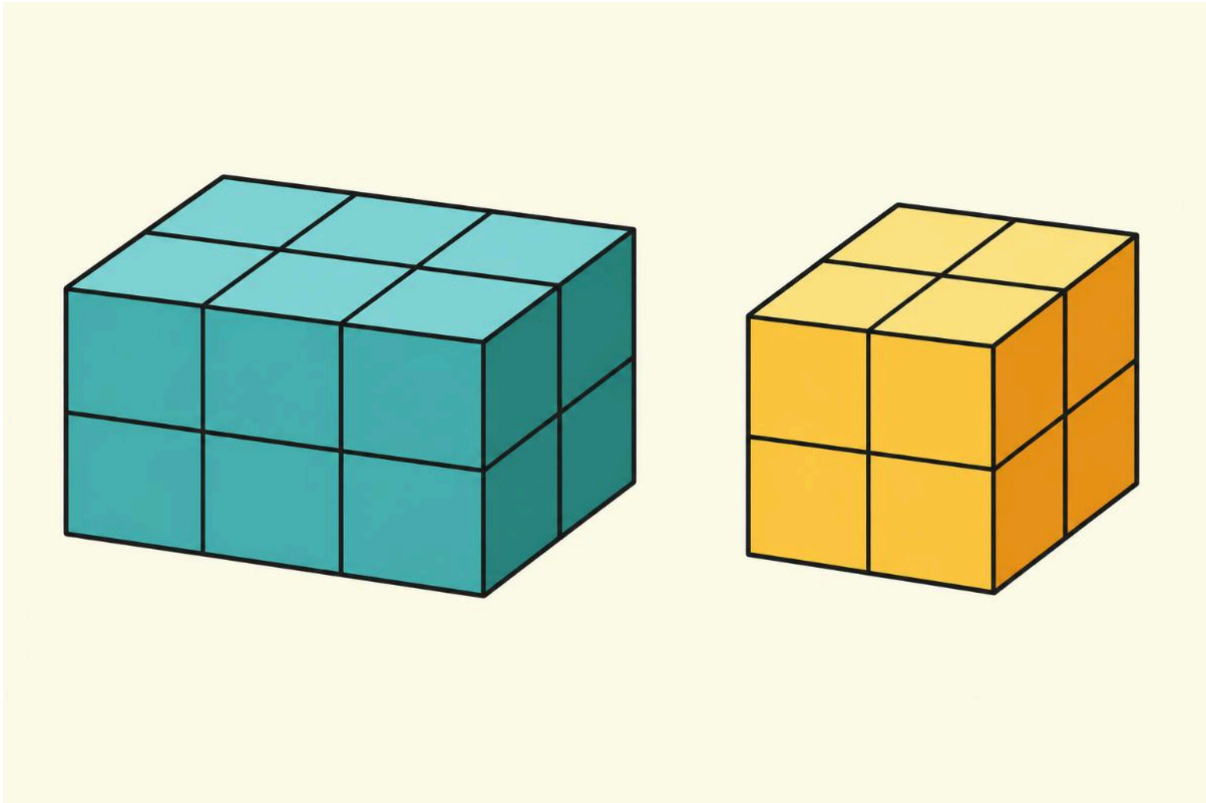
Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen

Lernziel-ID 7c978529-ce62-5adc-897f-24ea80babbc8

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Flächeninhalt und Volumen berechnen >

Volumina und Oberflächen einfacher Körper berechnen >

Volumina von Quadern, Würfeln und daraus zusammengesetzten Körpern bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Volumina von Quadern und Würfeln mithilfe von Einheitswürfeln oder aus Kantenlängen bestimmen, die Ergebnisse in geeigneten Volumeneinheiten angeben und sie nach erforderlicher Umrechnung vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren b44f038c-fb1f-527e-b9ad-382214d0328a	S. 55	Volumeneinheiten deuten und umrechnen 57fbbf31-9b8c-5408-9af5-fbc73acd12bb	S. 56
---	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumina zusammengesetzter Quaderkörper additiv bestimmen e01869db-891c-57a4-8660-789ec6875ec2	S. 58	Dynamische Zusammenhänge zwischen Größen erläutern 3d49cd27-3a84-50eb-ac35-f0b0bee80df2	S. 74	Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Dichte als abgeleitete Größe verwenden 2345ae25-5805-4c72-b830-32e63cc6262a	S. 678
--	-------	---	-------	--	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 974edaf7b-ea7b-588e-b88a-547e7a097c70

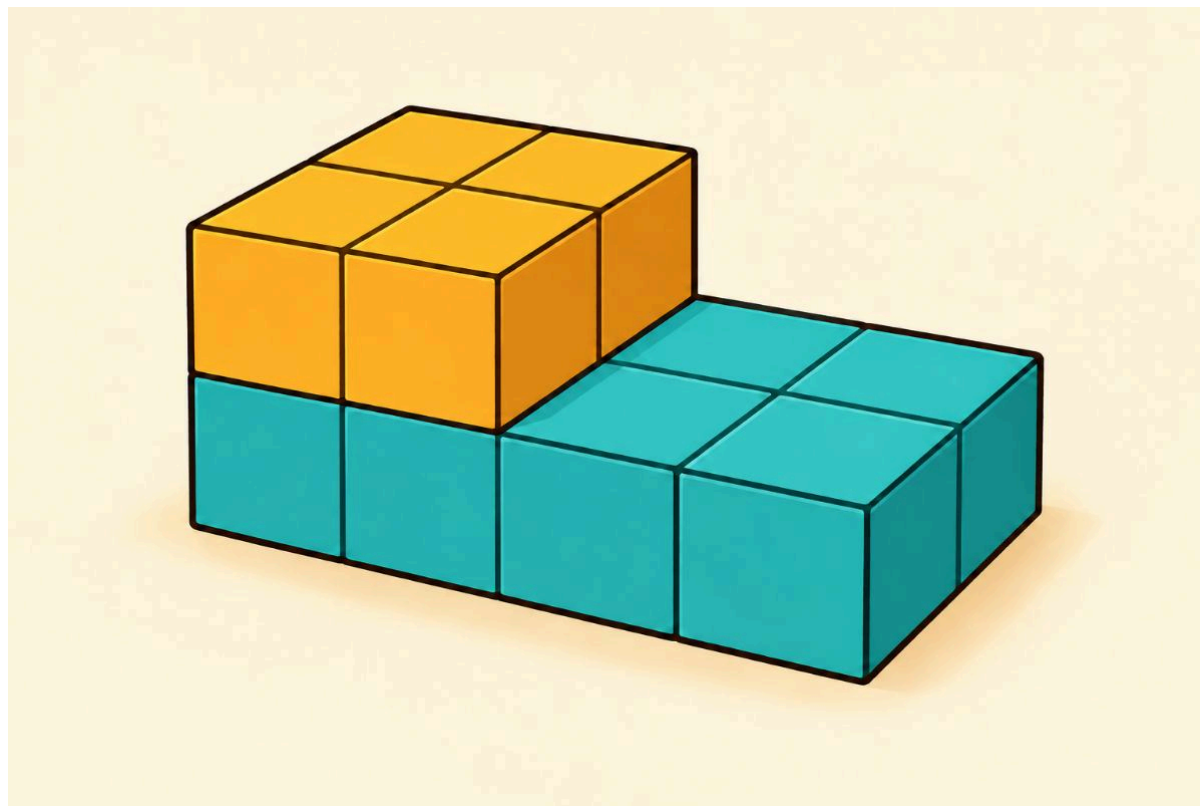
Volumina zusammengesetzter Quaderkörper additiv bestimmen

Lernziel-ID e01869db-891c-57a4-8660-789ec6875ec2

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Jahrgangsstufe 6](#) > [Flächeninhalt und Volumen berechnen](#) >

[Volumina und Oberflächen einfacher Körper berechnen](#) >

[Volumina von Quadern, Würfeln und daraus zusammengesetzten Körpern bestimmen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Additivität des Volumens nutzen, um die Volumina aus Quadern und Würfeln zusammengesetzter Körper durch eine geeignete lücken- und überlappungsfreie Zerlegung oder durch Ergänzen zu einem Quader und Subtrahieren des Ergänzungsvolumens zu bestimmen und das Ergebnis anhand der Körperstruktur auf Plausibilität zu prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen

7c978529-ce62-5adc-897f-24ea80babbc8

S. 57

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zusatzaufgabe S3: Volumenadditivität bei einem zusammengesetzten Quaderkörper](#) 7285df88-39cf-59c5-86c3-166e84669abc

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen

Lernziel-ID 71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Prozentrechnung anwenden und Daten auswerten

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen: Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz unterscheiden

$$\text{Definition: } p \% = \frac{p}{100}$$

Prozentwert W berechnen

$G = 80 \text{ €}$
(Grundwert)

$p \% = 20 \%$
(Prozentsatz)

$W = 20 \% \cdot 80 \text{ €} = 16 \text{ €}$

$W = 16 \text{ €}$
(Prozentwert)

Grundwert G berechnen

$W = 15 \text{ €}$
(Prozentwert)

$p \% = 25 \%$
(Prozentsatz)

$G = \frac{15 \text{ €}}{25 \%} = 60 \text{ €}$

$G = 60 \text{ €}$
(Grundwert)

Prozentsatz p % berechnen

$W = 18 \text{ €}$
(Prozentwert)

$G = 60 \text{ €}$
(Grundwert)

$p \% = \frac{18 \text{ €}}{60 \text{ €}} = 0,30 = 30 \%$
also $p = 30$

$p \% = 30 \%$ (Prozentsatz)

Grundwert G:
Die Ausgangsgröße
oder das Ganze.

Prozentwert W:
Der Teil des Ganzen.

Prozentsatz p %:
Der Anteil in Prozent.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Grundaufgaben der Prozentrechnung in einfachen Sachzusammenhängen lösen und dabei insbesondere Grundgleichung, Schlussrechnung sowie typische Anwendungen wie Rabatt und Zins nachvollziehbar einsetzen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache proportionale Sachaufgaben mit Dreisatz lösen	S. 31	Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln	S. 39
--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Prozentangaben in Texten deuten und prüfen	S. 60	Einfache Zinsrechnung im Prozentkontext anwenden	S. 86	Prozentrechnungen in anspruchsvolleren Sachzusammenhängen anwenden	S. 87	Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen	S. 92	Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen	S. 93	Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten	S. 94
Zinssatz tabellarisch näherungsweise bestimmen	S. 117	Tilgung oder Sparrate tabellarisch näherungsweise bestimmen	S. 118	Laufzeit tabellarisch näherungsweise bestimmen	S. 119						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Prozentangaben in Texten deuten und prüfen

Lernziel-ID 72b6bfa5-8e34-4029-8f85-0277207c485e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Prozentrechnung anwenden und Daten auswerten

☒ Text lesen
☒ Zahlen markieren
☐ Aussage prüfen

Prozentangaben in Texten deuten und prüfen

Aussage: drei von fünf

$\frac{3}{5} = 60\%$ ✓

Aussage: jeder Siebte

$\frac{1}{7} \approx 14\%$ ✓

7% ✗

Aussage: von 20% auf 25%

+5 Prozentpunkte ✓

+5% Anstieg ✗

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Prozentangaben in einfachen Texten erschließen, mathematisch relevante Informationen herausarbeiten, zwischen Prozent und Prozentpunkten unterscheiden und gebräuchliche alternative Darstellungen wie "jeder Siebte" oder "drei von fünf" kritisch prüfen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen

71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a

S. 59

Wird direkt vorausgesetzt von

Prozentrechnungen in anspruchsvolleren Sachzusammenhängen anwenden

S. 87

804d7443-9976-5d81-a47d-1601f42f7e0e

Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen

S. 92

2242c379-d0bb-4f03-8aed-13f49a4674e8

Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen

S. 93

3e0c9bce-2528-4cf1-9b1f-c79146b0a5f2

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten

S. 94

b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

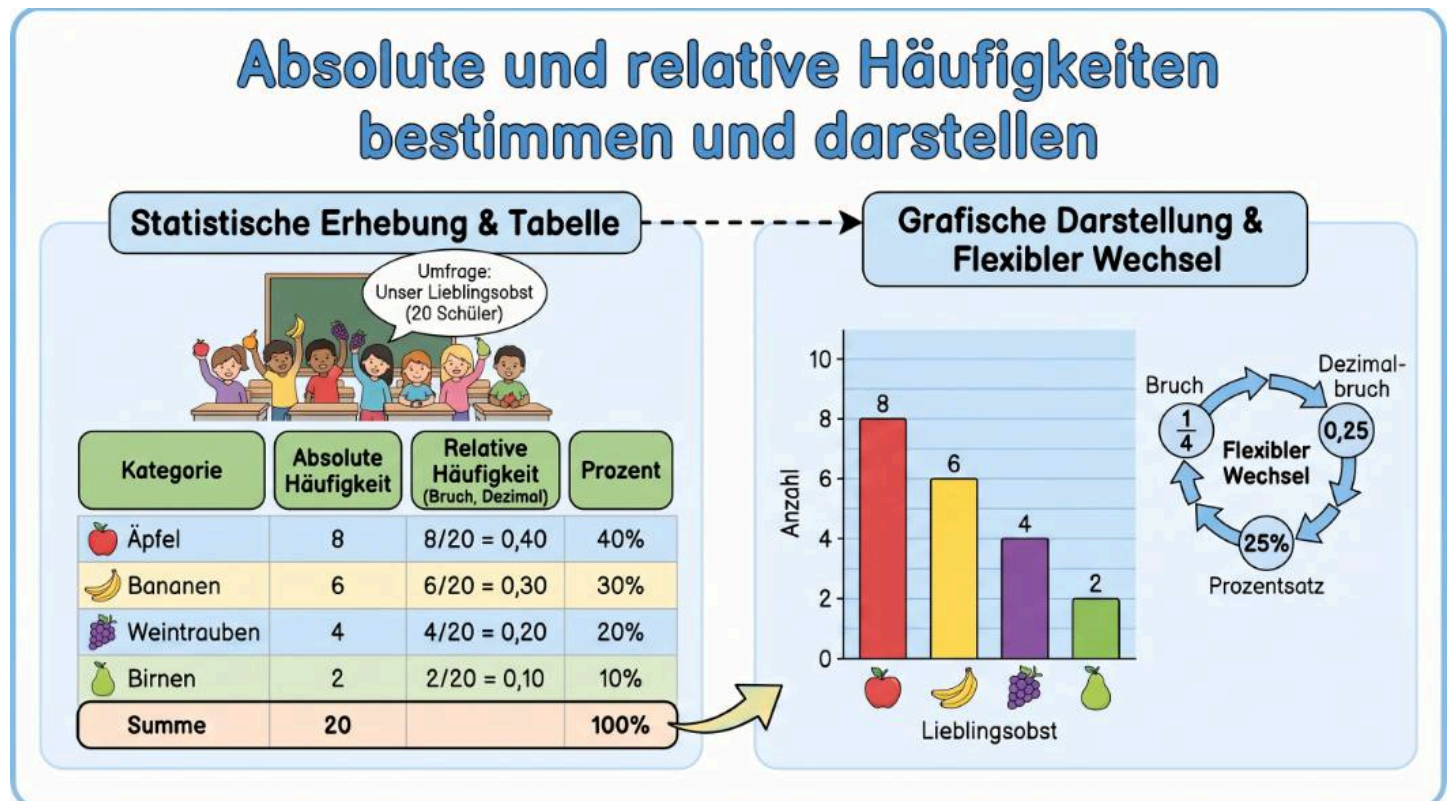
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen

Lernziel-ID 91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Prozentrechnung anwenden und Daten auswerten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu statistischen Erhebungen absolute und relative Häufigkeiten bestimmen, flexibel zwischen Bruch, Dezimalbruch und Prozentsatz wechseln und die Daten tabellarisch oder grafisch in geeigneter Form darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln

ca8b2e67-7d14-5baF-8404-26829fe3d548

S. 39

Wird direkt vorausgesetzt von

Diagramme kritisch interpretieren acbb7e26-f85f-405b-a3e5-affa6add6711	S. 62	Arithmetisches Mittel bestimmen und deuten 15505229-efec-4d01-8e71-acf15f9c2424	S. 63	Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen 2242c379-ddbb-4f03-8aed-13f49a4674e8	S. 92	Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen 3e0c9bce-2528-4cf1-9b1f-c79146b0a5f2	S. 93
Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c	S. 94	Statistische Daten aus Sekundärquellen entnehmen bc1a4cba-a8a8-5e59-9f3f-1e8fe7918004	S. 95	Häufigkeiten bestimmen und Wahrscheinlichkeiten schätzen 8823e26e-694c-581b-9adf-4db7db6f43c9	S. 414	Modalwert bestimmen und im Kontext deuten 03703b29-efd8-57e0-acf5-4381b1dc67ec	S. 646

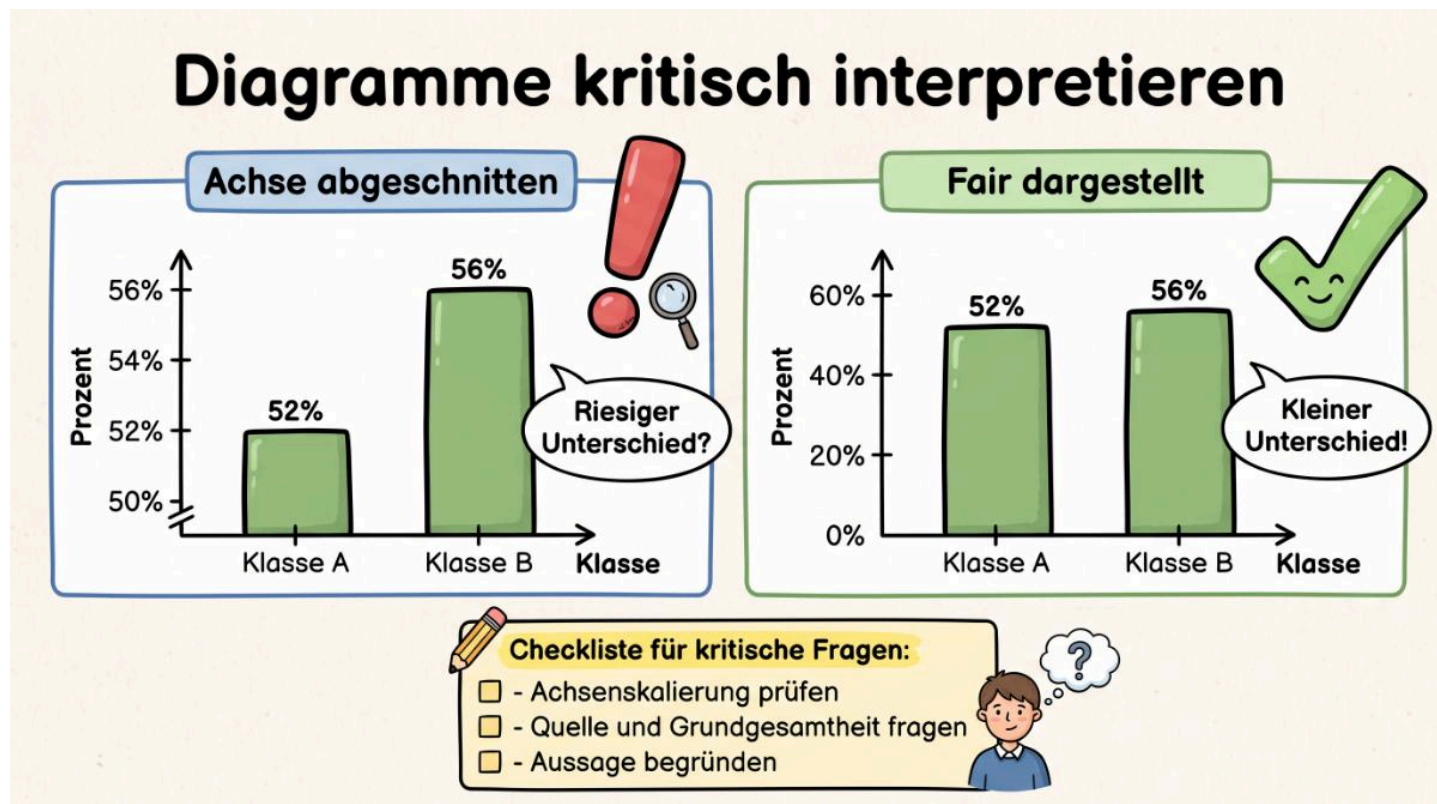
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Diagramme kritisch interpretieren

Lernziel-ID acbb7e26-f85f-405b-a3e5-affa6add6711

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Prozentrechnung anwenden und Daten auswerten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu Diagrammen sinnvolle Fragen formulieren, begründete Aussagen treffen, manipulative Darstellungen erkennen und die Aussagekraft verschiedener Visualisierungen altersangemessen diskutieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen

91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453

S. 61

Wird direkt vorausgesetzt von

Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen

2242c379-ddbb-4f03-8aed-13f49a4674e8

S. 92

Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen

3e0c9bce-2528-4cf1-9b1f-c79146b0a5f2

S. 93

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten

b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c

S. 94

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

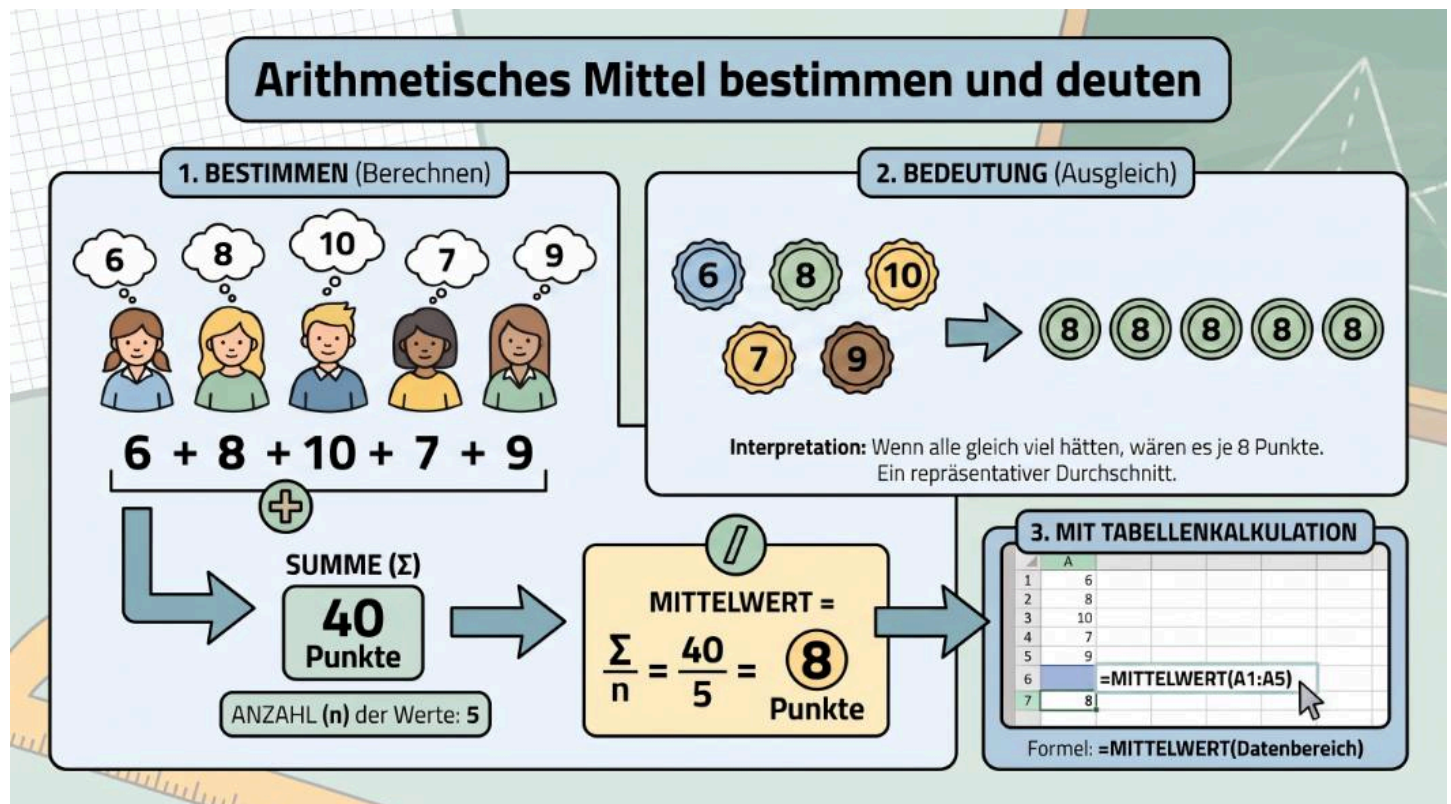
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Arithmetisches Mittel bestimmen und deuten

Lernziel-ID 15505229-efec-4d01-8e71-acf15f9c2424

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Prozentrechnung anwenden und Daten auswerten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das arithmetische Mittel aus Daten bestimmen, auch mit einem Tabellenkalkulationsprogramm berechnen, und seine Bedeutung bei der Interpretation von Daten im Kontext erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen

91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453

S. 61

Wird direkt vorausgesetzt von

Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen

S. 92

2242c379-ddbb-4f03-8aed-13f49a4674e8

Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen

S. 93

3e0c9bce-2528-4cf1-9b1f-c79146b0a5f2

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten

S. 94

b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

S. 476

e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

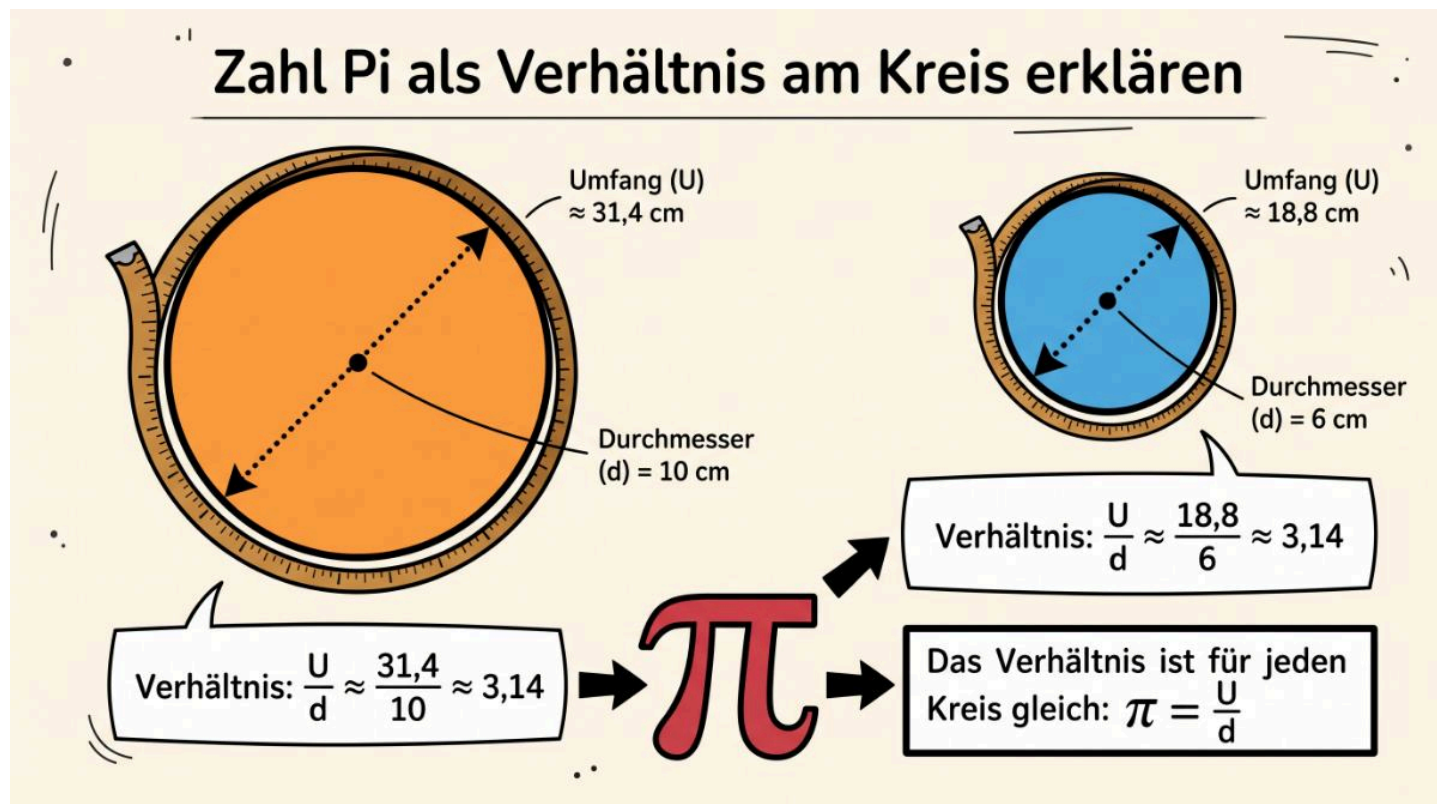
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Zahl Pi als Verhältnis am Kreis erklären

Lernziel-ID 8a691345-3216-522c-a898-d65e8e94db28

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Zahl Pi als Verhältnis von Umfang und Durchmesser eines Kreises erklären und dieses Verhältnis an Kreisbeispielen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kreise aus Mittelpunkt und Radius zeichnen und begründen 1dd0266c-41b4-5481-b64b-7b718cfe799b	S. 15	Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden d6c3fb37-ece6-5b56-9221-1eeb21845877	S. 34
---	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Bogenmass am Einheitskreis veranschaulichen und sicher zwischen Grad- und Bogenmass wechseln 8d30d241-0247-48ac-83d3-4e0de61584d3	S. 177	Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben 5d17ebb4-4e27-4f9c-8d0b-3520f34b2e11	S. 181	Einheitskreis und Bogenmass für trigonometrische Funktionen nutzen 82597dfb-0ec6-4a77-abaf-e1d6bdd12041	S. 632	Trigonometrische Graphen und Periodizität deuten 46bdcc16-418f-417a-89cf-033d7ae6c8cc	S. 633
---	--------	--	--------	---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Elementare Körper erkennen und benennen

Lernziel-ID c823b5a2-82e3-5e22-9c27-c0f41cc5eac6

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Quader, Würfel, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel in Darstellungen oder Modellen erkennen und fachsprachlich benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen

S. 16

2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb033bf16099

Wird direkt vorausgesetzt von

Oberflächeninhalte von
Quadern und Würfeln aus
ihren Seitenflächen berechnen

S. 66

cddcdabd-ad58-58ad-bfbd-d9fd8fe2d8fa

Netze von Quadern und
Würfeln zeichnen

S. 69

f52e9d72-4995-5c80-91d2-7761ea0cbec0

Schrägbilder von Quadern und
Würfeln zeichnen

S. 70

6bb52f96-6320-5a34-afb0-db9b471dd4ac

Eine orthogonale Ansicht
eines Quaders oder Würfels
zeichnen

S. 71

bce2c2cb-5594-5c19-8ae7-bd8c5e1ada82

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

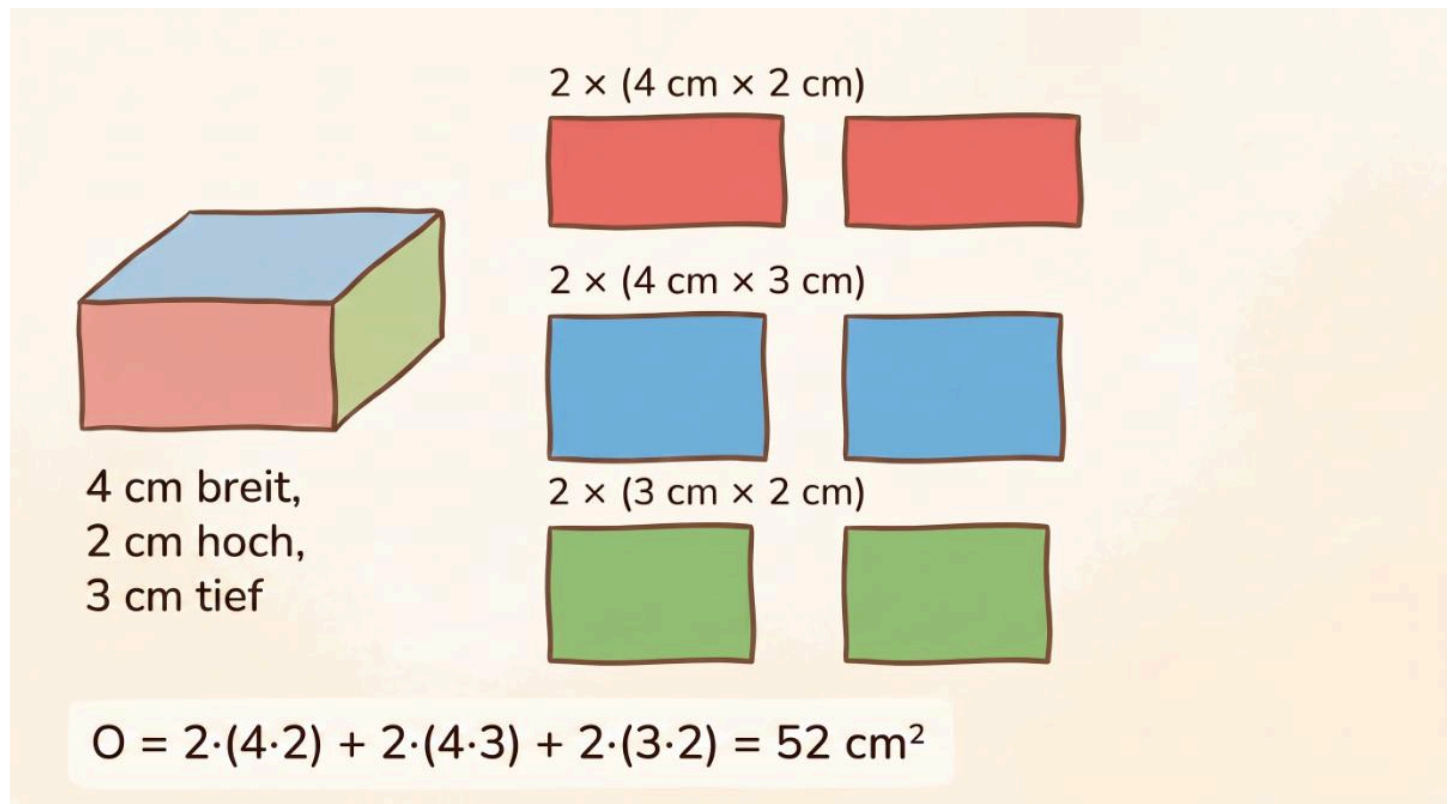
[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 974edafb-ea7b-588e-b88a-547e7a097c70

Oberflächeninhalte von Quadern und Würfeln aus ihren Seitenflächen berechnen

Lernziel-ID cddcdabd-ad58-58ad-bfbd-d9fd8fe2d8fa

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Flächeninhalt und Volumen berechnen >

Volumina und Oberflächen einfacher Körper berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einem Quader oder Würfel die Flächeninhalte der sechs Seitenflächen aus den Kantenlängen bestimmen, gleich große Seitenflächen berücksichtigen und sie zum Oberflächeninhalt addieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rechteckflächenformel aus dem Messprinzip erklären

S. 35

Elementare Körper erkennen und benennen

S. 65

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

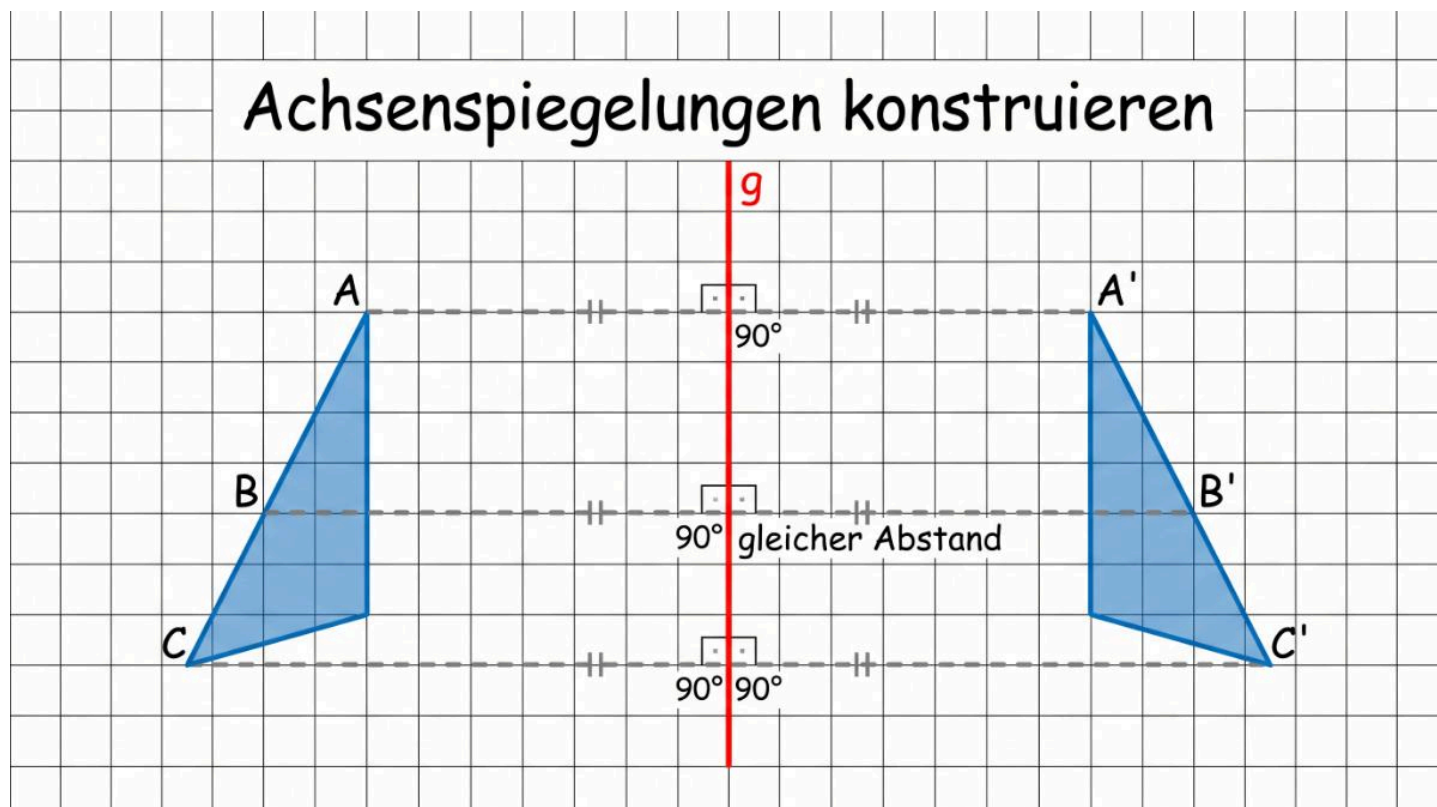
[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) [974edafb-ea7b-588e-b88a-547e7a097c70](#)

Achsenspiegelungen konstruieren

Lernziel-ID 2f3d24e7-2450-55d8-97c2-3e106d2854c6

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln >

Achsenspiegelungen und Punktspiegelungen durchführen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem Punkt oder einer Figur an einer gegebenen Geraden die Bildpunkte so konstruieren, dass die Verbindungsstrecken senkrecht zur Spiegelachse verlaufen und Ausgangs- und Bildpunkt jeweils denselben Abstand von ihr haben, und diese Bedingungen prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen

2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb033bf16099

S. 16

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

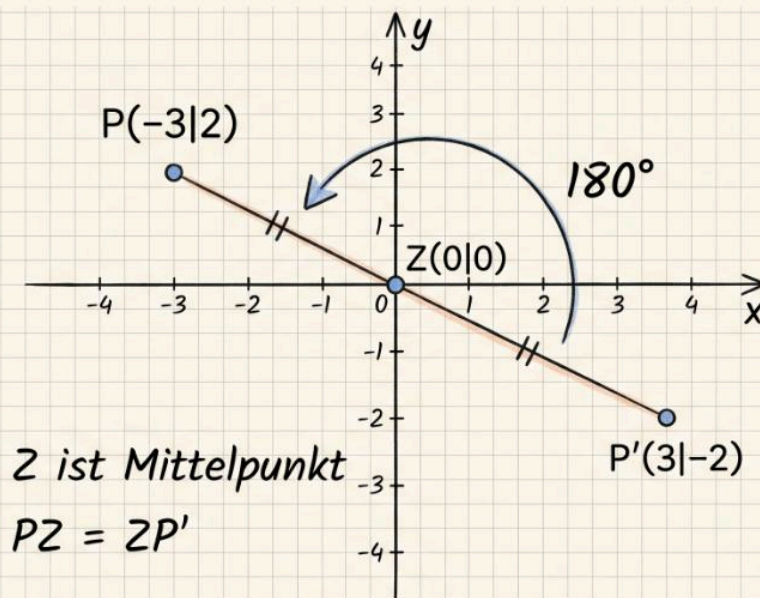
[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Punktspiegelungen konstruieren

Lernziel-ID 50e4ecab-d462-5496-b493-b30d699eb100

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln > Achsenspiegelungen und Punktspiegelungen durchführen

Punktspiegelungen konstruieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem Punkt oder einer Figur bei gegebenem Spiegelzentrum die Bildpunkte so konstruieren, dass das Spiegelzentrum jeweils auf der Verbindungsstrecke liegt und von Ausgangs- und Bildpunkt gleich weit entfernt ist, und diese Bedingung prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen
25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

S. 14

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

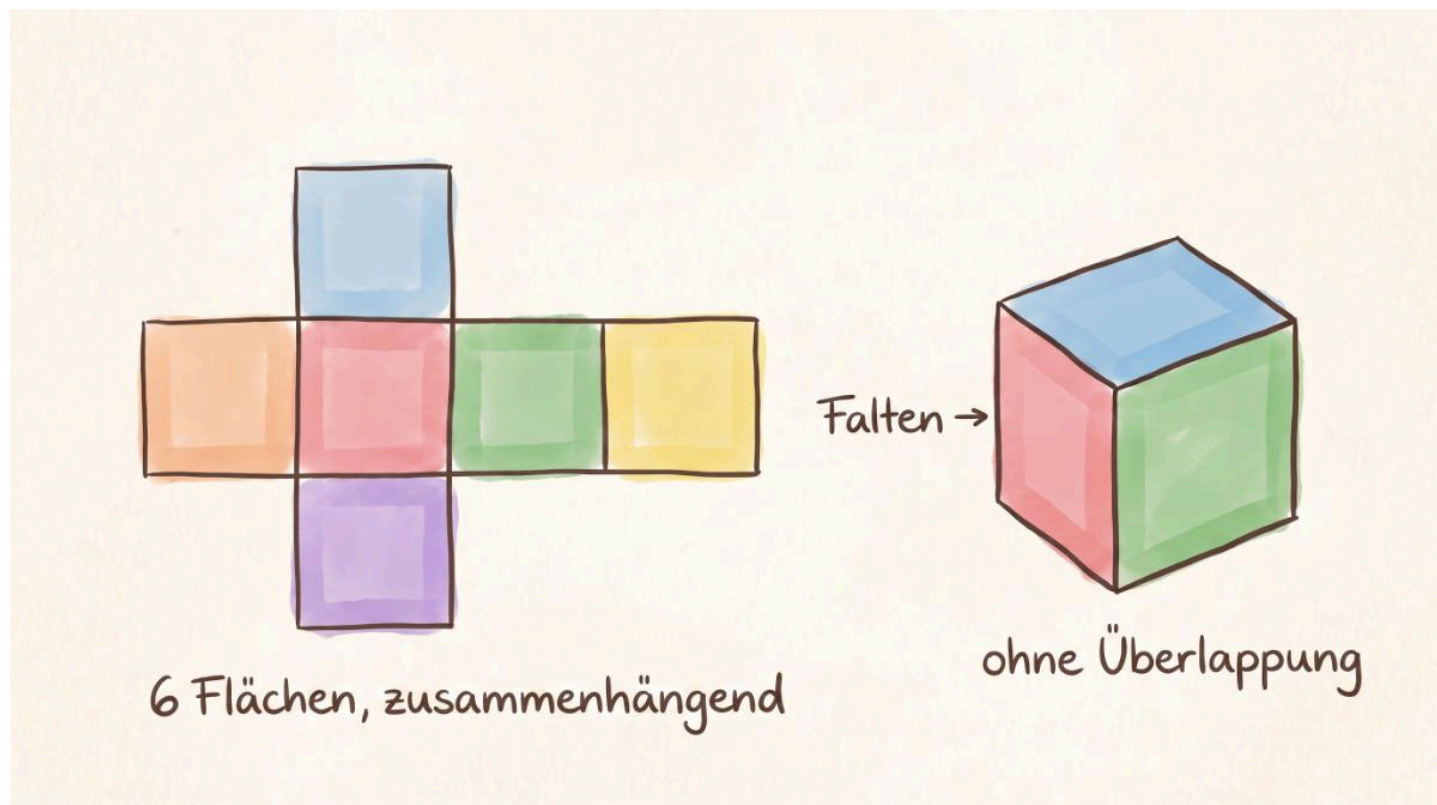
[Punktspiegelung an einem gegebenen Zentrum konstruieren und prüfen](#) 1cab2bd9-d79a-5468-89dc-05cc63026584

Netze von Quadern und Würfeln zeichnen

Lernziel-ID f52e9d72-4995-5c80-91d2-7761ea0cbec0

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln >

Quader- und Würfel Darstellungen zeichnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus den sechs Seitenflächen eines Quaders oder Würfels ein vollständiges, zusammenhängendes Netz zeichnen und prüfen, ob es sich ohne Überlappung zum Körper falten lässt.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Elementare Körper erkennen und benennen

c823b5a2-82e3-5e22-9c27-c0f41cc5eac6

S. 65

Wird direkt vorausgesetzt von

Darstellungsformen gerader Körper verknüpfen

11c88ea2-8502-5008-bec2-3e491c75ace4

S. 72

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

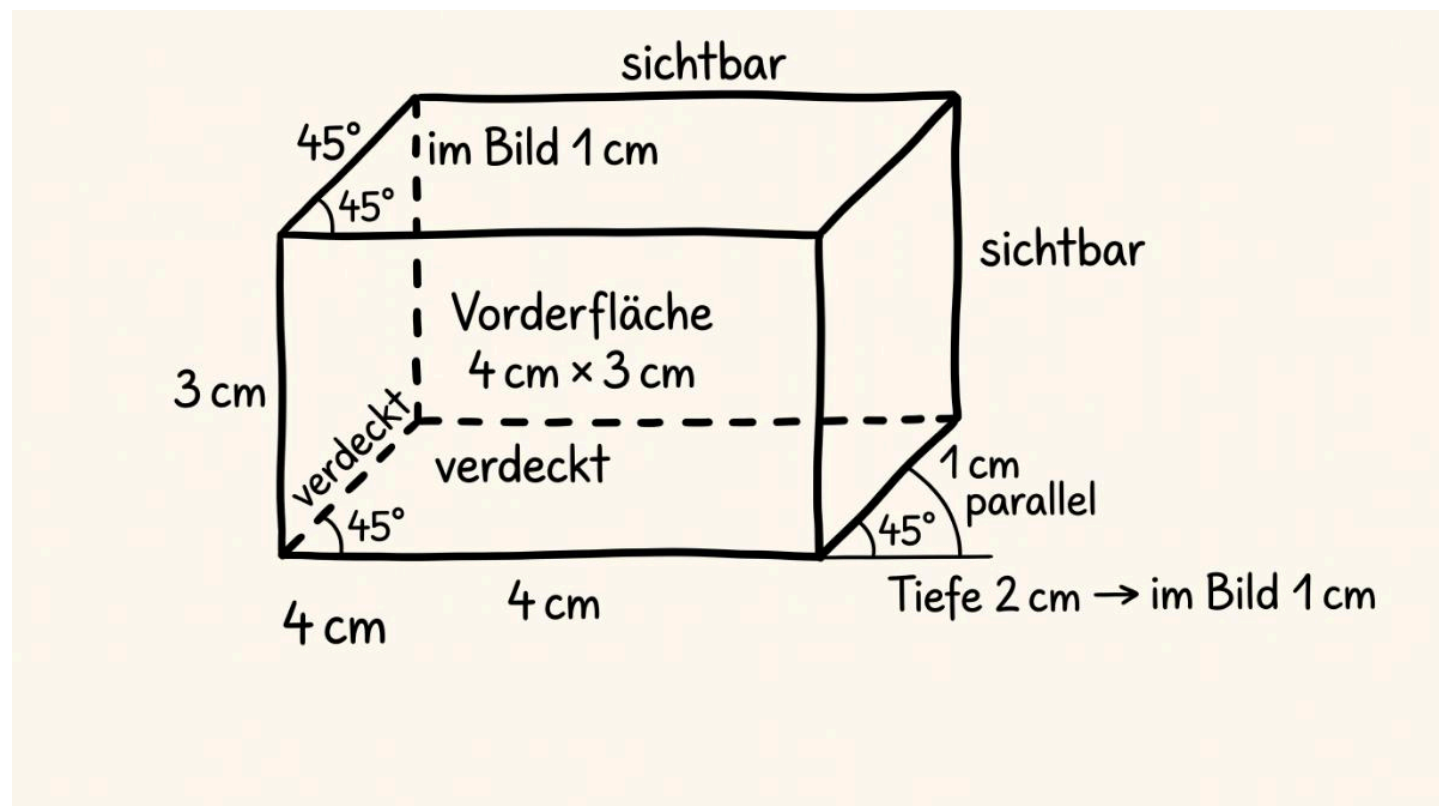
[Quaderdarstellungen zeichnen und verknüpfen](#) c34c6132-f85d-59be-8b95-032ddfc0d0de

Schrägbilder von Quadern und Würfeln zeichnen

Lernziel-ID 6bb52f96-6320-5a34-afb0-db9b471dd4ac

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln >

Quader- und Würfeldarstellungen zeichnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem Quader oder Würfel nach einer vorgegebenen Schrägbildkonvention ein räumlich konsistentes Schrägbild zeichnen, dabei zusammengehörige Körperkanten parallel sowie sichtbare Kanten durchgezogen und verdeckte Kanten gegebenenfalls gestrichelt darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Elementare Körper erkennen und benennen

c823b5a2-82e3-5e22-9c27-c0f41cc5eac6

S. 65

Wird direkt vorausgesetzt von

Darstellungsformen gerader Körper verknüpfen

11c88ea2-8502-5008-bec2-3e491c75ace4

S. 72

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

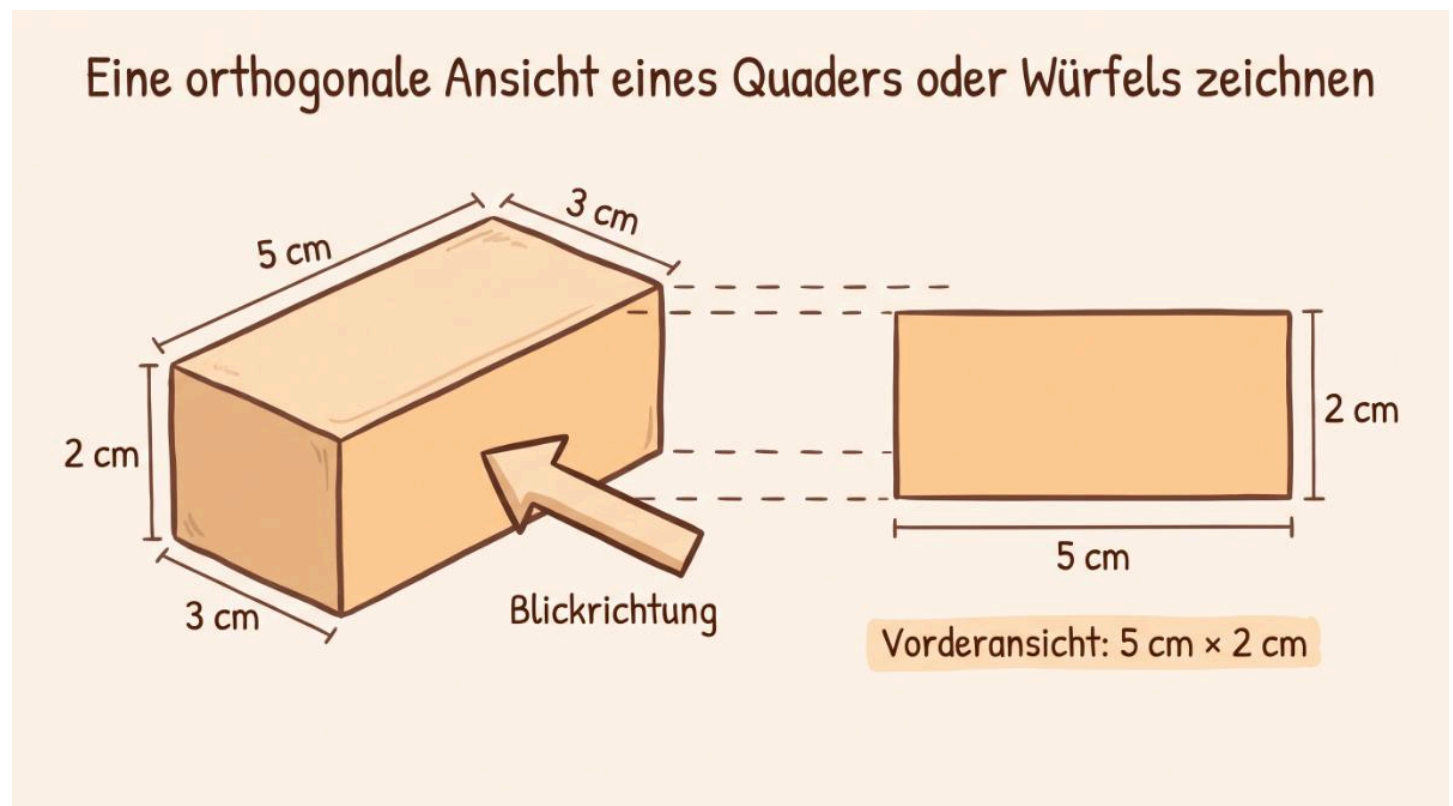
[Quaderdarstellungen zeichnen und verknüpfen](#) c34c6132-f85d-59be-8b95-032ddfcd0d0e

Eine orthogonale Ansicht eines Quaders oder Würfels zeichnen

Lernziel-ID bce2c2cb-5594-5c19-8ae7-bd8c5e1ada82

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln >

Quader- und Würfeldarstellungen zeichnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem Quader oder Würfel aus einer vorgegebenen Hauptblickrichtung eine orthogonale ebene Ansicht zeichnen und deren Breite und Höhe den entsprechenden Kantenlängen des Körpers zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HE, HH, SN, ST: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Elementare Körper erkennen und benennen

c823b5a2-82e3-5e22-9c27-c0f41cc5eac6

S. 65

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Quaderdarstellungen zeichnen und verknüpfen](#) c34c6132-f85d-59be-8b95-032ddfc0d0de

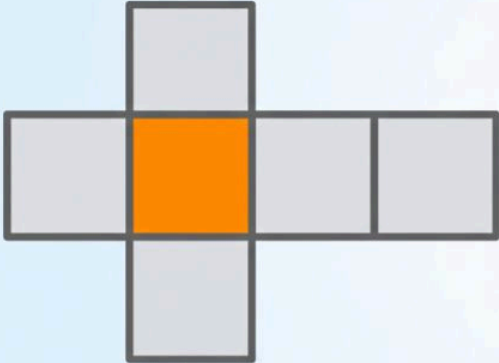
Darstellungsformen gerader Körper verknüpfen

Lernziel-ID 11c88ea2-8502-5008-bec2-3e491c75ace4

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Kreis-, Körper- und Abbildungsvorstellungen entwickeln

Darstellungsformen gerader Körper verknüpfen

“Netz”



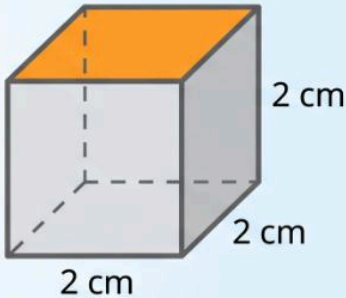
6 Quadrate,
jedes 2 cm × 2 cm

“Modell”



Modell

“Schrägbild”



Schrägbild

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zusammenhänge zwischen Netz, Schrägbild und Modell bei geraden Körpern herstellen und fachsprachlich erläutern.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Netze von Quadern und Würfeln zeichnen f52e9d72-4995-5c80-91d2-7761ea0cbe0	S. 69	Schrägbilder von Quadern und Würfeln zeichnen 6bb52f96-6320-5a34-afb0-db9b471dd4ac	S. 70
--	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

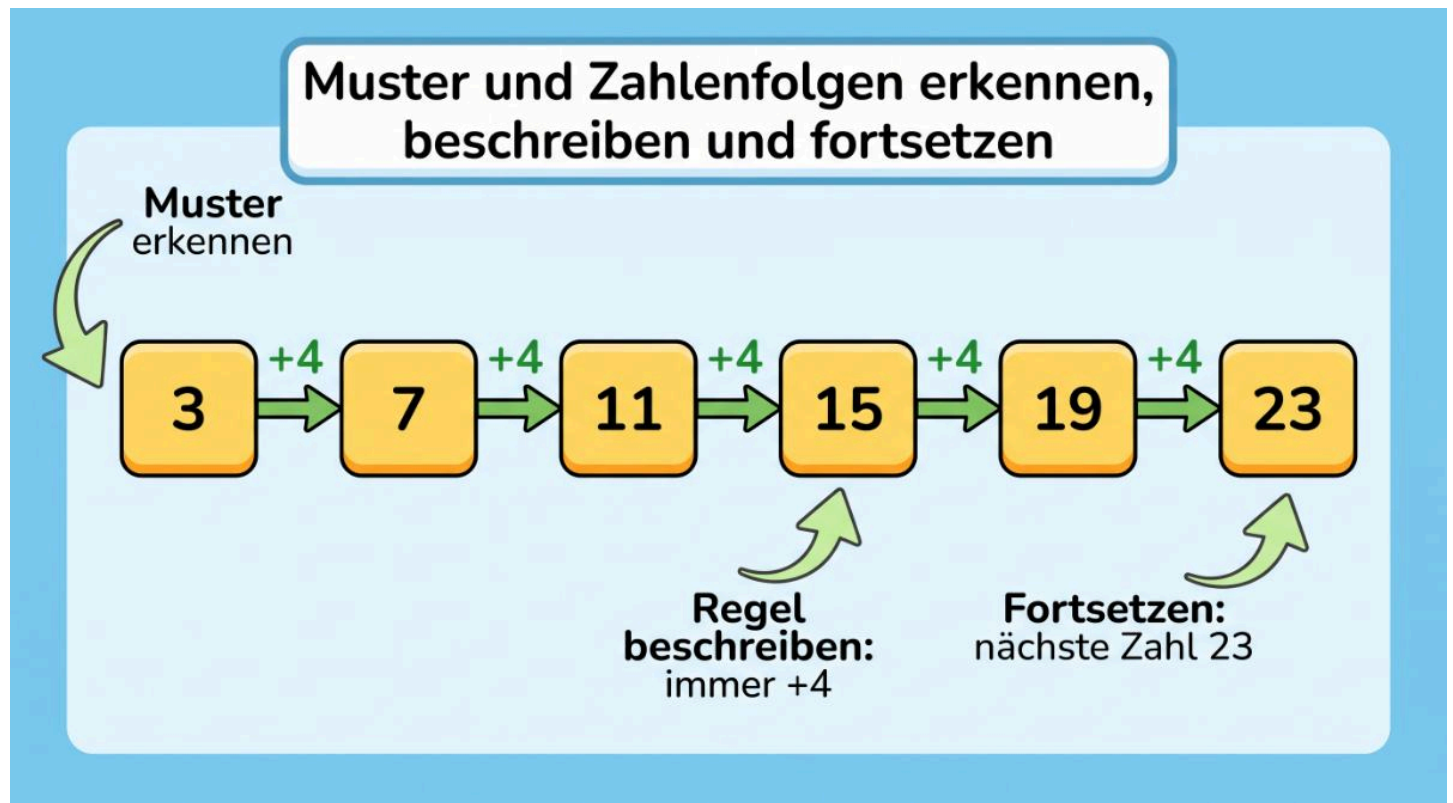
Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten f65ab452-1884-57b0-9be3-c709e4944891	S. 651
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Quaderdarstellungen zeichnen und verknüpfen](#) c34c6132-f85d-59be-8b95-032ddfc0d0de

Muster und Zahlenfolgen erkennen, beschreiben und fortsetzen

Lernziel-ID 8cb18560-3a2b-593e-b634-9d768566cba9

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Muster und dynamische Größenbeziehungen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Muster, insbesondere Zahlenfolgen, erkennen, verbal beschreiben und regelgeleitet fortsetzen.

Geltung

BB, BE, BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Natürliche Zahlen ordnen und vergleichen](#)

9ef6c4fa-b97a-5d7a-86c1-96690f02d916

S. 2

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

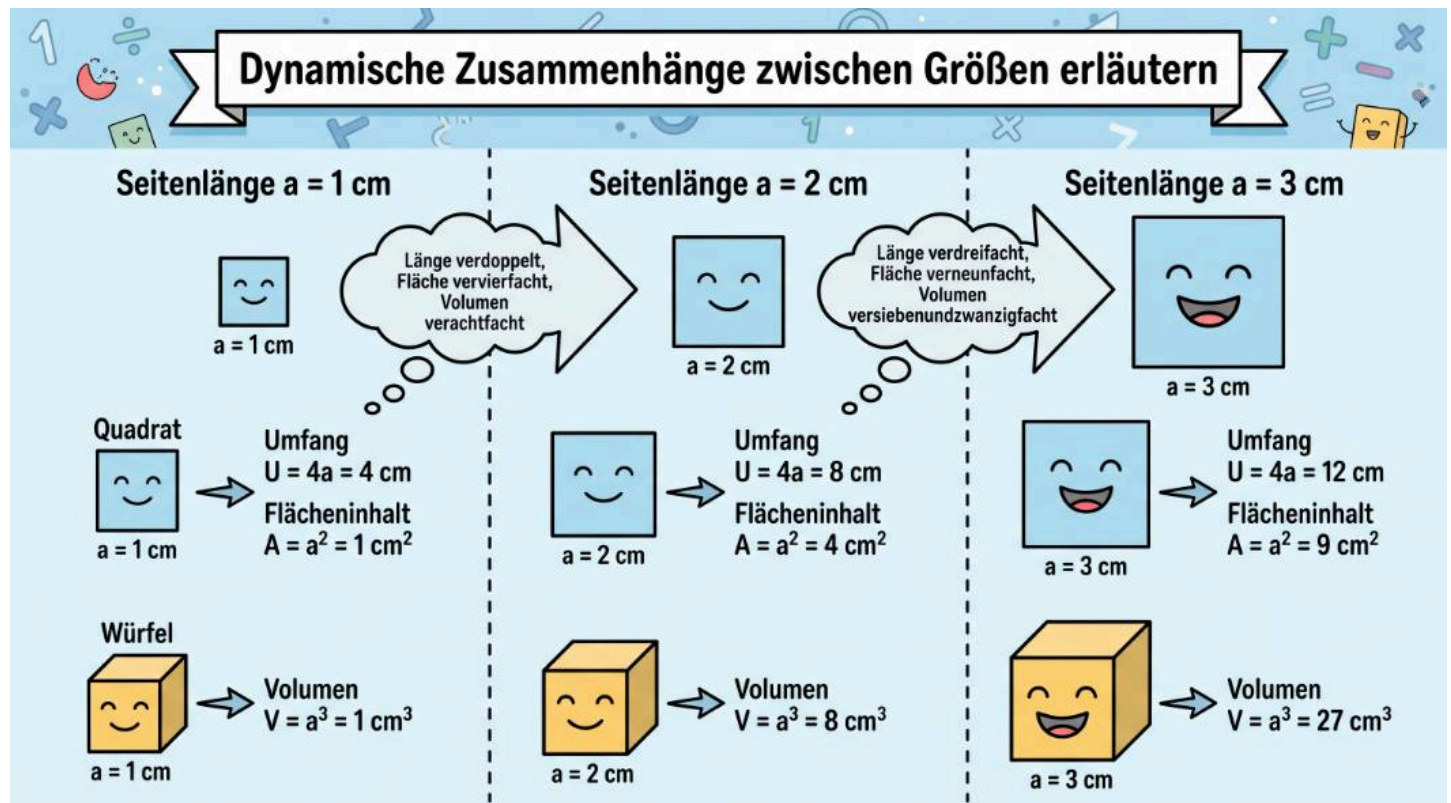
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Dynamische Zusammenhänge zwischen Größen erläutern

Lernziel-ID 3d49cd27-3a84-50eb-ac35-f0b0bee80df2

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 6 > Muster und dynamische Größenbeziehungen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen Situationen mithilfe geeigneter Darstellungen erläutern, wie sich Umfang, Flächeninhalt oder Volumen verändern, wenn die betreffenden Längen in vorgegebener Weise verändert werden.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Umfang und Flächeninhalt unterscheiden und anwenden d6c3fb37-ece6-5b56-9221-1eeb21845877	S. 34	Flächeninhalte ebener Figuren berechnen 87c55be5-06a9-41e2-a0d4-c60f7c8b8078	S. 54	Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen 7c978529-ce62-5adc-897f-24ea80babbc8	S. 57
---	-------	---	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

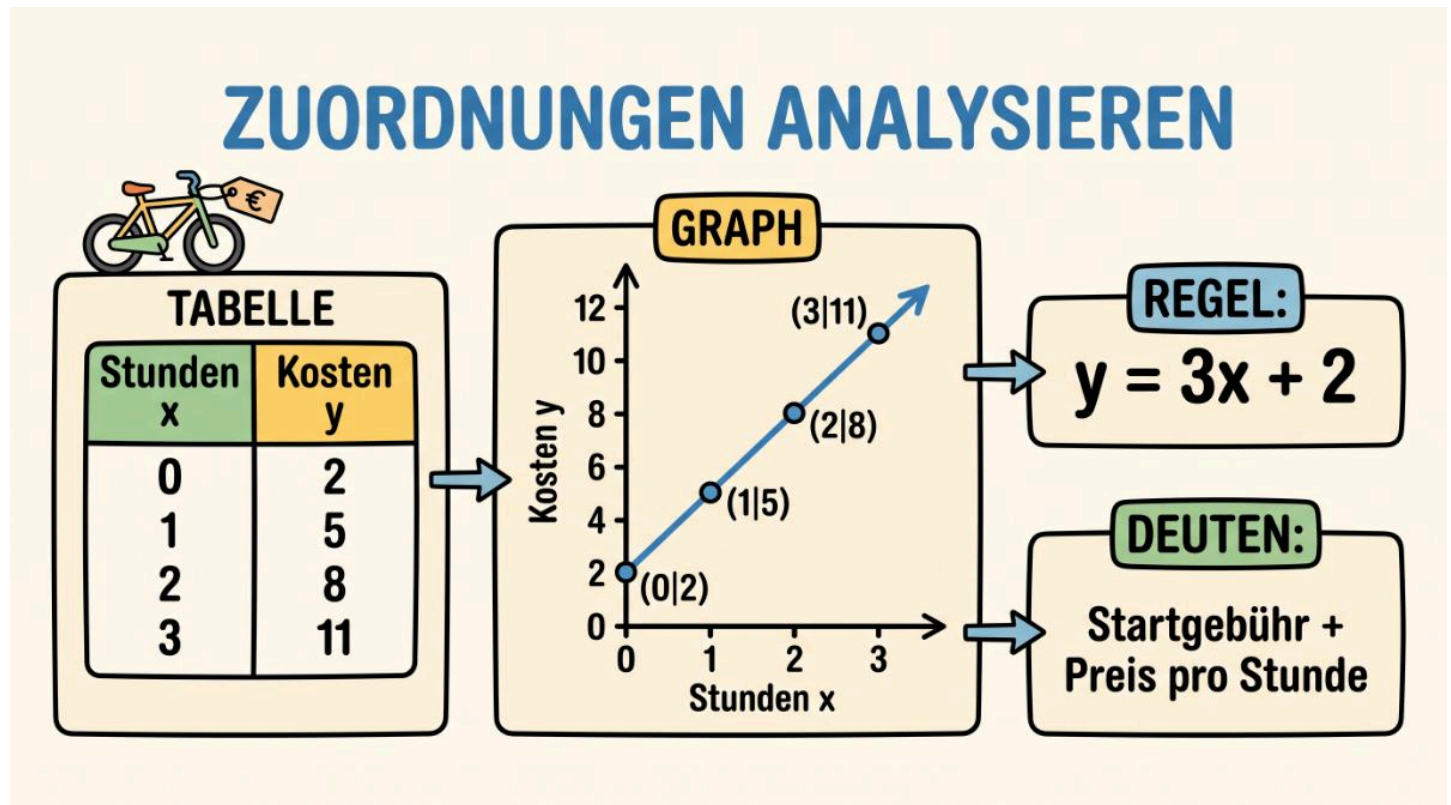
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) c1af440d-bfe0-52db-ba88-5e40f6f42e80

Zuordnungen analysieren

Lernziel-ID 2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zuordnungstabellen erstellen, grafisch darstellen und einfache funktionale Zusammenhänge deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln ca8b2e67-7d14-5baf-8404-26820fe3d548	S. 39	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen 2f565855-bcd6-4da5-bc80-4b72a2d93d50	S. 44	Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcbdb3ec2e	S. 52
---	-------	--	-------	--	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Funktionen als eindeutige Zuordnungen charakterisieren 7dea79d2-67f2-4d92-b6cc-ad1b953dca3d	S. 76	Dreisatz in proportionalen Sachsituationen anwenden 093397e0-eec8-45bb-9a5a-a24827876df5	S. 77	Proportionale Zusammenhänge mit Quotientengleichheit prüfen c1f50bcc-7848-4e49-b9de-0ec030cc6bca	S. 78	Proportionale Funktionen als Ursprungsgeraden deuten und darstellen f3167cab-bb23-4bb9-8a27-22e3c5015d44	S. 79
Umgekehrt proportionale Größen mit Hyperbeln beschreiben fa72cf74-a31e-402e-90d7-422c118f4a5b	S. 106	Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen e02c58a2-2a32-49bd-b110-7b307e0317fb	S. 120	Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen 09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91	S. 187	Tabellen erstellen und beschriften f39c49c7-003b-471a-a33e-6cfea1d7b7b1	S. 631

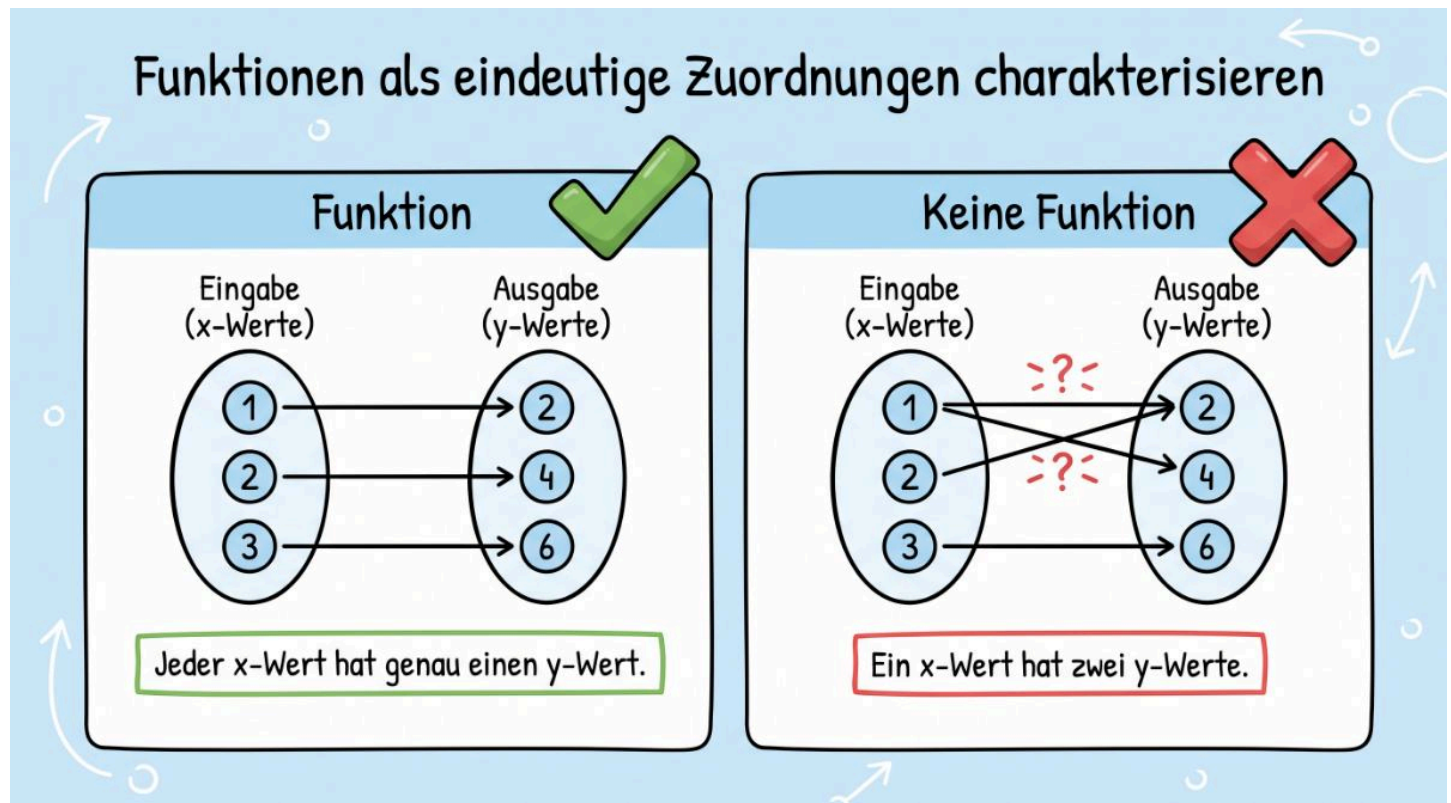
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Funktionen als eindeutige Zuordnungen charakterisieren

Lernziel-ID 7dea79d2-67f2-4d92-b6cc-ad1b953dca3d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen als Zuordnungen charakterisieren, bei denen jedem zulässigen Eingabewert genau ein Ausgabewert zugeordnet ist, und sie anhand dieser Eigenschaft von allgemeineren Zuordnungen abgrenzen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren

2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

S. 75

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) a157b619-e875-5db6-b26a-607a39de00dc

Dreisatz in proportionalen Sachsituationen anwenden

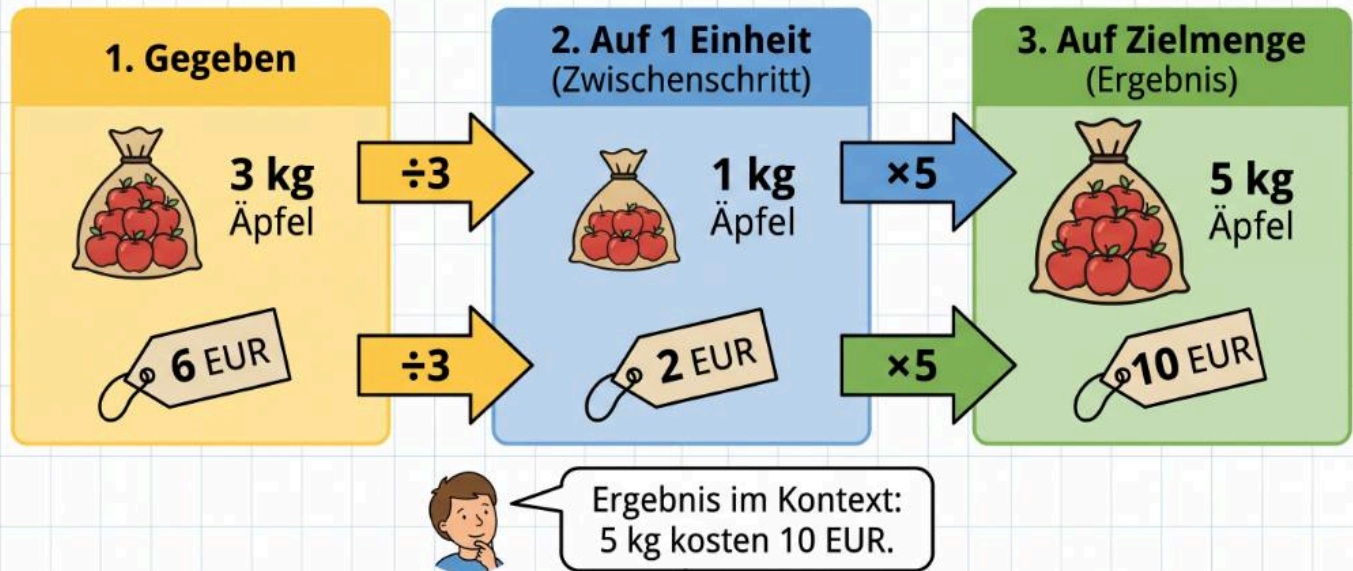
Lernziel-ID 093397e0-eec8-45bb-9a5a-a24827876df5

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Proportionale Zuordnungen und Dreisatz

Dreisatz in proportionalen Sachsituationen anwenden



Proportionale Situation: gleicher Preis pro kg



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann proportionale Sachsituationen mit dem Dreisatz lösen, Zwischenschritte nachvollziehbar darstellen und Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren

2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

S. 75

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) a157b619-e875-5db6-b26a-607a39de00dc

Proportionale Zusammenhänge mit Quotientengleichheit prüfen

Lernziel-ID c1f50bcc-7848-4e49-b9de-0ec030cc6bca

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Proportionale Zuordnungen und Dreisatz

Proportionale Zusammenhänge mit Quotientengleichheit prüfen

Beispiel: Preis für Obst

Menge x (kg)	Preis y (EUR)	Quotient y/x (EUR/kg)
1	3	$\frac{3}{1} = 3$
2	6	$\frac{6}{2} = 3$
4	12	$\frac{12}{4} = 3$

Quotient gleich (konstant) → proportional

Konstantes Verhältnis

Gegenbeispiel (Nicht proportional)

Menge x (kg)	Preis y (EUR)	Quotient y/x
1	3	$\frac{3}{1} = 3$
2	5	$\frac{5}{2} = 2,5$

Quotient ungleich (ändert sich) → nicht proportional

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Tabellen und Sachsituationen prüfen, ob das Verhältnis zugeordneter Größen konstant ist, und die Quotientengleichheit fachsprachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren
2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

S. 75

Wird direkt vorausgesetzt von

Proportionale Funktionen als Ursprungsgeraden deuten und darstellen S. 79
f3167cab-bb23-4bb9-8a27-22e3c5015d44

Lineare Funktionen beschreiben S. 96
af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

Umgekehrt proportionale Größen mit Hyperbeln beschreiben S. 106
fa72cf74-a31e-402e-99d7-422c118f4a5b

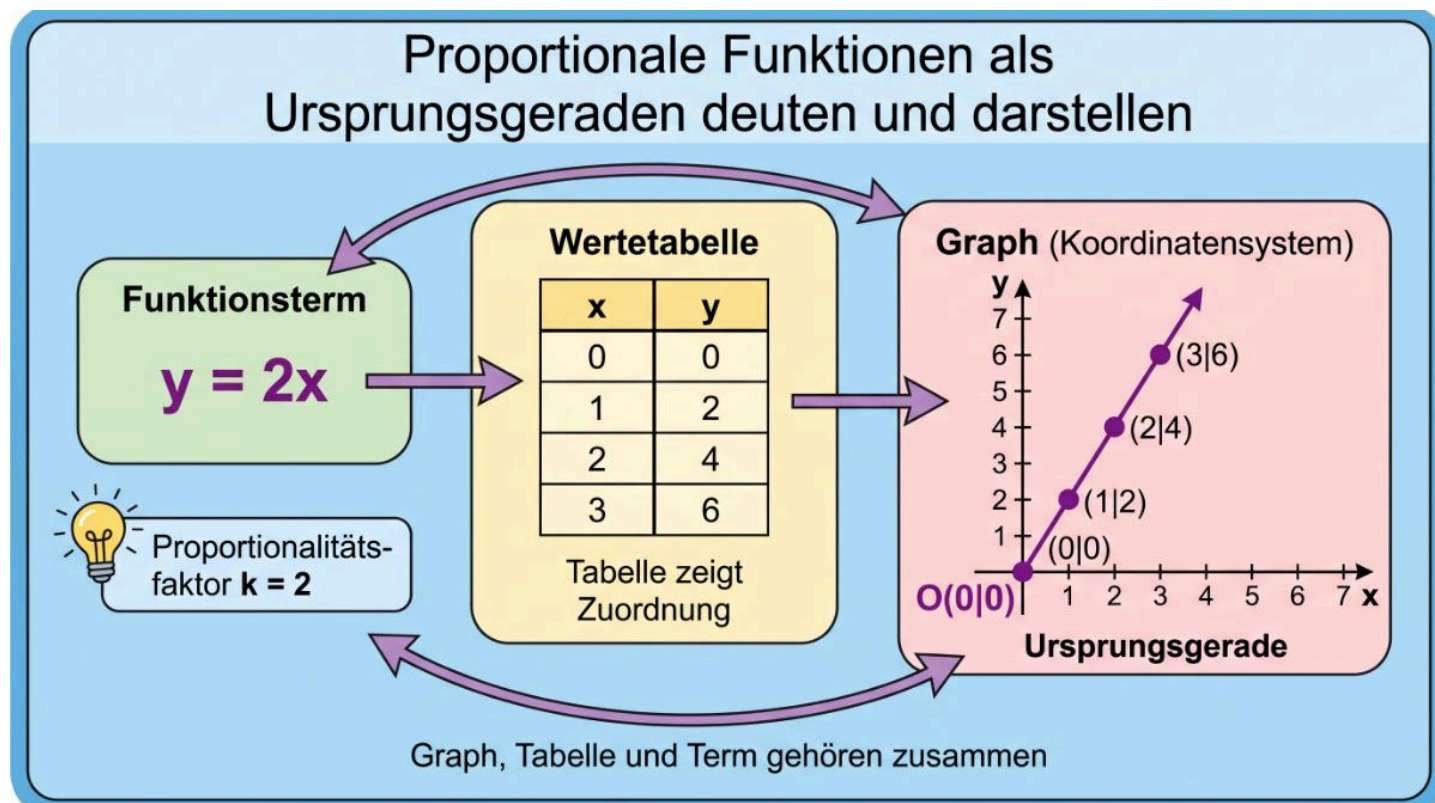
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Proportionale Funktionen als Ursprungsgeraden deuten und darstellen

Lernziel-ID f3167cab-bb23-4bb9-8a27-22e3c5015d44

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Proportionale Zuordnungen und Dreisatz



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann proportionale Funktionen in Tabellen und als Ursprungsgeraden in Graphen darstellen und deuten und dabei erläutern, dass bei Eingabewerten ungleich null der konstante Quotient aus Ausgabe- und Eingabewert der Steigung der Geraden entspricht.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren
2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

S. 75

Proportionale Zusammenhänge mit Quotientengleichheit prüfen
c1f50bcc-7848-4e49-b9de-0ec030cc6bca

S. 78

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Funktionen beschreiben
af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

S. 96

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

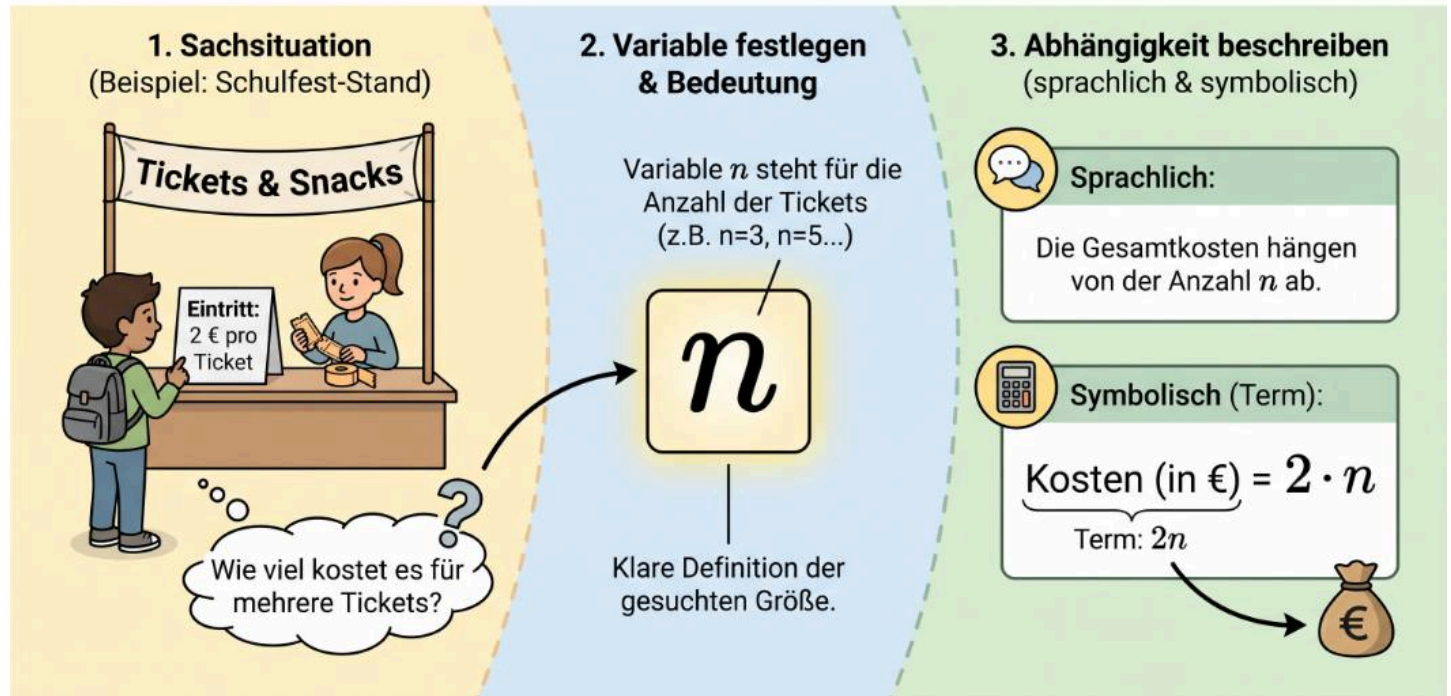
[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) a157b619-e875-5db6-b26a-607a39de00dc

Variablen in Sachsituationen einführen und deuten

Lernziel-ID 5bba4ec2-3781-4624-8b62-e24b38f7f76e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Variablen und Terme

Lernziel: Variablen in Sachsituationen einführen und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Sachsituationen passende Variablen festlegen, ihre Bedeutung erklären und einfache Abhängigkeiten mit Variablen sprachlich und symbolisch beschreiben.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln ca8b2e67-7d14-5ba1f-8404-26820fe3d548 S. 39	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern ec9f2ed4-c9e6-5fb3-a073-75b53127e55d S. 42	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen 2f565855-bcd6-4da5-bc80-4b72a2d93d50 S. 44	Betrag einer Zahl angeben 44cb7404-114e-5b14-b33a-ddee41952d46 S. 46
Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen 26f668a0-6425-5466-9cf7-6295dd189005 S. 49	Anteilsachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcbda3ec2e S. 52		

Wird direkt vorausgesetzt von

Terme mit Variablen lesen und deuten f08d06dc-139d-5fd2-892c-8cc919b1e4fc S. 82
--

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten

Lernziel-ID c9112f89-ffaf-40f3-af1f-86a04b5ad4ee

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Variablen und Terme

Term

$$2n + 5$$

n = Anzahl Tickets

2 = Preis pro Ticket

5 = Grundgebühr

Gleichung

$$2x + 3 = 9$$

x = unbekannte Zahl

Links und rechts
steht derselbe Wert.

Formel

$$A = a \cdot h$$

A = Fläche

a = Breite

h = Höhe

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln als Unbekannte, Veränderliche oder Parameter verwenden, ihre jeweilige Rolle fachsprachlich erklären und passenden Situationen zuordnen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

**Brüche und Dezimalbrüche
ineinander umwandeln** S. 39
ca8b2e67-7d14-5ba1-f-8404-26820fe3d548

**Dichtheit der rationalen Zahlen
erläutern** S. 42
ec9f2ed4-c9e6-5fb3-a073-75b53127e55d

**Dezimalzahlen auf der
Zahlengeraden, im
Stellenwertsystem und als
Bruch darstellen** S. 44
2f565855-bcd6-4da5-bc80-4b72a2d93d50

Betrag einer Zahl angeben S. 46
44cb7404-114e-5b14-b33a-ddee41952d46

**Potenzen mit rationalen Basen
und negativen Exponenten
deuten und berechnen** S. 49
26f668a0-6425-5466-9cf7-6295dd189005

**Anteilssachprobleme mit
rationalen Zahlen modellieren** S. 52
b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcbdb3ec2e

Wird direkt vorausgesetzt von

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen S. 83
2c4839e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2

Termwerte durch Einsetzen berechnen S. 85
a6469c01-6ca3-5eb2-a82c-94f3d0560b32

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

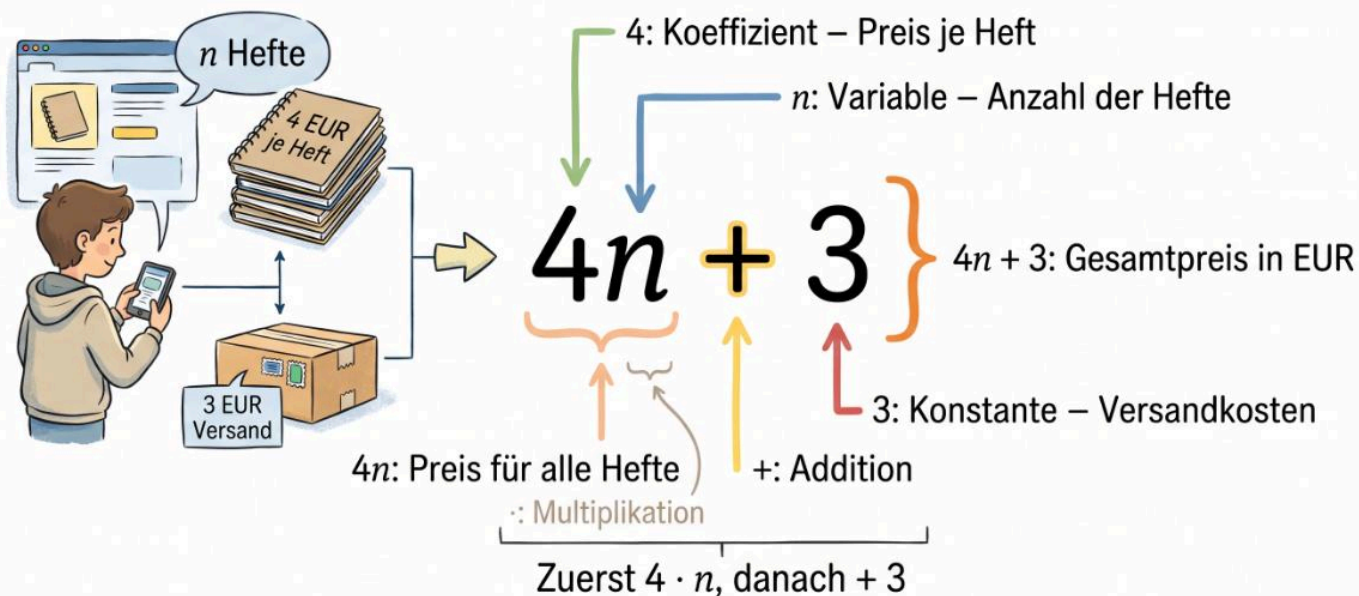
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Terme mit Variablen lesen und deuten

Lernziel-ID f08d06dc-139d-5fd2-892c-8cc919b1e4fc

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Variablen und Terme > Terme mit Variablen deuten und äquivalent umformen

Terme mit Variablen lesen und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Terme mit Variablen lesen, ihre Bestandteile und Rechenstruktur benennen und ihre Bedeutung in einfachen Kontexten erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Variablen in Sachsituationen einführen und deuten](#)

S. 80

Wird direkt vorausgesetzt von

[Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen](#)

S. 84

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen

Lernziel-ID 2c4830e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Variablen und Terme > Terme mit Variablen deuten und äquivalent umformen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen

Die lernende Person kann Terme im Bereich rationaler Zahlen mit Rechengesetzen äquivalent umformen und ihre Umformungen nachvollziehbar begründen.

Merksatz: Äquivalent bedeutet: gleicher Wert bei jeder zulässigen Einsetzung.

$$2(a + 3) = 2a + 6$$

Distributivgesetz

$$3x + 2x = 5x$$

gleichartige Terme zusammenfassen

$$4a - a = 3a$$

Koeffizienten zusammenfassen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Terme mit rationalen Zahlen und Variablen mithilfe von Rechengesetzen so umformen, dass sie für alle zulässigen Variablenwerte denselben Termwert haben, und dies nachvollziehbar begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Variablen in Termen, Gleichungen und Formeln verwenden und deuten

S. 81

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Gleichungen systematisch lösen

S. 88

325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee

Verhältnisgleichungen lösen und prüfen

S. 89

671ef00a-034e-5c2b-85ef-c6fa6eb7f1f6

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

S. 101

34ba4714-a0ff-4a48-857f-d2481cbe9441

Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen

S. 107

c420e0be-1e74-4050-834c-d8da7f41095a

Terme mit Rechengesetzen und Distributivgesetz äquivalent umformen

S. 122

959cc50b-6c81-4fa1-800f-4804a707b1ee

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden

S. 146

6596405a-9728-41df-9163-53670ec2a937

Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen

S. 165

e322310f-f33a-485d-bc23-2412a6b8fa12

Quadratische Gleichungen lösen

S. 764

9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5

Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen

S. 765

3e4032bd-4d8c-4e72-bfdd-64a34df053c9

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

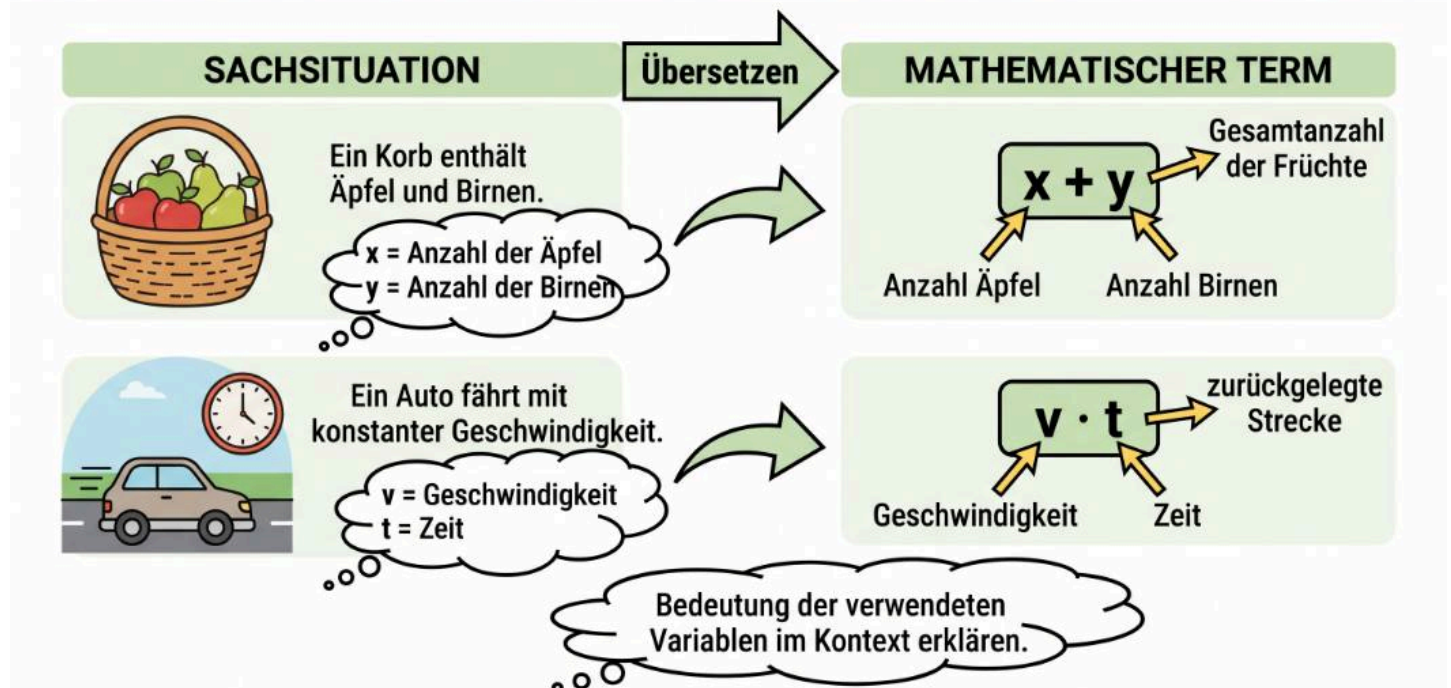
[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) af96c2fc-194e-55af-ac0f-8afda17bf3cd

Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen

Lernziel-ID fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Variablen und Terme

Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einfachen Sachsituationen passende Terme mit Variablen aufstellen und die Bedeutung der verwendeten Variablen im Kontext erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln S. 39	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern S. 42	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen S. 44	Betrag einer Zahl angeben S. 46	Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen S. 49	Anteilsachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52
Terme mit Variablen lesen und deuten S. 82					

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Gleichungen systematisch lösen S. 88	Definitionsmenge einfacher gebrochener rationaler Funktionen bestimmen S. 101	Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen S. 107	Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden S. 146	Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen S. 165	Quadratische Gleichungen lösen S. 764
Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen S. 765					

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Lernziel-ID a6469c01-6ca3-5eb2-a82c-94f3d0560b32

Termwerte durch Einsetzen berechnen

Gegeben:

$$T(x,y) = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot y + 4$$

Einsetzen:

- $x = -2$
- $y = 3$

Rechnung:

Punkt-vor-Strich beachten!

$$\begin{aligned} T(-2,3) &= 2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot 3 + 4 \\ &= 2 \cdot 4 - 9 + 4 \\ &= 8 - 9 + 4 = 3 \end{aligned}$$

Merke:
Negative Zahl in Klammern: $(-2)^2 = 4$

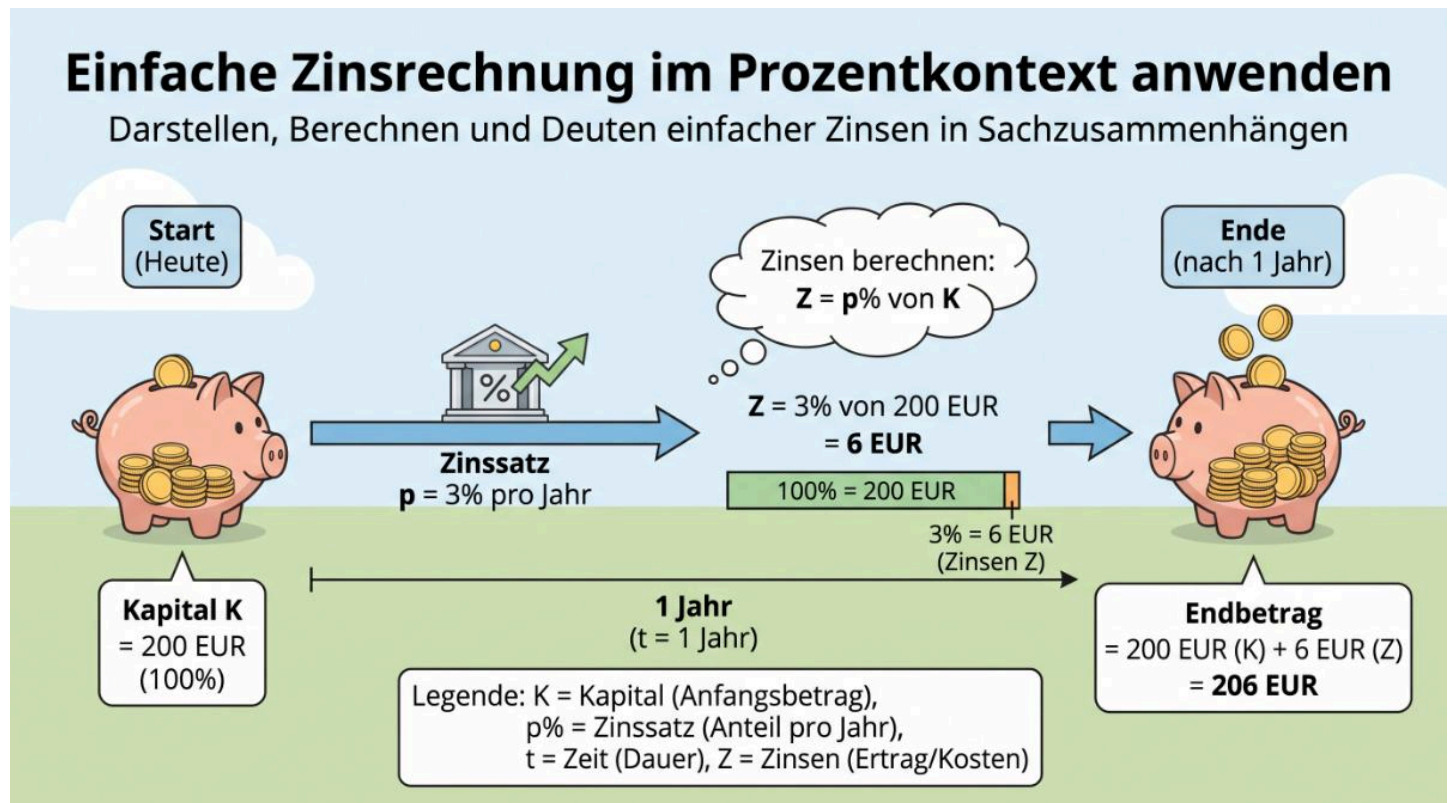
Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

Aufgabe 5 (Jahrgangsstufe 7, 7 BE) af96c2fc-194e-55af-ac0f-8afda17bf3cd

Einfache Zinsrechnung im Prozentkontext anwenden

Lernziel-ID bd8fd6d5-7155-45a5-96f0-008a4e9acb3a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Zinsprobleme in vertrauten Sachzusammenhängen als Prozentrechnung darstellen und lösen sowie die Ergebnisse nachvollziehbar im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen

71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a

S. 59

Wird direkt vorausgesetzt von

**Zinssatz tabellarisch
näherungsweise bestimmen** S. 117
1842da92-ca2c-5fed-a946-
e6413a6285bb

**Tilgung oder Sparrate
tabellarisch näherungsweise
bestimmen** S. 118
f6574cdc-e29c-5a8f-a009-
9f28b3bcf9be

**Laufzeit tabellarisch
näherungsweise bestimmen** S. 119
fc34449a-fbf4-574c-884f-
ecd48b42d2e

**Begriffe des Zinseszinses
erläutern** S. 644
367a59ce-a388-5c93-b6f9-
a3b0c6c3b45e

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

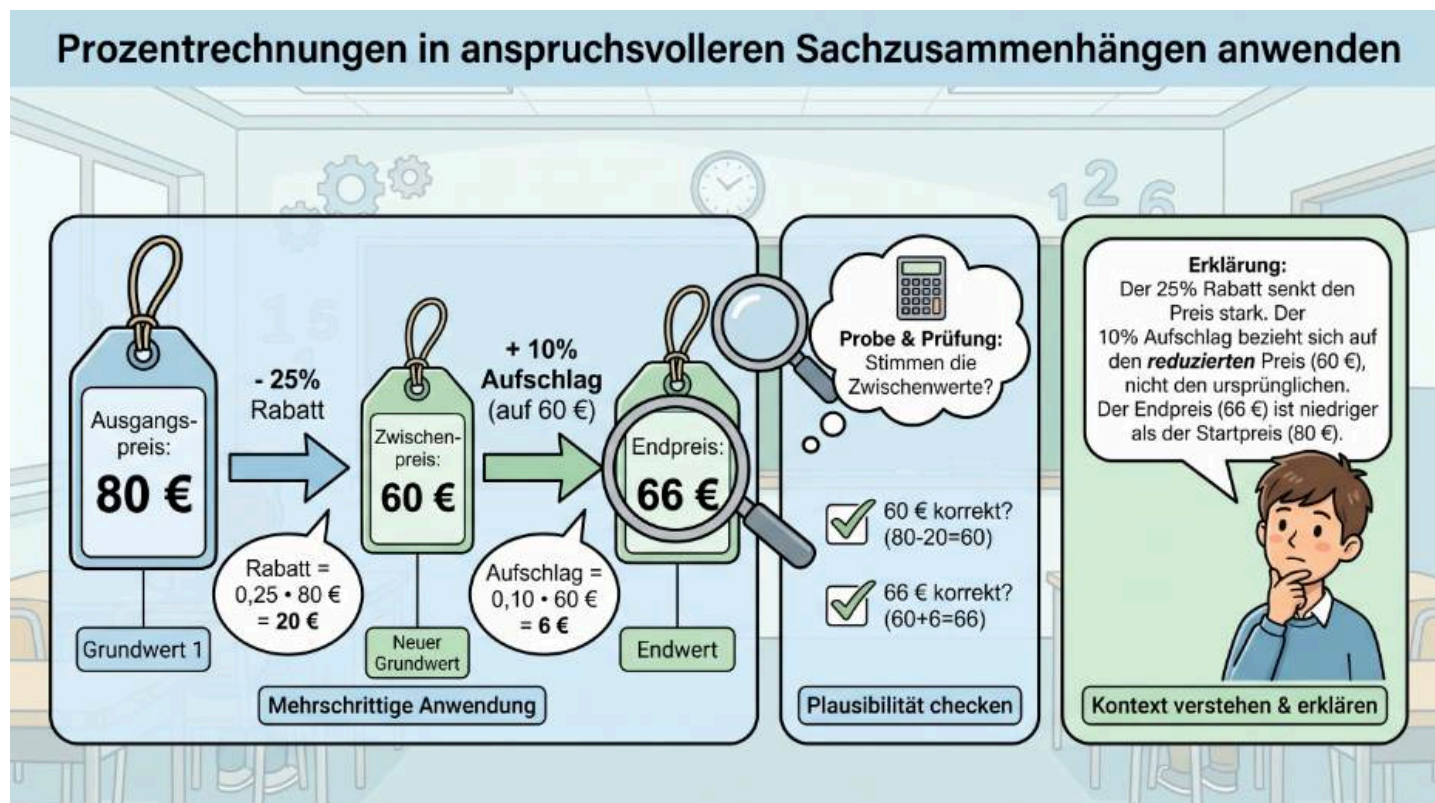
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 7, 4 BE\)](#) bb736def-061a-5371-b5c9-cc695f85cd3a

Prozentrechnungen in anspruchsvolleren Sachzusammenhängen anwenden

Lernziel-ID 804d7443-9976-5d81-a47d-1601f42f7e0e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Prozentrechnungen in mehrschrittigen Sachzusammenhängen anwenden, Zwischenergebnisse prüfen und die Bedeutung der Prozentsätze im Kontext erläutern.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen 71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a	S. 59	Prozentangaben in Texten deuten und prüfen 72b6bfa5-8e34-4029-8f85-0277207c485e	S. 60
--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Zinssatz tabellarisch näherungsweise bestimmen 1842da92-ca2c-5fed-a946-e6413a6285bb	S. 117	Tilgung oder Sparrate tabellarisch näherungsweise bestimmen f6574cdc-e29c-5a8f-a009-9f28b3bcf9be	S. 118	Laufzeit tabellarisch näherungsweise bestimmen fc34449a-fbf4-574c-884f-ecdf48b42d2e	S. 119
---	--------	--	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

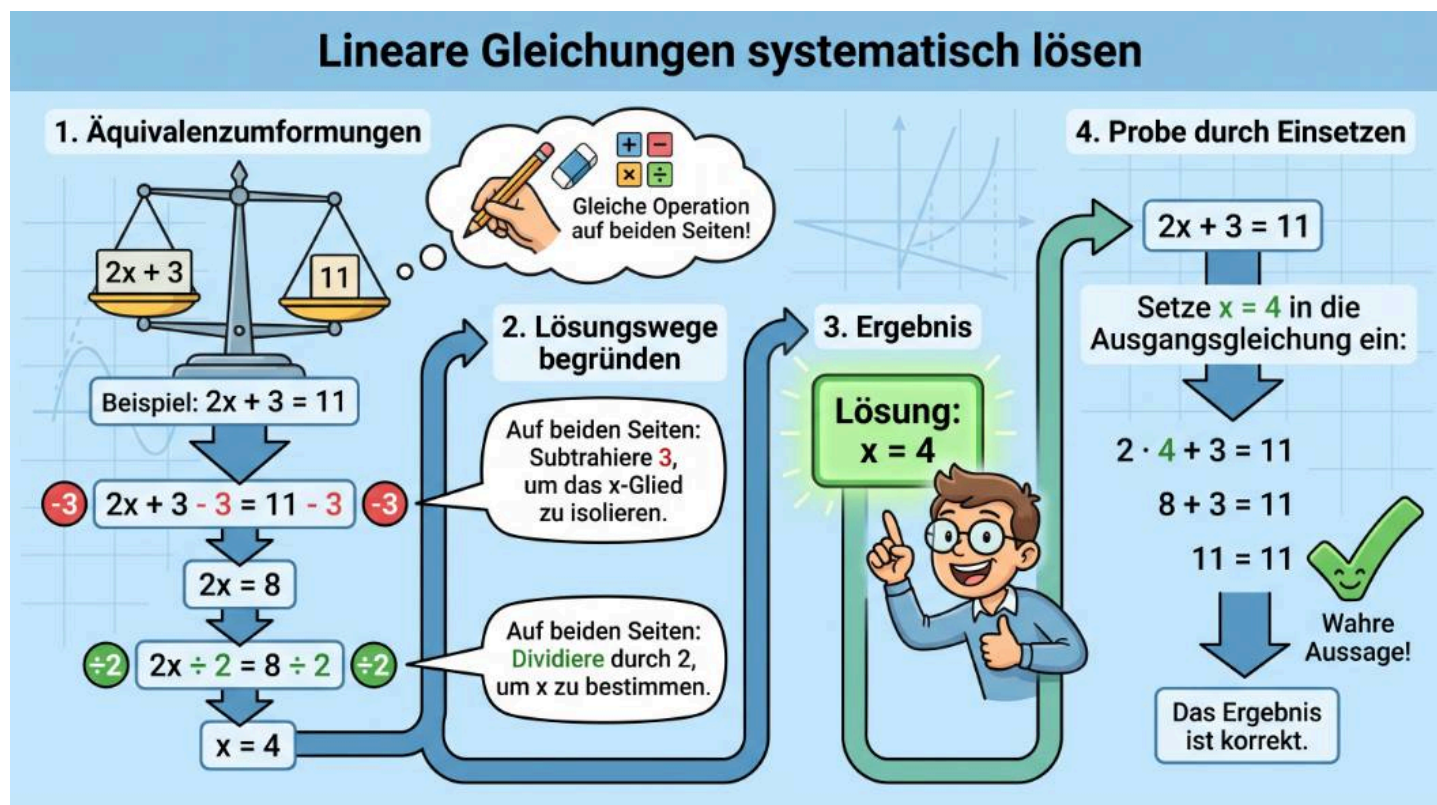
Aufgabe 6 (Jahrgangsstufe 7, 4 BE) bb736def-061a-5371-b5c9-cc695f85cd3a

Lineare Gleichungen systematisch lösen

Lernziel-ID 325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 >

Lineare Gleichungen und Verhältnissgleichungen lösen, prüfen und Lösbarkeit beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Gleichungen mit Äquivalenzumformungen systematisch lösen, Lösungswege begründen und Ergebnisse durch Einsetzen prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln S. 39	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern S. 42	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen S. 44	Betrag einer Zahl angeben S. 46	Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen S. 49	Anteilsachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52
Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen S. 84				

Wird direkt vorausgesetzt von

Verhältnissgleichungen lösen und prüfen S. 89	Lösbarkeit und Lösungsvielfalt linearer Gleichungen untersuchen S. 90	Lineare Gleichungssysteme lösen und deuten S. 109	Lineare Ungleichungen lösen und Lösungsmengen darstellen S. 112	Bruchgleichungen lösen und als Schnittpunkte deuten S. 115	Formeln mit Brüchen nach Variablen auflösen S. 116
Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen S. 760					

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Verhältnisgleichungen lösen und prüfen

Lernziel-ID 671ef00a-034e-5c2b-85ef-c6fa6eb7f1f6

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 >

Lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen lösen, prüfen und Lösbarkeit beschreiben

Verhältnisgleichungen lösen und prüfen

Begründete Äquivalenzkette

AUSGANGSGLEICHUNG

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{2}{3}$$

mal $3(x-2)$ (erlaubt, weil $x \neq 2$)

$$3(x+1) = 2(x-2)$$

Klammern auflösen

$$3x + 3 = 2x - 4$$

| $-2x - 3$ (Terme ordnen)

$$x = -7$$

Lösungsmenge: $L = \{-7\}$

Definitionsbedingung

Nenner darf nicht 0 sein!

$$x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

Probe in der Ausgangsgleichung

Linke Seite für $x = -7$:

$$\frac{-7+1}{-7-2} = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3}$$

Rechte Seite: $\frac{2}{3}$



linke Seite = rechte Seite

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verhältnisgleichungen durch begründete Äquivalenzumformungen lösen, dabei notwendige Definitionsbedingungen beachten und gefundene Lösungen durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung prüfen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen

S. 83

Lineare Gleichungen systematisch lösen

S. 88

Wird direkt vorausgesetzt von

Lösungswege für Klammer- und Verhältnisgleichungen vergleichen

S. 123

Lösbarkeit und Lösungsvielfalt linearer Gleichungen untersuchen

Lernziel-ID cc60f759-1168-5fc0-8ff5-5f7a2533e61c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 >

Lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen lösen, prüfen und Lösbarkeit beschreiben

Wie viele Lösungen hat eine lineare Gleichung?

UNENDLICH VIELE LÖSUNGEN	KEINE LÖSUNG	GENAU EINE LÖSUNG
BEISPIEL $2(x+3) = 2x+6$ $\Leftrightarrow 2x+6 = 2x+6$ $\Leftrightarrow 0 = 0$ DEUTUNG Die Endaussage ist immer wahr – unabhängig vom eingesetzten x. alle reellen Zahlen $L = \mathbb{R}$	BEISPIEL $2(x+1) = 2x+5$ $\Leftrightarrow 2x+2 = 2x+5$ $\Leftrightarrow 0 = 3$ DEUTUNG Die Endaussage ist falsch. Kein x kann $0 = 3$ erfüllen. keine reelle Zahl $L = \emptyset$	BEISPIEL $4x-5 = 2x+7$ $\Leftrightarrow 2x = 12$ $\Leftrightarrow x = 6$ DEUTUNG Die Endform legt genau einen Wert für x fest. genau $x = 6$ $L = \{6\}$

Endformen: $0 = 0 \rightarrow L = \mathbb{R}$ | $0 = c$ mit $c \neq 0 \rightarrow L = \emptyset$ | $x = a \rightarrow L = \{a\}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Gleichungen durch äquivalente Umformungen auf $0 = 0$, auf $0 = c$ mit $c \neq 0$ oder auf $x = a$ zurückführen, daraus jeweils unendlich viele, keine oder genau eine Lösung folgern und die Lösungsmenge begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungen systematisch lösen

325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee

S. 88

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen und Lösungsvielfalt untersuchen

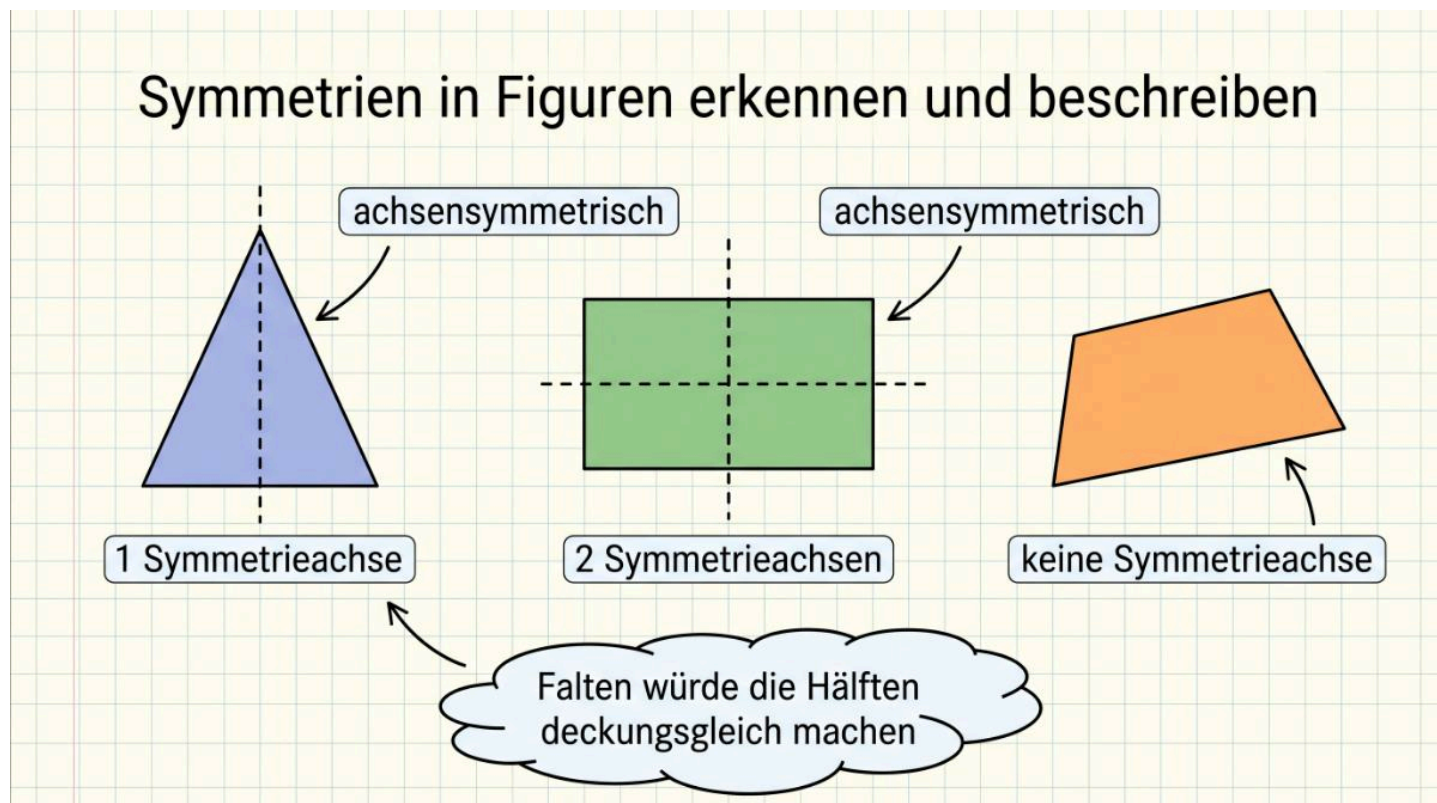
e42c208d-9555-43cc-92f5-50b4c0688726

S. 111

Symmetrien in Figuren erkennen und beschreiben

Lernziel-ID 8da730f1-8947-498d-9e78-7fb20b00a994

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Symmetrien in ebenen Figuren erkennen, geeignete Symmetrieachsen oder Symmetrieeigenschaften benennen und die Beobachtungen fachsprachlich beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen](#)

2331caf2-ccb2-5492-9fc6-48763b848bae

S. 18

Wird direkt vorausgesetzt von

[Besondere Dreiecke untersuchen](#)

de393ab3-d2af-5476-8b46-315185abb805

S. 136

[Kongruente und ähnliche Figuren erkennen und Eigenschaften geometrischer Abbildungen beschreiben](#)

6833664b-bd8b-44a2-95bc-c0b78ff89e31

S. 662

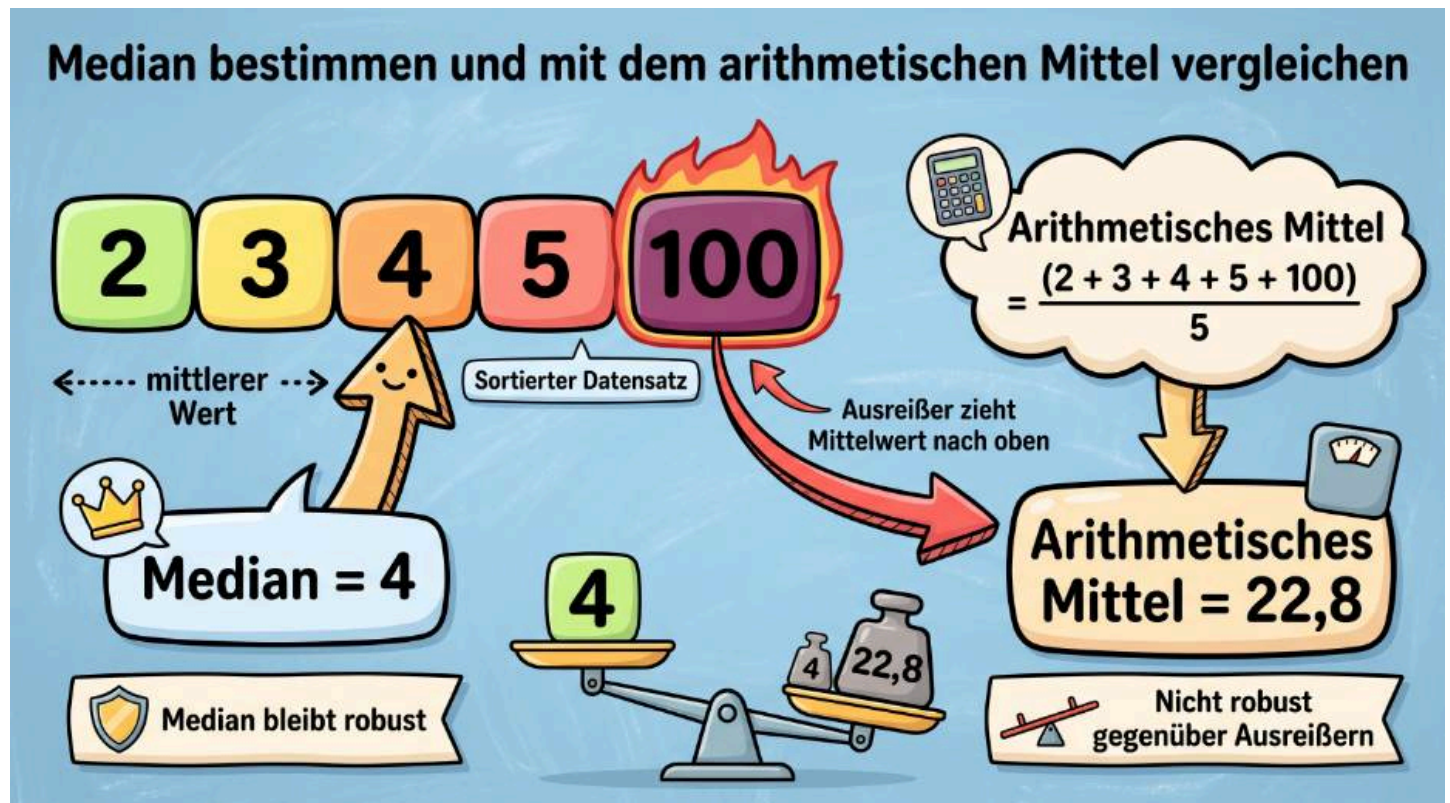
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen

Lernziel-ID 2242c379-ddbb-4f03-8aed-13f49a4674e8

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Kenngrößen von Daten bestimmen und interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu Datensätzen den Median bestimmen, ihn als weiteren Lagewert neben dem arithmetischen Mittel deuten und die Aussagekraft beider Kenngrößen in Sachzusammenhängen kritisch vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen 71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a	S. 59	Prozentangaben in Texten deuten und prüfen 72b6bfa5-8e34-4029-8f85-0277207c485e	S. 60	Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen 91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453	S. 61	Diagramme kritisch interpretieren acbb7e26-f85f-405b-a3e5-affa6add6711	S. 62
Arithmetisches Mittel bestimmen und deuten 15505229-efec-4d01-8e71-acf15f9c2424	S. 63						

Wird direkt vorausgesetzt von

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c	S. 94	Lageparameter für Datenanalysen auswählen und vergleichen 616c72a4-972d-5cc0-b903-e2a24bcb150c	S. 647
--	-------	--	--------

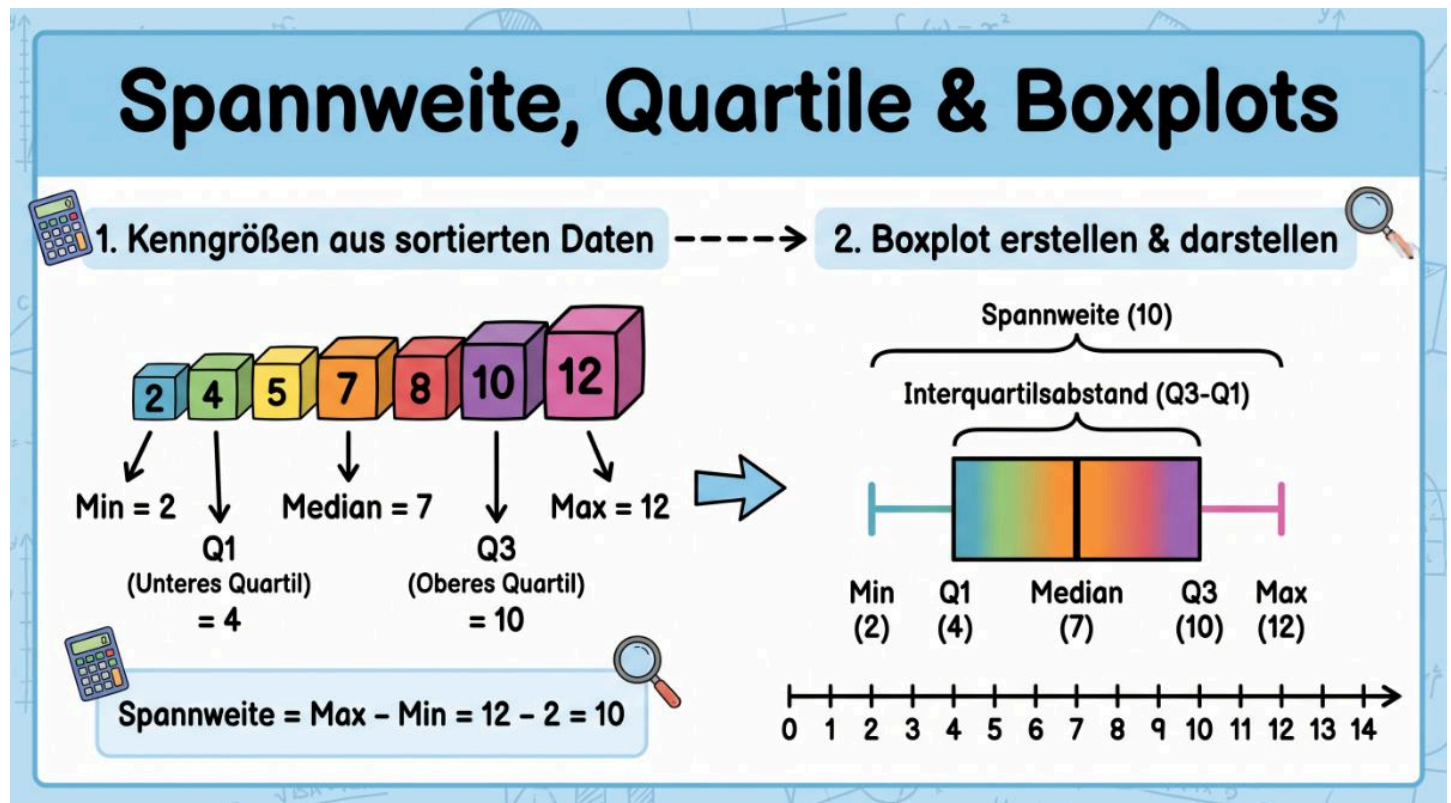
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alita](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen

Lernziel-ID 3e0c9bce-2528-4cf1-9b1f-c79146b0a5f2

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Kenngrößen von Daten bestimmen und interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Spannweite und Quartile als Kenngrößen der beschreibenden Statistik bestimmen, Boxplots erstellen und damit charakteristische Merkmale eines Datensatzes nachvollziehbar darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen 71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a	S. 59	Prozentangaben in Texten deuten und prüfen 72b6bfa5-8e34-4029-8f85-0277207c485e	S. 60	Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen 91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453	S. 61	Diagramme kritisch interpretieren acbb7e26-f85f-405b-a3e5-affa6add6711	S. 62
Arithmetisches Mittel bestimmen und deuten 15505229-efec-4d01-8e71-acf15f9c2424	S. 63						

Wird direkt vorausgesetzt von

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c	S. 94
--	-------

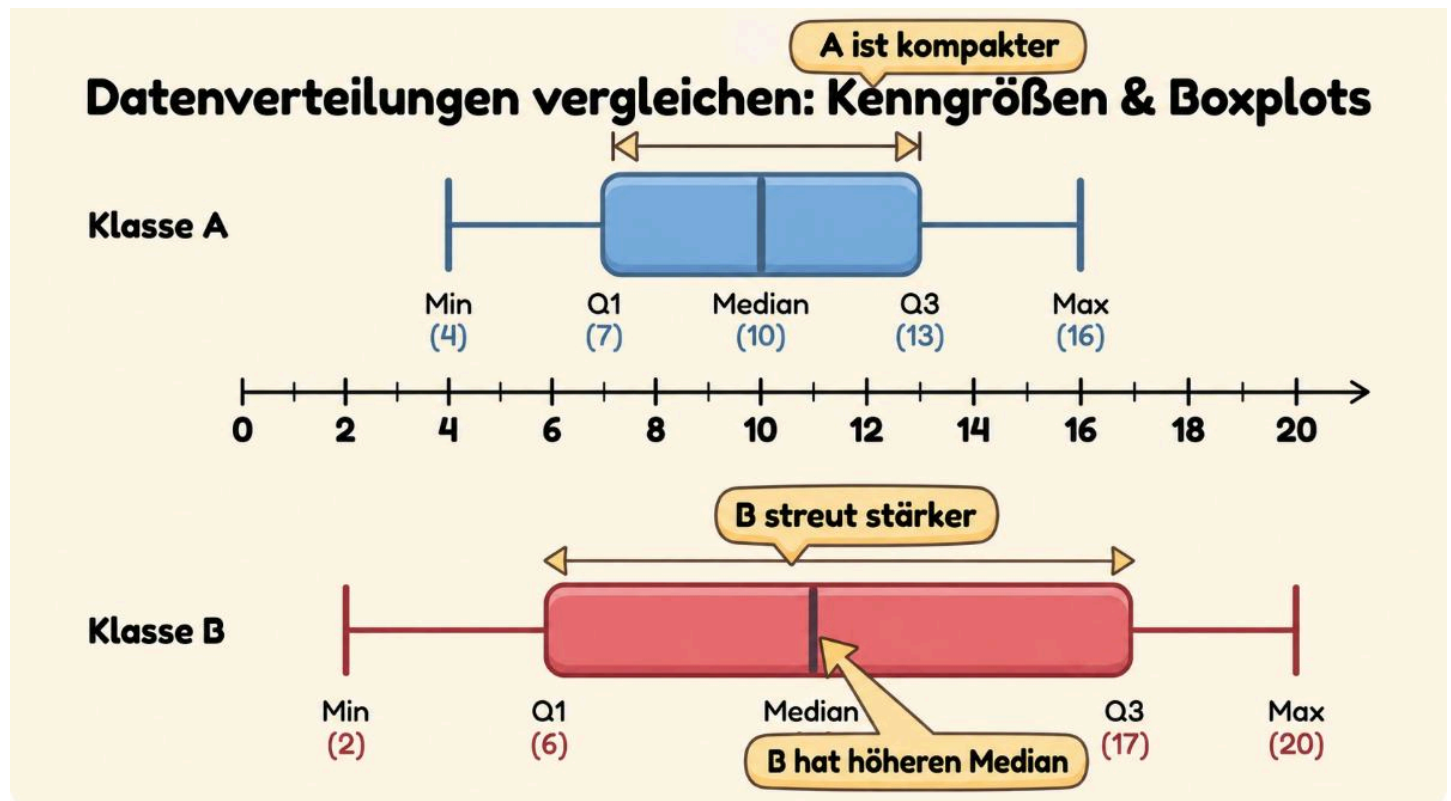
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten

Lernziel-ID b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Kenngrößen von Daten bestimmen und interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus bekannten Kenngrößen und aus Boxplots Informationen über zugrunde liegende Datensätze gewinnen, vergleichende Aussagen formulieren und diese fachlich begründet beurteilen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen 71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a S. 59	Prozentangaben in Texten deuten und prüfen 72b6bfa5-8e34-4029-8f85-0277207c485e S. 60	Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen 91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453 S. 61	Diagramme kritisch interpretieren acbb7e26-f85f-405b-a3e5-affa6add6711 S. 62
Arithmetisches Mittel bestimmen und deuten 15505229-efec-4d01-8e71-acf15f9c2424 S. 63	Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen 2242c379-dbb-4f03-8aed-13f49a4674e8 S. 92	Spannweite und Quartile bestimmen und Boxplots erstellen 3e0c9bce-2528-4cf1-9b1f-c79146b0a5f2 S. 93	

Wird direkt vorausgesetzt von

Laplace-Experimente auswerten 5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e S. 110
--

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 7, 5 BE\)](#) c82e4a0a-0af8-54a3-99f1-2789ec4dc3ea

Statistische Daten aus Sekundärquellen entnehmen

Lernziel-ID bc1a4cba-a8a8-5e59-9f3f-1e8fe7918004

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7 > Kenngrößen von Daten bestimmen und interpretieren

STATISTISCHE DATEN AUS SEKUNDÄRQUELLEN ENTNEHMEN

Die lernende Person kann zu einer statistischen Fragestellung passende Daten aus Sekundärquellen entnehmen, die Quelle benennen und die Daten für eine Auswertung strukturieren.

1. FRAGESTELLUNG & QUELLE

Fragestellung: Wie entwickelte sich der Anteil der Schülerinnen und Schüler, die mit dem Fahrrad zur Schule kommen?

KOMMUNALER MOBILITÄTSBERICHT 2025 (BEISPIELDATEN)

Statistische Übersicht (Auszug)

Jahr	Anteil Fahrrad
2021	18%
2022	21%
2023	24%
2024	29%

Quelle: Kommunaler Mobilitätsbericht 2025, Beispieldaten.

2. DATEN STRUKTURIEREN

Strukturierte Auswertungstabelle

Variable	Merkmal	Einheit	Werte
Jahr	Anteil Fahrrad zur Schule	Prozent	18
			21
			24
			29

Daten für Auswertung aufbereitet.

3. AUSWERTUNG & CHECK

Entwicklung Anteil Fahrrad

Prozent

Jahr (2021-2024)

18 21 24 29

CHECKLISTE

- Fragestellung passt? ✓
- Quelle benannt? ✓
- Einheit notiert? ✓
- Daten in Tabelle übertragen? ✓

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer statistischen Fragestellung passende Daten aus Sekundärquellen entnehmen, die Quelle benennen und die Daten für eine Auswertung strukturieren.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen
91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453

S. 61

Wird direkt vorausgesetzt von

Laplace-Experimente auswerten
5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e

S. 110

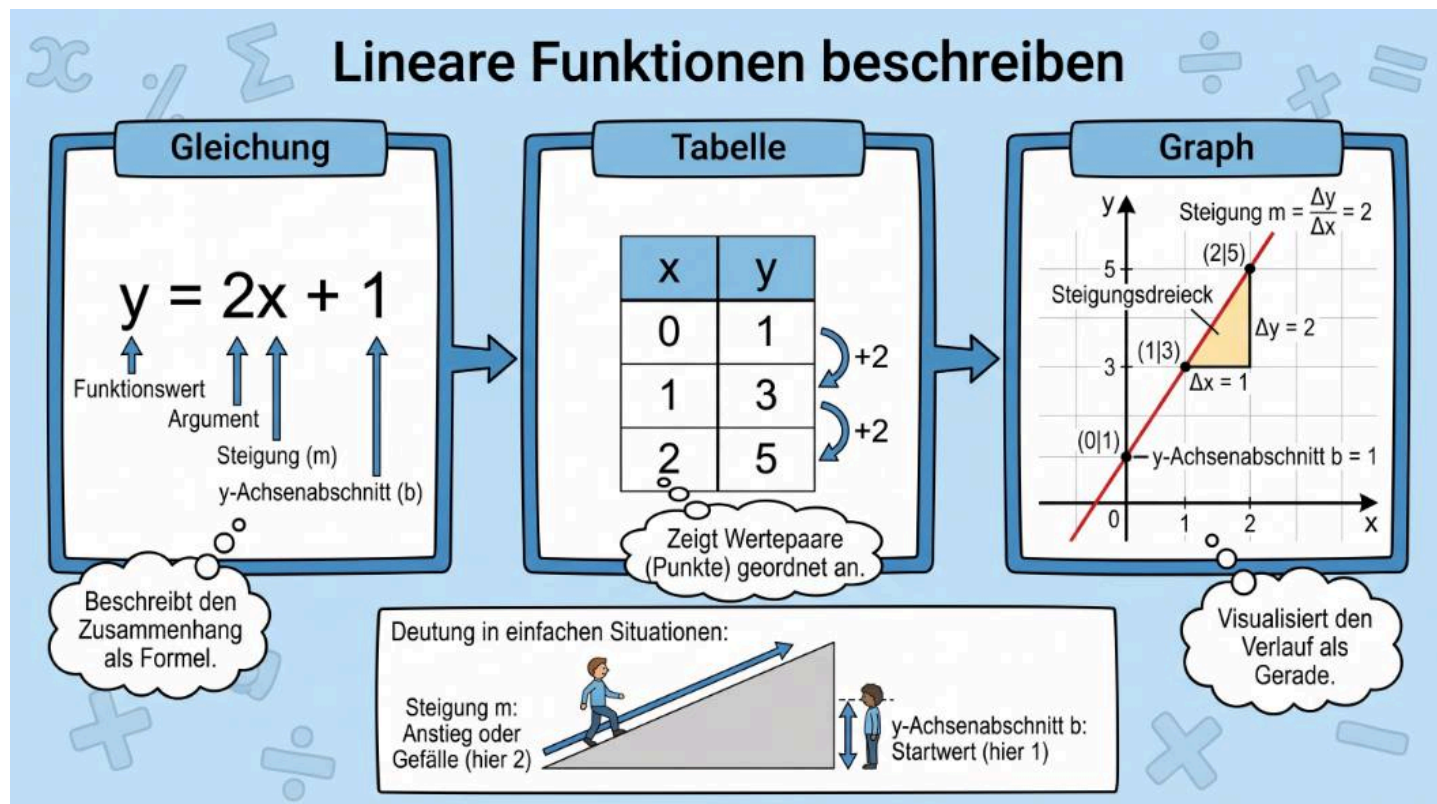
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 7, 5 BE\)](#) c82e4a0a-9af8-54a3-99f1-2789ec4dc3ea

Lineare Funktionen beschreiben

Lernziel-ID af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Lineare Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Funktionen durch Gleichungen, Wertetabellen und Graphen darstellen sowie die Bedeutung von Steigung und y-Achsenabschnitt in einfachen Situationen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Proportionale Zusammenhänge mit Quotientengleichheit prüfen S. 78 Proportionale Funktionen als Ursprungsgeraden deuten und darstellen S. 79

Wird direkt vorausgesetzt von

Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten S. 97	Geradengleichungen linearer Funktionen aufstellen S. 98	Nullstellen linearer Funktionen berechnen S. 99	Schnittpunkte zweier Geraden berechnen S. 100	Definitionsmenge einfacher gebrochener rationaler Funktionen bestimmen S. 101	Achsenschnittpunkte einfacher gebrochener rationaler Funktionen bestimmen S. 102
Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen S. 165	Parameter quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform deuten S. 166	Achsenschnittpunkte und Vorzeichen quadratischer Funktionen aus Graphen deuten S. 167	Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen S. 168	Parameter linearer Funktionen deuten S. 194	Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben S. 623
Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen S. 625	Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben S. 627	Exponentialgleichungen mit Logarithmen lösen S. 628	Logarithmen als Umkehrung exponentieller Zusammenhänge nutzen S. 629	Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten S. 630	Exponentielles Wachstum in Graphen, Tabellen und Kontexten deuten S. 641
Quadratische Gleichungen lösen S. 764	Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen S. 765	Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen S. 766	Ableitungsbegriff aus mittleren und momentanen Änderungsraten entwickeln S. 772		

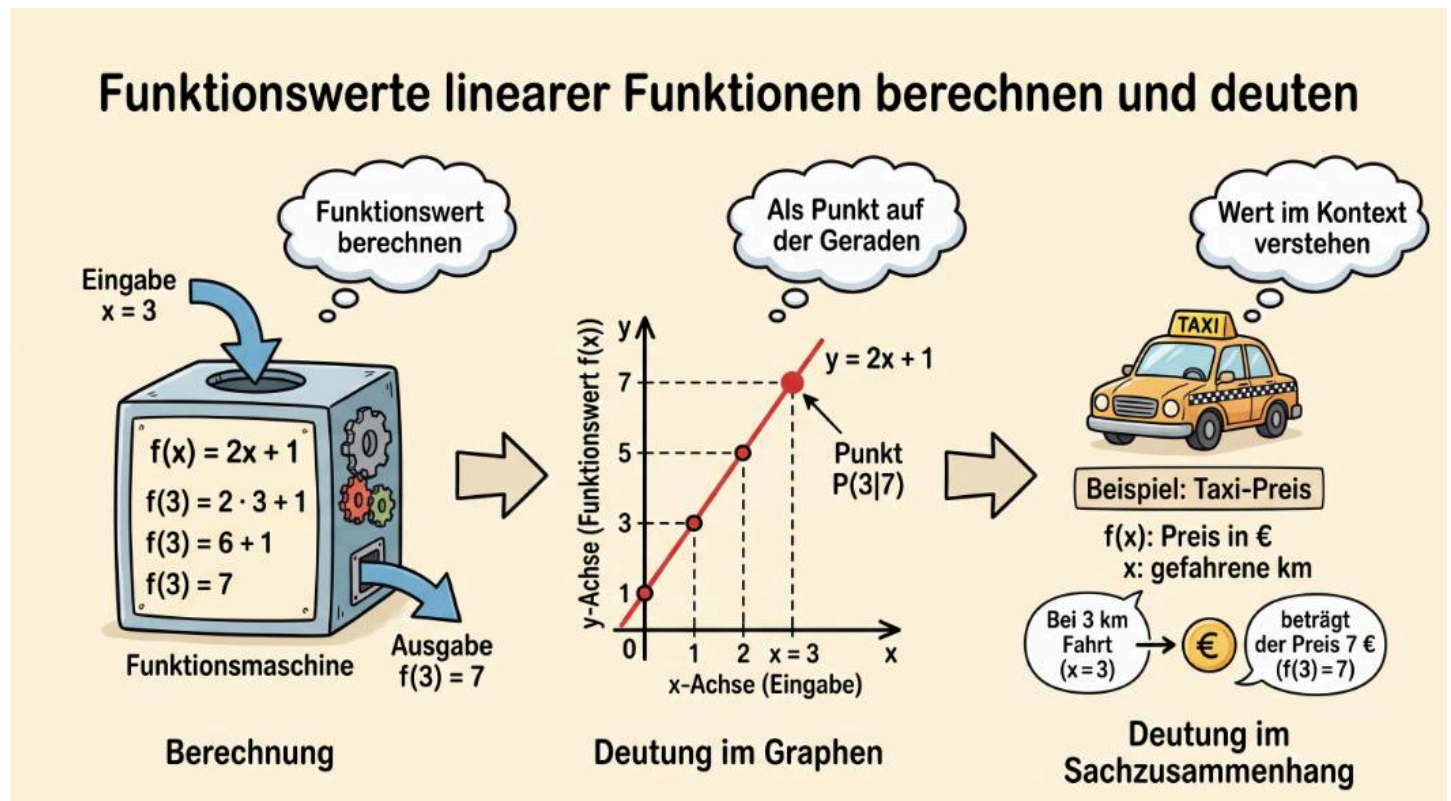
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten

Lernziel-ID e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Lineare Funktionen > Lineare Funktionen rechnerisch untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu gegebenen x-Werten die zugehörigen Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und die Ergebnisse als Punkte im Graphen oder als Werte im Sachzusammenhang deuten.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben

S. 96

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Gleichungssysteme lösen und deuten S. 109	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen und Lösungsvielfalt untersuchen S. 111	Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben S. 623	Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen S. 625	Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben S. 627	Exponentialgleichungen mit Logarithmen lösen S. 628
Logarithmen als Umkehrung exponentieller Zusammenhänge nutzen S. 629	Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten S. 630	Exponentielles Wachstum in Graphen, Tabellen und Kontexten deuten S. 641			

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 18a77422-6ceb-57ce-a90f-9ebc1179aaae

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 8, 8 BE\)](#) 4553367f-6265-511b-8632-46d99109e69b

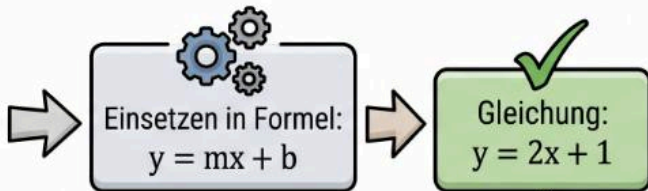
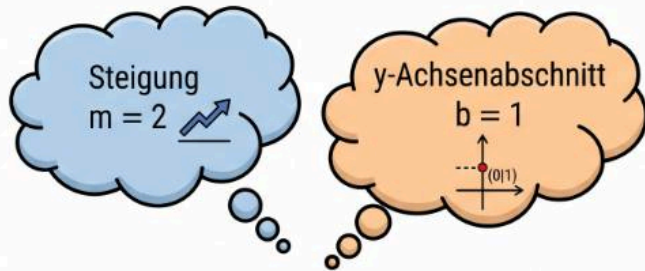
Geradengleichungen linearer Funktionen aufstellen

Lernziel-ID ae772695-d55e-4cc5-81bc-6605272759b4

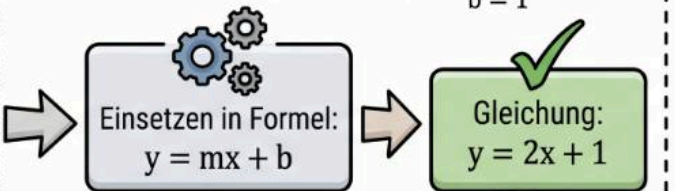
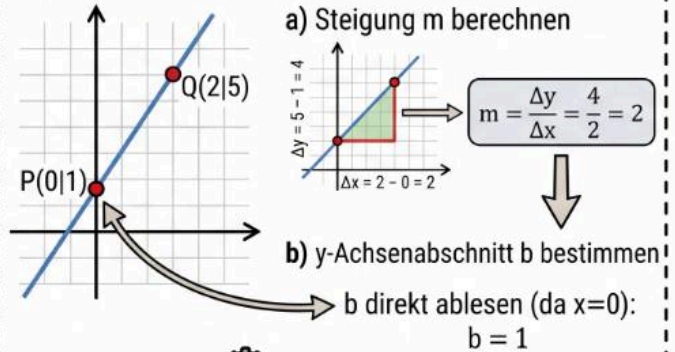
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Lineare Funktionen > Lineare Funktionen rechnerisch untersuchen

Lernziel: Geradengleichungen linearer Funktionen aufstellen ($y = mx + b$)

1. Gegeben: Steigung m & y-Achsenabschnitt b



2. Gegeben: Zwei Punkte P & Q



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Gleichung einer linearen Funktion in der Form $y = mx + b$ aus Steigung und y-Achsenabschnitt, aus Steigung und einem Punkt oder aus zwei verschiedenen Punkten des Graphen aufstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Lineare Funktionen beschreiben](#)

af3d6b7f-c5fb-4ec6-a9f0-c0be997c9186

S. 96

Wird direkt vorausgesetzt von

[Nullstellen linearer Funktionen berechnen](#)

4acca6ef-5344-4dd1-b53d-506907573cf7

S. 99

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 10a77422-6ceb-57ce-a90f-0ebc1179aaae

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 8, 8 BE\)](#) 4553367f-6265-511b-8632-46d99109e69b

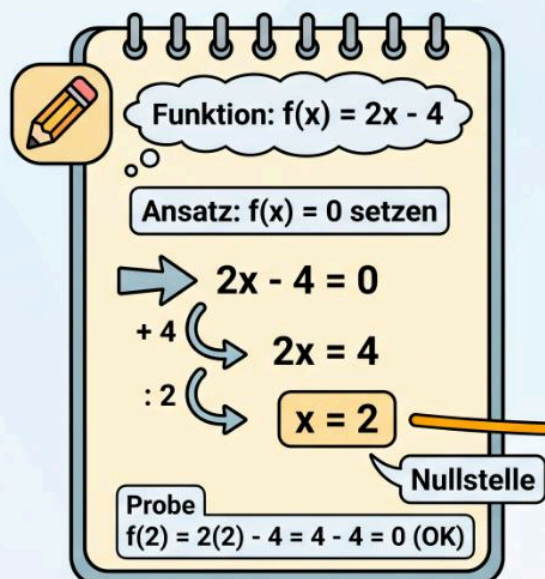
Nullstellen linearer Funktionen berechnen

Lernziel-ID 4acca6ef-5344-4dd1-b53d-506907573cf7

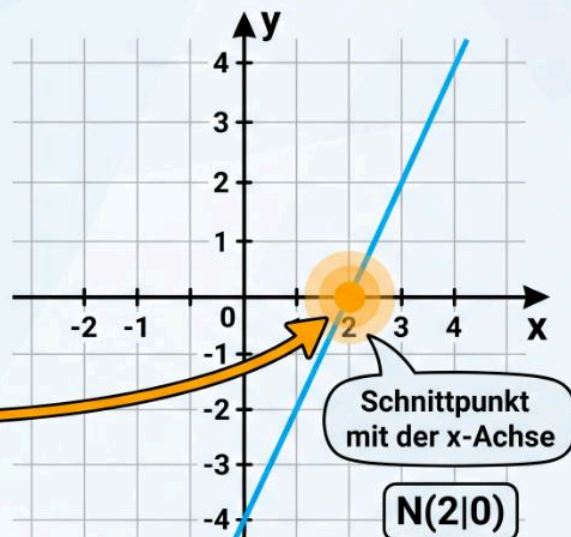
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Lineare Funktionen > Lineare Funktionen rechnerisch untersuchen

Nullstellen linearer Funktionen berechnen

Rechnerische Bestimmung (Algebra)



Geometrische Deutung (Graph)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Nullstelle einer linearen Funktion rechnerisch bestimmen und als Schnittpunkt des Graphen mit der x-Achse deuten.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben
af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

S. 96

Geradengleichungen linearer Funktionen aufstellen
ae772695-d55e-4cc5-81bc-6605272759b4

S. 98

Wird direkt vorausgesetzt von

Schnittpunkte zweier Geraden berechnen
2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91

S. 100

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 8, 8 BE\)](#) 4553367f-6265-511b-8632-46d99109e69b

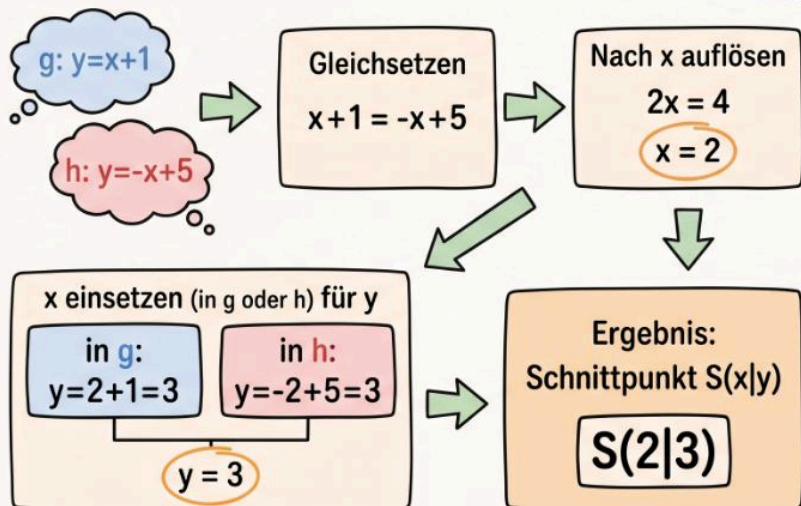
Schnittpunkte zweier Geraden berechnen

Lernziel-ID 2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91

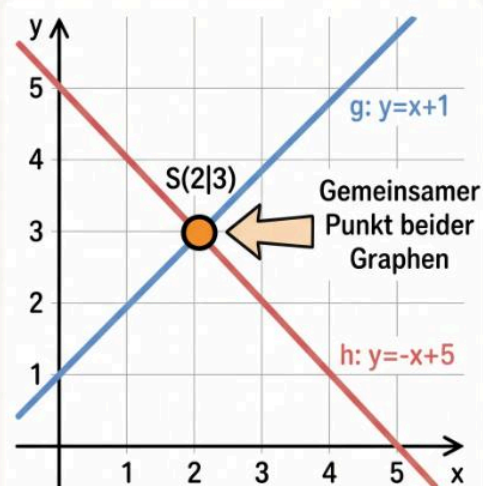
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Lineare Funktionen > Lineare Funktionen rechnerisch untersuchen

Schnittpunkte zweier Geraden berechnen

1. Rechnerische Bestimmung



2. Grafische Deutung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Schnittpunkt zweier Geraden rechnerisch bestimmen und das Ergebnis als gemeinsamen Punkt beider Graphen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben	S. 96	Nullstellen linearer Funktionen berechnen	S. 99
--------------------------------	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Gleichungssysteme lösen und deuten	S. 109	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen und Lösungsvielfalt untersuchen	S. 111	Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben	S. 623	Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen	S. 625	Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben	S. 627	Exponentialgleichungen mit Logarithmen lösen	S. 628
Logarithmen als Umkehrung exponentieller Zusammenhänge nutzen	S. 629	Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten	S. 630	Exponentielles Wachstum in Graphen, Tabellen und Kontexten deuten	S. 641						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

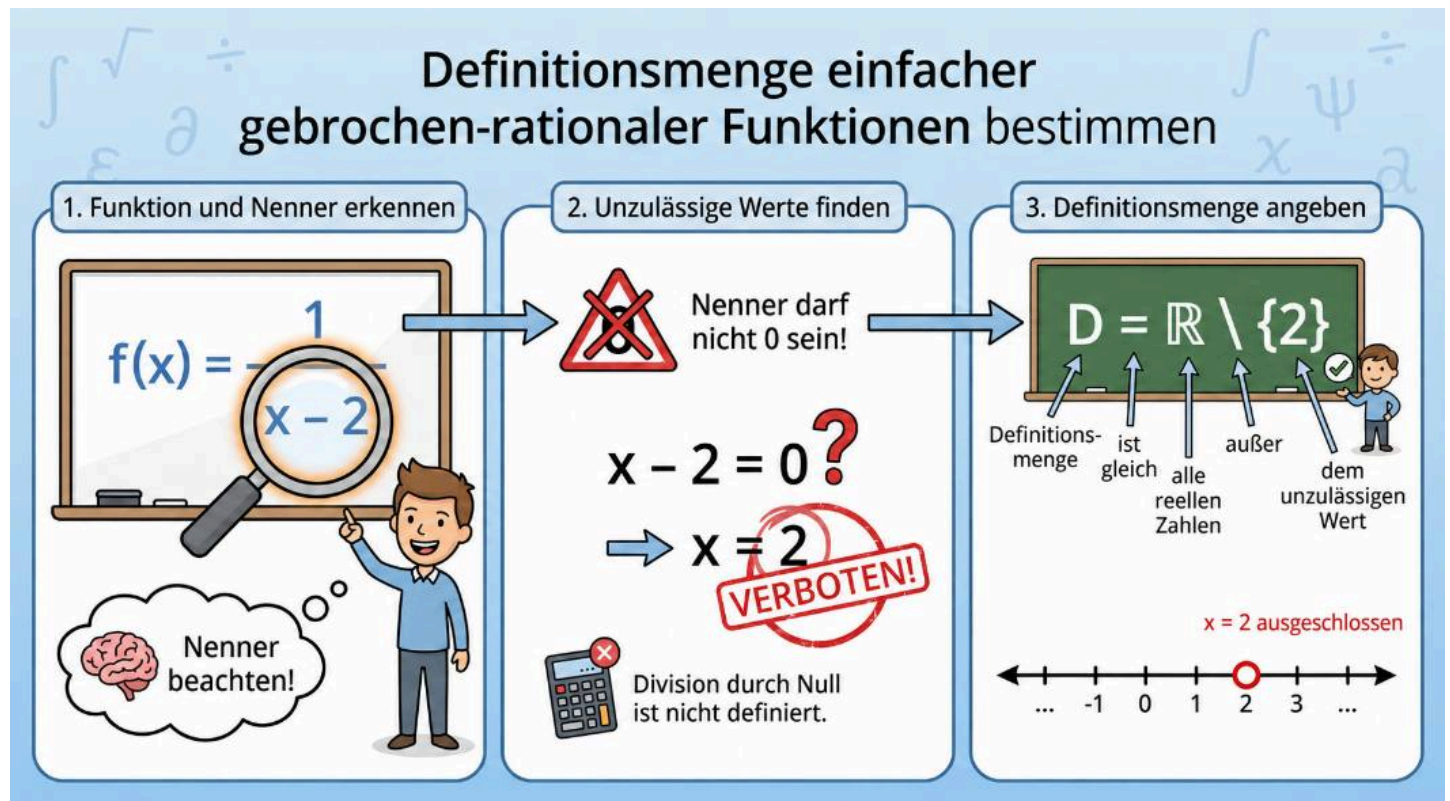
[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 10a77422-6ceb-57ce-a90f-0ebc1179aaae

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 8, 8 BE\)](#) 4553367f-6265-511b-8632-46d99189e69b

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

Lernziel-ID 34ba4714-a0ff-4a48-857f-d2481cbe0441

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einfachen gebrochen-rationalen Funktionen unzulässige Werte erkennen, die Definitionsmenge angeben und sie am Term begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen 2c4839e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2	S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen f0860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84	Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96
---	-------	--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Achsen Schnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen 0c8b59cb-62c0-5cc7-afd0-7e6e89cbee43	S. 102	Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen beschreiben be18cef8-ad5b-56d4-9ecf-9ba45bad211e	S. 103	Graphen einfacher Hyperbeln mit Asymptoten zeichnen bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807	S. 104	Parameter einfacher Hyperbeln aus Graphen bestimmen 3f1a97d2-7de6-5799-81f2-39782c3e54d7	S. 105
Umgekehrt proportionale Größen mit Hyperbeln beschreiben fa72cf74-a31e-402e-90d7-422c118f4a5b	S. 106						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 9accf4e2-f92d-5ff1-8d47-dfec33a8a707

Achsenschnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

Lernziel-ID 0c8b59cb-62c0-5cc7-afd0-7e6e89cbee43

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben

Achsenschnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

Aus dem Funktionsterm

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

→ Schnittpunkt mit y-Achse ($x=0$)

$$f(0) = \frac{0+1}{0-2} = \frac{1}{-2} = -0.5$$

⇒ $S_y(0|-0.5)$ ← y-Achsenabschnitt

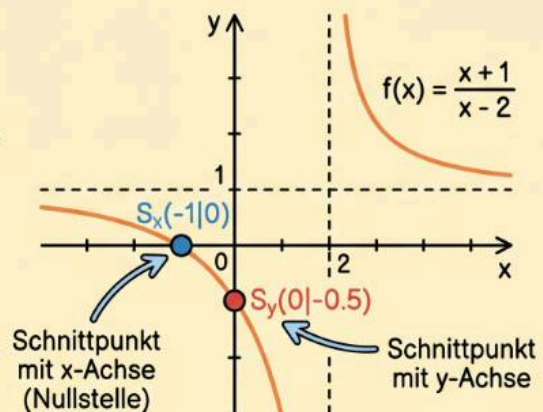
→ Schnittpunkt mit x-Achse ($f(x)=0$)

$$\text{Zähler} = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

⇒ $S_x(-1|0)$ ← Nullstelle

⚠ Achtung: Nenner $\neq 0$! (Hier: $x \neq 2$)

Aus dem Graphen



Bedeutung: Wo der Graph die Achsen schneidet.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Achsenschnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen aus Termen und Graphen bestimmen und ihre Bedeutung im Koordinatensystem erklären.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben

af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

S. 96

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

34ba4714-a0ff-4a48-857f-d2481cbe0441

S. 101

Wird direkt vorausgesetzt von

Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen beschreiben

be18cef8-ad5b-56d4-9ecf-9ba45bad211e

S. 103

Graphen einfacher Hyperbeln mit Asymptoten zeichnen

bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807

S. 104

Parameter einfacher Hyperbeln aus Graphen bestimmen

3f1a97d2-7de6-5799-81f2-39782c3e54d7

S. 105

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

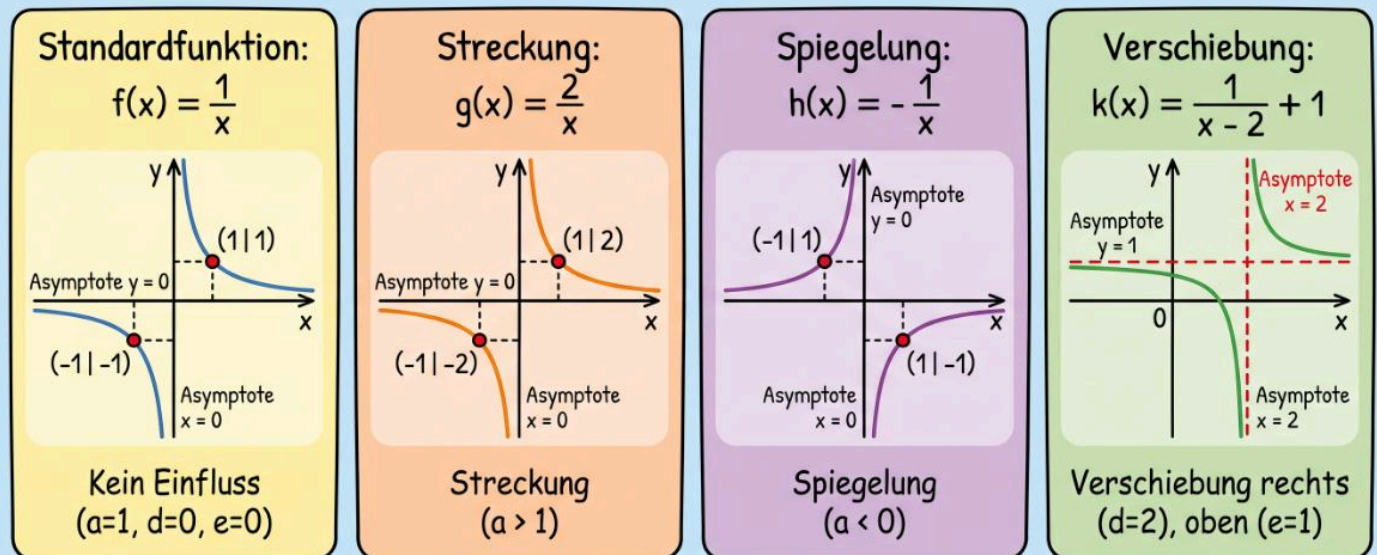
[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 9accf4e2-f92d-5ff1-8d47-dfec33a8a707

Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen beschreiben

Lernziel-ID be18cef8-ad5b-56d4-9ecf-9ba45bad211e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben

Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen: $y = \frac{a}{(x-d)} + e$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Funktionen der Form $f(x) = a/(x-d) + e$ mit $a \neq 0$ beschreiben, wie d und e die Asymptoten $x = d$ und $y = e$ und damit die Verschiebung des Graphen festlegen und wie Vorzeichen und Betrag von a die Lage der Äste sowie deren Streckung oder Stauchung bestimmen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen 34ba4714-a0ff-4a48-857f-d2481cbe0441	S. 101	Achsenschnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen 0c8b59cb-62c0-5cc7-afd0-7e6e89cbee43	S. 102
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Graphen einfacher Hyperbeln mit Asymptoten zeichnen bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807	S. 104	Parameter einfacher Hyperbeln aus Graphen bestimmen 3f1a97d2-7de6-5799-81f2-39782c3e54d7	S. 105	Umgekehrt proportionale Größen mit Hyperbeln beschreiben fa72cf74-a31e-402e-90d7-422c118f4a5b	S. 106
---	--------	---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

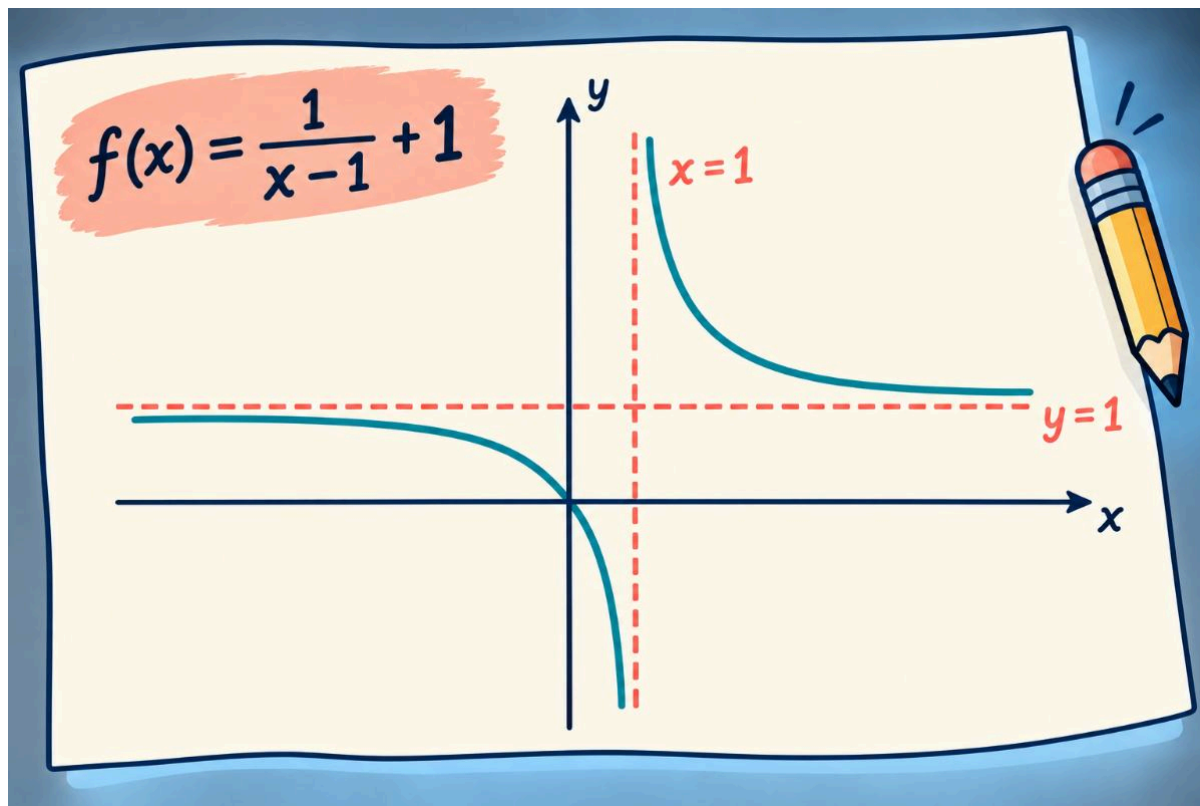
[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 9accf4e2-f92d-5ff1-8d47-dfec33a8a707

Graphen einfacher Hyperbeln mit Asymptoten zeichnen

Lernziel-ID bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben >

Graphen, Asymptoten und Parameter einfacher Hyperbeln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu Funktionen der Form $f(x) = a/(x - d) + e$ mit $a \neq 0$ die senkrechte und waagrechte Asymptote bestimmen und einen zu den Parametern passenden Hyperbelgraphen zeichnen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen 34ba4714-a0ff-4a48-857f-d2481cbe0441	S. 101	Achsenschnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen 0c8b59cb-62c0-5cc7-afd0-7e6e89cbee43	S. 102	Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen beschreiben be18cef8-ad5b-56d4-9ecf-9ba45bad211e	S. 103
---	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter einfacher Hyperbeln aus Graphen bestimmen 3f1a97d2-7de6-5799-81f2-39782c3e54d7	S. 105	Umgekehrt proportionale Größen mit Hyperbeln beschreiben fa72cf74-a31e-402e-90d7-422c118f4a5b	S. 106	Bruchgleichungen lösen und als Schnittpunkte deuten 797ee047-b8dd-45cf-880e-98571a56c690	S. 115
--	--------	---	--------	--	--------

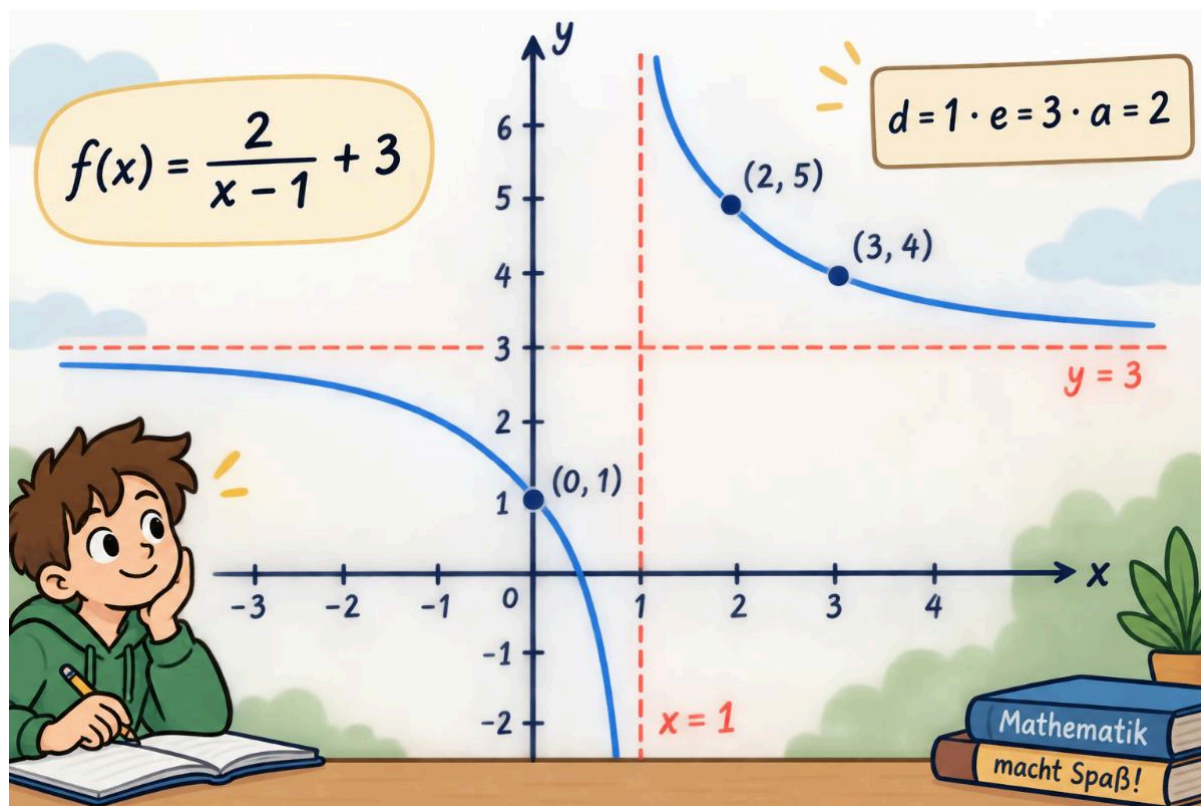
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Parameter einfacher Hyperbeln aus Graphen bestimmen

Lernziel-ID 3f1a97d2-7de6-5799-81f2-39782c3e54d7

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben > Graphen, Asymptoten und Parameter einfacher Hyperbeln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einem gegebenen Graphen einer Funktion der Form $f(x) = a/(x - d) + e$ mit $a \neq 0$ die Parameter d und e aus den Asymptoten sowie a mithilfe eines weiteren Graphenpunkts bestimmen und den rekonstruierten Funktionsterm am Graphen prüfen.

Geltung

BB, BE, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

S. 101

34ba4714-a9ff-4a48-857f-d2481cbe0441

Achsenschnittpunkte einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen

S. 102

0c8b59cb-62c0-5cc7-afd0-7e6e89cbee43

Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen beschreiben

S. 103

be18cef8-ad5b-56d4-9ecf-9ba45bad211e

Graphen einfacher Hyperbeln mit Asymptoten zeichnen

S. 104

bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

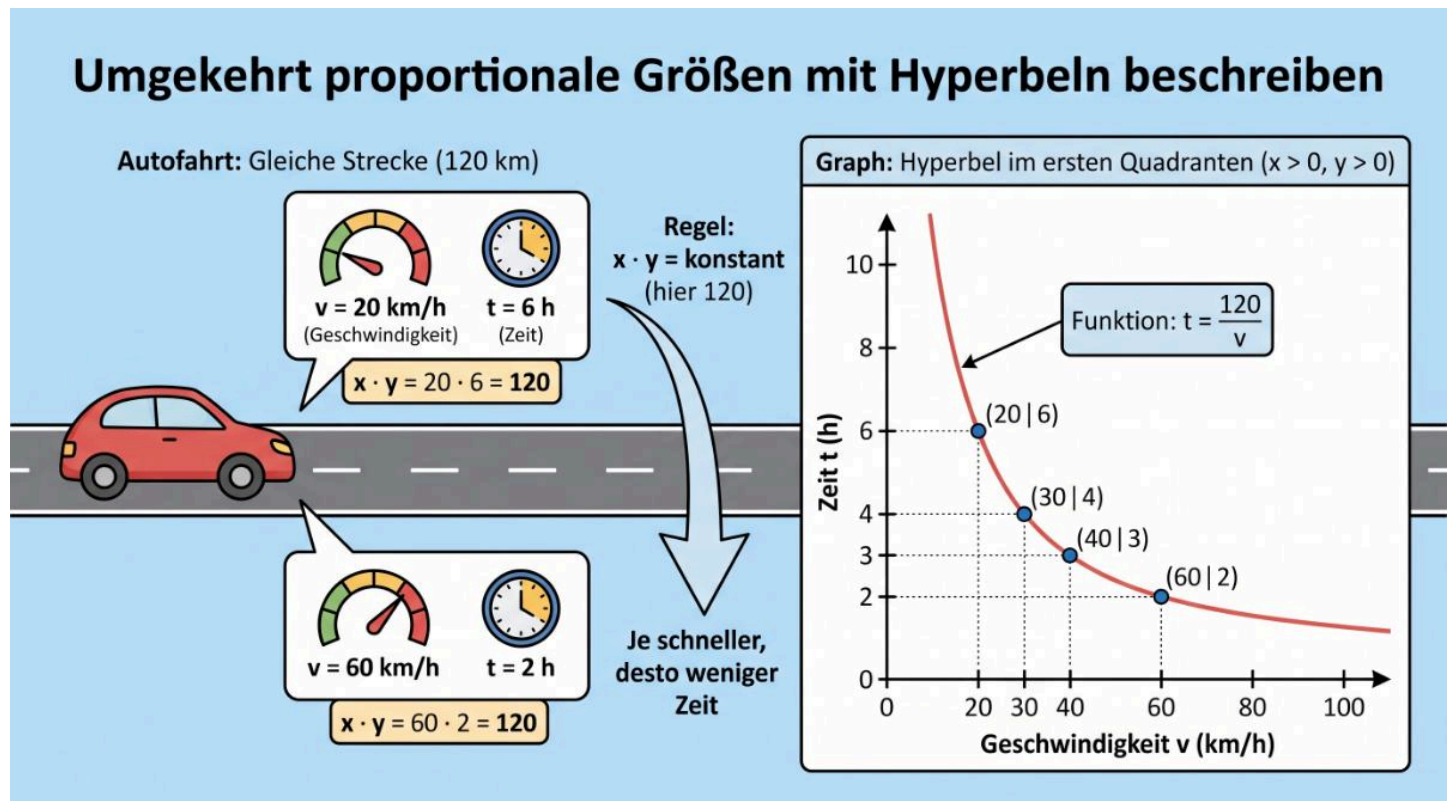
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Parameter einer Hyperbel aus Asymptoten und einem Punkt bestimmen](#) 0d2cfdcc-7af6-5709-819f-929e6cf9c192

Umgekehrt proportionale Größen mit Hyperbeln beschreiben

Lernziel-ID fa72cf74-a31e-402e-90d7-422c118f4a5b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Gebrochen-rationale Funktionen in einfachen Fällen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann umgekehrt proportionale Größen an einem konstanten Produkt erkennen, sie durch Funktionen der Form $y = k/x$ mit $k \neq 0$ beschreiben und den zugehörigen Hyperbelgraphen auch in naturwissenschaftlichen Kontexten deuten.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren S. 75
2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

Proportionale Zusammenhänge mit Quotientengleichheit prüfen S. 78
c1f50bcc-7848-4e49-b9de-0ec030cc6bca

Definitionsmenge einfacher gebrochen-rationaler Funktionen bestimmen S. 101
34ba4714-a0ff-4a48-857f-d2481cbe0441

Parametereinfluss auf einfache gebrochen-rationale Graphen beschreiben S. 103
be18cef8-ad5b-56d4-9ecf-9ba45bad211e

Graphen einfacher Hyperbeln mit Asymptoten zeichnen S. 104
bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) 9accf4e2-f92d-5ff1-8d47-dfec33a8a707

Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen

Lernziel-ID c420e0be-1e74-4050-834c-d8da7f41095a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Bruchterme umformen und Bruchgleichungen lösen

Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen

Kürzen (vereinfachen)

Strukturieren (Faktorisieren)

$\frac{2x+6}{x+3} \rightarrow \frac{2(x+3)}{(x+3)} \rightarrow \frac{\cancel{2(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} \rightarrow 2$

Gemeinsame Faktoren erkennen Gemeinsame Faktoren kürzen!

NICHT über Summen kürzen!

Bedingung: Nenner $\neq 0$, hier $x \neq -3$

Erweitern (Wert erhalten)

Hauptnenner 6

$\frac{x+1}{2} + \frac{1}{3} \rightarrow \frac{3(x+1)}{6} + \frac{2}{6} \rightarrow \frac{3x+3+2}{6} \rightarrow \frac{3x+5}{6}$

Auf Hauptnenner erweitern Zähler addieren Wert des Bruchs bleibt gleich!

Merke: Erst faktorisieren, dann kürzen. Beim Addieren auf Hauptnenner erweitern.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Faktor- und Summenstruktur von Bruchtermen erkennen, zur Strukturierung bei Bedarf das Distributivgesetz nutzen, Zähler und Nenner mit demselben Faktor erweitern oder gemeinsame Faktoren kürzen und unter Beachtung der Definitionsbedingungen begründen, warum die Umformungen wertgleich sind.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln ca8b2e67-7d14-5bafe-8404-26820fe3d548 S. 39	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern ec9f2ed4-c9e6-5fb3-a073-75b53127e55d S. 42	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen 2f565855-bcd6-4da5-bc80-4b72a2d93d50 S. 44	Betrag einer Zahl angeben 44cb7404-114e-5b14-b33a-ddee41952d46 S. 46
Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen 26f668a0-6425-5466-9cf7-6295dd189005 S. 49	Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren b41cb496-dad5-596e-9c23-cdcbdb3ec2e S. 52	Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen 2c4830e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2 S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80 S. 84

Wird direkt vorausgesetzt von

Bruchterme auf einen gemeinsamen Nenner bringen f7a9a0b4-ec64-468f-8da4-59c5055eac1d S. 108	Bruchterme multiplizieren und dividieren 76478e47-5ff9-5de1-b601-5e6e436ad855 S. 114
--	---

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

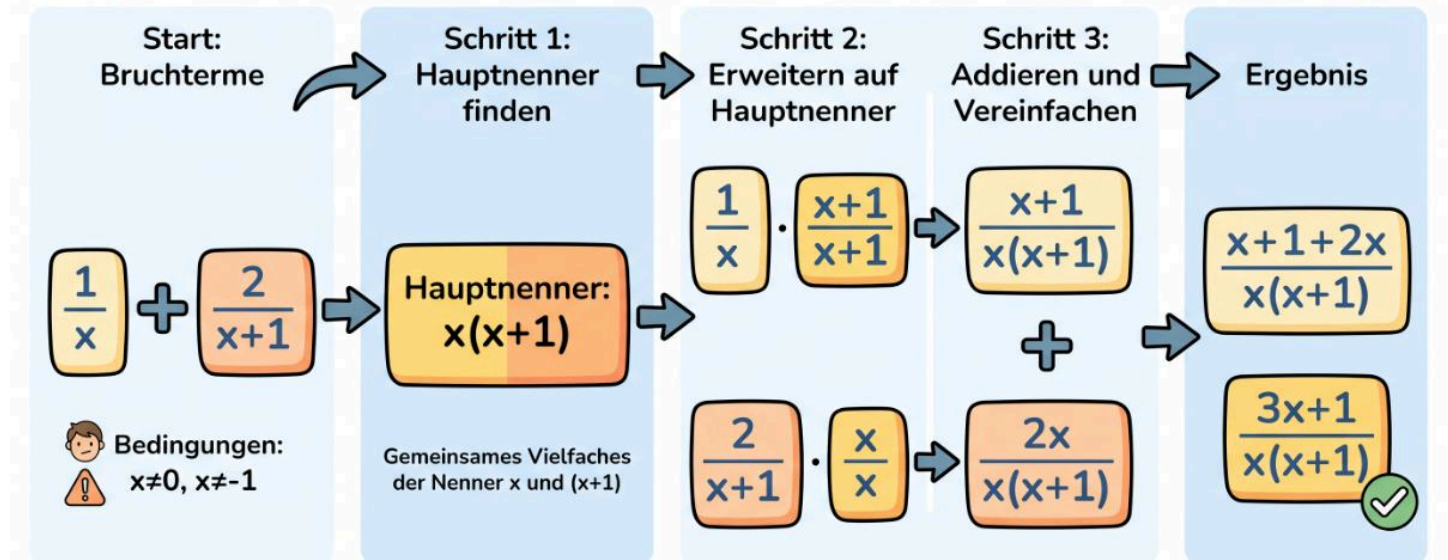
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Bruchterme auf einen gemeinsamen Nenner bringen

Lernziel-ID f7a9a0b4-ec64-468f-8da4-59c5055eac1d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Bruchterme umformen und Bruchgleichungen lösen

Bruchterme auf einen gemeinsamen Nenner bringen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus der Faktorstruktur der Nenner einen geeigneten gemeinsamen Nenner bestimmen, jeden Bruchterm mit den fehlenden Faktoren erweitern und unter Beachtung der Definitionsbedingungen die Wertgleichheit der Umformungen begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen

c420e0be-1e74-4050-834c-d8da7f41095a

S. 107

Wird direkt vorausgesetzt von

Bruchterme addieren und subtrahieren

15512e77-31e3-5222-8a6b-84791618e5ce

S. 113

Bruchgleichungen lösen und als Schnittprobleme deuten

797ee047-b8dd-45cf-880e-98571a56c690

S. 115

Formeln mit Brüchen nach Variablen auflösen

0a154cbd-1218-4553-835c-a754e9901bba

S. 116

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

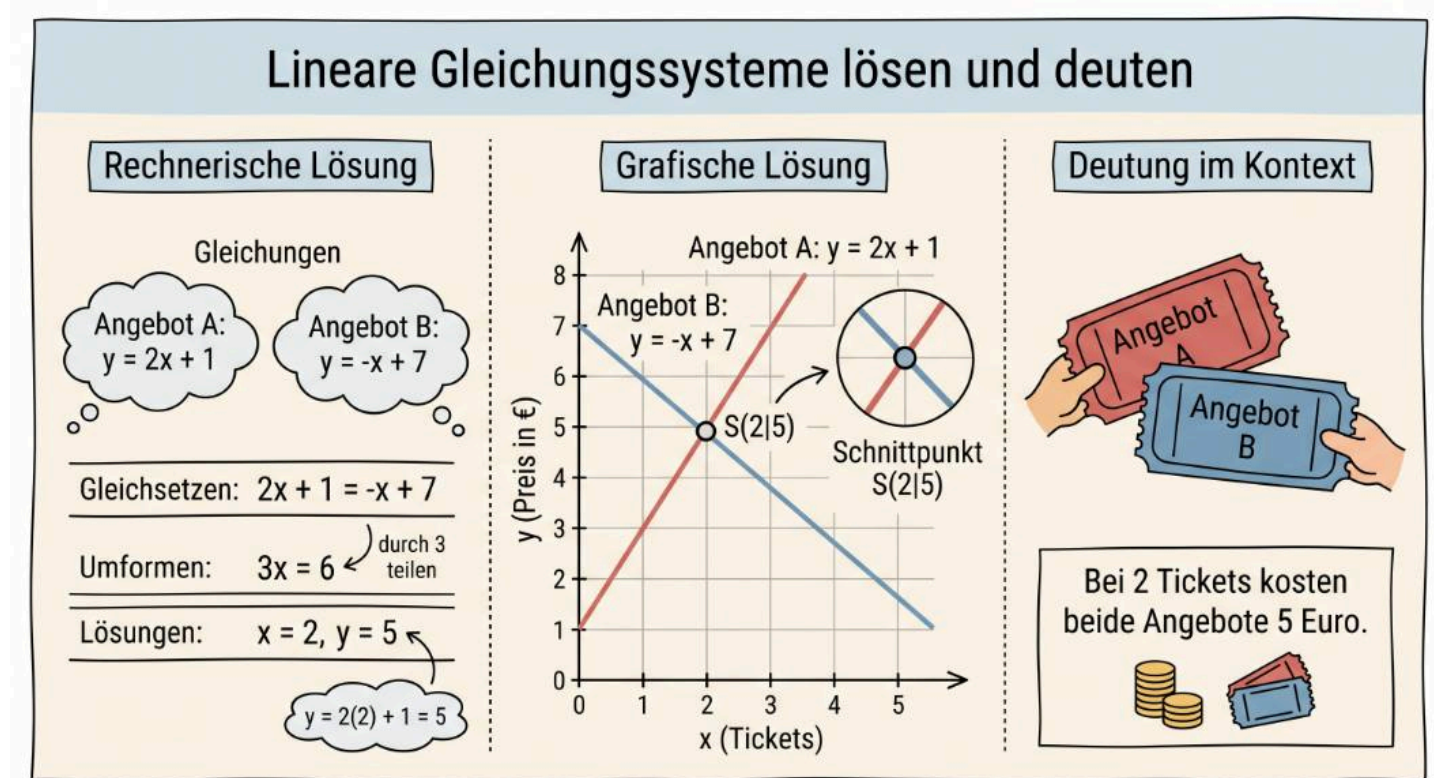
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) e96bc8e4-463b-5e86-b0c4-2c87b74d68f5

Lineare Gleichungssysteme lösen und deuten

Lernziel-ID 546bf0b3-6921-416b-a2ef-8fd37d429dc7

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Gleichungssysteme in einfachen Fällen grafisch und rechnerisch lösen und die Bedeutung der Lösungen im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungen systematisch lösen S. 88
3257771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee

Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten S. 97
e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232

Schnittpunkte zweier Geraden berechnen S. 100
2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91

Wird direkt vorausgesetzt von

Quadratische Funktionen aus Punkten oder Bedingungen bestimmen S. 169
5743b8f9-86cb-4e24-8859-351708d070ab

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Laplace-Experimente auswerten

Lernziel-ID 5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8

Laplace-Experimente auswerten

Die lernende Person kann Laplace-Experimente beschreiben, Wahrscheinlichkeiten in gleichwahrscheinlichen Situationen bestimmen und Ergebnisse tabellarisch oder grafisch auswerten.

Laplace-Experiment: Fairer Würfel



Ergebnismenge Ω
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Jedes Ergebnis gleich wahrscheinlich

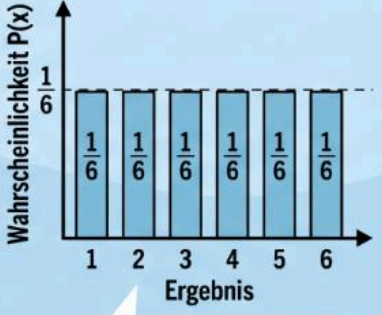
$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$

Ereignis: Gerade Zahl

$E = \{2, 4, 6\}$

$P(E) = \frac{\text{Anzahl günstig}}{\text{Anzahl möglich}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Ergebnisse auswerten



Wahrscheinlichkeit $P(x)$

Ergebnis

Gleiche Balkenhöhen = Gleichwahrscheinlich

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand der Versuchsanordnung begründen, ob ein einfaches Zufallsexperiment als Laplace-Experiment modelliert werden kann, seine Ergebnismenge und Ereignisse tabellarisch oder grafisch darstellen sowie im Laplace-Fall theoretische Ereigniswahrscheinlichkeiten als Anteil der günstigen an allen möglichen gleichwahrscheinlichen Elementarergebnissen bestimmen und deuten.

Geltung

BB, BE, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Datenverteilungen mithilfe von Kenngrößen und Boxplots vergleichen und deuten b819973b-4cad-48a4-9f7e-f74b5e75ea6c	S. 94	Statistische Daten aus Sekundärquellen entnehmen bc1a4cba-a8a8-5e59-9f3f-1e8fe7918004	S. 95
--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Verknüpfte Ereignisse mit Mengen- und Vierfelderdarstellungen strukturieren 759485a9-51c0-4261-af7d-caa3c0e5d68b	S. 143	Baumdiagramme und Pfadregeln für zusammengesetzte Experimente nutzen efc3506a-5f35-4d77-9498-d70a091a470b	S. 182	Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit relativen Häufigkeiten vergleichen 5a2371fd-74ce-5013-932e-35d3713aeaf7	S. 418	Zählverfahren und kombinatorische Überlegungen für Wahrscheinlichkeiten nutzen 3d8f5e4c-8f7b-49cf-bd83-1d9876db5bf6	S. 681
--	--------	---	--------	--	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

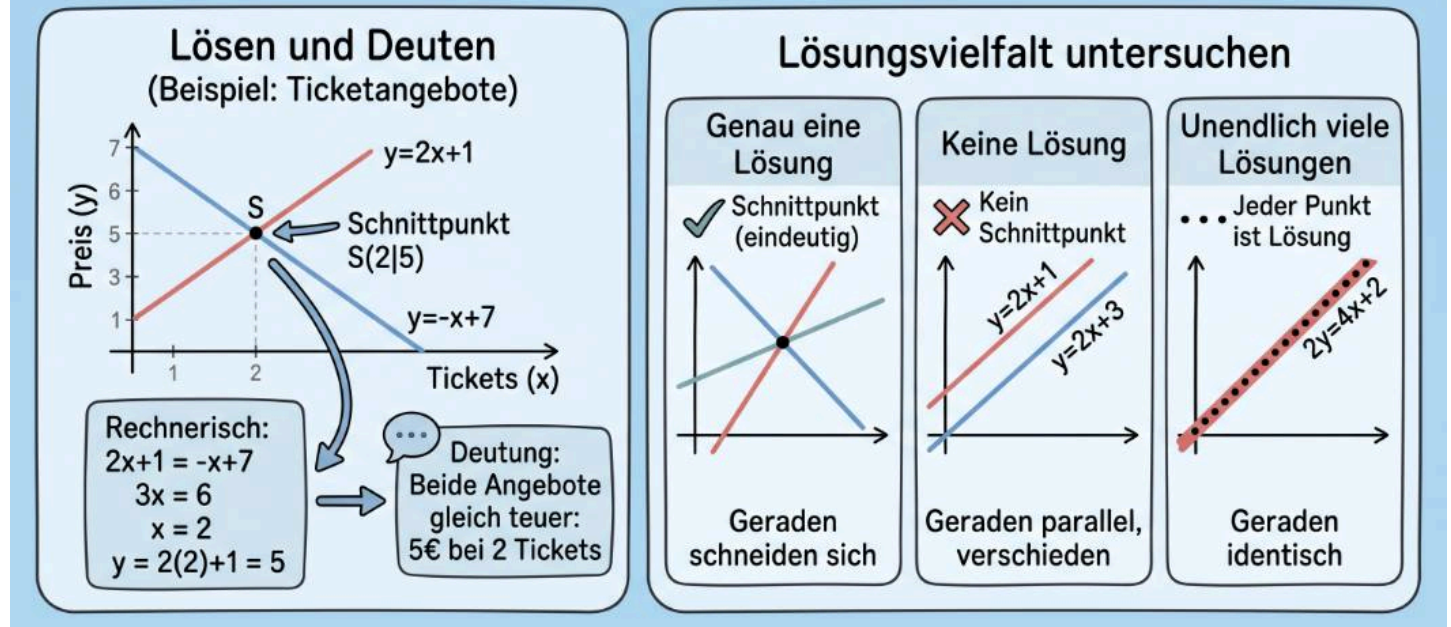
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen und Lösungsvielfalt untersuchen

Lernziel-ID e42c208d-9555-43cc-92f5-5bb4c0688726

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen und Lösungsvielfalt untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen grafisch und rechnerisch lösen, Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt untersuchen und die Ergebnisse fachsprachlich begründen.

Geltung

BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lösbarkeit und Lösungsvielfalt linearer Gleichungen untersuchen

cc60f759-1168-5fc9-8ff5-5f7a2533e61c

S. 90

Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten

e99072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232

S. 97

Schnittpunkte zweier Geraden berechnen

2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91

S. 100

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

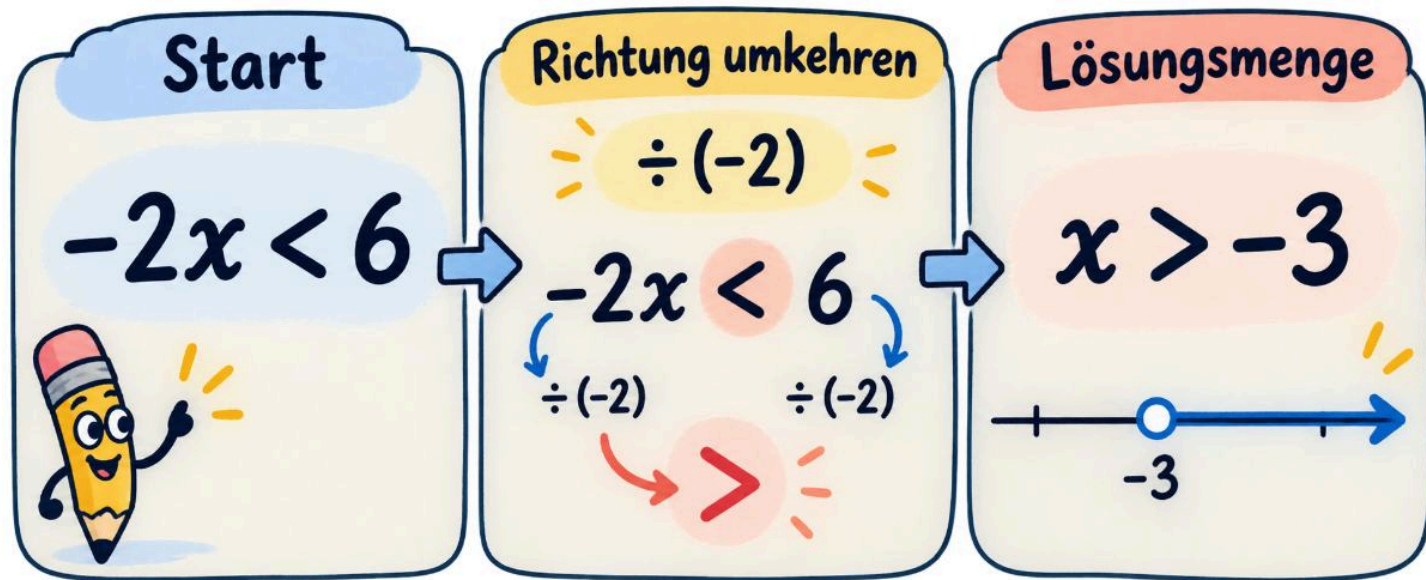
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) df9ecf0f-f4c9-5859-b99e-11cb62f6bb35

Lineare Ungleichungen lösen und Lösungsmengen darstellen

Lernziel-ID f17935b0-189f-5e0c-988d-ce508b710097

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen > Lineare Gleichungen und Ungleichungen lösen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Ungleichungen mit Äquivalenzumformungen lösen, bei Multiplikation oder Division durch negative Zahlen die Ordnungsrichtung korrekt umkehren und die Lösungsmenge auf der Zahlengeraden oder in Intervallschreibweise darstellen.

Geltung

BW, HE, RP: Sek. I - G8; Sek. I - G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungen systematisch lösen

325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee

S. 88

Wird direkt vorausgesetzt von

Algebraische Lösungswege auf Gültigkeit prüfen

17c9e061-fe52-5553-be81-fec7a525fcbd

S. 126

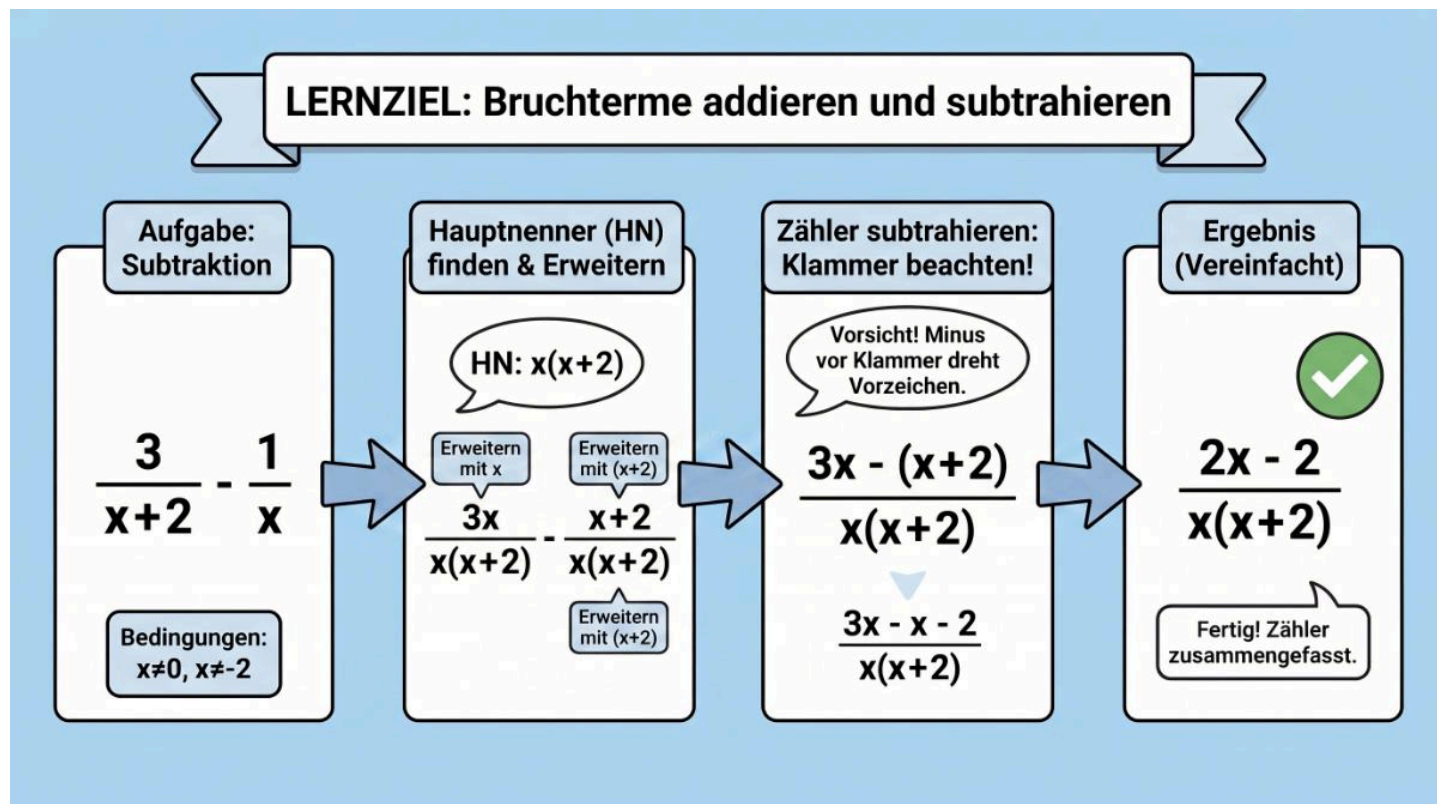
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) df9ecf0f-f4c9-5859-b99e-11cb62f6bb35

Bruchterme addieren und subtrahieren

Lernziel-ID 15512e77-31e3-5222-8a6b-84791618e5ce

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bruchterme mit geeigneten Hauptnennern addieren und subtrahieren und die Umformungsschritte nachvollziehbar begründen.

Geltung

BY: Sek. I · G9

HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bruchterme auf einen gemeinsamen Nenner bringen

f7a9a0b4-ec64-466f-8da4-59c5055eac1d

S. 108

Wird direkt vorausgesetzt von

Bruchgleichungen lösen und als Schnittprobleme deuten

797ee047-b8dd-45cf-880e-98571a56c690

S. 115

Formeln mit Brüchen nach Variablen auflösen

0a154cbd-1218-4553-835c-a754e9901bba

S. 116

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) e96bc8e4-463b-5e86-b0c4-2c87b74d68f5

Bruchterme multiplizieren und dividieren

Lernziel-ID 76478e47-5ff9-5de1-b601-5e6e436ad855

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Bruchterme multiplizieren und dividieren

Multiplizieren

Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner

$$\frac{x+1}{2x} \cdot \frac{4x}{x+1}$$
$$\frac{(x+1) \cdot 4x}{2x \cdot (x+1)}$$
$$\frac{\cancel{(x+1)} \cdot \cancel{4}x^2}{\cancel{2}x \cdot \cancel{(x+1)}} \Rightarrow \frac{2}{1} \Rightarrow 2$$

Kürzen!

! Bedingungen beachten!
 $x \neq 0, x \neq -1$

Dividieren

Mit dem Kehrwert multiplizieren

$$\frac{x^2-1}{x} : (x+1) \Rightarrow \frac{x^2-1}{x} \cdot \frac{1}{x+1}$$

$(x-1)(x+1)$

$$\frac{(x-1)(x+1)}{x} \cdot \frac{1}{x+1}$$
$$\frac{(x-1)\cancel{(x+1)} \cdot 1}{x \cdot \cancel{(x+1)}} \Rightarrow \frac{x-1}{x}$$

Kürzen!

! Bedingungen!
 $x \neq 0$
 $x \neq -1$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bruchterme multiplizieren und dividieren, Definitionsbedingungen beachten und die entstehenden Terme sinnvoll kürzen.

Geltung

BY: Sek. I · G9

HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bruchterme strukturieren, erweitern und kürzen

c420e0be-1e74-4050-834c-08da77f41095a

S. 107

Wird direkt vorausgesetzt von

Bruchgleichungen lösen und als Schnittprobleme deuten

797ee047-b8dd-45cf-880e-98571a56c690

S. 115

Formeln mit Brüchen nach Variablen auflösen

0a154cbd-1218-4553-835c-a754e9901bba

S. 116

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) e96bc8e4-463b-5e86-b0c4-2c87b7d68f5

Bruchgleichungen lösen und als Schnittprobleme deuten

Lernziel-ID 797ee047-b8dd-45cf-880e-98571a56c690

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Bruchterme umformen und Bruchgleichungen lösen

Bruchgleichungen lösen und als Schnittprobleme deuten

Rechnerisch lösen

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$$

Bedingungen: $x \neq 0$, $x \neq -1$

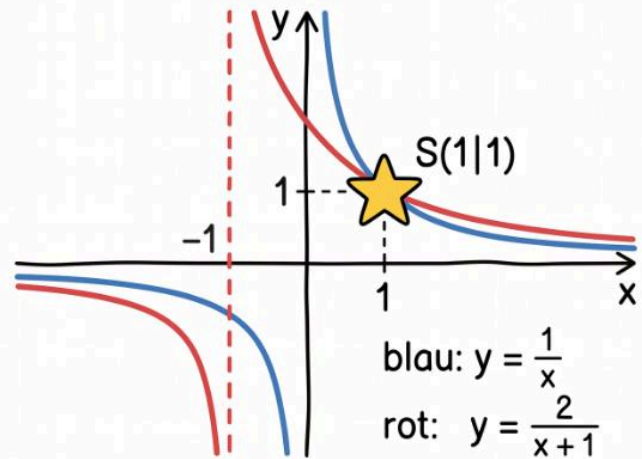
$$\cdot x(x+1)$$

$$x+1 = 2x$$

$$1 = x$$

$$x = 1$$

Als Schnittproblem deuten



Lösung: x-Koordinate des Schnittpunkts ist $x = 1$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bruchgleichungen unter Angabe und Beachtung der gemeinsamen Definitionsmenge rechnerisch lösen und ihre Lösungen in einfachen Fällen als x-Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen beider Gleichungsseiten deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungen
systematisch lösen

S. 88

325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee

Graphen einfacher Hyperbeln
mit Asymptoten zeichnen

S. 104

bc6e4c14-d4f7-537e-8e83-9b5c0086e807

Bruchterme auf einen
gemeinsamen Nenner
bringen

S. 108

f7a9a0b4-ec64-468f-8da4-59c5055eac1d

Bruchterme addieren und
subtrahieren

S. 113

15512e77-31e3-5222-8a6b-84791618e5ce

Bruchterme multiplizieren
und dividieren

S. 114

76478e47-5ff9-5de1-b601-5e6e436ad855

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) e96bc8e4-463b-5e86-b0c4-2c87b74d68f5

Formeln mit Brüchen nach Variablen auflösen

Lernziel-ID 0a154cbd-1218-4553-835c-a754e9901bba

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Bruchterme umformen und Bruchgleichungen lösen

Formeln mit Brüchen auflösen

Ziel: Nach gesuchter Variable umformen

Schritt 1: Nenner beseitigen (Multiplikation)

Begründung: Beide Seiten mit t multiplizieren, um den Bruch zu vereinfachen.

$$v \cdot t = s$$

Schritt 2: Gesuchte Variable isolieren (Division)

Begründung: Beide Seiten durch v teilen, um t allein stehen zu lassen.

$$t = \frac{s}{v}$$

Wichtig:
 $t \neq 0$
 $v \neq 0$

Falsch! Falsches Kürzen
 $\frac{x+1}{x} = 1 + 1$
Nicht über Summen kürzen!

Falsch! Division durch 0
 $\frac{1}{0}$
Unzulässig!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Formeln mit Bruchtermen, besonders aus naturwissenschaftlichen Kontexten, unter Beachtung notwendiger Definitions- und Nichtnullbedingungen nach einer gesuchten Variablen auflösen und die Umformungen nachvollziehbar begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungen systematisch lösen 325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee	S. 88	Bruchterme auf einen gemeinsamen Nenner bringen f7a9a0b4-ec64-468f-8da4-59c5055eac1d	S. 108	Bruchterme addieren und subtrahieren 15512e77-31e3-5222-8a6b-84791618e5ce	S. 113	Bruchterme multiplizieren und dividieren 76478e47-5ff9-5de1-b601-5e6e436ad855	S. 114
---	-------	--	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) e96bc8e4-463b-5e86-b0c4-2c87b74d68f5

Zinssatz tabellarisch näherungsweise bestimmen

Lernziel-ID 1842da92-ca2c-5fed-a946-e6413a6285bb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Zinssatz tabellarisch näherungsweise bestimmen



Ausgangslage

Startkapital:
1000 Euro



Zeit: 3 Jahre



Zielkapital:
1158 Euro

Modell:
 $K_3 = 1000 \cdot (1+p)^3$

Zinssatz p	Endkapital K ₃	Zielwert	Differenz (K ₃ - Zielwert)
p = 4.8%	1151.02 Euro	1158 Euro	-6.98 Euro
p = 4.9%	1154.32 Euro	1158 Euro	-3.68 Euro
p = 5.0%	1157.63 Euro	1158 Euro	-0.37 Euro
p = 5.1%	1160.94 Euro	1158 Euro	+2.94 Euro

Tabellenkalkulation



Ergebnis

Zinssatz
ungefähr 5.0%

Annäherung durch
geringste Differenz.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit einer Tabellenkalkulation den Zinssatz in einfachen Finanzsituationen näherungsweise bestimmen und das Ergebnis im Kontext prüfen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen S. 59
71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a

Einfache Zinsrechnung im Prozentkontext anwenden S. 86
bd8fd6d5-7155-45a5-96f0-008a4e9acb3a

Prozentrechnungen in anspruchsvolleren Sachzusammenhängen anwenden S. 87
804d7443-9976-5d81-a47d-1601f42f7e0e

Wird direkt vorausgesetzt von

Tilgung oder Sparrate tabellarisch näherungsweise bestimmen
f6574cdc-e29c-5a8f-a009-9f28b3bcf9be

S. 118

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 8, 5 BE\)](#) fbf10244-9e55-597a-98d4-006d972a5c41

Tilgung oder Sparrate tabellarisch näherungsweise bestimmen

Lernziel-ID f6574cdc-e29c-5a8f-a009-9f28b3bcf9be

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Tilgung oder Sparrate tabellarisch näherungsweise bestimmen

Situation:



Zielbetrag: 1250 Euro



Zeit: 12 Monate



Modell:

Endbetrag = 12 * Sparrate

	Sparrate	Endbetrag	Differenz
	100 Euro	1200 Euro	-50 Euro
	103 Euro	1236 Euro	-14 Euro
	104 Euro	1248 Euro	-2 Euro
	105 Euro	1260 Euro	+10 Euro



Fazit: Sparrate ungefähr 104 Euro pro Monat

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit einer Tabellenkalkulation einen regelmäßigen Tilgungsbetrag oder eine regelmäßige Sparrate für ein vorgegebenes Finanzziel näherungsweise bestimmen und anhand der berechneten Restschuld- oder Guthabenentwicklung im Kontext prüfen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen

S. 59

Einfache Zinsrechnung im Prozentkontext anwenden

S. 86

Prozentrechnungen in anspruchsvolleren Sachzusammenhängen anwenden

S. 87

Zinssatz tabellarisch näherungsweise bestimmen

S. 117

Wird direkt vorausgesetzt von

Laufzeit tabellarisch näherungsweise bestimmen

S. 119

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 8, 5 BE\)](#) fbf10244-9e55-597a-98d4-006d972a5c41

Laufzeit tabellarisch näherungsweise bestimmen

Lernziel-ID fc34449a-fbf4-574c-884f-ecdf48b42d2e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Ab welcher Periode ist das Ziel erstmals erreicht?

Periode n	Guthaben
0	100 €
1	110 €
2	121 €

10 % Zins je Periode

Ziel: mindestens 120 €

✓ 2 Perioden

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit einer Tabellenkalkulation die Laufzeit in einfachen Finanzsituationen als Anzahl der Zins- oder Zahlungsperioden näherungsweise bestimmen und das Ergebnis im Kontext prüfen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen 71d43fcc-d787-4874-ae4a-2336364e9c0a	S. 59	Einfache Zinsrechnung im Prozentkontext anwenden bd8fd6d5-7155-45a5-96f0-008a4e9acb3a	S. 86	Prozentrechnungen in anspruchsvolleren Sachzusammenhängen anwenden 804d7443-9976-5d81-a47d-1601f42f7e0e	S. 87	Tilgung oder Sparrate tabellarisch näherungsweise bestimmen f6574cdc-e29c-5a8f-a009-9f28b3bcf9be	S. 118
--	-------	---	-------	---	-------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 8, 5 BE\)](#) fbf10244-9e55-597a-98d4-006d972a5c41

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

Lernziel-ID e02c58a2-2a32-49bd-b110-7b307e0317fb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

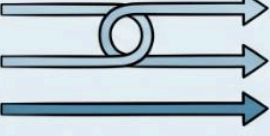
Unabhängige Größe (x)



1 Stück 2 Stück 3 Stück

x wird gewählt

ein x → genau ein y



Zuordnung

Preis in €



2 € 4 € 6 €

y hängt davon ab

Abhängige Größe (y)

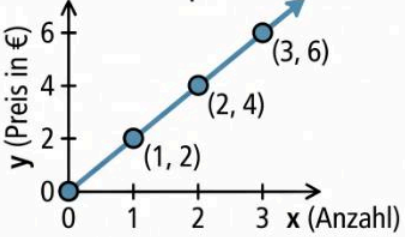
Funktionsterm

$y = 2x$

Wertetabelle

x (Anzahl)	y (Preis in €)
0	0
1	2
2	4
3	6

Graph



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen als Zuordnungen beschreiben, abhängige und unabhängige Größen unterscheiden und einfache Funktionsdarstellungen in Tabelle, Graph und Term deuten.

Geltung
BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
HE, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8
NI, NW, SL: Sek. I · G9
[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren
2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

S. 75

Wird direkt vorausgesetzt von

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln
f9d284a3-1a47-4aaa-bde2-3dac1c3bb0f0

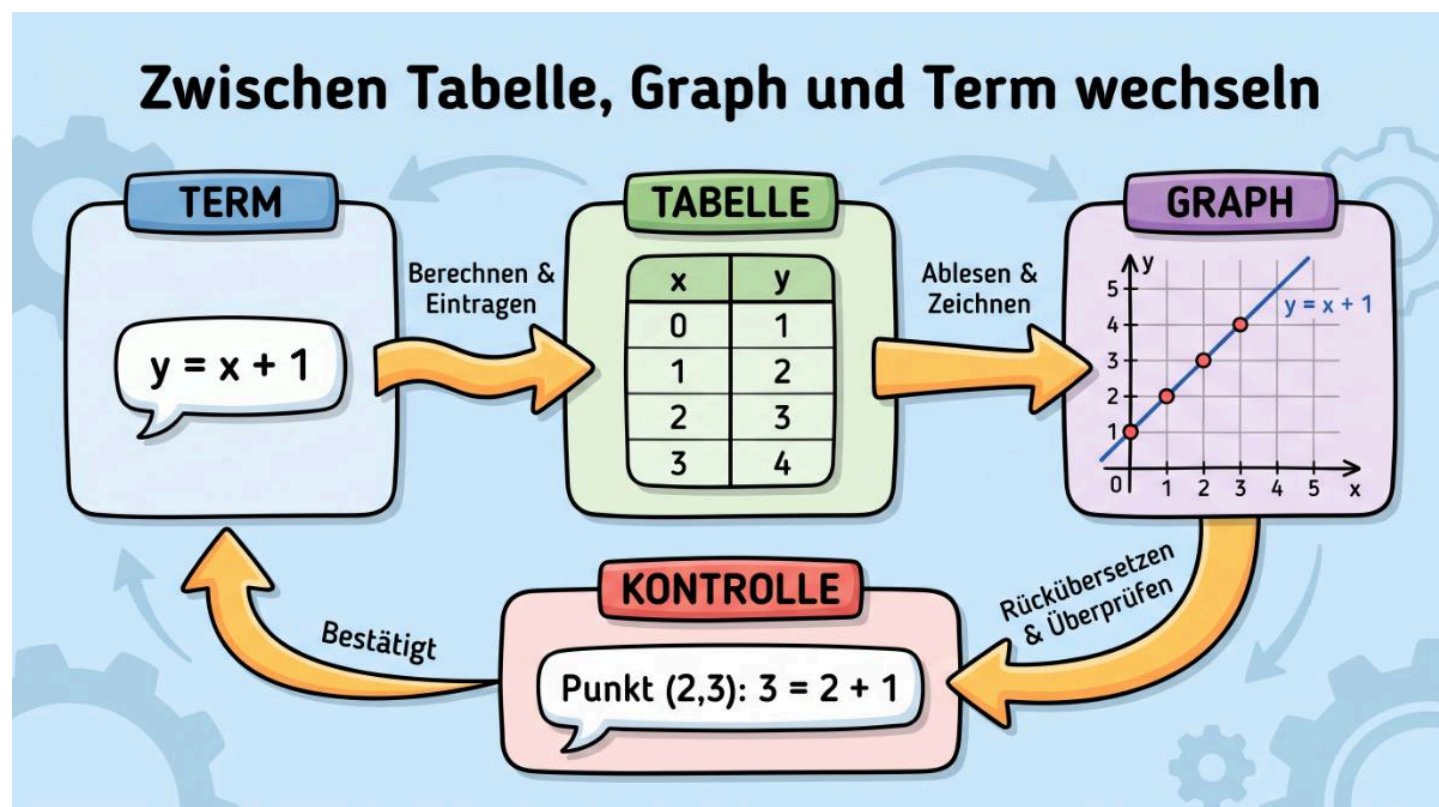
S. 121

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln

Lernziel-ID f9d284a3-1a47-4aaa-bde2-3dac1c3bb0f0

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zwischen Tabelle, Graph und Termdarstellung einfacher Funktionen wechseln, Informationen konsistent übertragen und Ergebnisse mit passenden Kontrollschritten absichern.

Geltung

BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HE, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

e02c58a2-2a32-49bd-b110-7b307e0317fb

S. 120

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

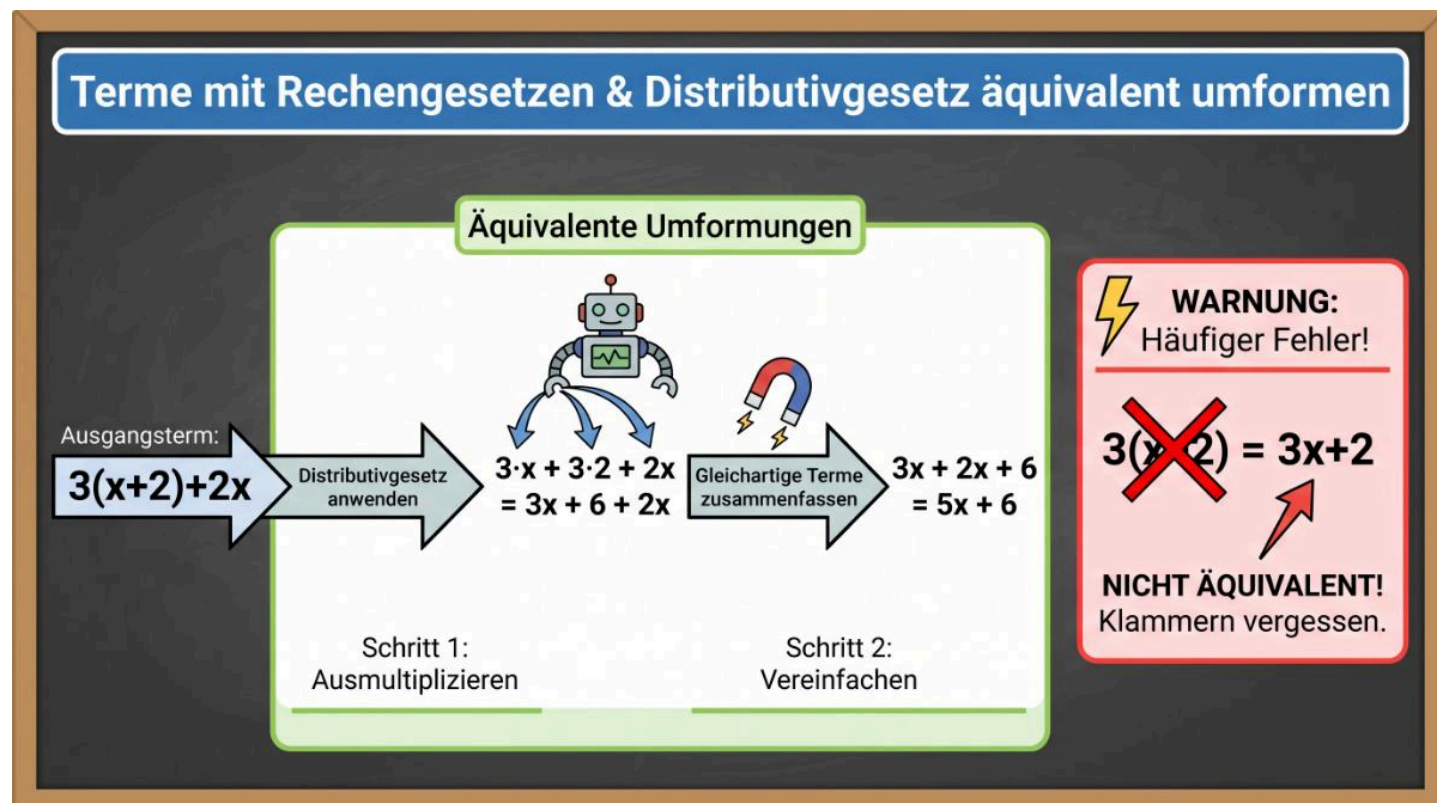
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 8, 8 BE\)](#) 4553367f-6265-511b-8632-46d99109e69b

Terme mit Rechengesetzen und Distributivgesetz äquivalent umformen

Lernziel-ID 959cc50b-6c81-4fa1-800f-4804a707b1ee

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Terme mit Rechengesetzen und insbesondere mit dem Distributivgesetz äquivalent umformen und die eingesetzten Schritte fachsprachlich begründen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen

2c4830e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2

S. 83

Wird direkt vorausgesetzt von

Lösungswege für Klammer- und Verhältnisgleichungen vergleichen

fa0b6b69-ce94-4711-90e6-26f27249cd71

S. 123

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen

39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb

S. 760

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

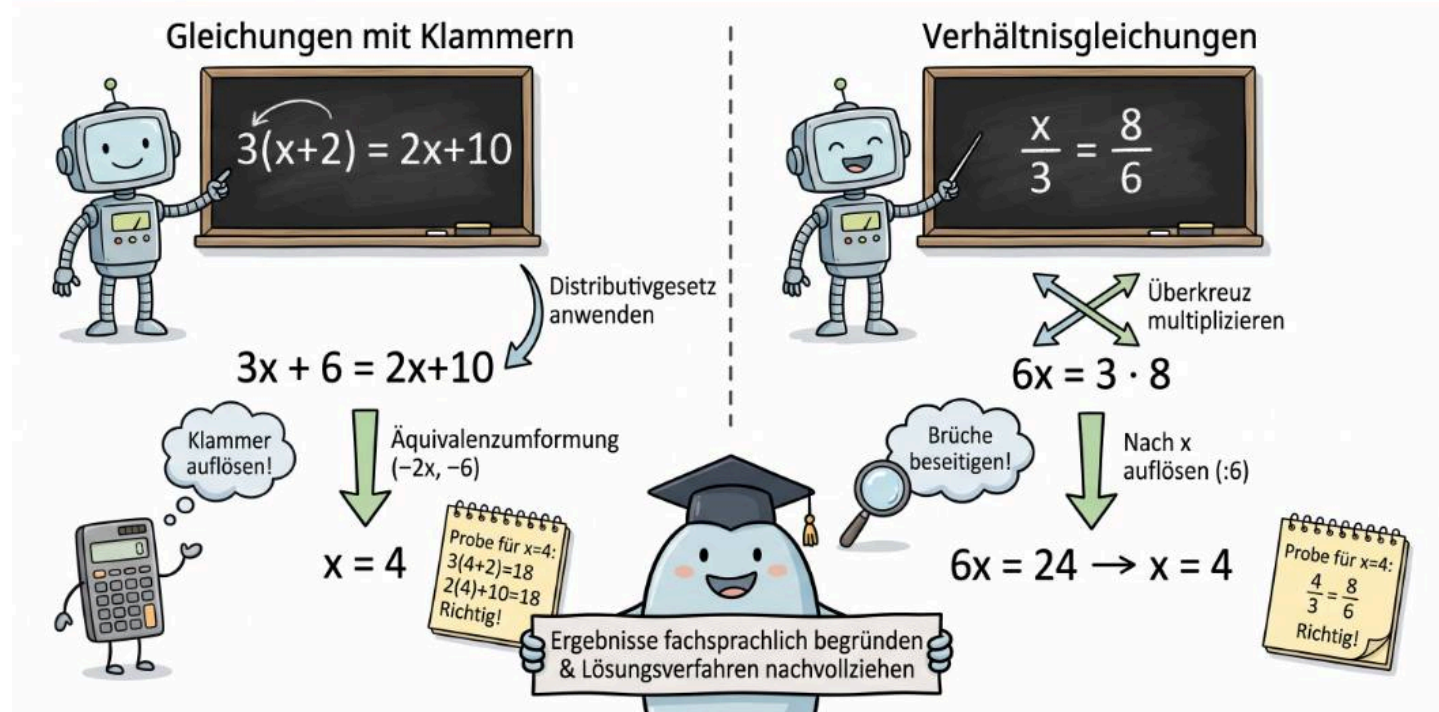
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Lösungswege für Klammer- und Verhältnisgleichungen vergleichen

Lernziel-ID fa0b6b69-ce54-4711-90e6-26f27249cd71

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Lineare Gleichungen mit Klammern und Verhältnisgleichungen lösen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann nach dem Lösen einer linearen Klammergleichung und einer Verhältnisgleichung die jeweils tragende Struktur – Distributivgesetz beziehungsweise Proportionalität mit zulässigen Nennern – erläutern, Gemeinsamkeiten und Unterschiede der zulässigen Umformungen vergleichen und die erhaltenen Lösungen durch Einsetzen in die jeweilige Ausgangsgleichung prüfen.

Geltung

BY: Sek. I · G9

HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verhältnisgleichungen lösen und prüfen
671e7f00a-034e-5c2b-85ef-c6fa6eb7f1f6

S. 89

Terme mit Rechengesetzen und Distributivgesetz äquivalent umformen
959cc50b-6c81-4fa1-800f-4804a707b1ee

S. 122

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) df9ecf0f-f4c9-5859-b99e-11cb62f6bb35

Algebraische Terme faktorisieren

Lernziel-ID 96c55cb6-d2c7-5145-8567-b5f570f55a8a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen > Terme korrekt umformen

Gemeinsame Faktoren entdecken

1 Erkennen

Beide Terme haben den Faktor **3** gemeinsam!


$$6x + 9 = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 3$$

2 Ausklammern

$$6x + 9 = 3(2x + 3)$$

gemeinsamer Faktor verbleibende Summe

3 Rückwärts prüfen

Den gemeinsamen Faktor wieder ausmultiplizieren – so erhält man die Ausgangssumme.

$$3(2x + 3) = 6x + 9$$

$3 \cdot 2x = 6x$ $3 \cdot 3 = 9$



Ausklammern macht aus einer Summe ein Produkt.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei geeigneten algebraischen Termen gemeinsame Faktoren erkennen, ausklammern und durch Rückmultiplikation prüfen.

Geltung

BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV: Sek. I · G8

NI: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Algebraische Lösungswege auf Gültigkeit prüfen

S. 126

Rechenregeln und Umformungen begründen

S. 567

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

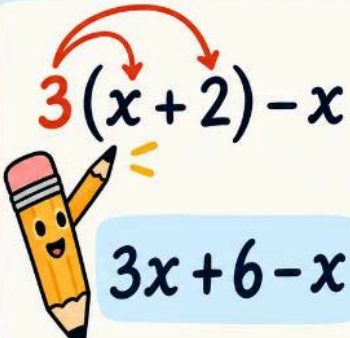
Algebraische Terme ausmultiplizieren

Lernziel-ID 74dc4b0d-a167-564c-bdc1-5cf510aee280

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen > Terme korrekt umformen

Klammern auflösen – Terme ordnen

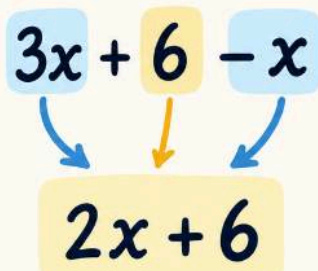
1 Verteilen



$3(x+2) - x$

$3x + 6 - x$

2 Zusammenfassen



$3x + 6 - x$

$2x + 6$

3 Prüfen: $x = 4$

$3 \cdot (4 + 2) - 4 = 14$

$2 \cdot 4 + 6 = 14$





Jeder Summand in der Klammer wird multipliziert.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produkte und Klammerausdrücke mithilfe des Distributivgesetzes ausmultiplizieren, gleichartige Terme zusammenfassen und die Umformung überprüfen.

Geltung

BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV: Sek. I · G8

NI: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Algebraische Lösungswege auf Gültigkeit prüfen

17c9e061-fe52-5553-be81-fec7a525fcbd

S. 126

Rechenregeln und Umformungen begründen

2e40a879-b62e-5dbf-aa45-020c0625a902

S. 567

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Algebraische Lösungswege auf Gültigkeit prüfen

Lernziel-ID 17c9e061-fe52-5553-be81-fec7a525fcbd

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Gleichungen und Ungleichungen lösen

Gleichung

$2x + 3 = 11$
 $\downarrow -3$
 $2x = 8$
 $\downarrow :2$
 $x = 4$

$L = \{4\}$

Ungleichung

$x + 2 < 5$
 $\downarrow -2$
 $x < 3$

$L = \{x \mid x < 3\}$

!

Nenner beachten:
 $x \neq 0$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einem vorgegebenen Lösungsweg zu einer Gleichung oder linearen Ungleichung prüfen, ob Definitionsmenge, Äquivalenzumformungen, Vorzeichenregeln und angegebene Lösungsmenge zusammenpassen, einen Fehler lokalisieren und begründet korrigieren.

Geltung

BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV: Sek. I · G8

NI: Sek. I · G9

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Ungleichungen lösen und Lösungsmengen darstellen f17935b0-189f-5e9c-988d-ce508b710097	S. 112	Algebraische Terme faktorisieren 96c55cb6-d2c7-5145-8567-b5f570f55a8a	S. 124	Algebraische Terme ausmultiplizieren 74dc4b0d-a167-564c-bdc1-5cf510aee280	S. 125
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Formale Schreibweisen situationsgerecht nutzen 647ec09d-68ae-57db-9ca4-aeb2da4218f1	S. 127
--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Formale Schreibweisen situationsgerecht nutzen

Lernziel-ID 647ec09d-68ae-57db-9ca4-aeb2da4218f1

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Formale Schreibweisen situationsgerecht nutzen



passende Schreibweise zur Situation

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Mengen-, Intervall- und Funktionsnotation passend zur mathematischen Aussage auswählen, korrekt verwenden und erläutern, welche Objekte, Mengen oder Zuordnungen damit bezeichnet werden.

Geltung

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV: Sek. I · G8

NI: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Algebraische Lösungswege auf Gültigkeit prüfen](#)

17c9e061-fe52-5553-be81-fec7a525fcbd

S. 126

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

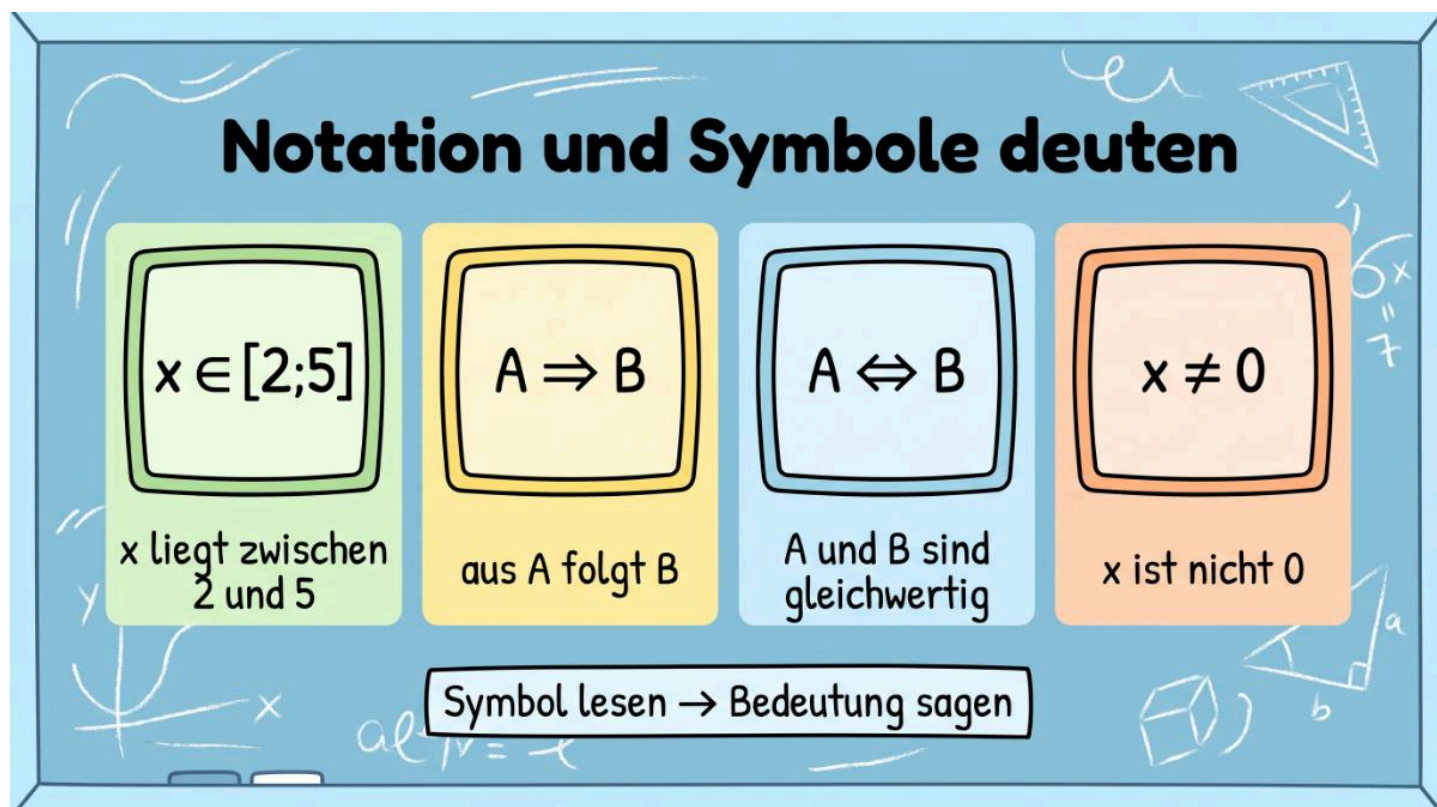
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e191590e [Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 8, 6 BE\)](#) e96bc8e4-463b-5e86-b0c4-2c87b74d68f5

Notation und Symbole deuten

Lernziel-ID 9278bc5e-a77f-5f72-8636-0d0d3e3d32ae

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann gebräuchliche mathematische Symbole und Notationen korrekt deuten (z. B. $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\in$, Intervalle) und in eigenen Worten erklären.

Geltung

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV: Sek. I · G8

NI: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Begriffe präzise verwenden

4a53a441-3c2a-53aa-8a1a-e08a6898e826

S. 582

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Notation und Symbole deuten](#) a70d4194-1f95-5dc4-884d-8ca856663601

Figuren im Koordinatensystem darstellen und Koordinatendarstellungen geometrischen Situationen zuordnen

Lernziel-ID 121e3fdf-54d2-4d46-bc2d-f6e725f10f41

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Jahrgangsstufe 8](#) > [Weitere Kompetenzen](#)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Figuren im Koordinatensystem mit vier Quadranten darstellen, dabei auch digitale Werkzeuge sinnvoll nutzen und Koordinatendarstellungen geometrischen Situationen zuordnen.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

S. 14

25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

Wird direkt vorausgesetzt von

Lagebeziehungen geometrischer Objekte fachsprachlich beschreiben

S. 130

3e53a39b-1c75-4034-a647-8de85719e1fb

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

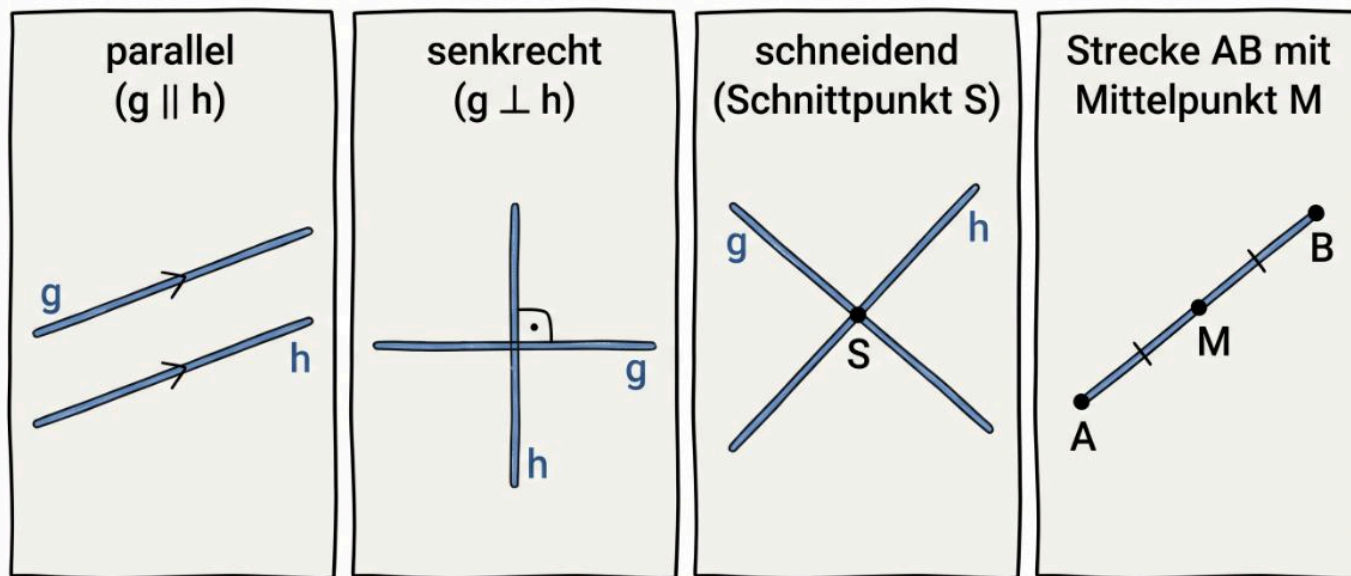
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Lagebeziehungen geometrischer Objekte fachsprachlich beschreiben

Lernziel-ID 3e53a39b-1c75-4034-a647-8de85719e1fb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Lagebeziehungen geometrischer Objekte fachsprachlich beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Lagebeziehungen geometrischer Objekte wie parallel, senkrecht oder schneidend sowie Aussagen wie „halbiert einen Winkel“ oder „halbiert eine Strecke“ fachsprachlich beschreiben und in Skizzen sicher zuordnen.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen S. 16

2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb033bf16099

Figuren im Koordinatensystem darstellen und Koordinatendarstellungen geometrischen Situationen zuordnen S. 129

121e3fdf-54d2-4d46-bc2d-f6e725f10f41

Wird direkt vorausgesetzt von

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren S. 131

c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen S. 134

fc047e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

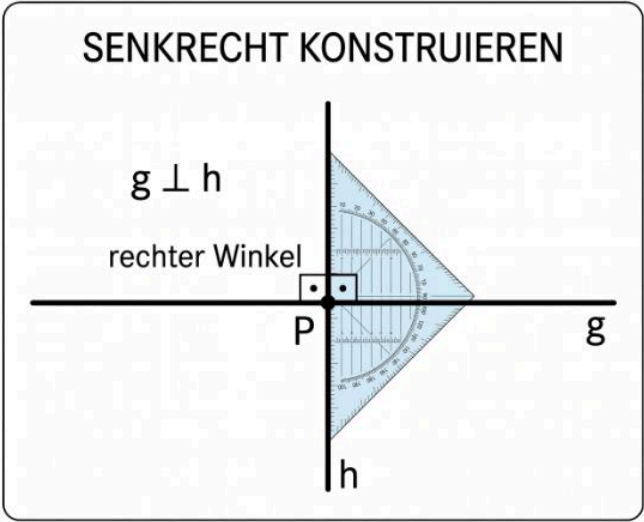
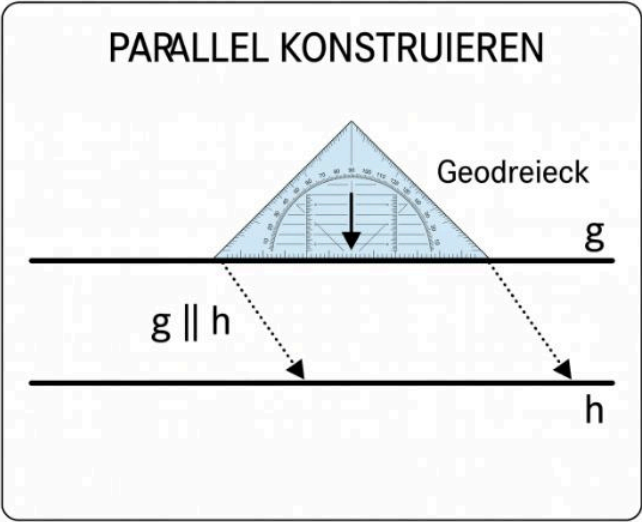
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren

Lernziel-ID c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann parallele und senkrechte Geraden mit dem Geodreieck oder mit Zirkel und Lineal konstruieren und die jeweils genutzte geometrische Eigenschaft fachsprachlich erläutern.

Geltung
BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen S. 16 2231c29b-eb4e-51ae-9cb1-eb033bf10099	Lagebeziehungen geometrischer Objekte fachsprachlich beschreiben S. 130 3e53a39b-1c75-4034-a647-8de85719e1fb
--	--

Wird direkt vorausgesetzt von

Mittelsenkrechten konstruieren und begründen S. 132 3420b088-c616-58f6-aa03-efb9fd766f88	Winkelhalbierende konstruieren und begründen S. 133 f509a549-ae5-5468-af73-5b1efa3f342c	Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen S. 134 fc047e8e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e	Geometrische Probleme mit Ortslinien konstruieren S. 140 cf8c5677-f3c5-5563-8f0a-68443fbab7bf
Eine Kreistangente im Berührungspunkt konstruieren S. 141 570d5931-f126-5bb4-8b7f-db236d6b727f	Höhen in Dreiecken konstruieren S. 672 d051857c-0707-544f-ae7a-f20690d182b2	Seitenhalbierende in Dreiecken konstruieren S. 673 dcda6fdf-108f-5ea1-bce7-6f30d6443517	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

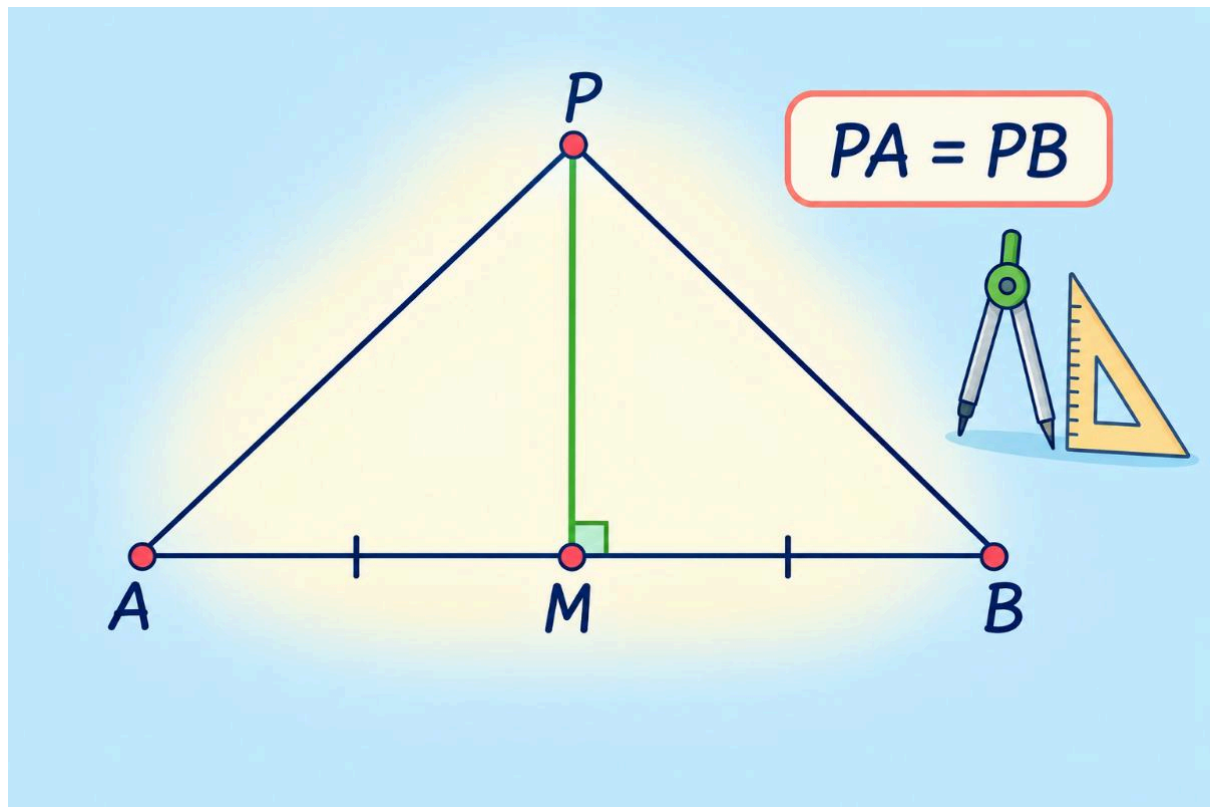
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Mittelsenkrechten konstruieren und begründen

Lernziel-ID 34200b88-c616-58f6-aa03-efb9fd766f88

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen >

Halbierende Geraden mit Geodreieck und Zirkel konstruieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Mittelsenkrechte einer Strecke mit Geodreieck und Zirkel konstruieren und die Konstruktion mithilfe gleicher Abstände zu den Endpunkten begründen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen 2331caf2-c6b2-5492-9fc6-48763b848bae	S. 18	Parallele und senkrechte Geraden konstruieren c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83	S. 131
--	-------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Geometrische Probleme mit Ortslinien konstruieren cf8c5677-f3c5-5563-8f0a-68443fbab7bf	S. 140	Seitenhalbierende in Dreiecken konstruieren dcda6fdf-108f-5ea1-bce7-6f30d6443517	S. 673
---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

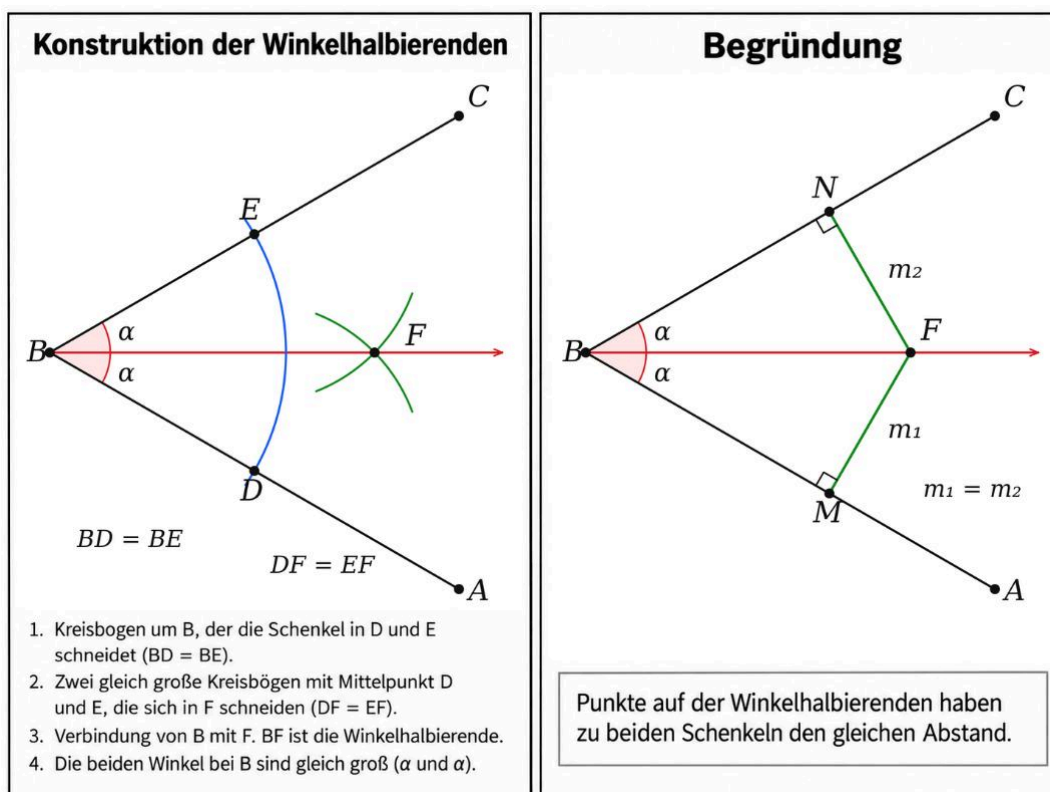
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Winkelhalbierende konstruieren und begründen

Lernziel-ID f509a549-ae5-5468-af73-5b1efa3f342c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen >

Halbierende Geraden mit Geodreieck und Zirkel konstruieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Winkelhalbierende eines Winkels mit Geodreieck und Zirkel konstruieren und die Konstruktion mithilfe gleicher Abstände zu den Schenkeln begründen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen

S. 18

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren

S. 131

Wird direkt vorausgesetzt von

Geometrische Probleme mit Ortslinien konstruieren

S. 140

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

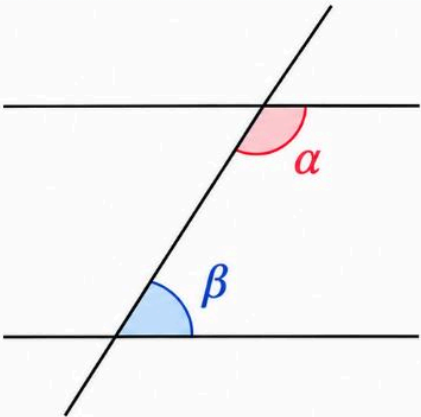
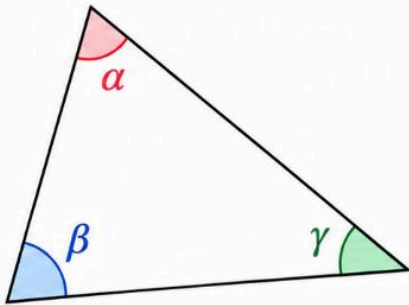
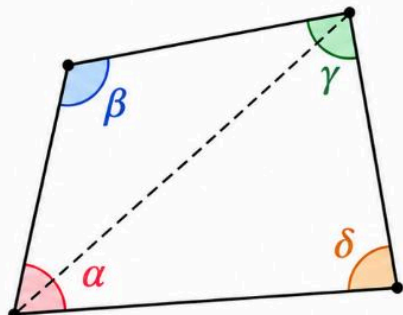
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen

Lernziel-ID fc047e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

Winkelsummen

A: Innenwinkel auf derselben Seite	B: Dreieck	C: Viereck
		
$\alpha + \beta = 180^\circ$	$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	$2 \text{ Dreiecke: } 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Winkelbeziehungen an Parallelen, in Dreiecken und in Vielecken fachsprachlich beschreiben und diese Beziehungen für einfache geometrische Argumentationen nutzen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lagebeziehungen geometrischer Objekte fachsprachlich beschreiben S. 130 3e53a39b-1c75-4034-a647-8de85719e1fb	Parallele und senkrechte Geraden konstruieren S. 131 c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83
--	---

Wird direkt vorausgesetzt von

Kongruenzsätze anwenden und begründen S. 135 f0a49da2-018b-4cda-adbd-27047b610a0f	Besondere Dreiecke untersuchen S. 136 de393ab3-d2af-5476-8b46-315185abb805	Bogenmass am Einheitskreis veranschaulichen und sicher zwischen Grad- und Bogenmass wechseln S. 177 8d30d241-0247-48ac-83d3-4e0de61584d3	Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben S. 181 5d17ebb4-4e27-4f9c-8d0b-3520f34b2e11
Einheitskreis und Bogenmass für trigonometrische Funktionen nutzen S. 632 82597dfb-0ec6-4a77-abaf-e1d6bdd12041	Trigonometrische Graphen und Periodizität deuten S. 633 46bdcc16-418f-417a-89cf-033d7ae6c8cc	Besondere Linien in Dreiecken beschreiben S. 671 b37851f1-d64a-47ec-a54a-1e70fa5586a9	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) e5365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Kongruenzsätze anwenden und begründen

Lernziel-ID f0a49da2-018b-4cda-adbd-27047b610a0f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7

KONGRUENZSÄTZE ANWENDEN UND BEGRÜNDEN

1. VORAUSSETZUNGEN BENENNEN (Die Sätze)



SSS: 3 Seiten gleich

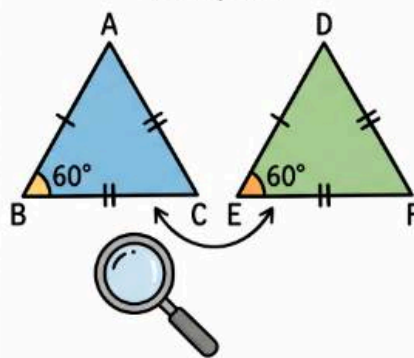


SWS: 2 Seiten + eingeschl. Winkel gleich



WSW: 1 Seite + 2 anliegende Winkel gleich

2. KONGRUENZSÄTZE ANWENDEN (Beispiel)



Wir suchen gleiche Merkmale:
 $|AB| = |DE|$, $\angle B = \angle E$, $|BC| = |EF|$
(Gegeben oder ermittelt).

3. ARGUMENTATION DARSTELLEN (Begründung)



Voraussetzung 1:
 $|AB| = |DE|$ und $|BC| = |EF|$

Voraussetzung 2:
Eingeschlossener Winkel $\angle B = \angle E$

Nach Kongruenzsatz SWS:

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$
(Kongruent)

Begründung ist nachvollziehbar
und nutzt den passenden Satz.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen geeigneten Kongruenzsatz auswählen, seine Voraussetzungen an zwei Dreiecken prüfen und damit deren Kongruenz nachvollziehbar begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen

S. 134

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumen von Zylindern berechnen

S. 137

415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3

Kreisbeziehungen am Kreis begründen und nutzen

S. 138

21342eb9-9cfd-4fbf-b28e-60aa2b48f702

Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden

S. 145

ffd1ae26-c461-4439-9b18-d835c8f38e1a

Satz des Pythagoras anwenden

S. 159

4d78bbcc-89b8-47f0-aa45-516199e4da5d

Kongruente und ähnliche Figuren erkennen und Eigenschaften geometrischer Abbildungen beschreiben

S. 662

6833664b-bd8b-44a2-95bc-c0b78ff89e31

Dreiecke aus Kongruenzangaben konstruieren

S. 664

3017e774-8d9f-5129-828f-7684db5afc1e

Lösbarkeit von Dreieckskonstruktionen begründen

S. 666

0f6c1df6-0e30-54ae-8098-e9422833ba80

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

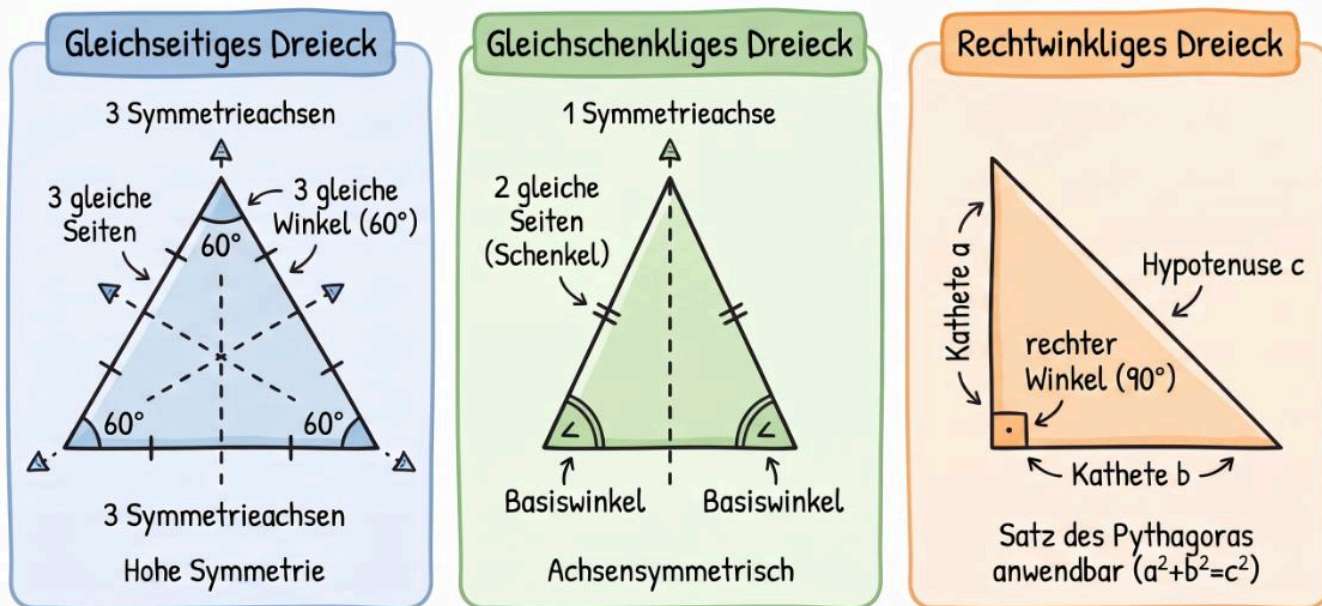
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Besondere Dreiecke untersuchen

Lernziel-ID de393ab3-d2af-5476-8b46-315185abb805

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 7

Besondere Dreiecke untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann rechtwinklige, spitzwinklige, stumpfwinklige, gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke anhand ihrer Seiten- und Winkleigenschaften identifizieren und beschreiben sowie passende Eigenschaften in einfachen Begründungen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Symmetrien in Figuren erkennen und beschreiben 8da730f1-8947-498d-9e78-7fb20b00a994	S. 91	Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen Tc047e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e	S. 134
---	-------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Satz des Pythagoras anwenden 4d78bbcc-89b8-47f0-aa45-516199e4da5d	S. 159	Lösbarkeit von Dreieckskonstruktionen begründen 0f6c1df6-0e30-54ae-8098-e9422833ba80	S. 666
---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

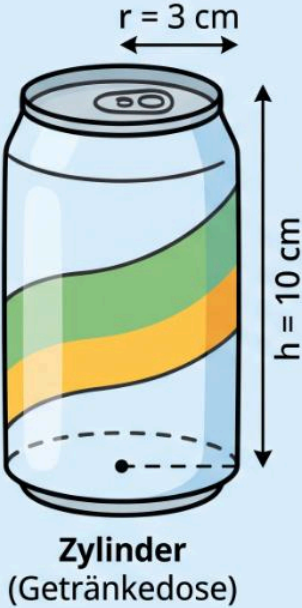
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Volumen von Zylindern berechnen

Lernziel-ID 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3

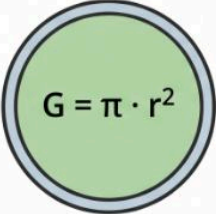
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8

Volumen von Zylindern berechnen



Zylinder
(Getränkedose)

1. Grundfläche G berechnen


$$G = \pi \cdot r^2$$
$$G = \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

cm²

Flächeneinheit: cm²

2. Volumen V berechnen


$$V = G \cdot h$$
$$V = 9\pi \text{ cm}^2 \cdot 10 \text{ cm} = 90\pi \text{ cm}^3 \approx 282,7 \text{ cm}^3$$

cm³

Volumeneinheit: cm³



Ergebnis in
Sachsituation
prüfen: Passt
das zur
Dose? Ja!



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Volumen von Zylindern aus Grundflächeninhalt und Höhe berechnen, passende Einheiten verwenden und Ergebnisse in Sachsituationen prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen S. 16	Flächenformeln ebener Figuren durch Zerlegen und Ergänzen herleiten S. 53	Flächeninhalte ebener Figuren berechnen S. 54	Volumenformel des Quaders mit Einheitswürfeln plausibilisieren S. 55	Volumeneinheiten deuten und umrechnen S. 56	Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen S. 57
Kongruenzsätze anwenden und begründen S. 135					

Wird direkt vorausgesetzt von

Pyramiden und Kegel darstellen, Netze nutzen und Fachbegriffe verwenden S. 652	Rotationskörper beschreiben und deuten S. 653	Oberflächeninhalte von Kegeln begründen und berechnen S. 654	Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen S. 655	Oberflächeninhalte und Volumina von Kugeln deuten und anwenden S. 660	Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen S. 661
---	--	---	---	--	--

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 8, 7 BE\)](#) 3045f00d-a5b9-547c-b568-593aeac9ffa3

Lernzielseite 137 von 797

Buch-Digest
sha256:03d3f2a797149d485b852cc252c5b7076bb5d3a9ec890089a2390d27cd5c7253

Ziel-Fingerprint
sha256:e038f6961a7d8eff9724b3df2ab19881997728223be741588e930fc7b1df80d3

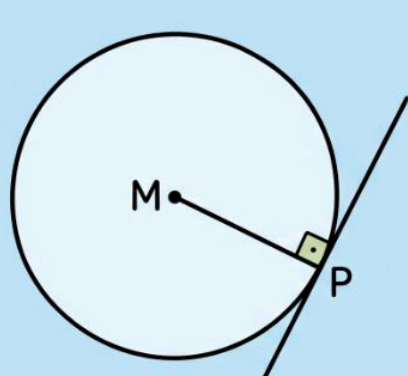
[Feedback zu diesem Lernziel](#)

Kreisbeziehungen am Kreis begründen und nutzen

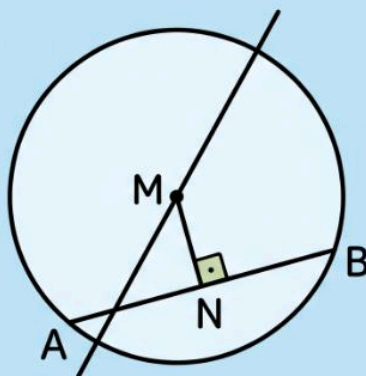
Lernziel-ID 21342eb9-9cfd-4fbf-b28e-60aa2b48f702

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen

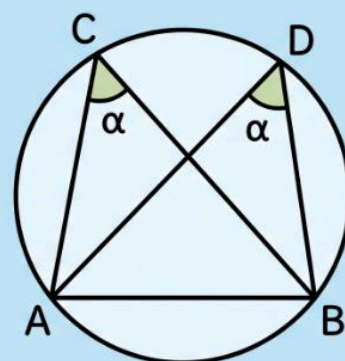
Kreisbeziehungen am Kreis begründen und nutzen



Tangente t
 $MP \perp t$



Sehne AB
 $MN \perp AB$



Umfangswinkel
 $\angle ACB = \angle ADB = \alpha$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Lage- und Winkelbeziehungen am Kreis, etwa zwischen Radius, Sehne, Tangente und Umfangswinkel, an Skizzen deuten und in einfachen geometrischen Begründungen nutzen.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Lagebeziehungen erkennen und begründen

S. 16

Kongruenzsätze anwenden und begründen

S. 135

Wird direkt vorausgesetzt von

Satz des Thales begründen und anwenden

S. 139

Eine Kreistangente im Berührungspunkt konstruieren

S. 141

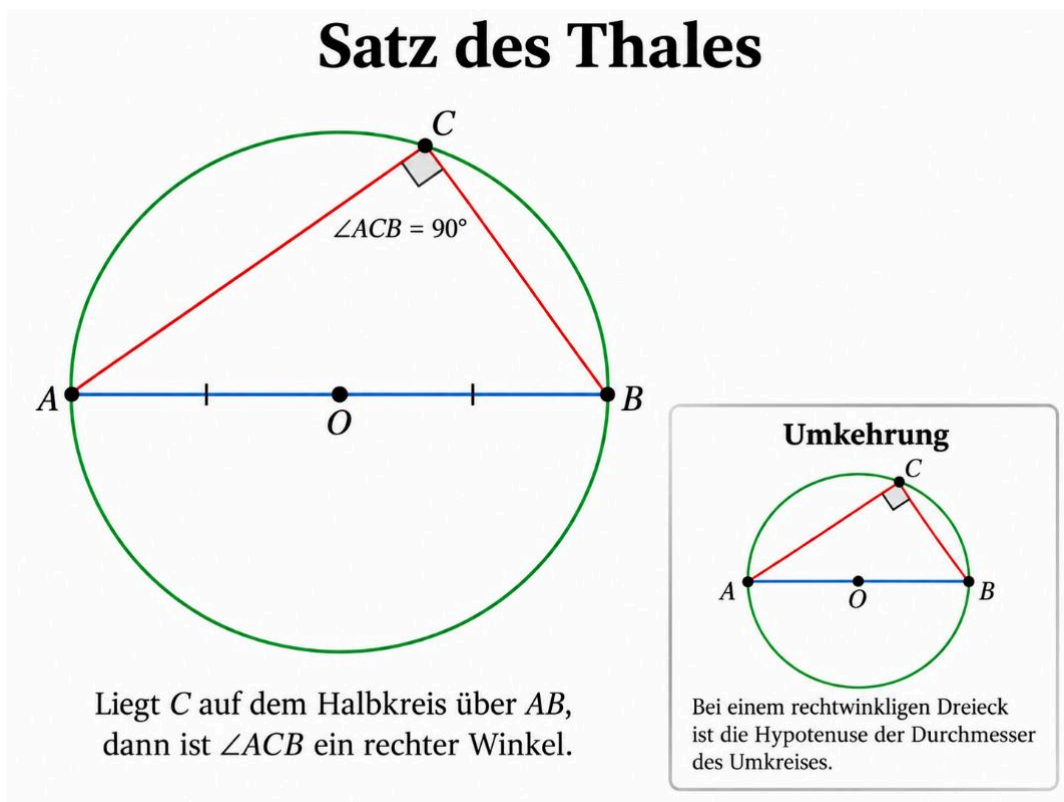
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Satz des Thales begründen und anwenden

Lernziel-ID 36728db8-da44-4add-97b8-0fdd7cfd9c41

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Satz des Thales an Zeichnungen und Dreiecken begründen, rechtwinklige Dreiecke im Halbkreis erkennen und den Satz in einfachen Konstruktionen und Aufgaben anwenden.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HH, MV, TH: Sek. I · G8

NI, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kreisbeziehungen am Kreis begründen und nutzen

21342eb9-9cfd-4fbf-b28e-60aa2b48f702

S. 138

Wird direkt vorausgesetzt von

Geometrische Probleme mit Ortslinien
konstruieren

cf8c5677-f3c5-5563-8f0a-68443fbab7bf

S. 140

Eine Kreistangente im Berührungspunkt
konstruieren

579d5931-f126-5bb4-8b7f-db236d6b727f

S. 141

Kreistangenten von einem äußeren Punkt
konstruieren

743e5470-ff39-551e-9aba-529656418c66

S. 142

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

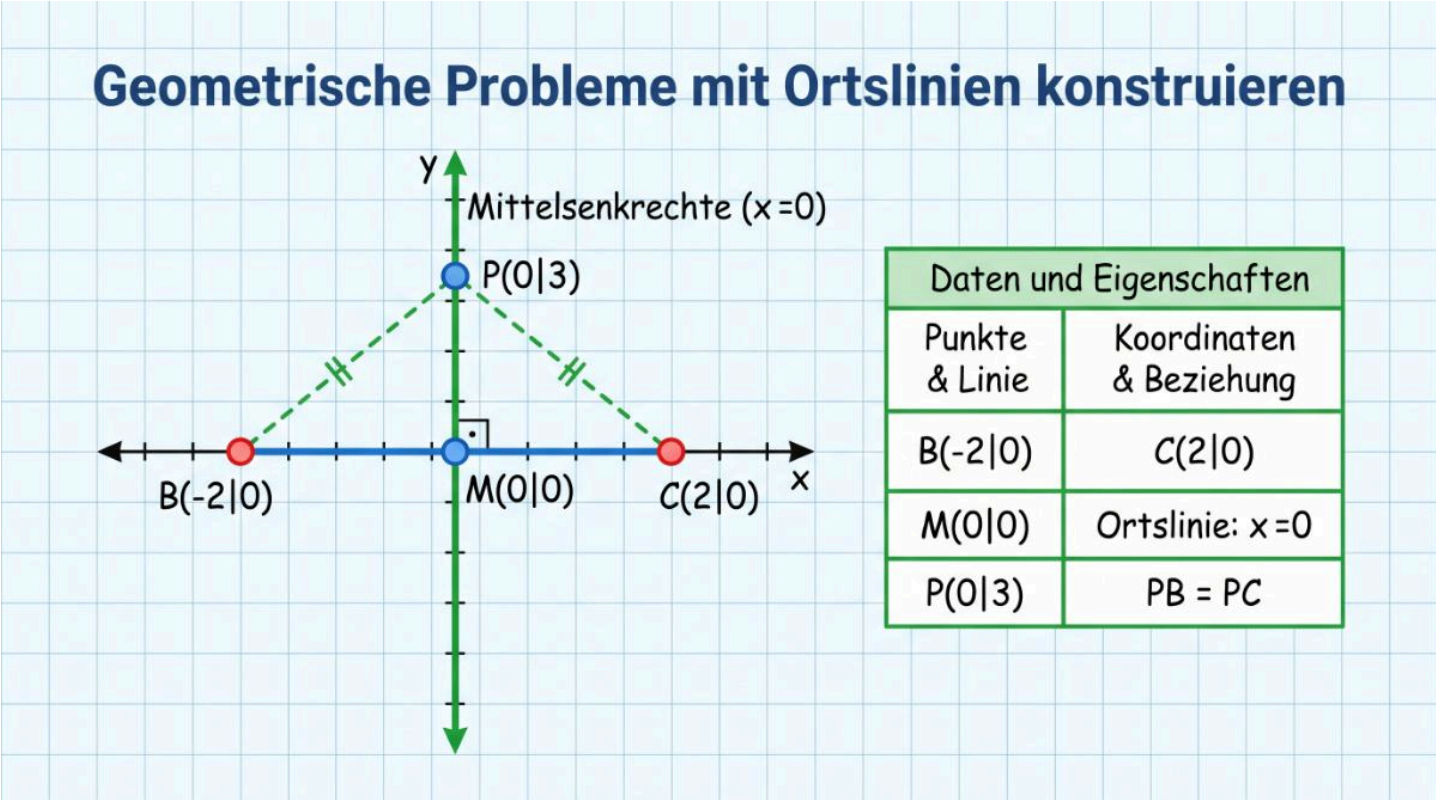
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 8, 7 BE\)](#) 3045f00d-a5b9-547c-b568-593aeac9ffa3

Geometrische Probleme mit Ortslinien konstruieren

Lernziel-ID cf8c5677-f3c5-5563-8f0a-68443fbab7bf

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geometrische Probleme mithilfe geeigneter Ortslinien wie Kreislinie, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Mittelparallele und Thaleskreis zeichnerisch lösen, optional mit dynamischer Geometriesoftware, und die Wahl der Ortslinien sowie die aus ihren Schnittpunkten gewonnene Lösung begründen.

Geltung
BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY: Sek. I · G9
MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83	Mittelsenkrechten konstruieren und begründen 34200b88-c616-58f6-aa03-efb9fd766f88	Winkelhalbierende konstruieren und begründen f509a549-ae5-5468-af73-5b1efa3f342c	Satz des Thales begründen und anwenden 36728db8-da44-4add-97b8-0fdd7cfd9c41
S. 131	S. 132	S. 133	S. 139

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

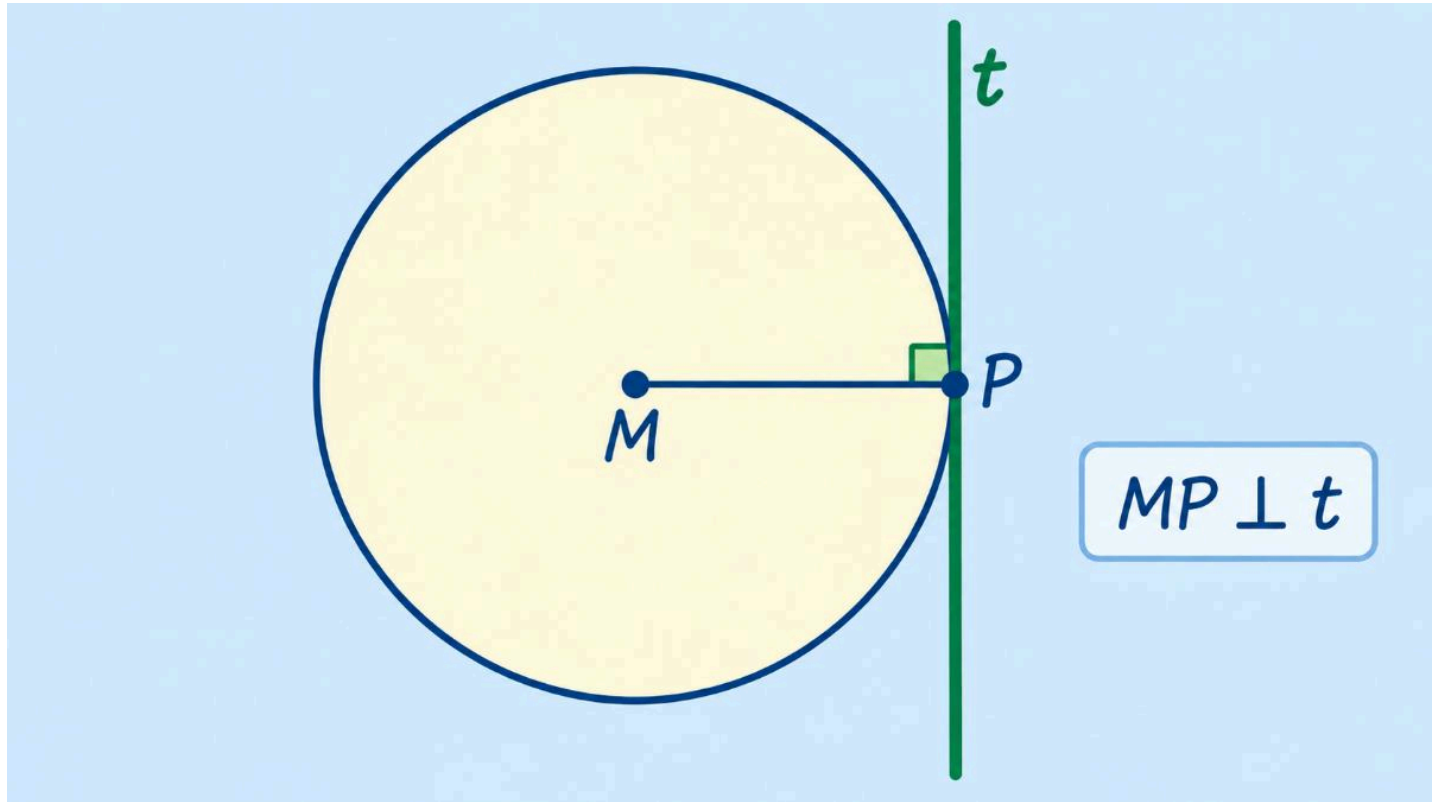
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 8, 7 BE\)](#) 3045f00d-a5b9-547c-b568-593a9ac9ffa3

Eine Kreistangente im Berührungspunkt konstruieren

Lernziel-ID 570d5931-f126-5bb4-8b7f-db236d6b727f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen > Tangenten an Kreise konstruieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einem gegebenen Punkt eines Kreises die Tangente als Senkrechte zum Radius konstruieren und die Konstruktion geometrisch begründen.

Geltung
BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY: Sek. I · G9
MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83	S. 131	Kreisbeziehungen am Kreis begründen und nutzen 21342eb9-9cfd-4fbf-b28e-60aa2b48f702	S. 138	Satz des Thales begründen und anwenden 36728db8-da44-4add-97b8-0fdd7cfd9c41	S. 139
--	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Kreistangenten von einem äußeren Punkt konstruieren 743e5470-ff39-551e-9aba-529656418c66	S. 142
--	--------

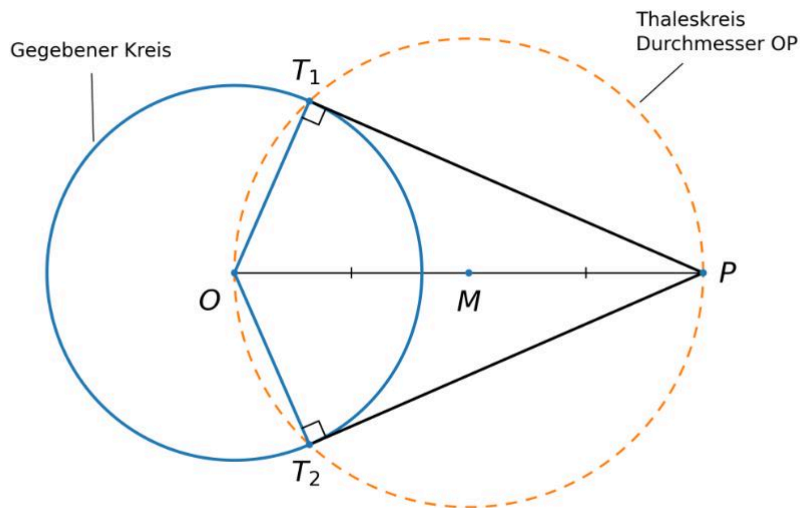
Kreistangenten von einem äußeren Punkt konstruieren

Lernziel-ID 743e5470-ff39-551e-9aba-529656418c66

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen > Tangenten an Kreise konstruieren

Tangenten mit dem Thaleskreis

Von einem äußeren Punkt P an einen Kreis mit Mittelpunkt O



M ist die Mitte von OP . T_1 und T_2 sind die Schnittpunkte der Kreise.

$OT_1 \perp PT_1$ und $OT_2 \perp PT_2 \Rightarrow PT_1$ und PT_2 sind Tangenten.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann von einem Punkt außerhalb eines Kreises die beiden Tangenten mithilfe des Thaleskreises über der Strecke zwischen Kreismittelpunkt und äußerem Punkt konstruieren und die Berührungspunkte durch den rechten Winkel zwischen Radius und Tangente begründen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Satz des Thales begründen und anwenden
36728db8-da44-4add-97b8-9fdd7cfd9c41

S. 139

Eine Kreistangente im Berührungspunkt konstruieren
570d5931-f126-5b04-8b7f-db236d6b727f

S. 141

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 8, 7 BE\)](#) 3045f00d-a5b9-547c-b568-593aeac9ffa3

Verknüpfte Ereignisse mit Mengen- und Vierfelderdarstellungen strukturieren

Lernziel-ID 759485a9-51c0-4261-af7d-caa3c0e5d68b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse bestimmen

Verknüpfte Ereignisse mit Mengen- und Vierfelderdarstellungen strukturieren

Kontext: Schulumfrage. Ereignis A: Sport-AG, Ereignis B: Musik-AG.



A

$A \cap B^c$

Sport-AG, aber keine Musik-AG

$A \cap B$

Sport-AG und Musik-AG



B

$A^c \cap B$

keine Sport-AG, aber Musik-AG

$A^c \cap B^c$

weder Sport-AG noch Musik-AG

	B 	nicht B 
A 	$A \cap B$ Sport-AG und Musik-AG	$A \cap B^c$ Sport-AG, aber keine Musik-AG
nicht A 	$A^c \cap B$ keine Sport-AG, aber Musik-AG	$A^c \cap B^c$ weder Sport-AG noch Musik-AG

- $A \cup B$: Sport-AG oder Musik-AG oder beides
- A^c : nicht Sport-AG

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann verknüpfte Ereignisse mit Mengen, Mengendiagrammen und Vierfeldertafeln darstellen und zwischen verbalen und formalen Beschreibungen sicher übersetzen.

Geltung
BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Laplace-Experimente auswerten

5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e

S. 110

Wird direkt vorausgesetzt von

Wahrscheinlichkeiten verknüpfter Ereignisse berechnen

4ac925cf-3862-4810-be2a-d92efff7d735

S. 144

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Wahrscheinlichkeiten verknüpfter Ereignisse berechnen

Lernziel-ID 4ac925cf-3862-4810-be2a-d92efff7d735

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Wahrscheinlichkeit verknüpfter Ereignisse bestimmen

WAHRSCHEINLICHKEITEN VERKNÜPFTER EREIGNISSE BERECHNEN

VIERFELDERTAFEL (Umfragedaten: 100 Lernende)

	B  (Musik-AG)	nicht B (Keine Musik-AG)	Summe
A  (Sport-AG)	18	22	40
nicht A (Keine Sport-AG)	12	48	60
Summe	30	70	100

WAHRSCHEINLICHKEIT „A UND B“
(Sport und Musik)
 $P(A \cap B) = \frac{18}{100} = 0,18$

ADDITIONSREGEL „A ODER B“
(Mindestens eine AG)
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $= \frac{40}{100} + \frac{30}{100} - \frac{18}{100} = \frac{52}{100} = 0,52$

KONTEXTDEUTUNG
 „52 %“ sind in mindestens einer der beiden AGs.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Wahrscheinlichkeiten verknüpfter Ereignisse aus Vierfeldertafeln und relativen Häufigkeiten ableiten, Additionsregeln begründen und Ergebnisse im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verknüpfte Ereignisse mit Mengen- und Vierfelderdarstellungen strukturieren

759485a9-51c0-4261-af7d-caa3c0e5d68b

S. 143

Wird direkt vorausgesetzt von

Baumdiagramme und Pfadregeln für zusammengesetzte Experimente nutzen

efc3506a-5f35-4d77-9498-d70a091a470b

S. 182

Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bestimmen

508292f2-671b-4fd3-acbf-53d705e44693

S. 419

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden

Lernziel-ID ffd1ae26-c461-4439-9b18-d835c8f38e1a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9

Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden

$$\frac{SA}{SA'} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{SB}{SB'} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Merksatz: Parallelen erzeugen ähnliche Dreiecke.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ähnlichkeitsbeziehungen erkennen, den Strahlensatz nutzen und Streckenverhältnisse in geometrischen Situationen begründet bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kongruenzsätze anwenden und begründen

f0a49da2-018b-4cda-adbd-27047b610a0f

S. 135

Wird direkt vorausgesetzt von

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Nichtumkehrbarkeit des zweiten Strahlensatzes mit Gegenbeispiel begründen

a4246bef-647c-582f-aaa5-8ccd3120e7ef

S. 663

Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

9189339d-1788-406c-a1a4-e0e6b851c4ea

S. 674

Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

d589c036-9280-42b9-aa39-f6aa4ee19786

S. 675

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

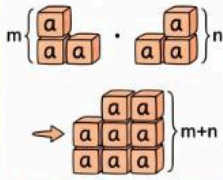
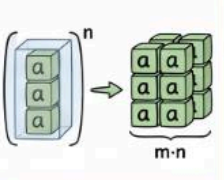
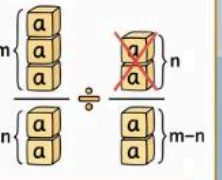
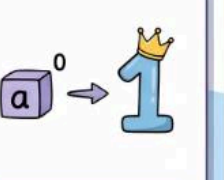
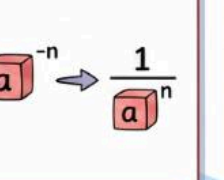
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden

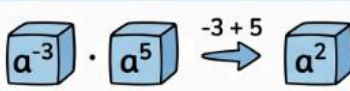
Lernziel-ID 6596405a-9728-41df-9163-53670ec2a937

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Potenzfunktionen und Potenzgesetze nutzen

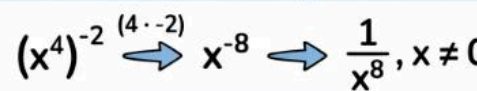
Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten

1. Produkt gleicher Basen  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ Addition der Exponenten	2. Potenz einer Potenz  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ Multiplikation der Exponenten	3. Quotient gleicher Basen  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$ Subtraktion der Exponenten	4. Null als Exponent  $a^0 = 1, a \neq 0$ Ergebnis immer 1 (Basis nicht 0)	5. Negativer Exponent  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0, n > 0$ Kehrwert mit positivem Exponenten
--	---	--	---	---

Beispiele $a^{-3} \cdot a^5 = a^2$



Beispiele $(x^4)^{-2} = x^{-8} = \frac{1}{x^8}, x \neq 0$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Rechengesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten plausibel machen und sie in einfachen algebraischen Situationen sicher anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen	S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen	S. 84
--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Quadratwurzeln definieren und schätzen	S. 147	Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen	S. 148	Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen	S. 149	Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren	S. 151	Wurzelterme addieren und subtrahieren	S. 152	Wurzelterme multiplizieren und dividieren	S. 153
Potenzen von Wurzeltermen vereinfachen	S. 154	Kubikwurzeln über die Wurzeldefinition bestimmen	S. 157	Wurzelfunktionen graphisch untersuchen	S. 158	Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten	S. 622	Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden	S. 773		

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Quadratwurzeln definieren und schätzen

Lernziel-ID f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Definition

$x^2 = a$

$\sqrt{a} = x$
(mit $x \geq 0$)

Nichtnegativ

Exakte Bestimmung

Fläche = 25

$\sqrt{25} = 5$

Schätzen & Näherung

Fläche = 2

$\sqrt{2}$

$1,4^2 = 1,96$ $1,5^2 = 2,25$

$\sqrt{2}$ liegt zwischen 1,4 und 1,5

Näherungsweise: $\sqrt{2} \approx 1,41$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Quadratwurzel einer nichtnegativen Zahl als die nichtnegative Zahl erklären, deren Quadrat die Ausgangszahl ergibt, und Quadratwurzeln aus Quadratzahlen exakt sowie andere Quadratwurzeln näherungsweise bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten S. 36	Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen S. 38	Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln S. 39	Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen S. 40	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern S. 42	Bruchdarstellungen verwenden und wechseln S. 43
Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen S. 44	Positive und negative Zahlen an der Zahlengeraden veranschaulichen S. 45	Betrag einer Zahl angeben S. 46	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren S. 47	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren S. 48	Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen S. 49
Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten S. 50	Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen S. 51	Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52	Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden S. 146		

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen S. 148	Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren S. 151	Kubikwurzeln über die Wurzeldefinition bestimmen S. 157	Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten S. 622	Wurzelgleichungen durch einmaliges Quadrieren lösen S. 761	Nullstellen quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform begründen und bestimmen S. 763
Quadratische Gleichungen lösen S. 764					

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag [65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86](#)

Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen

Lernziel-ID 28b3a12f-aa7a-5c2a-92c7-6d64fa543ee5

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen

Vollständige Quadrate (Zahlen)

$\sqrt{36}$ $\rightarrow$

$\sqrt{36}$
 $\rightarrow 6$

$\sqrt{49}$
 $\rightarrow 7$

Wurzelziehen bei Quadratzahlen

Quadratischen Faktor herausziehen

$\sqrt{72}$ $\rightarrow$

$\sqrt{72} \rightarrow \sqrt{36 \cdot 2}$
 $\rightarrow \sqrt{36} \cdot \sqrt{2}$
 $\rightarrow 6\sqrt{2}$

Teilweises Radizieren

Variablen und Beträge

$\sqrt{x^2}$ $\rightarrow$ $|x|$

$\checkmark$
 Wenn $x=5$:
 $\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$.
 (OK)

$\checkmark$
 Wenn $x=-5$:
 $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5 = |-5|$.
 (OK)

$\times$ **WARNUNG:** NICHT $\sqrt{x^2} = x$
 schreiben (außer wenn $x \geq 0$ gilt)!

Betrag bei Variablen verwenden

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache vollständig radizierbare Wurzelterme vereinfachen und bei Variablen die entstehenden Beträge korrekt verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden 6596405a-9728-41df-9163-53670ec2a937	S. 146	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Wurzelterme addieren und subtrahieren 4f889e45-3c1d-4a8e-8fcb-3582d40d9e8a	S. 152	Wurzelterme multiplizieren und dividieren 7fad6a57-cda1-5dee-a55e-877be64ba992	S. 153	Wurzelterme teilweise radizieren 62e0a4e3-d1d3-46a2-982d-6b99dca6d3fb	S. 155	Quadratische Gleichungen lösen 9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5	S. 764
---	--------	---	--------	--	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

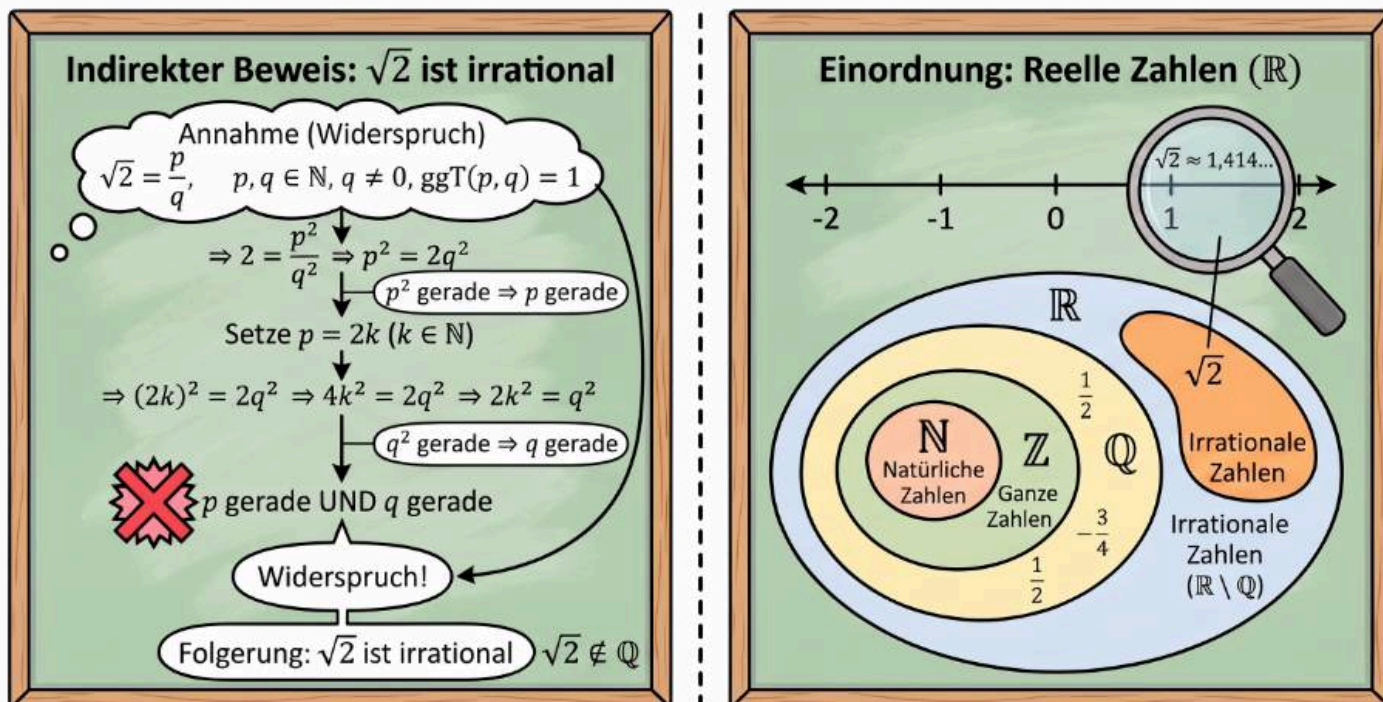
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen

Lernziel-ID 7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Irrationalität von Wurzelzahlen begründen und reelle Zahlen einordnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann beim indirekten Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$ die Annahme einer vollständig gekürzten rationalen Darstellung, die daraus folgenden Teilbarkeitsaussagen und den entstehenden Widerspruch erläutern und den Widerspruch auf die Ausgangsannahme zurückführen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten deuten S. 36	Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen S. 38	Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln S. 39	Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen S. 40	Beziehungen zwischen natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen erläutern S. 41	Dichtheit der rationalen Zahlen erläutern S. 42
Bruchdarstellungen verwenden und wechseln S. 43	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen S. 44	Positive und negative Zahlen an der Zahlengeraden veranschaulichen S. 45	Betrag einer Zahl angeben S. 46	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren S. 47	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren S. 48
Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen S. 49	Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten S. 50	Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen S. 51	Anteilsachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52	Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden S. 146	

Wird direkt vorausgesetzt von

Erweiterung zu den reellen Zahlen begründen und Zahlen einordnen

S. 150

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

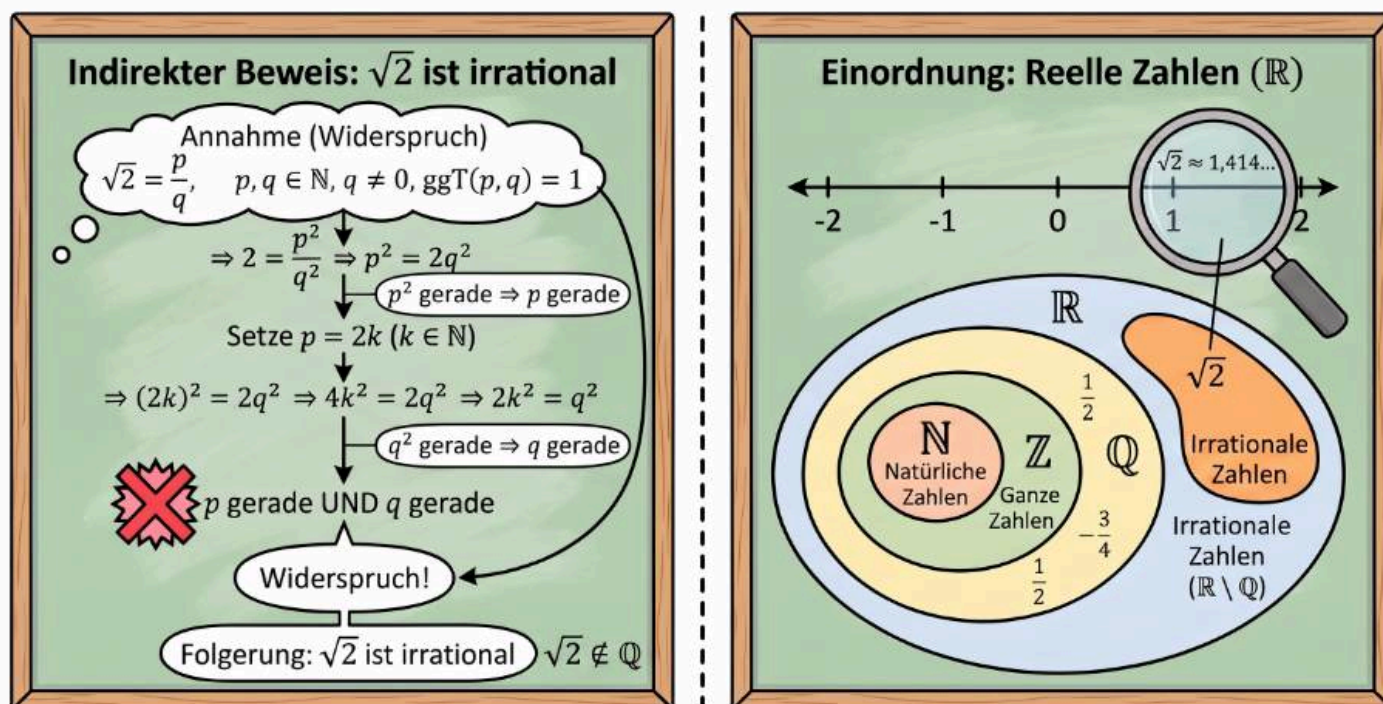
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 180b552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Erweiterung zu den reellen Zahlen begründen und Zahlen einordnen

Lernziel-ID f9e21454-857c-5a6a-8367-32a34fc0026b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Irrationalität von Wurzelzahlen begründen und reelle Zahlen einordnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand irrationaler Zahlen erklären, warum der Zahlbereich der rationalen Zahlen zu den reellen Zahlen erweitert wird, und unterschiedlich dargestellte Zahlen begründet als rational oder irrational sowie als reell einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Irrationalität von $\sqrt{2}$ indirekt begründen

7676b0f9-340d-4a91-ab1f-92745a8f88db

S. 149

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

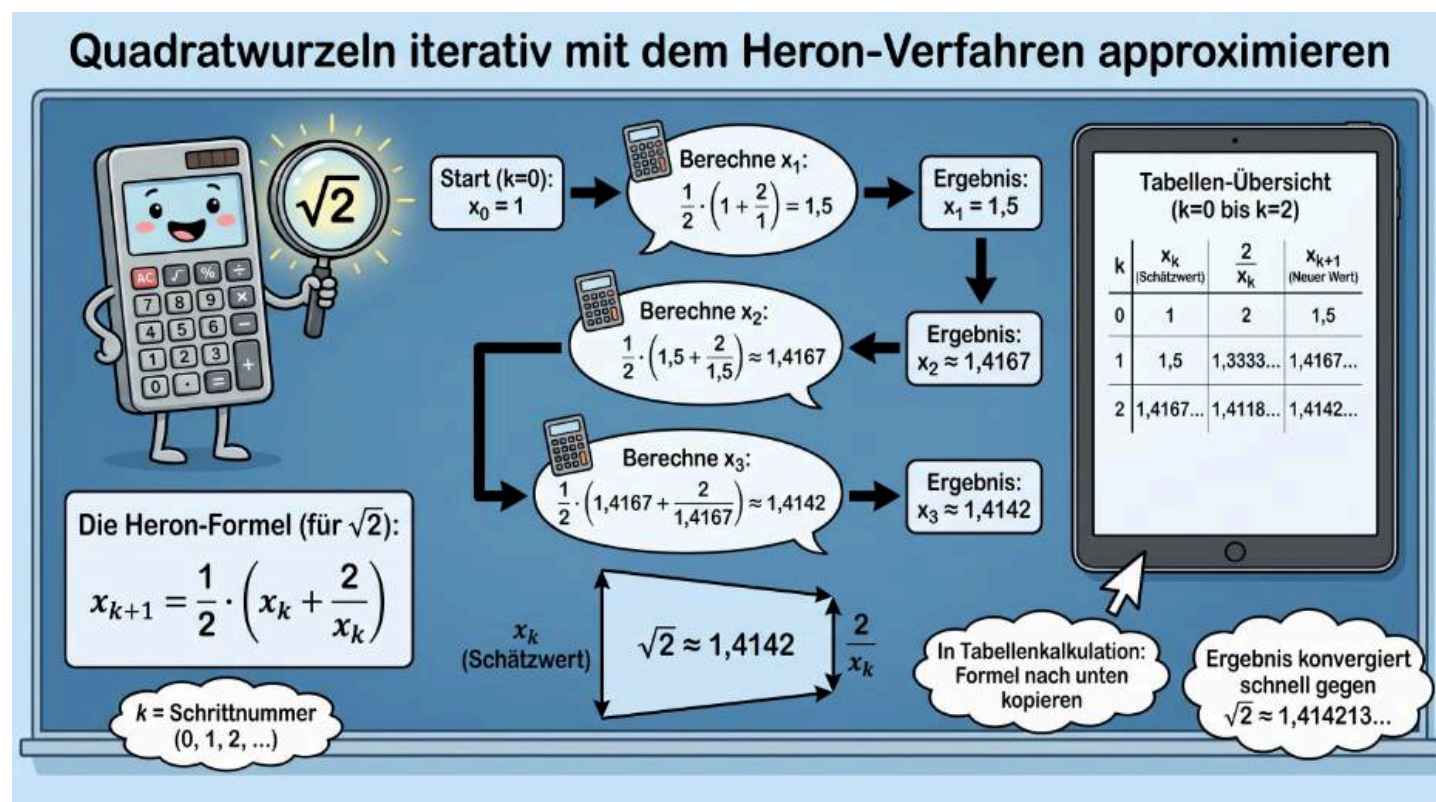
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Quadratwurzeln iterativ mit dem Heron-Verfahren approximieren

Lernziel-ID c9eb293a-9be7-4a3d-8cd0-a1d885a3fdc1

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Heron-Verfahren erklären, in einer Tabellenkalkulation oder ähnlicher Software umsetzen und iterative Näherungswerte für Quadratwurzeln bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Brüche als Zahlen, Anteile und Quotienten S. 36	Brüche mit geeigneten Strategien vergleichen S. 38	Brüche und Dezimalbrüche ineinander umwandeln S. 39	Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und ordnen S. 40	Bruchdarstellungen verwenden und wechseln S. 43	Dezimalzahlen auf der Zahlengeraden, im Stellenwertsystem und als Bruch darstellen S. 44
Positive und negative Zahlen an der Zahlengeraden veranschaulichen S. 45	Rationale Zahlen addieren und subtrahieren S. 47	Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren S. 48	Potenzen mit rationalen Basen und negativen Exponenten deuten und berechnen S. 49	Terme mit rationalen Zahlen strukturiert auswerten S. 50	Rechengesetze bei rationalen Zahlen nutzen S. 51
Anteilssachprobleme mit rationalen Zahlen modellieren S. 52	Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden S. 146	Quadratwurzeln definieren und schätzen S. 147			

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4749-5a64-933b-839c8ad6a55d

Wurzelterme addieren und subtrahieren

Lernziel-ID 4f889e45-3c1d-4a8e-8fcb-3582d40d9e8a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Wurzelterme addieren und subtrahieren

**Gleichartige Terme zusammenfassen
(Kombinierbar)**

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (3 + 5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

Rechenschritt (Ausklammern)

**Ungleichartige Terme bleiben getrennt
(Nicht kombinierbar)**

$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

$\times$ = Keine Zusammenfassung möglich!

Unterschiedliche Radikanden

Nur Terme mit identischem Radikanden (unter der Wurzel)
können addiert oder subtrahiert werden.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann gleichartige Wurzelterme in Summen und Differenzen strukturiert zusammenfassen und die Rechenschritte fachsprachlich erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden

S. 146

Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen

S. 148

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Wurzelterme multiplizieren und dividieren

Lernziel-ID 7fad6a57-cda1-5dee-a55e-877be64ba992

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Wurzelterme multiplizieren und dividieren

Multiplikation	Division	Vereinfachen
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ für $a \geq 0$ und $b \geq 0$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ für $a \geq 0$ und $b > 0$	$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$	$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3$	$\sqrt{x^2} = x $

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produkte und Quotienten von Wurzeltermen mit passenden Wurzelgesetzen umformen und Ergebnisse sinnvoll vereinfachen.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden 6596405a-9728-41df-9163-53670ec2a937	S. 146	Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen 28b3a12f-aa7a-5c2a-92c7-6d64fa543ee5	S. 148
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Potenzen von Wurzeltermen vereinfachen 68505a32-3b1d-57b2-a495-00b4097eb50d	S. 154	Wurzelterme teilweise radizieren 62e0a4e3-d1d3-46a2-982d-6b99dca6d3fb	S. 155	Nenner mit Wurzeltermen rationalisieren e131c594-c45e-5718-9f33-7ae39ddc82ad	S. 156
---	--------	---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Potenzen von Wurzeltermen vereinfachen

Lernziel-ID 68505a32-3b1d-57b2-a495-00b4097eb50d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Potenzen von Wurzeltermen vereinfachen

Grundprinzip:

(für $a \geq 0$)

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$


Quadrieren hebt Wurzel auf.

Beispiel mit Faktor:

$$\begin{aligned}(2\sqrt{3})^2 &= 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 \cdot 3 \\ &= 12\end{aligned}$$

Potenz auf alle Teile anwenden.

Allgemeine Regeln & Warnung:

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (k\sqrt{a})^2 = k^2 \cdot a$$

für $a \geq 0$ für $a \geq 0$



ACHTUNG!
Faktor vor der Wurzel
IMMER mitquadrieren!

$$(2\sqrt{3})^2 \neq 2 \cdot 3 = 6 \quad \text{✗}$$
$$(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \cdot 3 = 12 \quad \text{✓}$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Potenzen von Wurzeltermen zielgerichtet vereinfachen und die verwendeten Potenz- und Wurzelgesetze begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden

S. 146

Wurzelterme multiplizieren und dividieren

S. 153

Wird direkt vorausgesetzt von

Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten

S. 622

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Wurzelterme teilweise radizieren

Lernziel-ID 62e0a4e3-d1d3-46a2-982d-6b99dca6d3fb

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Wurzelterme teilweise radizieren

Panel 1: Quadratzahlen ausziehen

72 → $\sqrt{36 \cdot 2}$

6 → Größtes Quadrat!

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$

Panel 2: Größtes Quadrat finden

48 → $\sqrt{16 \cdot 3}$

4 → Denk an Quadratzahlen!

$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$

Panel 3: Mit Variablen & Betrag

x^2y → $\sqrt{x^2 \cdot y}$

$|x|$ $y \geq 0$

$\sqrt{x^2 \cdot y} = |x|\sqrt{y}$

ACHTUNG! Betrag $|x|$ nicht vergessen! Wichtig, solange nicht $x \geq 0$ bekannt ist.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Wurzelterme teilweise radizieren und entsprechende Umformungen auch mit Variablen unter Einsatz von Beträgen korrekt darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen

S. 148

Wurzelterme multiplizieren und dividieren

S. 153

Wird direkt vorausgesetzt von

Nenner mit Wurzeltermen rationalisieren

S. 156

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#)

Nenner mit Wurzeltermen rationalisieren

Lernziel-ID e131c594-c45e-5718-9f33-7ae39ddc82ad

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

Nenner mit Wurzeltermen rationalisieren

1 PROBLEM: Wurzel im Nenner!

$\frac{3}{\sqrt{2}}$ Ziel: Nenner rational machen. Irrational!

2 ERWEITERN MIT 1

Erweitern mit $1 (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}})$

$\frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ Nenner ist RATIONAL (2)

Begründung: Wert bleibt gleich, weil mit $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = 1$ erweitert wird.

3 BEISPIEL 2

Erweitern mit $\sqrt{3}/\sqrt{3}$

$\frac{5}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$ Nenner ist RATIONAL (6)

Zusammenfassung: Äquivalente Umformung. Nenner ist jetzt eine rationale Zahl.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Wurzelterme so umformen, dass Nenner rational werden, und die Äquivalenz der Umformung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Wurzelterme multiplizieren und dividieren

S. 153

Wurzelterme teilweise radizieren

S. 155

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Kubikwurzeln über die Wurzeldefinition bestimmen

Lernziel-ID 47d8d47c-7c59-5394-9098-11d9ad3723f1

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratwurzeln und Wurzelterme verstehen und nutzen

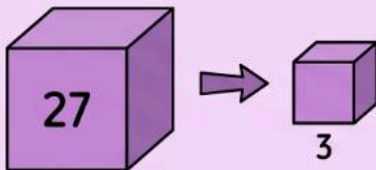
KUBIKWURZELN ÜBER DIE WURZELDEFINITION BESTIMMEN

DEFINITION

$$\sqrt[3]{a} = b \text{ bedeutet } b^3 = a$$

Gesucht ist die Zahl b , deren dritte Potenz a ergibt.

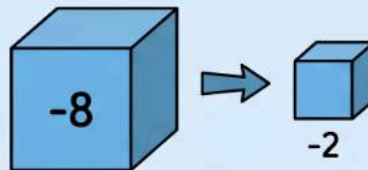
EXAKT (POSITIV)



$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ denn } 3^3 = 27$$

Positives a ,
positives b

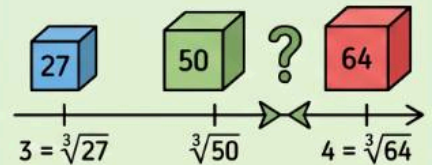
EXAKT (NEGATIV)



$$\sqrt[3]{(-8)} = -2, \text{ denn } (-2)^3 = -8$$

Kubikwurzeln negativer Zahlen
sind reell definiert.

NÄHERUNGSWEISE



$\sqrt[3]{50}$ liegt zwischen 3 und 4,
denn $3^3=27$ und $4^3=64$.

NÄHERUNG: $\sqrt[3]{50} \approx 3,7$,
denn $3,7^3 \approx 50,7$ (NICHT exakt!)



⊗ VERMEIDEN Kubikwurzel ≠ Quadratwurzel!
Näherungen ≠ exakt!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Wurzeldefinition auf Kubikwurzeln anwenden und einfache Kubikwurzeln exakt oder näherungsweise bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden

S. 146

Quadratwurzeln definieren und schätzen

S. 147

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

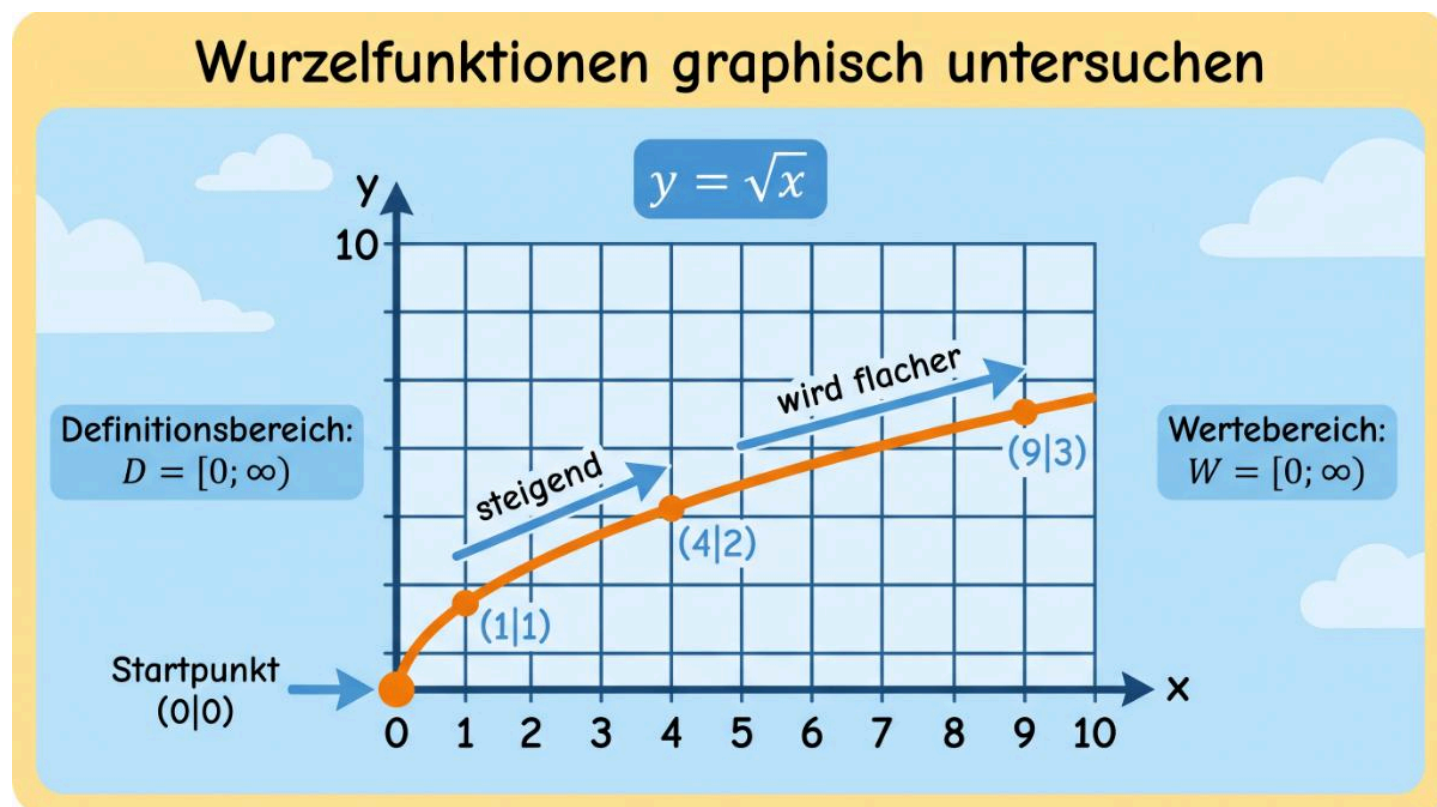
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 18db552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

Wurzelfunktionen graphisch untersuchen

Lernziel-ID 66077296-a8f8-4645-938b-7c3424cb2f14

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Potenzfunktionen und Potenzgesetze nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei grundlegenden Wurzelfunktionen Funktionsterm, Definitions- und Wertemenge sowie Graph aufeinander beziehen und charakteristische Graphenmerkmale begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden

6596405a-9728-41df-9163-53670ec2a937

S. 146

Wird direkt vorausgesetzt von

Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben

eb28b403-f9fc-57ea-a793-b4555596fdd7

S. 621

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 9, 5 BE\)](#) 567e352a-af31-53b0-ac9d-cbcafa0622b7

Satz des Pythagoras anwenden

Lernziel-ID 4d78bbcc-89b8-47f0-aa45-516199e4da5d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9

Satz des Pythagoras anwenden

1. Rechtwinkliges Dreieck finden

Hier gilt:
 $a^2 + b^2 = c^2$

Rechter Winkel

2. Strecken berechnen

$a^2 + b^2 = c^2$

3 4 5

$3^2 + 4^2 = 5^2$ Einsetzen
 $9 + 16 = 25$ Ausrechnen

3. Geometrisch begründen

Flächenvergleich: Die Flächen der Kathetenquadrate addiert ($3^2 + 4^2 = 9 + 16$) ergeben die Fläche des Hypotenusenquadrats ($5^2 = 25$).

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Satz des Pythagoras in rechtwinkligen Dreiecken anwenden, Strecken berechnen und Ergebnisse geometrisch begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kongruenzsätze anwenden und begründen

S. 135

Besondere Dreiecke untersuchen

S. 136

Wird direkt vorausgesetzt von

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

S. 160

Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen

S. 661

Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

S. 674

Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

S. 675

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

Lernziel-ID 71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Trigonometrie am Dreieck anwenden

TRIGONOMETRIE AM RECHTWINKLIGEN DREIECK ANWENDEN

Seiten & Winkel bestimmen, Ergebnisse deuten.

SINUS (sin)
 $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
 $\sin(\alpha) = \frac{6}{10} = 0,6$

KOSINUS (cos)
 $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
 $\cos(\alpha) = \frac{8}{10} = 0,8$

TANGENS (tan)
 $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
 $\tan(\alpha) = \frac{6}{8} = 0,75$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck nutzen, fehlende Seiten oder Winkel bestimmen und Ergebnisse mit Skizzen und Kontexten begründet deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden ff01ae26-c461-4439-9b18-d835c8f38e1a	S. 145	Satz des Pythagoras anwenden 4d78bbcc-89b8-47f0-aa45-516199e4da5d	S. 159
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Gradmaß deuten 97b3232d-b89f-48b8-9fa1-7a25a1bdbb3d	S. 161	Sinussatz herleiten 0c8c1ae9-135e-4fe5-bf67-e497eb3a9909	S. 162	Kosinussatz herleiten 786ae588-a4fb-40e6-a7f5-113cfc2bdf0f	S. 163	Sinus- und Kosinussatz in allgemeinen Dreiecken anwenden e663cc67-5249-55db-b103-357b58a1ca91	S. 164
Bogenmass am Einheitskreis veranschaulichen und sicher zwischen Grad- und Bogenmass wechseln 8d30d241-0247-48ac-83d3-4e0de61584d3	S. 177	Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben 5d17ebb4-4e27-4f9c-8d0b-3520f34b2e11	S. 181	Einheitskreis und Bogenmass für trigonometrische Funktionen nutzen 82597dfb-0ec6-4a77-abaf-e1d6bdd12041	S. 632	Trigonometrische Graphen und Periodizität deuten 46bdcc16-418f-417a-89cf-033d7ae6c8cc	S. 633
Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen 6c122f0e-8017-4ec1-91d6-0d7a1c75f8c9	S. 661						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

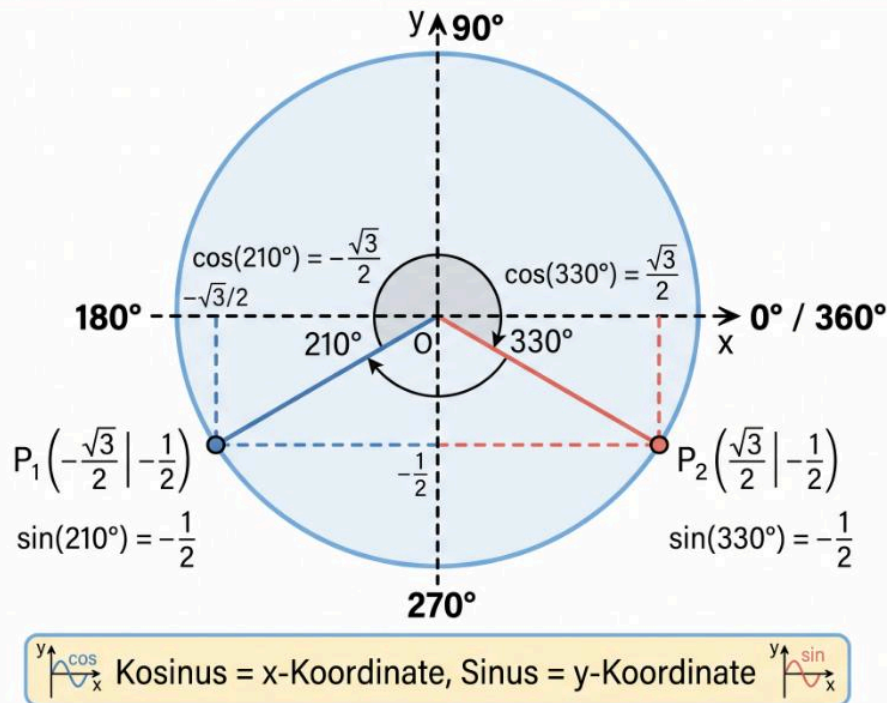
Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Gradmaß deuten

Lernziel-ID 97b3232d-b89f-48b8-9fa1-7a25a1bdbb3d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Trigonometrie am Dreieck anwenden >

Sinus- und Kosinussatz sowie trigonometrische Orientierung nutzen

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Gradmaß deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sinuswerte als y- und Kosinuswerte als x-Koordinaten zu Winkeln von 0° bis 360° am Einheitskreis deuten, ihre Vorzeichen bestimmen, zu vorgegebenen Werten passende Winkel finden und vom Taschenrechner ausgegebene negative Winkelgrößen als äquivalente Winkel im betrachteten Bereich einordnen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Wird direkt vorausgesetzt von

Sinussatz herleiten

0c8c1ae9-135e-4fe5-bf67-e497eb3a9909

S. 162

Kosinussatz herleiten

786ae588-a4fb-40e6-a7f5-113cfc2bdf0f

S. 163

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Bogenmass deuten und Winkel bestimmen

c8818eae-0c4d-4fa1-9085-04a9c95a668b

S. 178

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 9, 7 BE\)](#) 4d46f8c4-b83a-5f7a-aba4-6d0e03dff998

Sinussatz herleiten

Lernziel-ID 0c8c1ae9-135e-4fe5-bf67-e497eb3a9909

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Trigonometrie am Dreieck anwenden >

Sinus- und Kosinussatz sowie trigonometrische Orientierung nutzen > Sinus- und Kosinussatz begründen und anwenden

Sinussatz herleiten

Im rechtwinkligen Dreieck ACH:

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{b}$$

Daher:

$$h = b \cdot \sin(\alpha)$$

Im rechtwinkligen Dreieck BCH:

$$\sin(\beta) = \frac{h}{a}$$

Daher:

$$h = a \cdot \sin(\beta)$$

Gleichsetzen von h:

$$b \cdot \sin(\alpha) = a \cdot \sin(\beta)$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$$

analog mit anderer Höhe: $= \frac{c}{\sin(\gamma)}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Sinussatz für ein allgemeines Dreieck aus bekannten geometrischen Beziehungen herleiten und jeden Schritt der Seiten-Winkel-Beziehung begründen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden
71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Gradmaß deuten
97b3232d-b89f-48b8-9fa1-7a25a1bdbb3d

S. 161

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Sinus- und Kosinussatz herleiten](#) 105027ea-45ec-5086-80a9-34a52e25e860

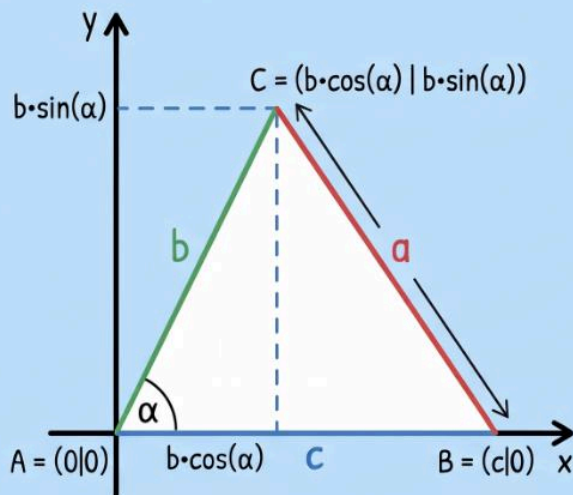
Kosinussatz herleiten

Lernziel-ID 786ae588-a4fb-40e6-a7f5-113cfc2bfd0f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Trigonometrie am Dreieck anwenden >

Sinus- und Kosinussatz sowie trigonometrische Orientierung nutzen > Sinus- und Kosinussatz begründen und anwenden

Kosinussatz herleiten



Abstand a

$$a^2 = (b \cdot \cos(\alpha) - c)^2 + (b \cdot \sin(\alpha))^2$$

Ausmultiplizieren

$$a^2 = b^2 \cdot \cos^2(\alpha) - 2bc \cdot \cos(\alpha) + c^2 + b^2 \cdot \sin^2(\alpha)$$

Trigonometrische Identität

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Kosinussatz (Endergebnis)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

Spezialfall (Pythagoras)

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Kosinussatz in einem allgemeinen Dreieck mithilfe geeigneter Zerlegungen oder Koordinatenüberlegungen herleiten und den Satz des Pythagoras als Spezialfall erklären.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden](#)

S. 160

[Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Gradmaß deuten](#)

S. 161

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Sinus- und Kosinussatz herleiten](#) 105027ea-45ec-5086-80a9-34a52e25e860

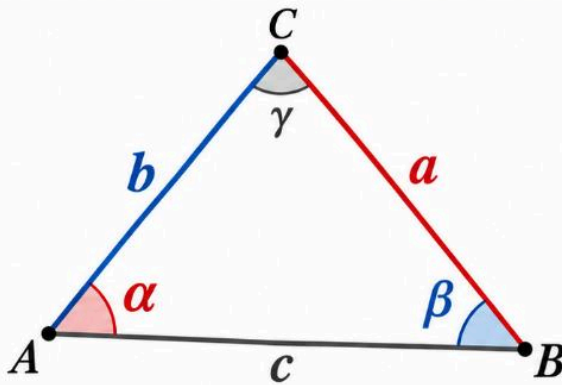
Sinus- und Kosinussatz in allgemeinen Dreiecken anwenden

Lernziel-ID e663cc67-5249-55db-b103-357b58a1ca91

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Trigonometrie am Dreieck anwenden >

Sinus- und Kosinussatz sowie trigonometrische Orientierung nutzen > Sinus- und Kosinussatz begründen und anwenden

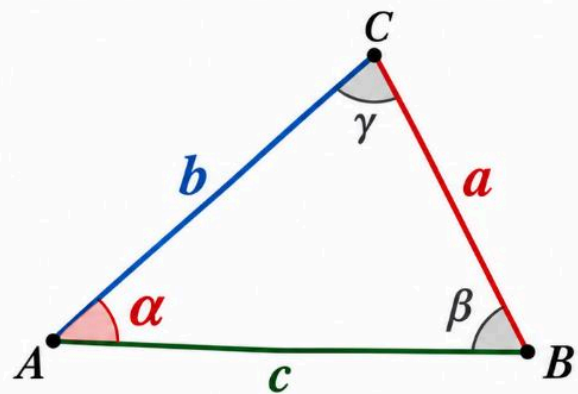
Sinussatz



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$$

Jede Seite gehört zum gegenüberliegenden Winkel.

Kosinussatz



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

α ist der eingeschlossene Winkel zwischen b und c .

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einem allgemeinen Dreieck anhand der gegebenen Seiten und Winkel den passenden Sinus- oder Kosinussatz auswählen, fehlende Größen berechnen und die Lösung mit Skizze und Kontext prüfen.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Wird direkt vorausgesetzt von

Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen

6c122f0e-8017-4ec1-91d6-0d7a1c75f8c9

S. 661

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 9, 7 BE\)](#) 4d46f8c4-b83a-5f7a-aba4-6d0e03dff998

Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen

Lernziel-ID e322310f - f33a-485d-bc23-2412a6b8fa12

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen

Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen

1. Binomische Formel

Faktorisieren ↔ Ausmultiplizieren

Umformen

$(a + b)^2$ → $a^2 + 2ab + b^2$

2. Binomische Formel

Faktorisieren ↔ Ausmultiplizieren

Umformen

$(a - b)^2$ → $a^2 - 2ab + b^2$

3. Binomische Formel

Faktorisieren ↔ Ausmultiplizieren

Umformen

$(a + b)(a - b)$ → $a^2 - b^2$

Gezielter Vergleich von Ausdrucksformen

Quadratischer Term (z.B. $x^2 + 6x + 9$)

Faktorisierter Ausdruck (z.B. $(x + 3)^2$)

Ausdrucksformen gezielt vergleichen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann binomische Formeln anwenden und quadratische Terme so umformen oder faktorisieren, dass Ausdrucksformen gezielt verglichen werden können.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

NI, NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen 2c4830e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2	S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84	Lineare Funktionen beschreiben af3d6b7f-c5fd-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96
---	-------	--	-------	---	-------

Wird direkt vorausgesetzt von

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen 39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb	S. 760	Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen 7bff61c1-1a69-4991-97de-0cff764f507e	S. 766
---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

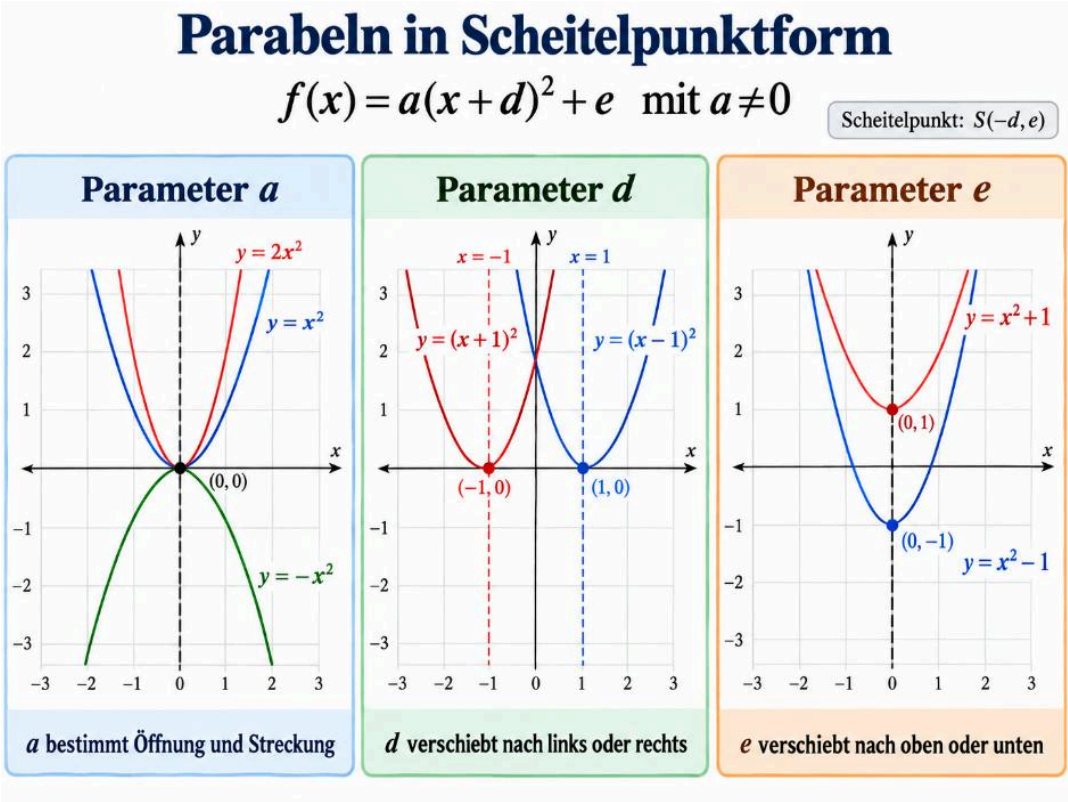
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) ec707244-9dde-510c-8c1e-955f23016231

Parameter quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform deuten

Lernziel-ID 5bced7dc-6557-4af1-9e70-d87f850d3b7f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden > Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen > Quadratische Funktionen in Darstellungen deuten > Quadratische Funktionen in Graphen, Darstellungen und Parametern deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei quadratischen Funktionen der Form $f(x) = a(x + d)^2 + e$ mit $a \neq 0$ die Wirkung von a , d und e auf Scheitelpunktlage, Symmetrieachse, Öffnungsrichtung und Streckung oder Stauchung der Parabel beschreiben und an Term und Graph begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben
af3d6bfff-c5fd-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

S. 96

Wird direkt vorausgesetzt von

Achsenschnittpunkte und Vorzeichen quadratischer Funktionen aus Graphen deuten
6c26a00a-ad1e-59cc-93e2-a38e1683665c

S. 167

Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen
a1c79897-6ded-57f8-bee1-2d365a5083c9

S. 168

Nullstellen quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform begründen und bestimmen
f7dcf8c8-06c1-5972-b02a-9d35e5ab7600

S. 763

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Achsenschnittpunkte und Vorzeichen quadratischer Funktionen aus Graphen deuten

Lernziel-ID 6c26a00a-ad1e-59cc-93e2-a38e1683665c

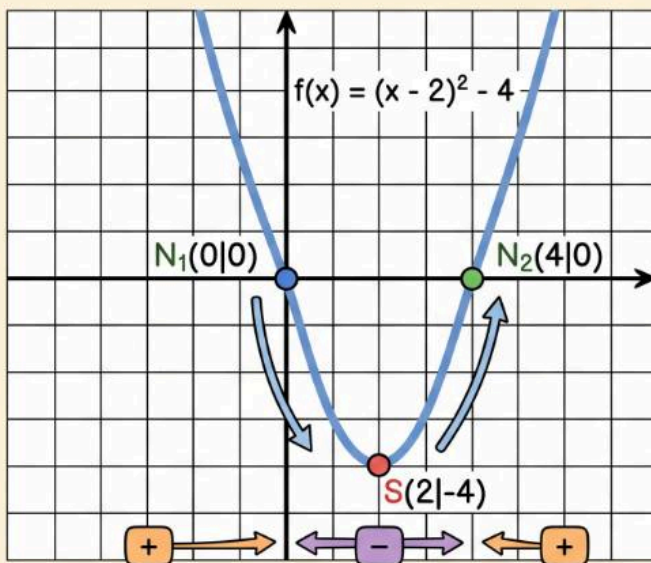
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen > Quadratische Funktionen in Darstellungen deuten >

Quadratische Funktionen in Graphen, Darstellungen und Parametern deuten >

Eigenschaften quadratischer Funktionen aus Graphen ablesen

Eigenschaften quadratischer Funktionen aus Graphen ablesen



• Eigenschaften (abgelesen)

• Scheitelpunkt: $S(2|-4)$

• Nullstellen: 0 und 4

• Wertebereich: $y \geq -4$

↪ fällt für $x < 2$, steigt für $x > 2$ ↪

• positiv für $x < 0$ oder $x > 4$,
negativ für $0 < x < 4$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus dem Graphen einer quadratischen Funktion die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen ablesen, daraus Nullstellen und y-Achsenabschnitt angeben und die Vorzeichenbereiche anhand der Lage des Graphen zur x-Achse bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben

af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

S. 96

Parameter quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform deuten

5bced7dc-6557-4af1-9e70-d87f850d3b7f

S. 166

Wird direkt vorausgesetzt von

Nullstellen quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform begründen und bestimmen

f7dcf8c8-06c1-5972-b02a-9d35e5ab7600

S. 763

Quadratische Funktionen im Graphen deuten

29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-3acc492284d8

S. 782

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen

Lernziel-ID a1c79897-6ded-57f8-bee1-2d365a5083c9

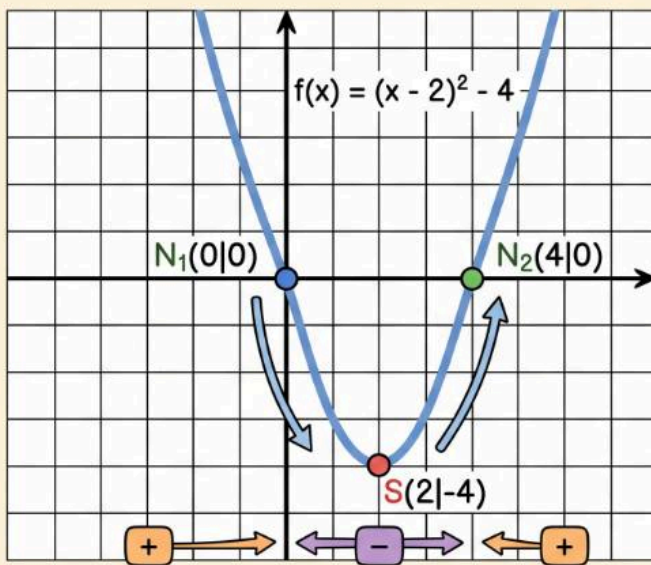
Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen > Quadratische Funktionen in Darstellungen deuten >

Quadratische Funktionen in Graphen, Darstellungen und Parametern deuten >

Eigenschaften quadratischer Funktionen aus Graphen ablesen

Eigenschaften quadratischer Funktionen aus Graphen ablesen



• Eigenschaften (abgelesen)

• Scheitelpunkt: $S(2|-4)$

• Nullstellen: 0 und 4

• Wertebereich: $y \geq -4$

↪ fällt für $x < 2$, steigt für $x > 2$ ↪

• positiv für $x < 0$ oder $x > 4$,
negativ für $0 < x < 4$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus Scheitelpunkt und Öffnungsrichtung des Graphen einer quadratischen Funktion den Extremwert, die Wertemenge und die Intervalle des Steigens und Fallens bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben
af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

S. 96

Parameter quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform deuten
5bced7dc-6557-4af1-9e70-d87f850d3b7f

S. 166

Wird direkt vorausgesetzt von

Quadratische Funktionen in
Anwendungen modellieren
und lösen
a7ccb7a9-6fb0-4e2d-b6e0-
6420cc5ae0bf

S. 767

Ableitungsbegriff aus
mittleren und momentanen
Änderungsraten entwickeln
7156558c-57f1-4372-9ba7-
0640c3f7cb3a

S. 772

Ganzrationale Funktionen
über Term und Graph
beschreiben
1ce8af38-082a-477b-af48-
b924c92761bf

S. 779

Quadratische Funktionen im
Graphen deuten
29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-
3acc492284d8

S. 782

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

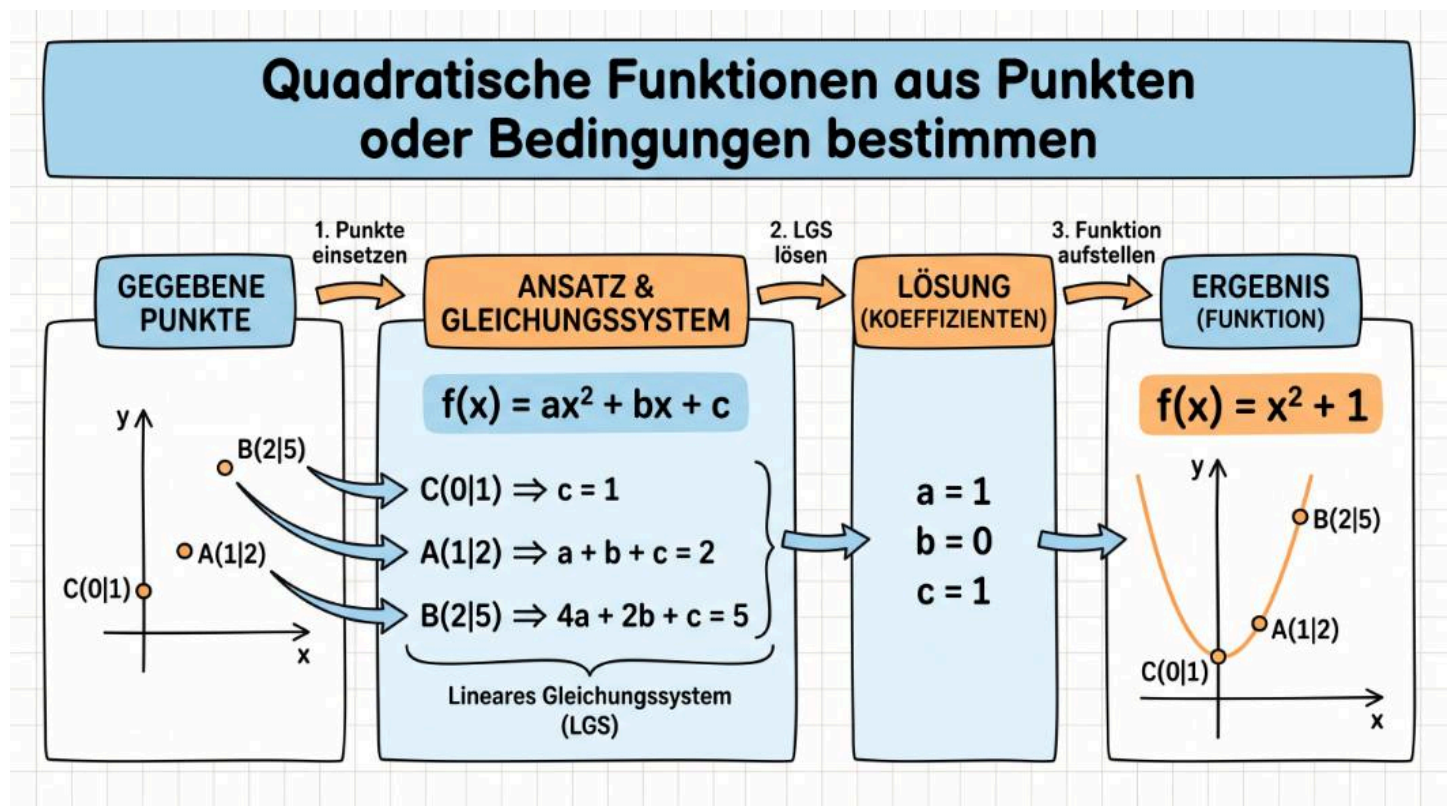
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Quadratische Funktionen aus Punkten oder Bedingungen bestimmen

Lernziel-ID 5743b8f9-86cb-4e24-8859-351708d070ab

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen in Anwendungen nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten nutzen, um Koeffizienten quadratischer Funktionen aus Punkten oder Bedingungen zu bestimmen, und das Verfahren algorithmisch erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Lineare Gleichungssysteme lösen und deuten](#)

546b70b3-6921-416b-a2ef-8fd37d429dc7

S. 109

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

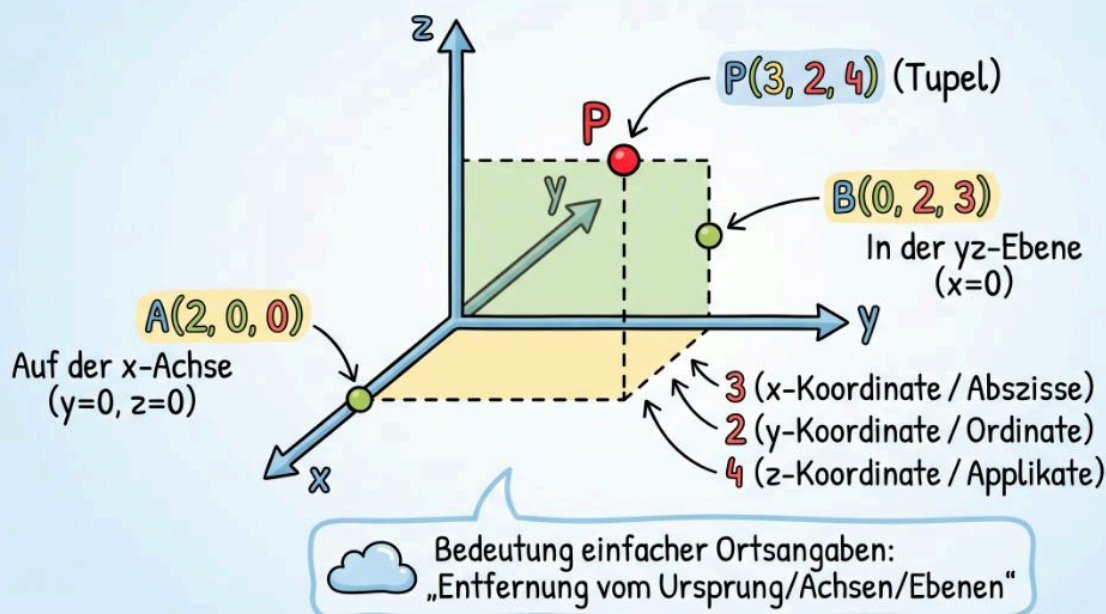
[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) ec707244-9dde-510c-8c1e-955f23016231

Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten

Lernziel-ID f242a3e8-55a3-492e-8354-b81b24cdbb78

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel darstellen, Koordinateneinträge fachsprachlich deuten und die Bedeutung einfacher Ortsangaben im Kontext erklären.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

S. 14

Wird direkt vorausgesetzt von

Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben

S. 184

235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d

Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen

S. 185

b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f

Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren

S. 186

ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren

S. 363

075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 9, 7 BE\)](#) 853905c5-e82b-592f-a485-1ff84c8bb22e

Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten

Lernziel-ID 19f170e4-b88f-4c06-b72a-ce6923748bb4

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten

1. Vektor im 3D-System

Ortsvektor vom Ursprung zu P

2. Tupel-Darstellung & Deutung

$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Fachsprachlich: Vektor als Zahlentupel

x-Koordinate (Eintrag) y-Koordinate (Eintrag) z-Koordinate (Eintrag)

3. Bedeutung der Richtungsangaben

→ +
← -
x: Vorne (+) / Hinten (-)

→ y
← -
y: Rechts (+) / Links (-)

↑ + z
↓ -
z: Oben (+) / Unten (-)

Kontext: Einfache Richtungsänderungen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel darstellen, Koordinateneinträge fachsprachlich deuten und die Bedeutung einfacher Richtungsangaben im Kontext erklären.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

S. 14

Wird direkt vorausgesetzt von

Vektoren komponentenweise addieren und skalieren

1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75

S. 173

Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben

235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d

S. 184

Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen

b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f

S. 185

Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren

ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447

S. 186

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren

075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e

S. 363

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

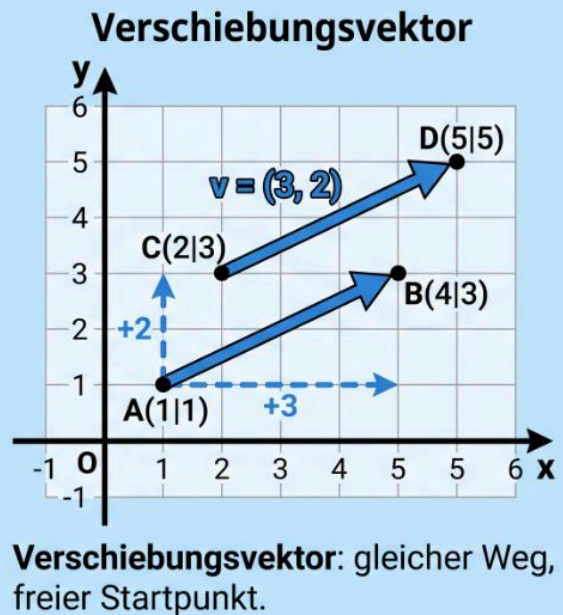
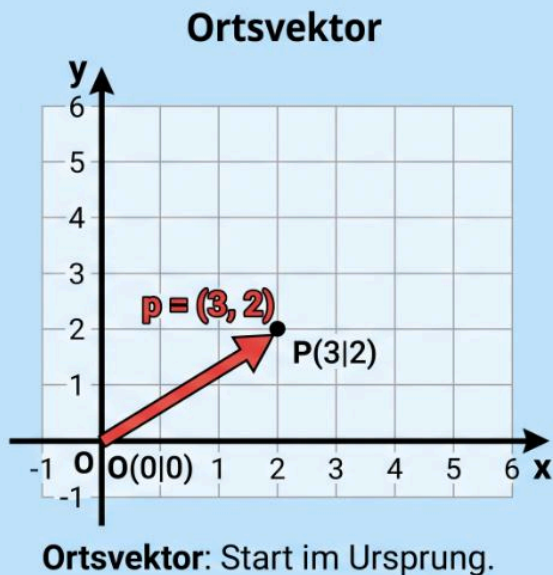
[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 9, 7 BE\)](#) 853905c5-e82b-592f-a485-1ff84c8bb22e

Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten

Lernziel-ID 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vektoren in Tupeldarstellung als Orts- oder Verschiebungsvektoren deuten und ihre geometrische Bedeutung in einfachen Situationen erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen

25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

S. 14

Wird direkt vorausgesetzt von

Vektoren komponentenweise addieren und skalieren S. 173
1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75

Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen S. 176
a8ff2666-8df3-4253-8021-3efe42114e40

Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben S. 184
235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d

Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen S. 185
b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f

Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren S. 186
ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Vektoren komponentenweise addieren und skalieren

Lernziel-ID 1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

VEKTOREN: KOMPONENTENWEISE ADDIEREN & SKALIEREN

ADDITION (+)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Komponentenweise addieren

Geometrisch: Aneinanderhängen

SUBTRAKTION (-)

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Komponentenweise subtrahieren

Geometrisch: Von Spitze w zu Spitze v

SKALARE MULTIPLIKATION (·)

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Mit Skalar multiplizieren

$$-1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Auch negative Skalare

Geometrisch: Strecken / Stauchen / Umkehren

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vektoren komponentenweise addieren, subtrahieren und mit Skalaren multiplizieren sowie die Rechenoperationen geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten 19f170e4-b88f-4c06-b72a-ce6923748bb4	S. 171	Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6	S. 172
Kollinearität von Vektoren prüfen d1352ce9-9502-5039-9af6-318fe385b6fd	S. 174	Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen a8ff2666-8df3-4253-8021-3efc42114e40	S. 176
Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben 235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d	S. 184	Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f	S. 185
Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447	S. 186		

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 9, 7 BE\)](#) 853905c5-e82b-592f-a485-1ff84c8bb22e

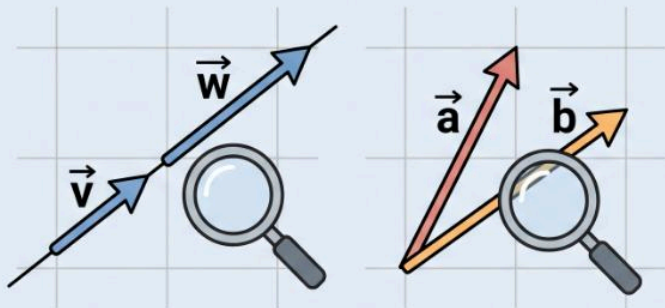
Kollinearität von Vektoren prüfen

Lernziel-ID d1352ce0-9502-5039-9af6-318fe385b6fd

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

Kollinearität von Vektoren prüfen

GEOMETRISCHE PRÜFUNG



✓ **JA**

Liegen auf
einer Geraden

✗ **NEIN**

Liegen NICHT auf
einer Geraden

RECHNERISCHE PRÜFUNG

$$\vec{v} = k \cdot \vec{w}$$

k ist eine Zahl (Skalar)

✓ **JA**

Beispiel: $\vec{v} = (2, 4)$, $\vec{w} = (1, 2)$

$$2 = k \cdot 1$$

$$4 = k \cdot 2$$

Lösung: $k = 2$

✓ k existiert:
Kollinear

✗ **NEIN**

Beispiel: $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (1, 2)$

$$3 = k \cdot 1$$

$$1 = k \cdot 2$$

Lösung: $k = 3$ und $k = 0.5$

✗ Kein gemeinsames k:
Nicht Kollinear

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen kollinearen und nicht kollinearen Fällen prüfen, ob Vektoren kollinear sind, und die Prüfung geometrisch oder rechnerisch begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren komponentenweise addieren und skalieren

1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75

S. 173

Wird direkt vorausgesetzt von

Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben

235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d

S. 184

Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen

b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f

S. 185

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 9, 7 BE\)](#) 853905c5-e82b-592f-a485-1ff84c8bb22e

Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen

Lernziel-ID 57f6d5e4-7c24-4e70-9cf6-737f01d79914

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen

P(2|3|4)

x ↕	y ↕	z ↕
2	3	4
x=2	y=3	z=4

g: X = (1|1|0) + t*(2|0|1)

Stützvektor (Startpunkt A)	Richtungsvektor
$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Für t=0: A(1 1 0), Für t=1: B(3 1 1)	

Probe

B - A =	
(3-1 1-1 1-0) = (2 0 1) ✓	
Stimmt mit Richtungsvektor überein	

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkte und einfache Geraden in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem oder in passenden Schrägbildern darstellen und die Darstellung fachsprachlich erklären.

Geltung

BB, BE, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktlagen und daraus bestimmte lineare Objekte im Koordinatensystem darstellen S. 14
25593605-5e13-55cc-9a05-8f3d737e15e9

Wird direkt vorausgesetzt von

Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen a8ff2666-8df3-4253-8021-3efe42114e40	S. 176
Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben 235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d	S. 184
Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f	S. 185
Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447	S. 186

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen

Lernziel-ID a8ff2666-8df3-4253-8021-3efe42114e40

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Koordinatengeometrie und Vektoren grundlegend nutzen

Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen

A(1|2|3)

Abstand: 6

Mittelpunkt: M(3|3|5)

B(5|4|7)

Punkt	x_1	x_2	x_3
A	1	2	3
B	5	4	7

Berechnung Vektordifferenz
 $B - A = (5-1 \mid 4-2 \mid 7-3) = (4 \mid 2 \mid 4)$

Berechnung Abstand (Betrag)
 $d = \sqrt{(4^2 + 2^2 + 4^2)} = \sqrt{(16 + 4 + 16)} = \sqrt{36} = 6$

Berechnung Mittelpunkt
 $M = \frac{1}{2} * (A + B) = \frac{1}{2} * (1+5 \mid 2+4 \mid 3+7) = (3 \mid 3 \mid 5)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Betrag eines Vektors, den Abstand zweier Punkte und den Mittelpunkt einer Strecke im Raum koordinatenbasiert berechnen und geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6	S. 172	Vektoren komponentenweise addieren und skalieren 1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75	S. 173	Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen 57f6d5e4-7c24-4e70-9cf6-737f01d79914	S. 175
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben 235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d	S. 184	Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen b025df6c-994c-4807-9c5f-2d548995b73f	S. 185	Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447	S. 186
--	--------	--	--------	--	--------

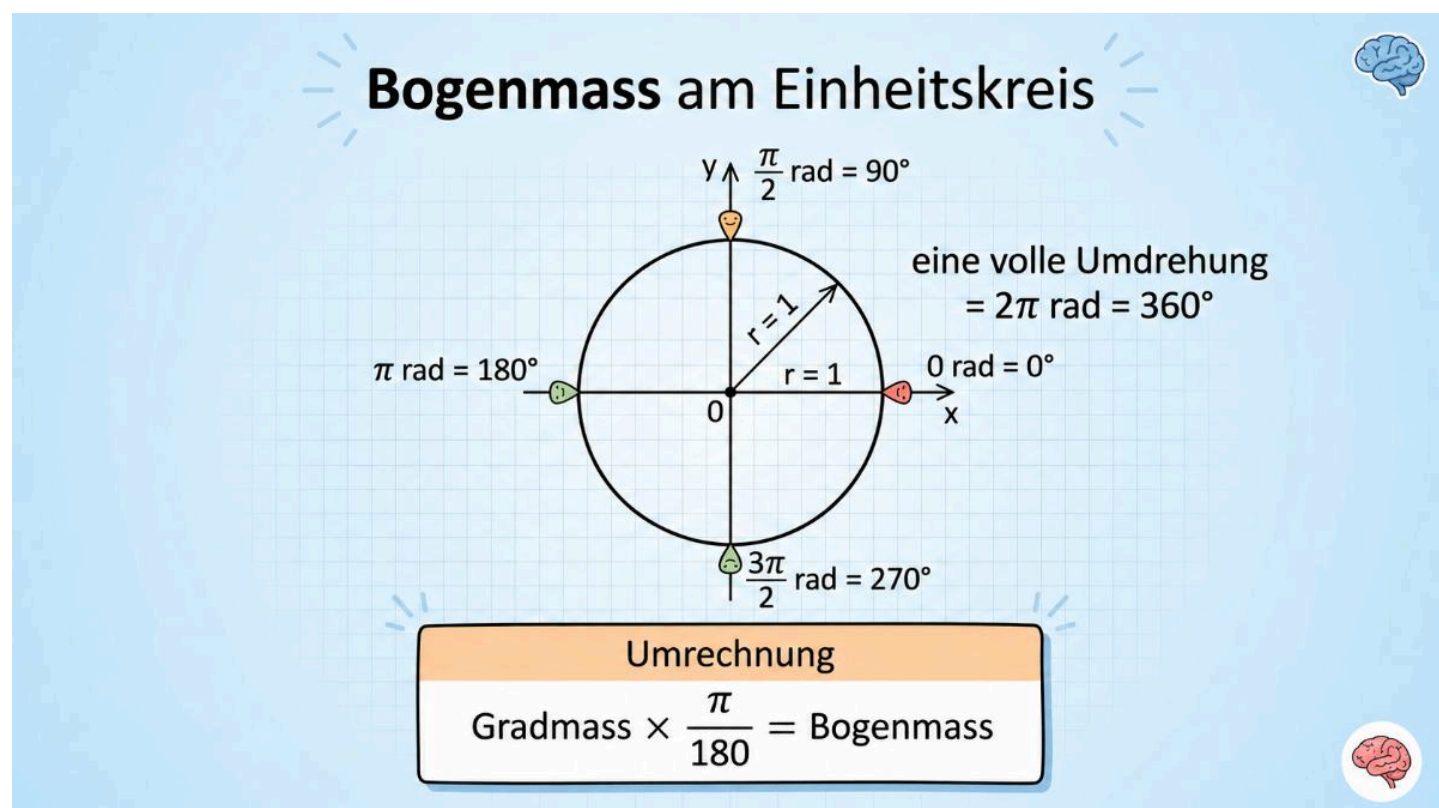
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Bogenmass am Einheitskreis veranschaulichen und sicher zwischen Grad- und Bogenmass wechseln

Lernziel-ID 8d30d241-0247-48ac-83d3-4e0de61584d3

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Bogenmass als alternative Beschreibung von Winkelgrößen am Einheitskreis veranschaulichen und sicher zwischen Gradmass und Bogenmass wechseln.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zahl Pi als Verhältnis am Kreis erklären

8a691345-3216-522c-a898-d65e8e94db28

S. 64

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen

fc947e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e

S. 134

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Wird direkt vorausgesetzt von

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Bogenmass deuten und Winkel bestimmen

c8818eae-0c4d-4fa1-9085-04a9c95a668b

S. 178

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

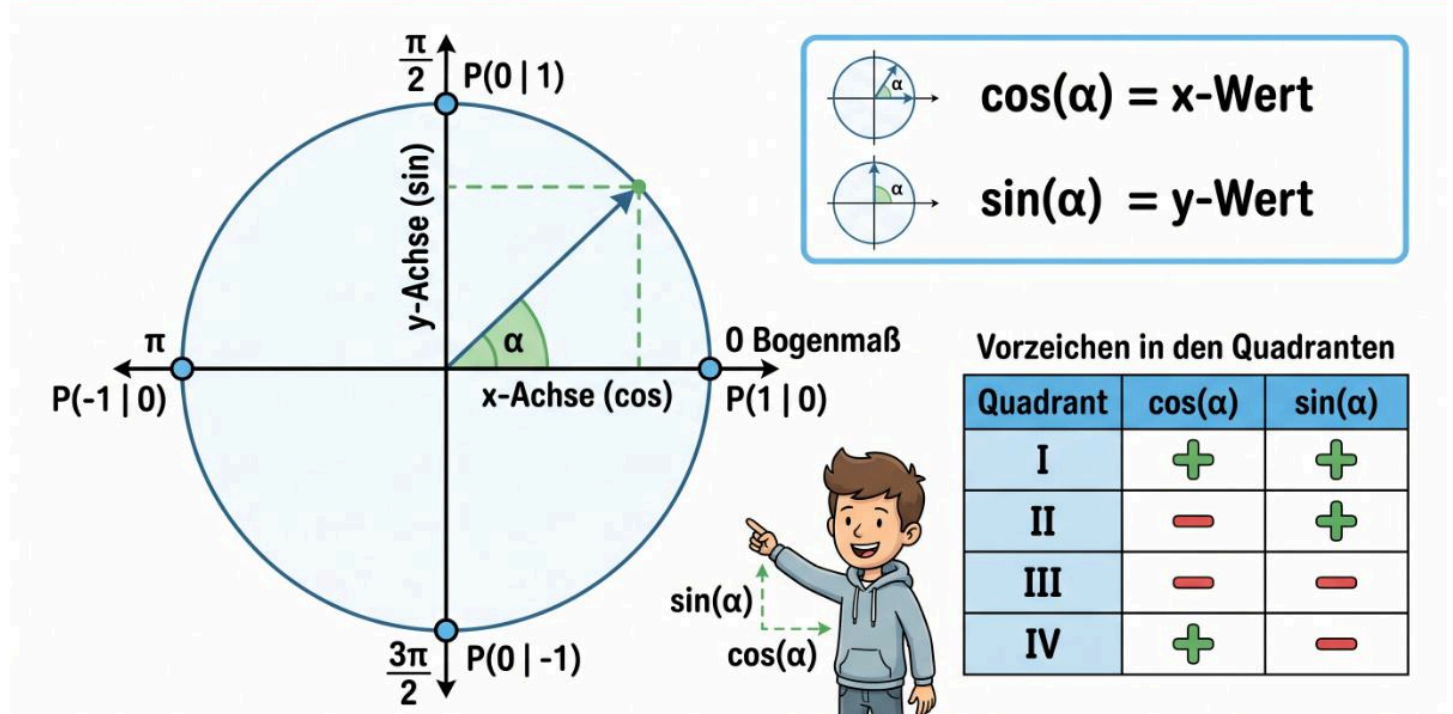
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Bogenmass deuten und Winkel bestimmen

Lernziel-ID c8818eae-0c4d-4fa1-9085-04a9c95a668b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis (Bogenmaß)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sinus- und Kosinuswerte von Winkelgrößen zwischen 0 und 2π am Einheitskreis veranschaulichen, Vorzeichen sicher bestimmen und zu vorgegebenen Sinus- oder Kosinuswerten passende Winkelgrößen angeben.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Gradmaß deuten S. 161
97b3232d-b89f-48b8-9fa1-7a25a1b0bb3d

Bogenmass am Einheitskreis veranschaulichen und sicher zwischen Grad- und Bogenmass wechseln S. 177
8d30d241-0247-48ac-83d3-4e0de61584d3

Wird direkt vorausgesetzt von

Sinus- und Kosinuswerte für Winkel größer als 2π und für negative Winkel auf den Grundbereich zurückführen S. 179
53b47494-ec60-4128-840d-2a4c4bab6d32

Pythagoreische trigonometrische Beziehung herleiten S. 667
d9725eb6-6b1f-5674-9f17-3de10f5b1ed8

Komplementwinkelbeziehung von Sinus und Kosinus herleiten S. 668
674baaa8-911d-5231-9330-881c5288634f

Tangensquotient herleiten S. 669
4cba85d3-2e25-5c4b-9c4c-37e5b201dce7

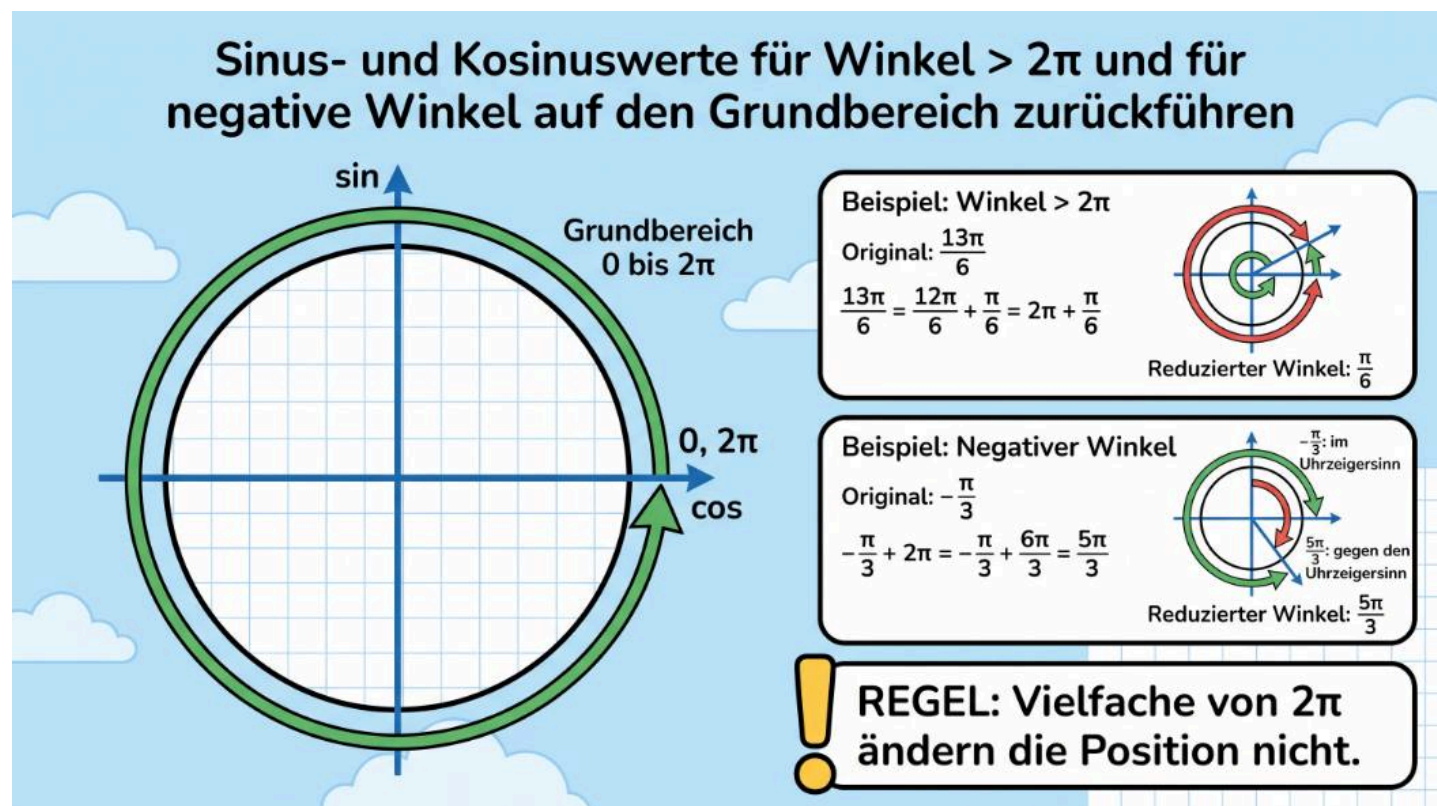
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Sinus- und Kosinuswerte für Winkel größer als 2π und für negative Winkel auf den Grundbereich zurückführen

Lernziel-ID 53b47494-ec60-4128-840d-2a4c4bab6d32

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mithilfe des Einheitskreises Sinus- und Kosinuswerte für Winkelgrößen größer als 2π sowie für negative Winkelgrößen auf entsprechende Werte im Grundbereich zwischen 0 und 2π zurückführen und die Reduktionsschritte erläutern.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Bogenmass deuten und Winkel bestimmen

S. 178

Wird direkt vorausgesetzt von

Graphen von Sinus und Kosinus aus dem Einheitskreis ableiten und Periodizität sowie ihren Zusammenhang begründen

S. 180

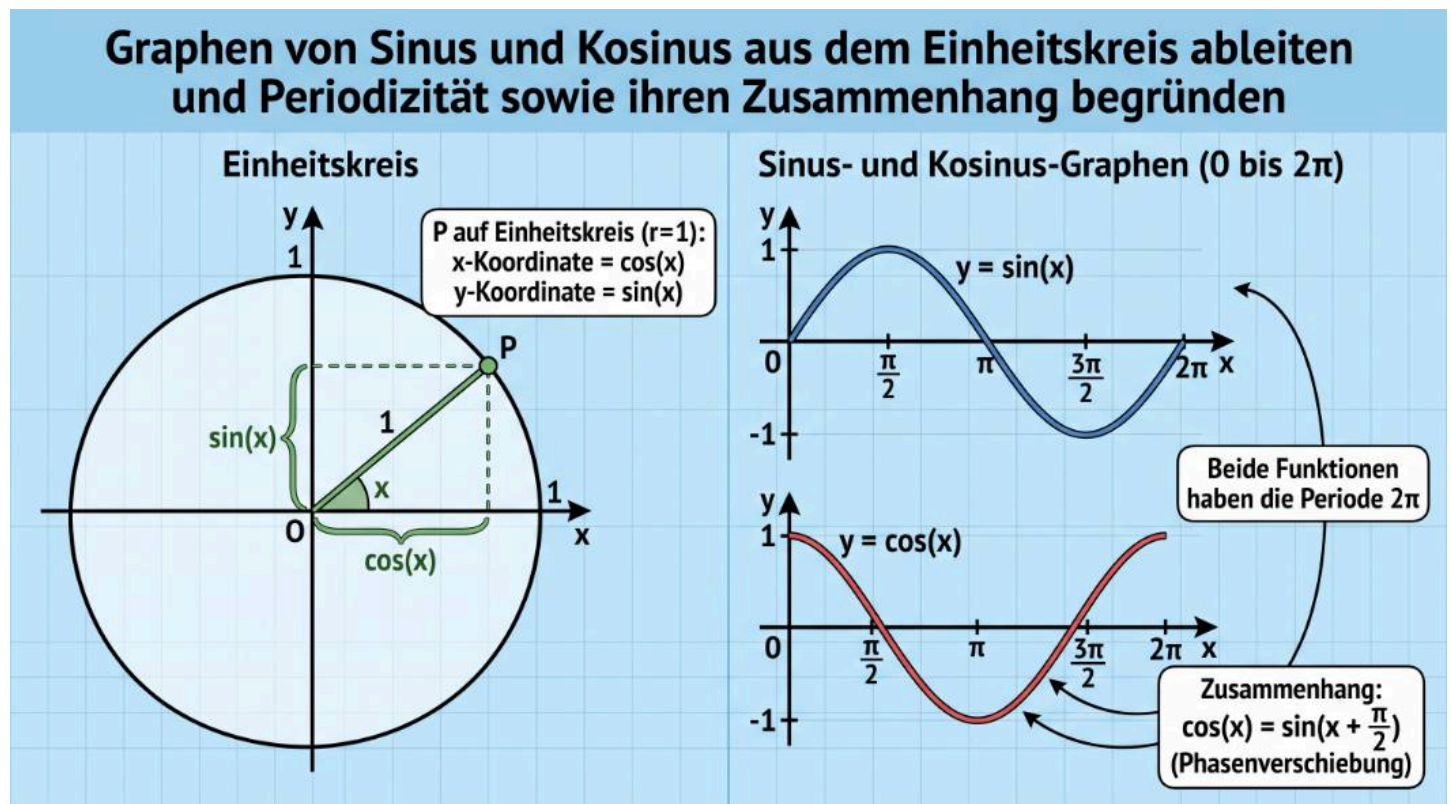
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Graphen von Sinus und Kosinus aus dem Einheitskreis ableiten und Periodizität sowie ihren Zusammenhang begründen

Lernziel-ID 302a857d-ad71-4bdf-81f3-851c95aeefe1

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mithilfe des Einheitskreises den Verlauf der Graphen von Sinus- und Kosinusfunktion ableiten, ihre Periodizität begründen und den Zusammenhang zwischen beiden Funktionen erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinuswerte für Winkel größer als 2π und für negative Winkel auf den Grundbereich zurückführen

S. 179

Wird direkt vorausgesetzt von

Trigonometrische Graphen aus Funktionstermen zeichnen

S. 635

a6c8db0a-a8a2-46bf-af04-d73d69d6c8b1

Funktionsterme aus trigonometrischen Graphen bestimmen

S. 637

0500f77f-8c12-5f7e-97b0-a75125eaa99b

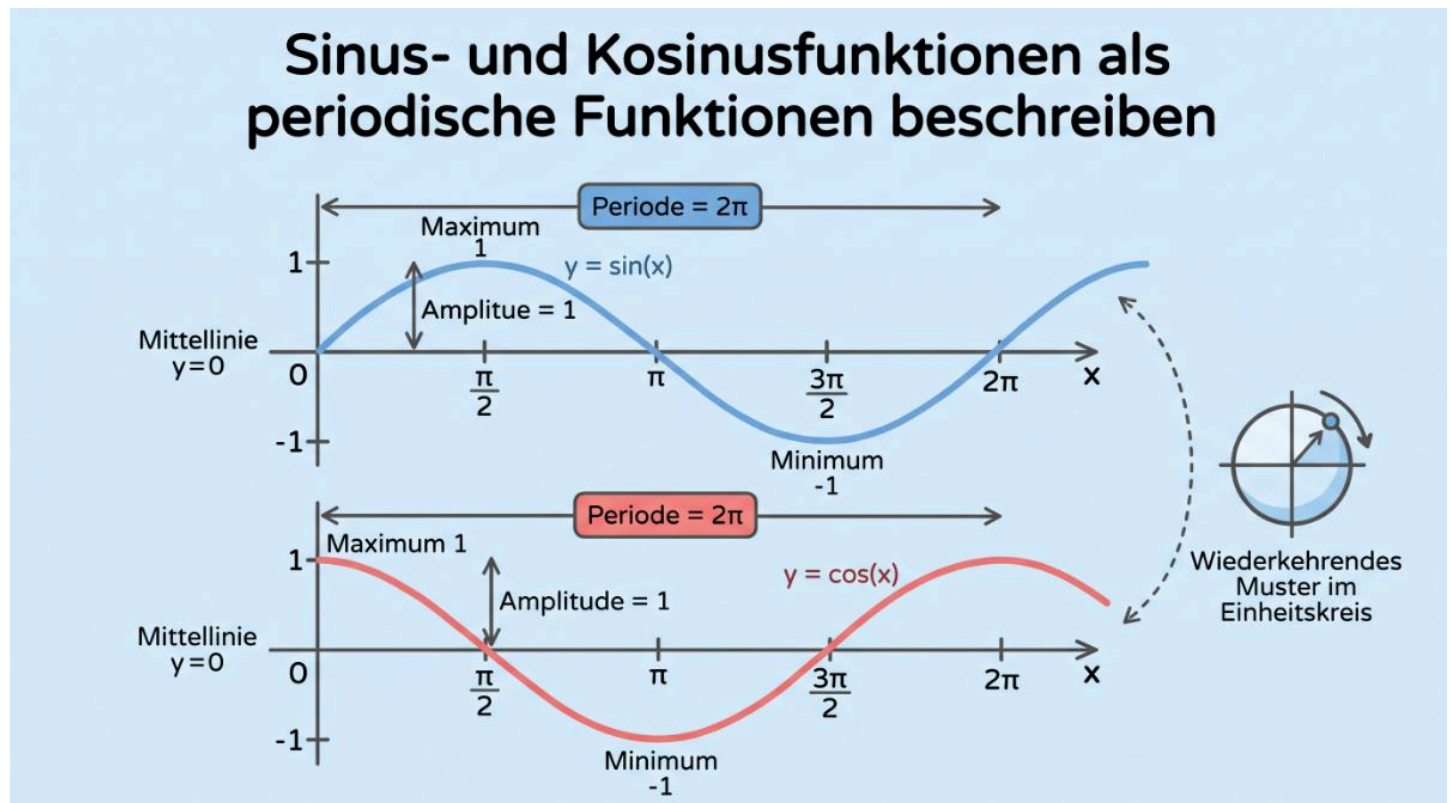
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben

Lernziel-ID 5d17ebb4-4e27-4f9c-8d0b-3520f34b2e11

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sinus- und Kosinusfunktionen in Graphen und Termen als periodische Funktionen beschreiben und grundlegende Merkmale fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zahl Pi als Verhältnis am Kreis erklären 8a691345-3216-522c-a898-d65e8e94db28	S. 64	Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen fc047e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e	S. 134	Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden 71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919	S. 160
---	-------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Pythagoreische trigonometrische Beziehung herleiten d9725eb6-6b1f-5674-9f17-3de10f5b1ed8	S. 667	Komplementwinkelbeziehung von Sinus und Kosinus herleiten 674baaa8-911d-5231-9330-881c5288634f	S. 668	Tangensquotient herleiten 4c8a85d3-2e25-5c4b-9c4c-37e5b201dce7	S. 669	Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Fällen nutzen f9fdb733-5838-4983-888a-05624eabbe17	S. 778
--	--------	--	--------	--	--------	--	--------

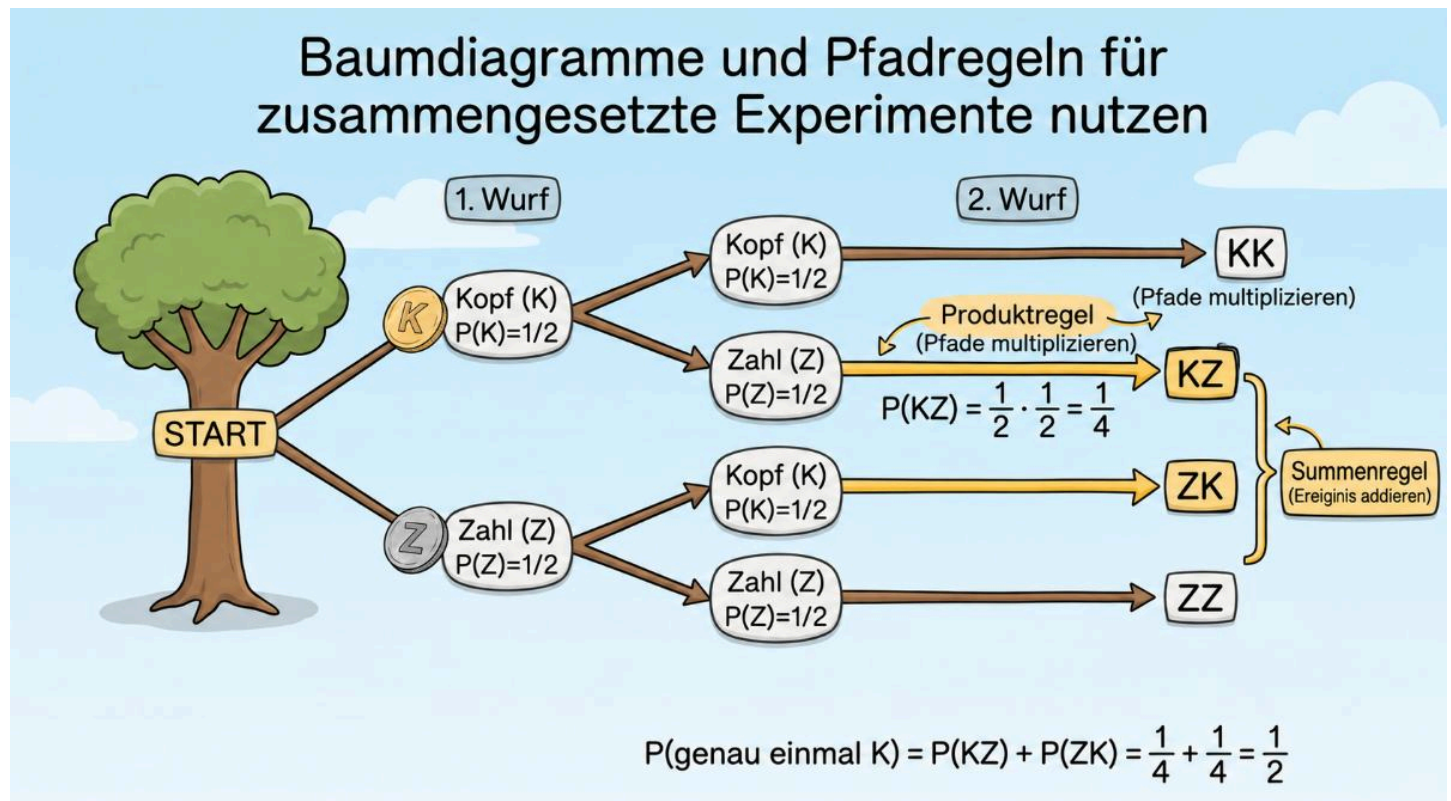
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Baumdiagramme und Pfadregeln für zusammengesetzte Experimente nutzen

Lernziel-ID efc3506a-5f35-4d77-9498-d70a091a470b

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Mehrstufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme und bedingte Struktur



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zusammengesetzte Zufallsexperimente mit Baumdiagrammen strukturieren und Wahrscheinlichkeiten mit Pfadregeln in mehrstufigen Situationen bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST: Sek. I · G8

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Laplace-Experimente auswerten 5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e	S. 110	Wahrscheinlichkeiten verknüpfter Ereignisse berechnen 4ac925cf-3862-4810-be2a-d92eff7d735	S. 144
Stochastische Simulationen und Monte-Carlo-Verfahren deuten e55edcb9-2184-4a24-890e-70cc91028990	S. 183	Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bestimmen 508292f2-671b-4fd3-acbf-53d705e44693	S. 419

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

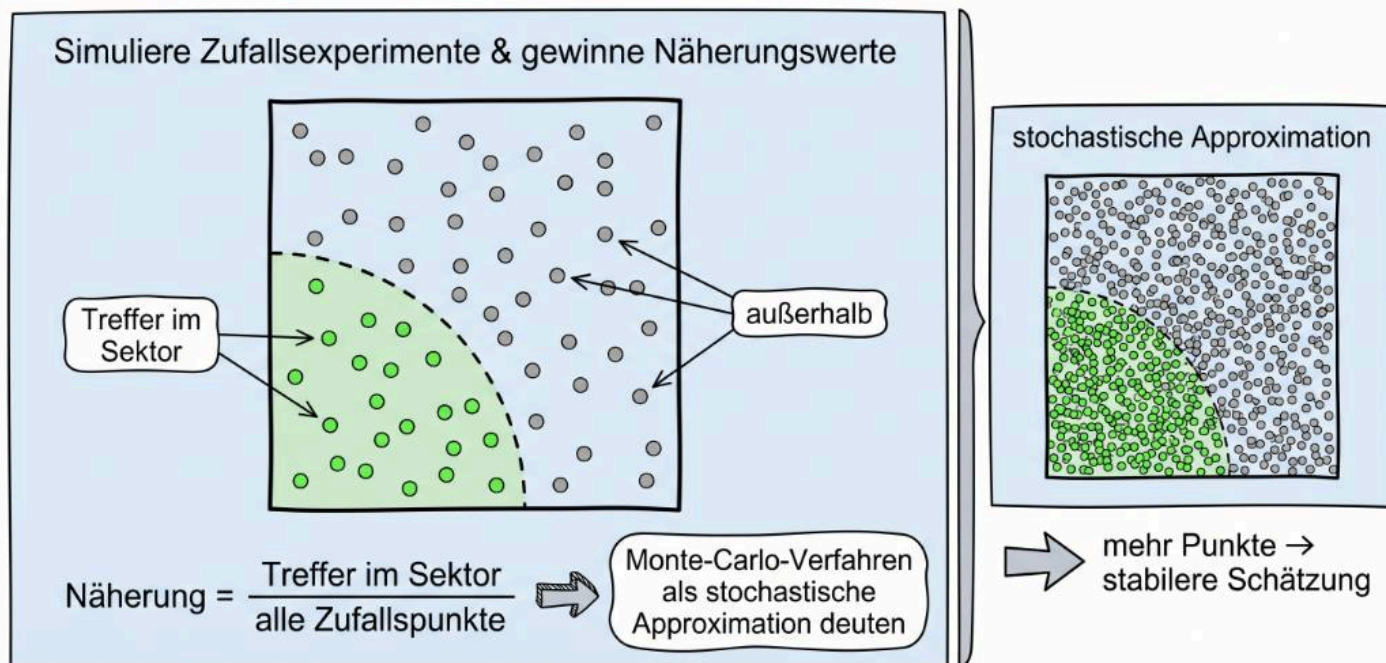
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Stochastische Simulationen und Monte-Carlo-Verfahren deuten

Lernziel-ID e55edcb9-2184-4a24-890e-70cc91028990

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Mehrstufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme und bedingte Struktur

Stochastische Simulationen & Monte-Carlo-Verfahren deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zufallsexperimente simulieren, Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten gewinnen und Monte-Carlo-Verfahren als stochastische Approximation deuten.

Geltung

BB, BE, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Baumdiagramme und Pfadregeln für zusammengesetzte Experimente nutzen](#)

efc3506a-5f35-4d77-9498-d70a091a470b

S. 182

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) e5055665-89ae-5be6-8fc7-42a9e991d63d

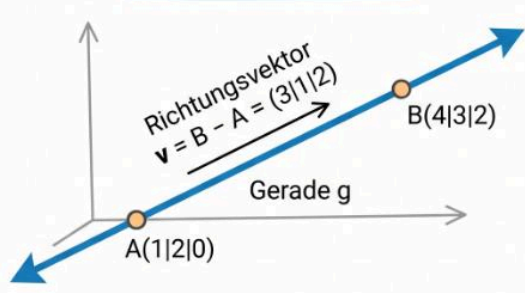
Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben

Lernziel-ID 235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Geraden und Bewegungen mit Vektoren beschreiben

Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben

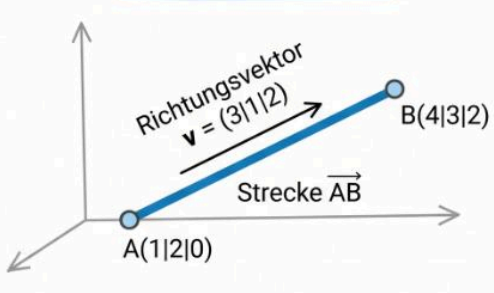
Gerade (unendlich)



Geradengleichung:
 $g: \vec{x} = (1|2|0) + t \cdot (3|1|2), t \in \mathbb{R}$

t kann jede reelle Zahl sein (Parameter)

Strecke (begrenzt)



Streckengleichung:
 $\overrightarrow{AB}: \vec{x} = (1|2|0) + t \cdot (3|1|2), 0 \leq t \leq 1$

t ist begrenzt zwischen 0 und 1 (Start A bei t=0, Ende B bei t=1)

Beispiel: Mit Stützvektor (Punkt A) und Richtungsvektor (Verbindung B-A) lassen sich Geraden und Strecken aufstellen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geraden im Raum in einfachen Fällen mit Stütz- und Richtungsvektor parametrisch angeben, begrenzte Strecken zusätzlich durch einen passenden beschränkten Parameterbereich beschreiben und beide Darstellungen aus Punktangaben aufstellen.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten f242a3e8-55a3-492e-8354-b81b24cddb78 S. 170	Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten 19f170e4-b88f-4c06-b72a-ce6923748bb4 S. 171	Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6 S. 172	Vektoren komponentenweise addieren und skalieren 1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75 S. 173
Kollinearität von Vektoren prüfen d1352ce0-9502-5039-9af6-318fe385b6fd S. 174	Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen 57f6d5e4-7c24-4e70-9cf6-737f01d79914 S. 175	Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen a8ff2666-8df3-4253-8021-3efe42114e40 S. 176	

Wird direkt vorausgesetzt von

Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f S. 185	Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447 S. 186
---	---

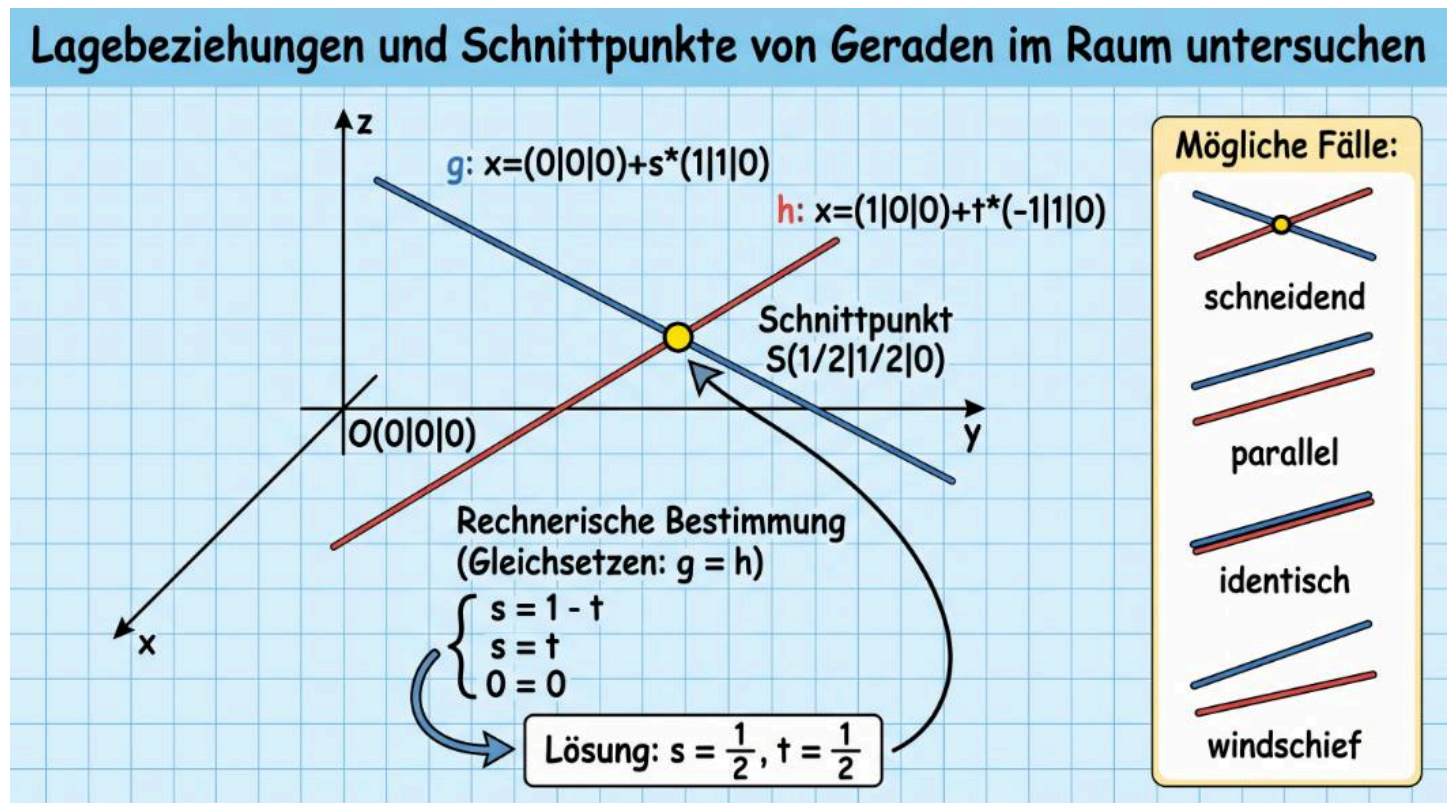
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Lagebeziehungen und Schnittpunkte von Geraden im Raum untersuchen

Lernziel-ID b025df0c-994c-4807-9c5f-2d548905b73f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Geraden und Bewegungen mit Vektoren beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Lage zweier Geraden im Raum in einfachen Fällen untersuchen und mögliche Schnittpunkte rechnerisch bestimmen.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten f242a3e8-55a3-492e-8354-b81b24cddb78 S. 170	Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten 19f170e4-b88f-4c06-b72a-ce6923748bb4 S. 171	Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6 S. 172	Vektoren komponentenweise addieren und skalieren 1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75 S. 173
Kollinearität von Vektoren prüfen d1352ce0-9502-5039-9af6-318fe385b6fd S. 174	Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen 57fd5e4-7c24-4e70-9cf6-737f01d79914 S. 175	Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen a8ff2606-8df3-4253-8021-3efe42114e40 S. 176	Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben 235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d S. 184

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

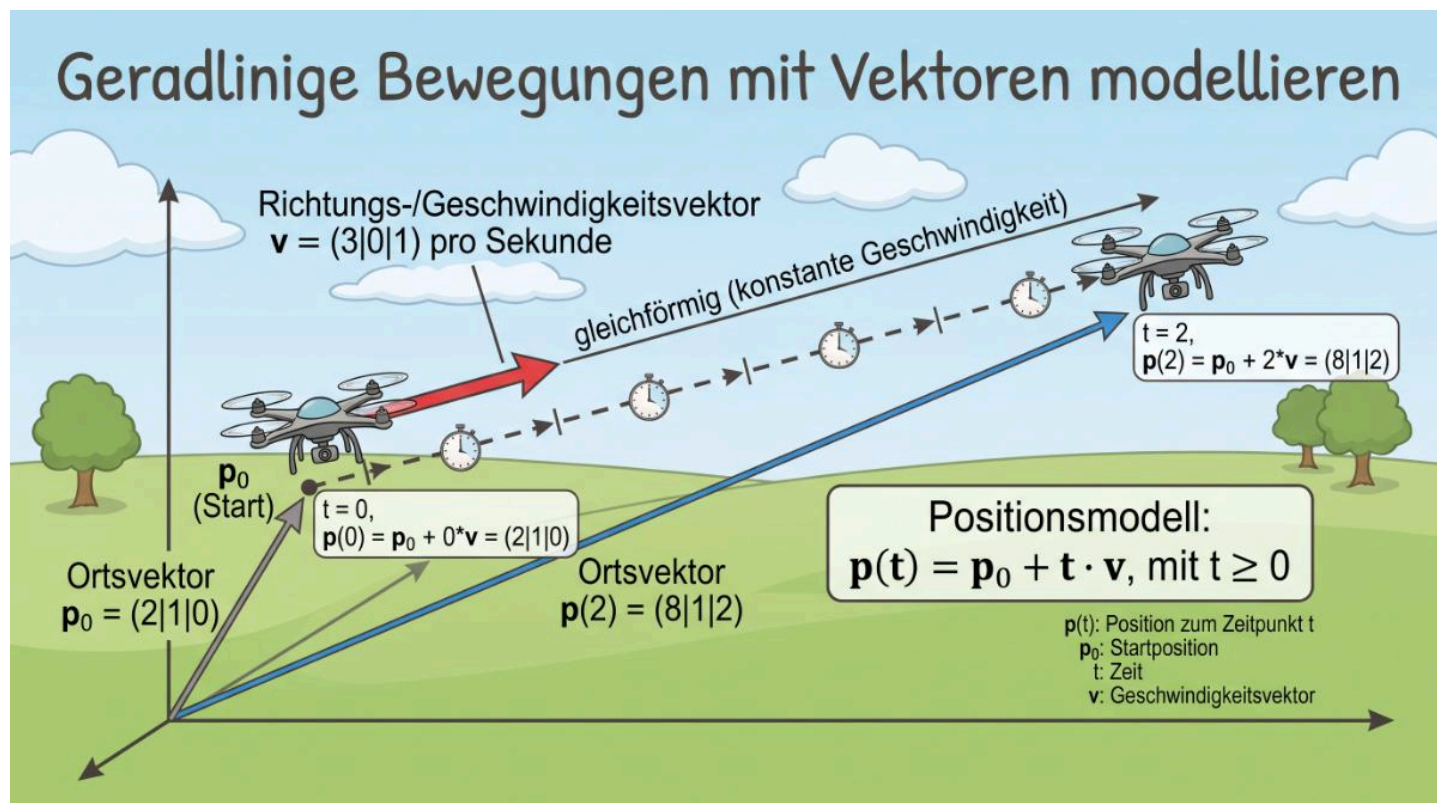
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) ea664a30-98be-508e-90ac-5304679014ee

Geradlinige Bewegungen mit Vektoren modellieren

Lernziel-ID ba343971-10e5-4b05-b005-405b9c1ce447

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Geraden und Bewegungen mit Vektoren beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann gleichförmige geradlinige Bewegungen in Ebene und Raum mit zeitabhängigen Ortsvektoren beschreiben, dabei Anfangsort und konstanten Geschwindigkeitsvektor im Modell kenntlich machen und Ergebnisse im Anwendungskontext deuten.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten f242a3e8-55a3-492e-8354-b81b24cd78 S. 170	Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten 19f170e4-b88f-4c06-b72a-ce6923748bb4 S. 171	Vektoren als Orts- und Verschiebungsvektoren deuten 94b48b93-473f-4bc5-8c93-8c1a5e2cd1a6 S. 172	Vektoren komponentenweise addieren und skalieren 1bc118c3-1f05-5f2a-b125-418017180d75 S. 173
Punkte und Geraden im räumlichen Koordinatensystem darstellen 57f6d5e4-7c24-4e70-9cf6-737f01d79914 S. 175	Abstände, Beträge und Mittelpunkte im Raum berechnen a8ff2666-8df3-4253-8021-3efe42114e40 S. 176	Geraden und Strecken im Raum parametrisch beschreiben 235ae698-369f-4dbe-b46f-87e8b65bb03d S. 184	

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) ea664a30-98be-508e-90ac-5304679814ee

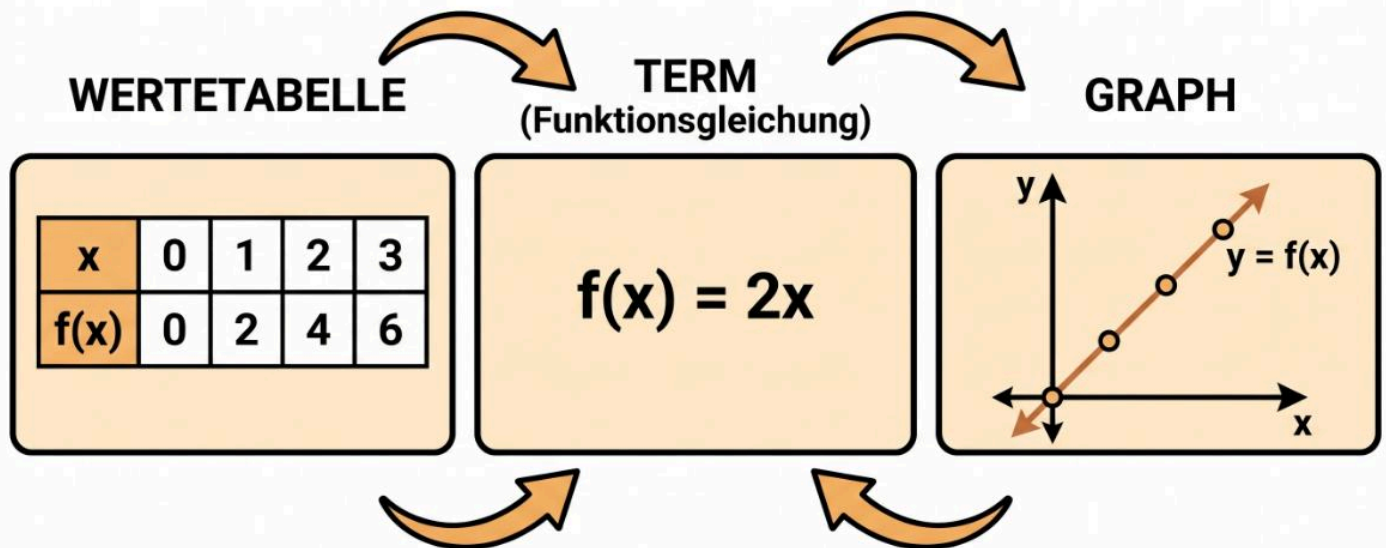
Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

Lernziel-ID 09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung

Zuordnungen in Tabelle, Term und Graph darstellen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann reellwertige Funktionen als Zuordnung zwischen Zahlenmengen beschreiben und zwischen Wertetabelle, Term und Graph wechseln.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren

S. 75

Wird direkt vorausgesetzt von

Definitionsmenge einer Funktion bestimmen S. 188	Wertemenge einer Funktion bestimmen S. 189	Funktionswerte berechnen S. 190	Funktionswerte aus Graphen ablesen S. 191	Symmetrie von Funktionsgraphen nachweisen S. 192	Verschiebungen und Streckungen von Funktionsgraphen erkennen S. 200
Mittlere Änderungsrate berechnen und deuten S. 208	Funktionen digital darstellen und untersuchen S. 285	Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen S. 436	Zufallsgrößen als Zuordnungen einführen und beschreiben S. 437	Zufallsgrößen beschreiben und Wahrscheinlichkeitsverteilung in Tabellen und Diagrammen nutzen	Null- und Alternativhypothesen formulieren S. 459
Statistische Erhebungen exemplarisch planen und dokumentieren S. 480	Verhalten ganzzahliger Funktionen im Unendlichen beschreiben S. 781				

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft [71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

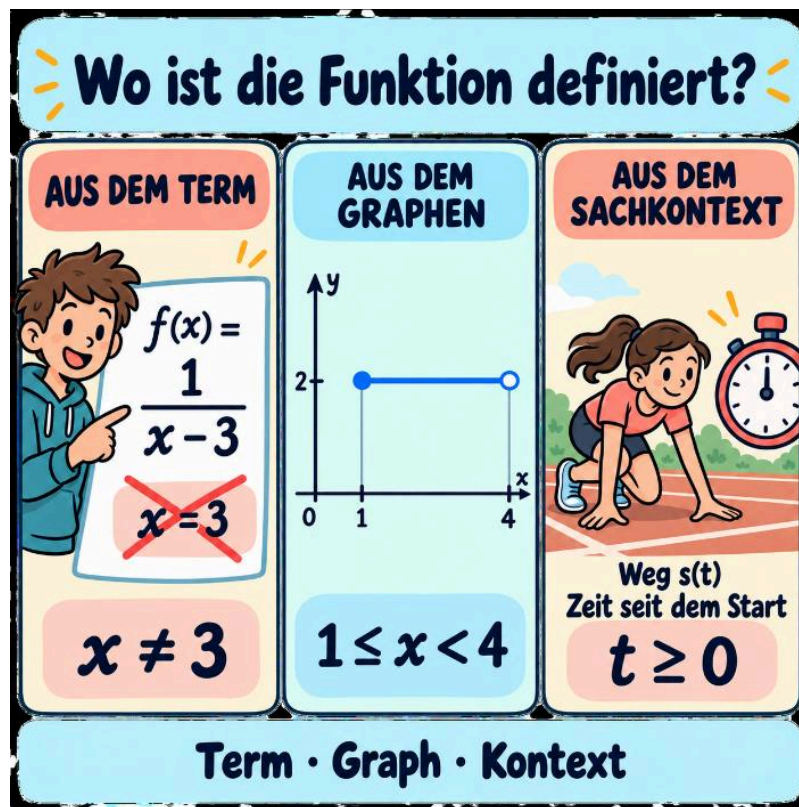
Lernkarten - Stochastik-Kernbegriffe [ffbdd7a9-45c6-54f1-988c-58256ca95eeb](#)

Definitionsmenge einer Funktion bestimmen

Lernziel-ID 502ecaa7-cca6-5c51-a1cc-da09a7b2382c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Definitionsmenge einer reellwertigen Funktion aus Term, Graph oder Sachkontext bestimmen und Einschränkungen fachsprachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Wertemenge einer Funktion bestimmen

S. 189

Parabelbahnen mithilfe von Parametern darstellen (LK)

S. 719

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

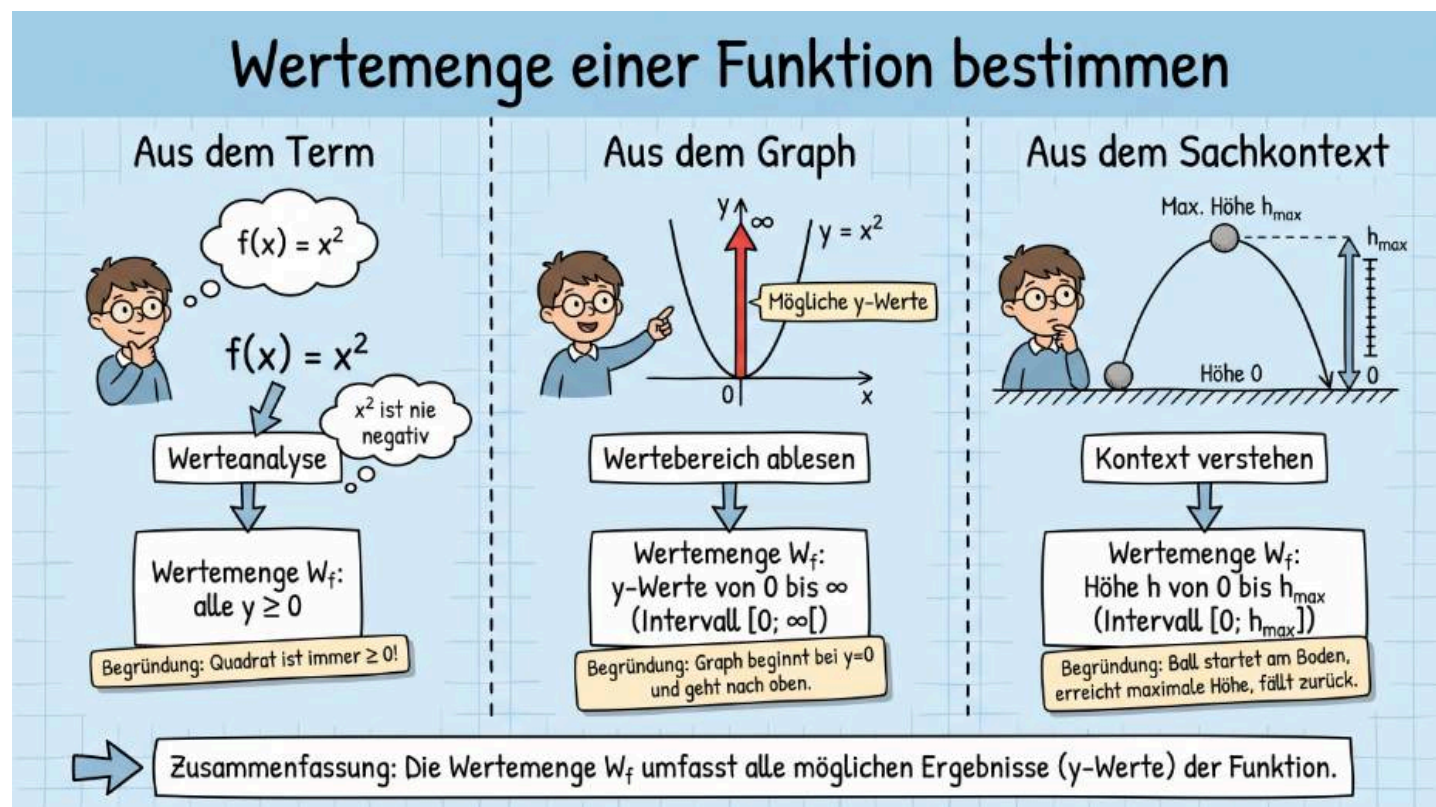
[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Wertemenge einer Funktion bestimmen

Lernziel-ID 741a8120-71ad-5f87-b9d8-be9d778b097b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Wertemenge einer reellwertigen Funktion aus Term, Graph oder Sachkontext bestimmen und die möglichen Funktionswerte begründet angeben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Definitionsmenge einer Funktion bestimmen

502ecaa7-cca6-5c51-a1cc-da09a7b2382c

S. 188

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

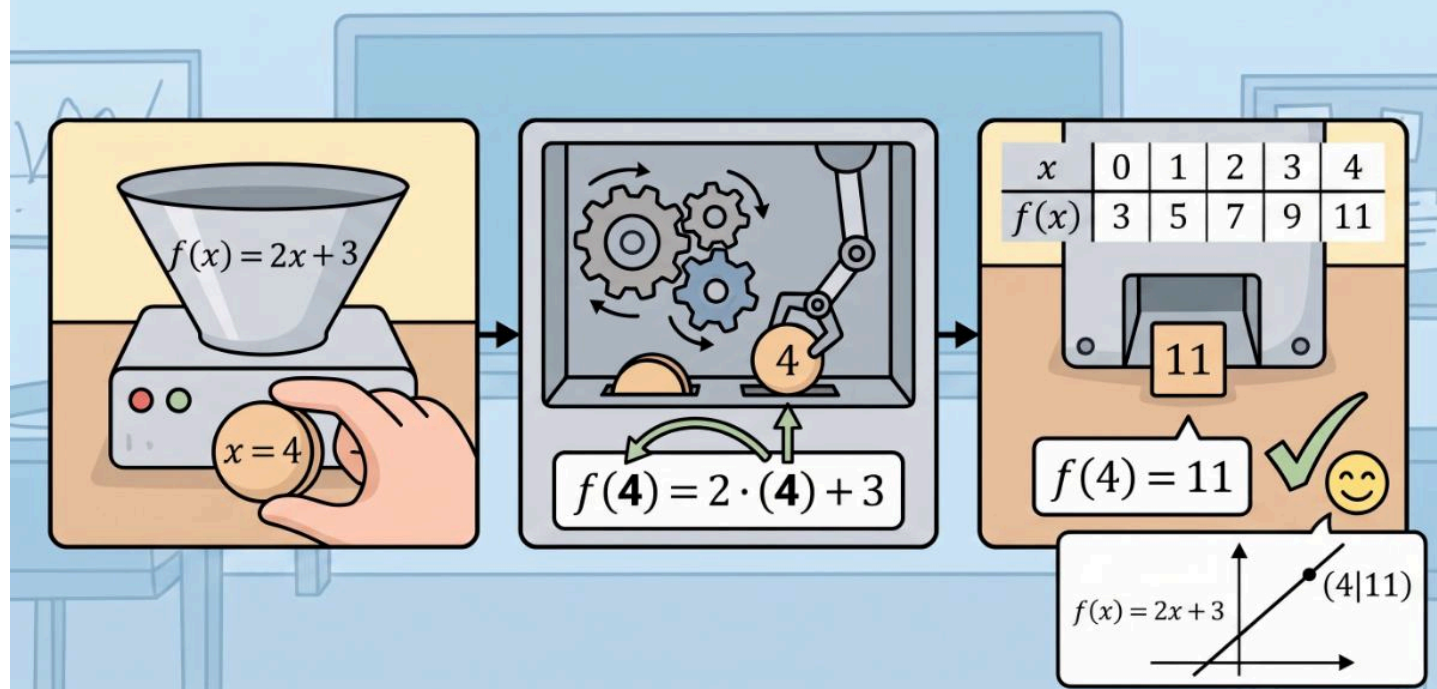
Funktionswerte berechnen

Lernziel-ID c65ecabf-d00b-4e2d-99ae-b64692325ffb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung

Funktionswerte durch Einsetzen berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu gegebenen Funktionstermen $f(x)$ Funktionswerte für konkrete x-Werte korrekt berechnen und als die zu diesen Eingaben gehörigen Ausgabewerte deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter linearer Funktionen deuten

2d75fd3f-c68b-4a11-89ae-19a30fefd47a

S. 194

Mittlere Änderungsrate berechnen und deuten

ae20183e-92b5-5521-b8e0-9a8662cf51f5

S. 208

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben

67c406f8-45fc-53d5-8c95-a4c423e421a6

S. 268

Digitale Werkzeuge zur Analyse von Funktionen nutzen

1eb7b2ce-f9b1-52dc-aa66-5543c946454b

S. 284

Quadratische Funktionen im Graphen deuten

29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-3acc492284d8

S. 782

Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen

0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e

S. 783

Funktionswerte aus Graphen ablesen

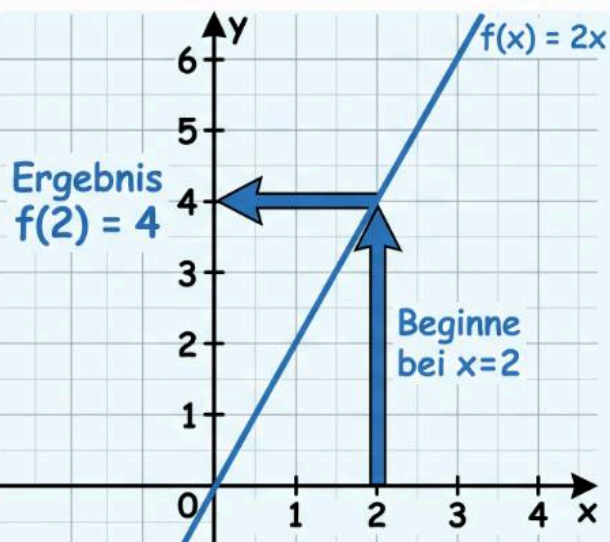
Lernziel-ID a8c42ee9-2898-4247-819f-c235032ac78a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

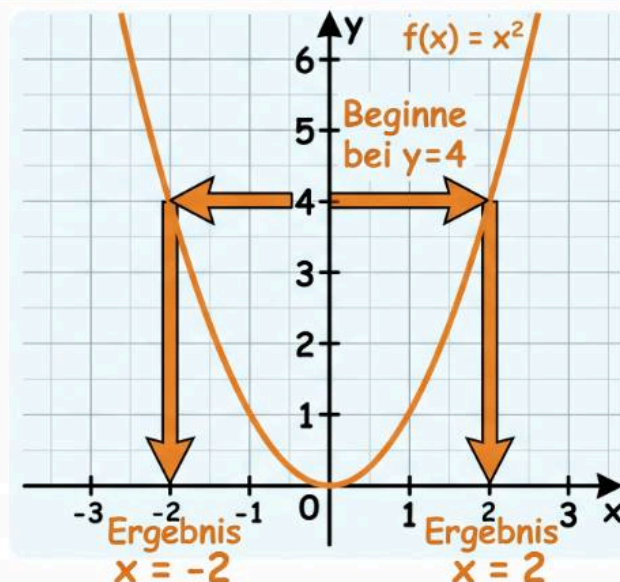
Funktionen und ihre Darstellung

Funktionswerte und Argumente am Graphen ablesen

Direktes Ablesen: von x zu $f(x)$



Umgekehrtes Ablesen: von $f(x)$ zu x



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus Graphen zu gegebenen x -Werten die zugehörigen Funktionswerte sowie zu gegebenen Funktionswerten die zugehörigen x -Werte ablesen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter linearer Funktionen deuten

2d75fd3f-c68b-4a11-89ae-19a30fefc47a

S. 194

Mittlere Änderungsrate berechnen und deuten

ae20183e-92b5-5521-b8e0-9a8662cf51f5

S. 208

Digitale Werkzeuge zur Analyse von Funktionen nutzen

1eb7b2ce-f9b1-52dc-aa66-5543c946454b

S. 284

Quadratische Funktionen im Graphen deuten

29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-3acc492284d8

S. 782

Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen

0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e

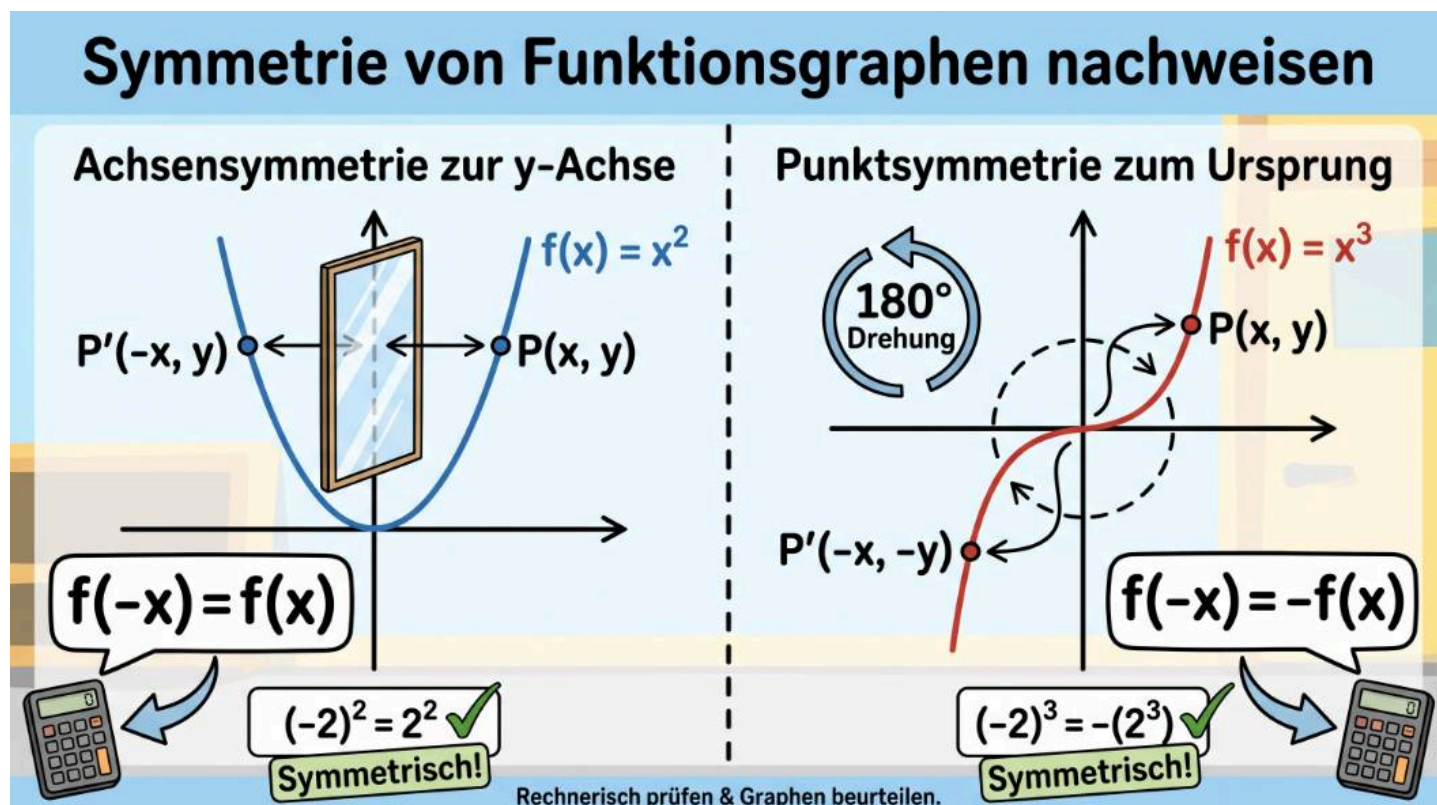
S. 783

Symmetrie von Funktionsgraphen nachweisen

Lernziel-ID d8c9eb57-1614-4c1d-829a-618134def352

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung rechnerisch nachweisen (z. B. mit $f(-x) = f(x)$ bzw. $f(-x) = -f(x)$), dabei prüfen, ob mit jedem x auch $-x$ zur Definitionsmenge gehört, und Graphen entsprechend beurteilen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen](#)

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten beschreiben

Lernziel-ID 30c013ac-5164-4c3c-8bc1-9a10b2f49533

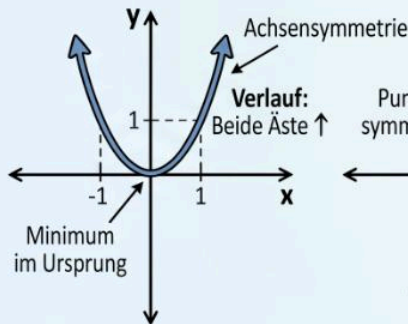
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen in Grundzügen beschreiben

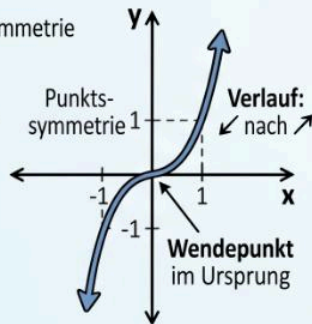
Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten beschreiben

Positive ganzzahlige Exponenten ($n > 0$)

n gerade (z.B. $y=x^2$)

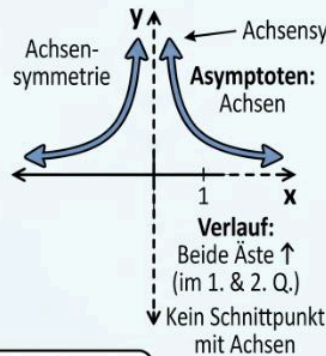


n ungerade (z.B. $y=x^3$)

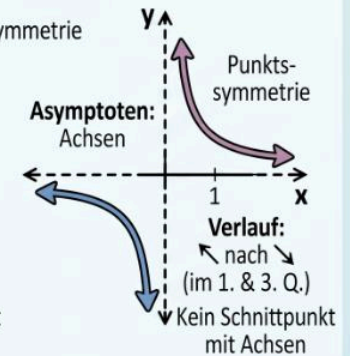


Negative ganzzahlige Exponenten ($n < 0$)

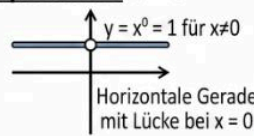
n gerade (z.B. $y=x^{-2} = \frac{1}{x^2}$)



n ungerade (z.B. $y=x^{-1} = \frac{1}{x}$)



Spezialfall: $n = 0$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten anhand ihrer charakteristischen Eigenschaften beschreiben und typische Verläufe vergleichen.

Geltung

BB, BE, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK
+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

[Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben](#)
eb28b403-f9fc-57ea-a793-b4555596fdd7

S. 621

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 9, 5 BE\)](#) 567e352a-af31-53b0-ac9d-cbcafa0622b7

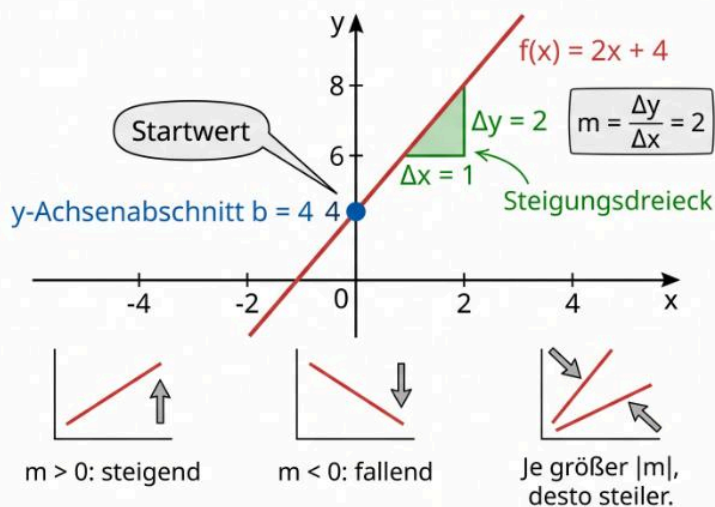
Parameter linearer Funktionen deuten

Lernziel-ID 2d75fd3f-c68b-4a11-89ae-19a30fefc47a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung

Steigung und y-Achsenabschnitt



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei linearen Funktionen die Bedeutung von Steigung und y-Achsenabschnitt im Graphen und in einfachen Sachsituationen deuten.

Geltung

BB, BE, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Funktionswerte berechnen c65ecabf-d00b-4e2d-99ae-b64692325ffb	S. 190	Funktionswerte aus Graphen ablesen a8c42ee9-2898-4247-819f-c235032ac78a	S. 191
---	-------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen 0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e	S. 783	Realsituationen mit linearen und quadratischen Funktionen modellieren 1b70498a-62a0-5a84-99dd-476b8af68da6	S. 784
--	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

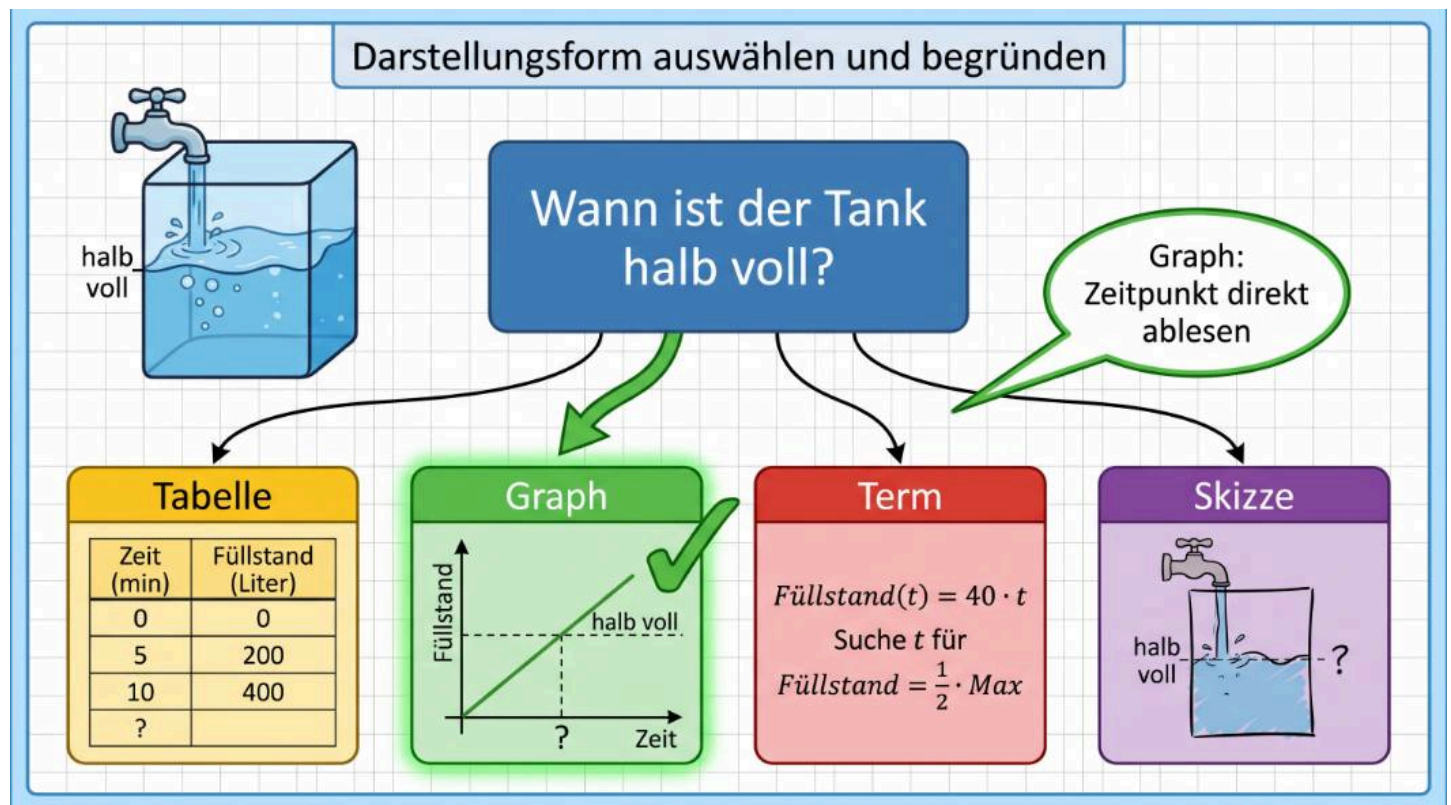
[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Darstellungsform auswählen und begründen

Lernziel-ID 8dd9f210-2683-5902-acab-e3be22725232

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Geeignete Darstellungen auswählen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für unterschiedliche Fragestellungen zwischen Tabelle, Graph, Term und Skizze wählen und anhand der benötigten Information begründen, warum die Wahl besser passt als eine plausible Alternative.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Darstellung erstellen und beschriften

3f4d1340-1fbb-5109-b9c2-08fc61303133

S. 196

Aus Term einen Graphen erstellen

0272c501-2931-5e52-b62f-af068db63c44

S. 198

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

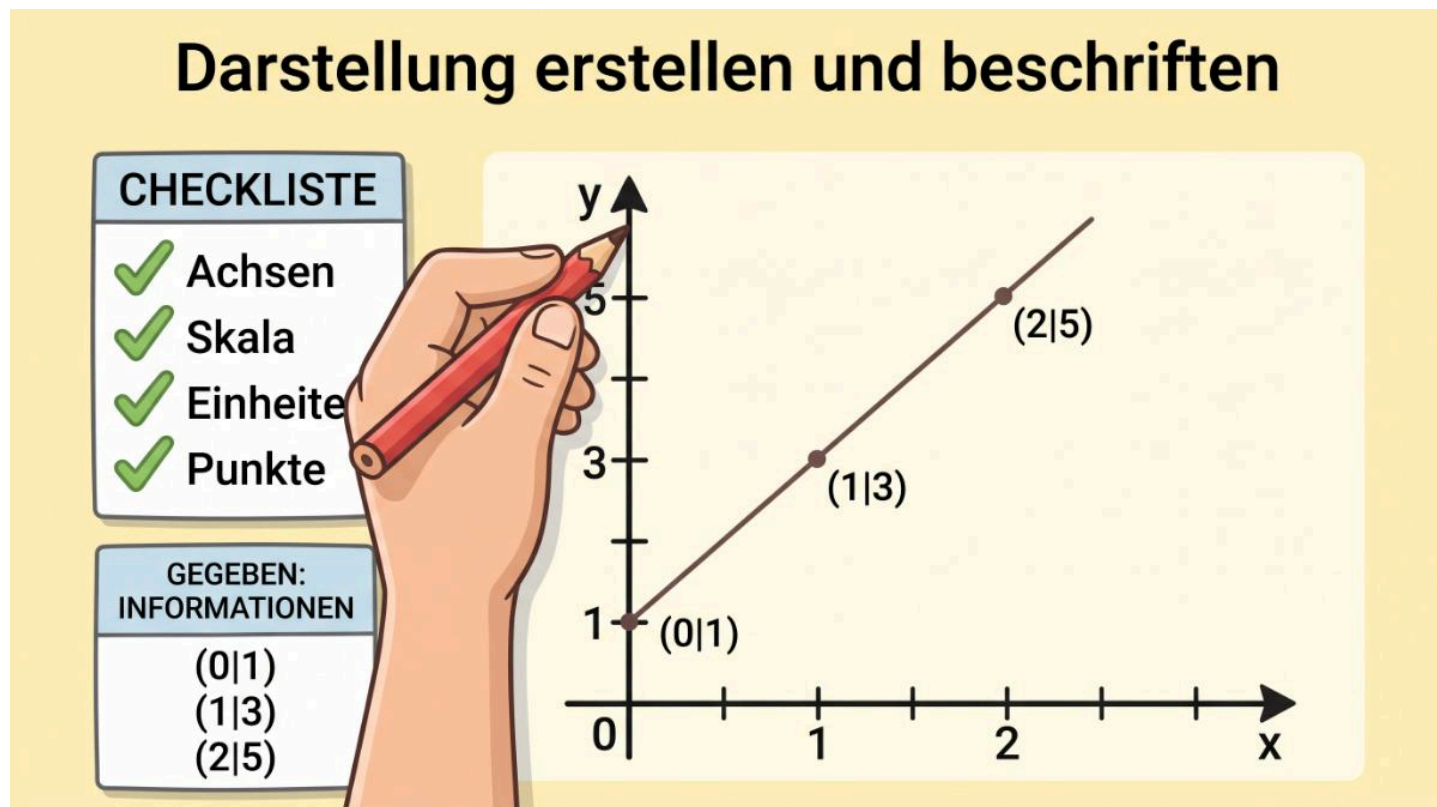
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Darstellung erstellen und beschriften

Lernziel-ID 3f4d1340-1fbb-5109-b9c2-08fc61303133

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Geeignete Darstellungen auswählen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Darstellung aus gegebenen Informationen erstellen (z. B. Wertetabelle, Funktionsgraph) und Achsen, Einheiten und Parameter korrekt beschriften.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Darstellungsform auswählen und begründen

8dd9f210-2683-5902-acab-e3be22725232

S. 195

Wird direkt vorausgesetzt von

Informationen aus Darstellungen entnehmen

cf4fe700-dec2-502f-888b-90acefa307bb

S. 197

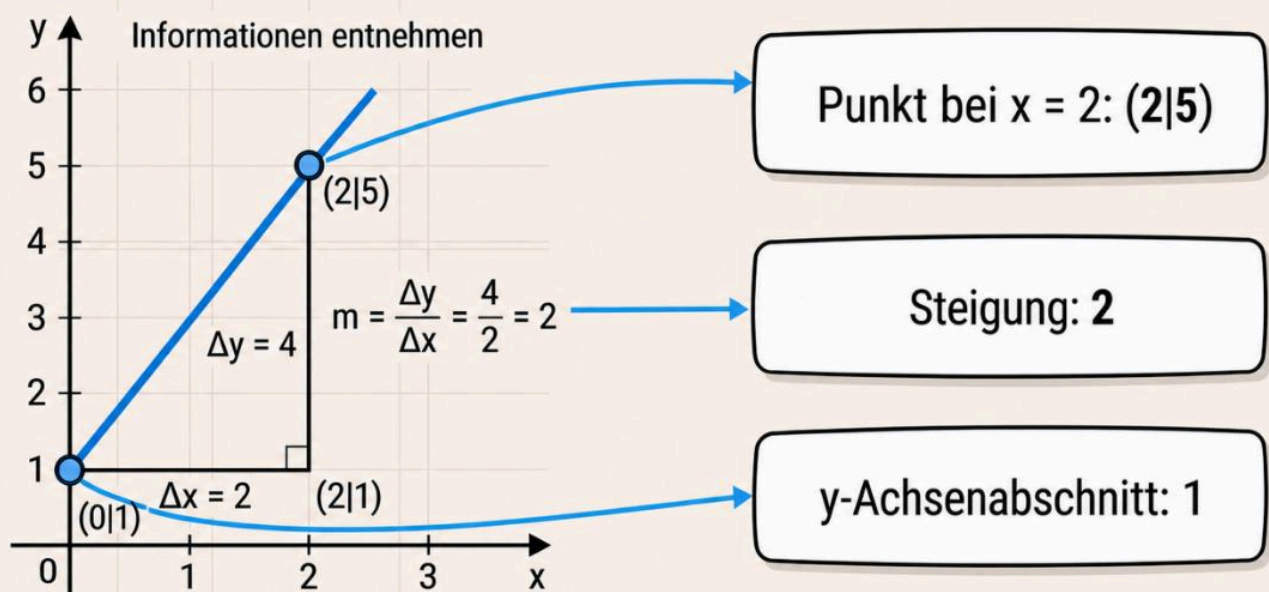
Informationen aus Darstellungen entnehmen

Lernziel-ID cf4fe700-dec2-502f-888b-90acefa307bb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Geeignete Darstellungen auswählen

Informationen aus einem Graphen ablesen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einer Darstellung relevante Informationen entnehmen (z. B. Nullstellen, Steigungen, Schnittpunkte) und in Worten oder Symbolen formulieren.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Darstellung erstellen und beschriften

3f4d1340-1fbb-5109-b9c2-08fc61303133

S. 196

Wird direkt vorausgesetzt von

Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen

1675fdde-cba7-5456-ae70-a846e1924a68

S. 793

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Darstellungen sicher wechseln und bewerten](#) 7337049a-c85c-5b94-adaa-81dc93528bf8

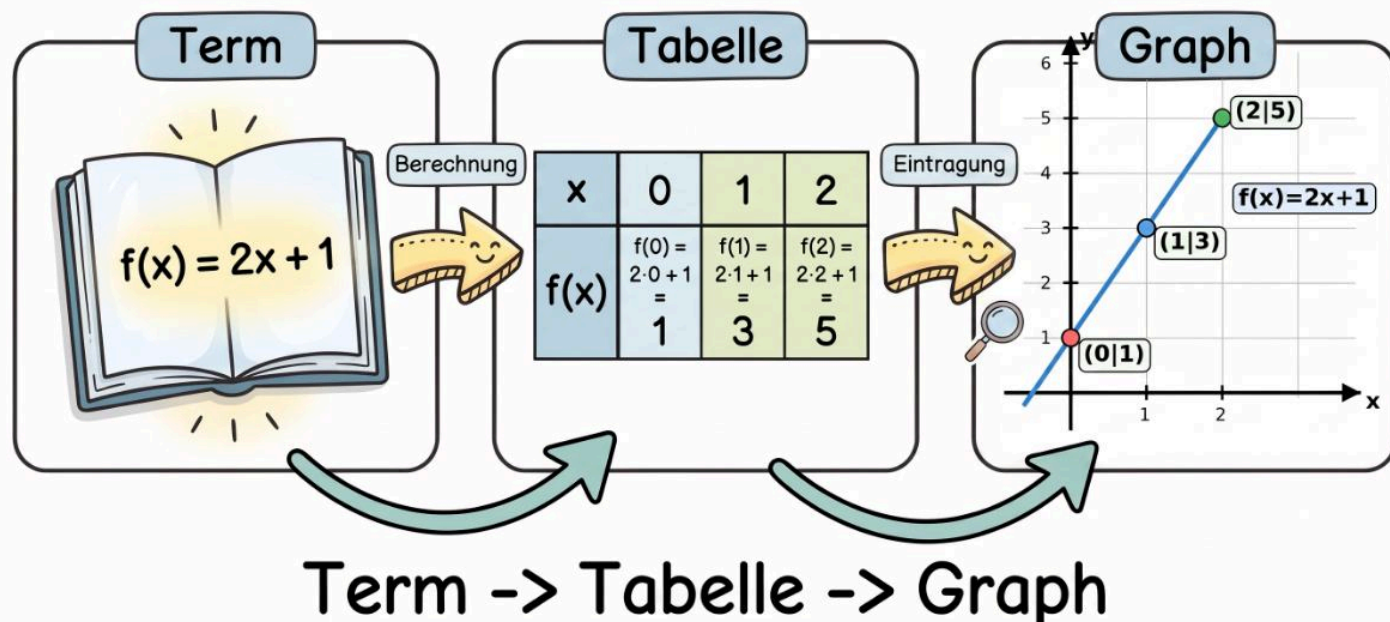
Aus Term einen Graphen erstellen

Lernziel-ID 0272c501-2931-5e52-b62f-af068db63c44

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Zwischen Darstellungen wechseln

Aus Term einen Graphen erstellen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einem Term oder einer Funktionsvorschrift den zugehörigen Graphen skizzieren bzw. erstellen und zentrale Merkmale markieren.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Darstellungsform auswählen und begründen

8dd9f210-2683-5902-acab-e3be22725232

S. 195

Wird direkt vorausgesetzt von

Termmerkmale aus Graphen ableiten

99bfb566-f875-5646-ac3e-05a039838c54

S. 199

Verschiebungen und Streckungen von Funktionsgraphen erkennen

7ba19509-8ee6-50e0-a411-a371f05b1801

S. 200

Funktionsgleichungen aus Graphen bestimmen

1801c759-d92d-5bfb-a44f-cfd2455d207b

S. 201

Werkzeugeinstellungen zielgerichtet setzen

879f9c84-d6fb-58c3-b219-696e0070d67f

S. 560

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

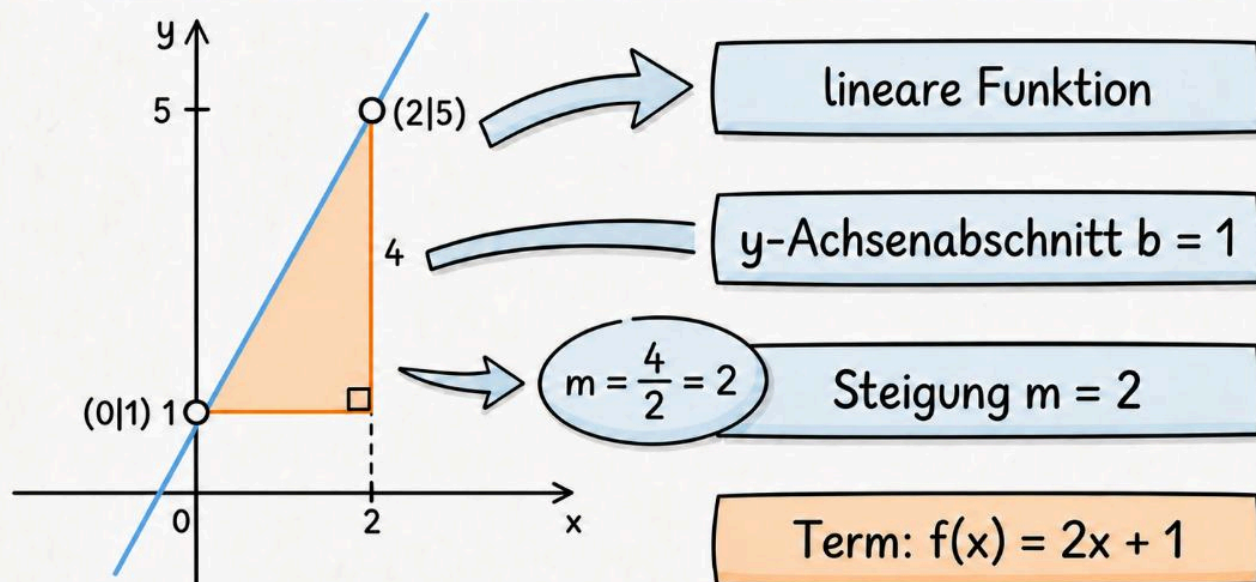
Termmerkmale aus Graphen ableiten

Lernziel-ID 99bfb566-f875-5646-ac3e-05a039838c54

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Zwischen Darstellungen wechseln

Termmerkmale aus Graphen ableiten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einem Graphen zentrale Termmerkmale wie Funktionsfamilie, Parameter, Nullstellen oder Symmetrie ableiten und fachsprachlich formulieren.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Aus Term einen Graphen erstellen

0272c501-2931-5e52-b62f-af068db63c44

S. 198

Wird direkt vorausgesetzt von

Verschiebungen und Streckungen von Funktionsgraphen erkennen

7ba19509-8ee6-58e0-a411-a371f05b1801

S. 200

Funktionsgleichungen aus Graphen bestimmen

1801c759-d92d-5bfb-a44f-cfd2455d207b

S. 201

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln

b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a

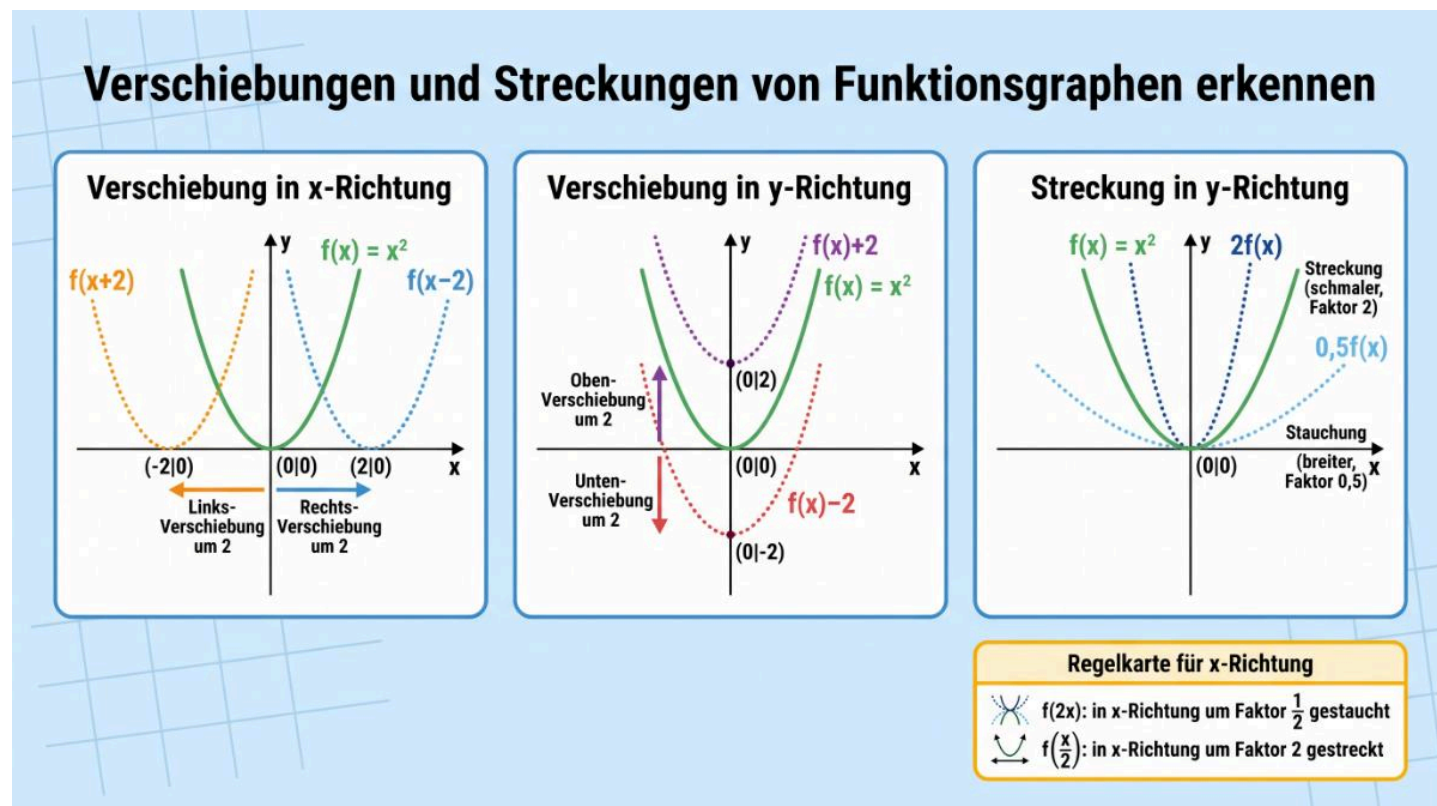
S. 202

Verschiebungen und Streckungen von Funktionsgraphen erkennen

Lernziel-ID 7ba19509-8ee6-50e0-a411-a371f05b1801

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verschiebungen sowie Streckungen oder Stauchungen von Funktionsgraphen in x- und y-Richtung anhand von Term, Graph oder Parametern erkennen und beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen
 09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Aus Term einen Graphen erstellen
 0272c501-2931-5e52-b62f-af068db63c44

S. 198

Termmerkmale aus Graphen ableiten
 99bfb566-f875-5646-ac3e-05a039838c54

S. 199

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache Parametertransformationen in Funktionsuntersuchungen nutzen
 250daae6-58fd-59e4-8a11-f994e789ee47

S. 229

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

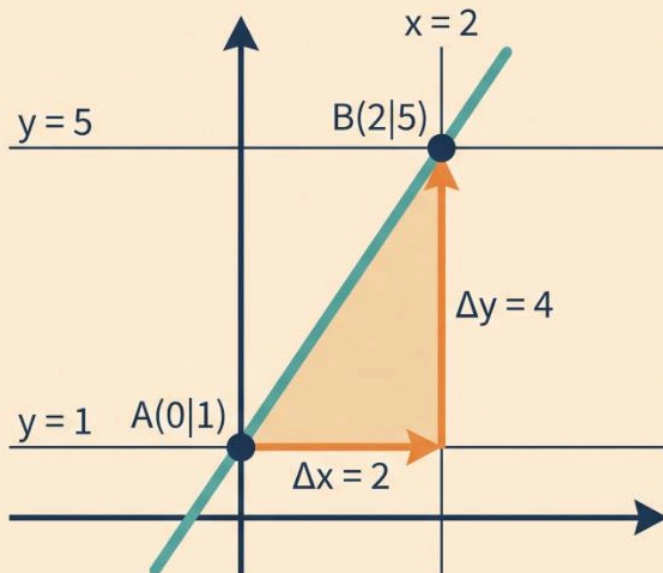
Funktionsgleichungen aus Graphen bestimmen

Lernziel-ID 1801c759-d92d-5bfb-a44f-cfd2455d207b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Zwischen Darstellungen wechseln

Funktionsgleichungen aus Graphen bestimmen



$$b = 1$$

$$m = \frac{5 - 1}{2 - 0} = 2$$

$$f(x) = 2x + 1$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einem gegebenen Graphen in einfachen Fällen eine passende Funktionsgleichung angeben und die verwendeten Merkmale begründen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Aus Term einen Graphen erstellen
0272c501-2931-5e52-b62f-af068db63c44

S. 198

Termmerkmale aus Graphen ableiten
99bfb566-f875-5646-ac3e-05a039838c54

S. 199

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

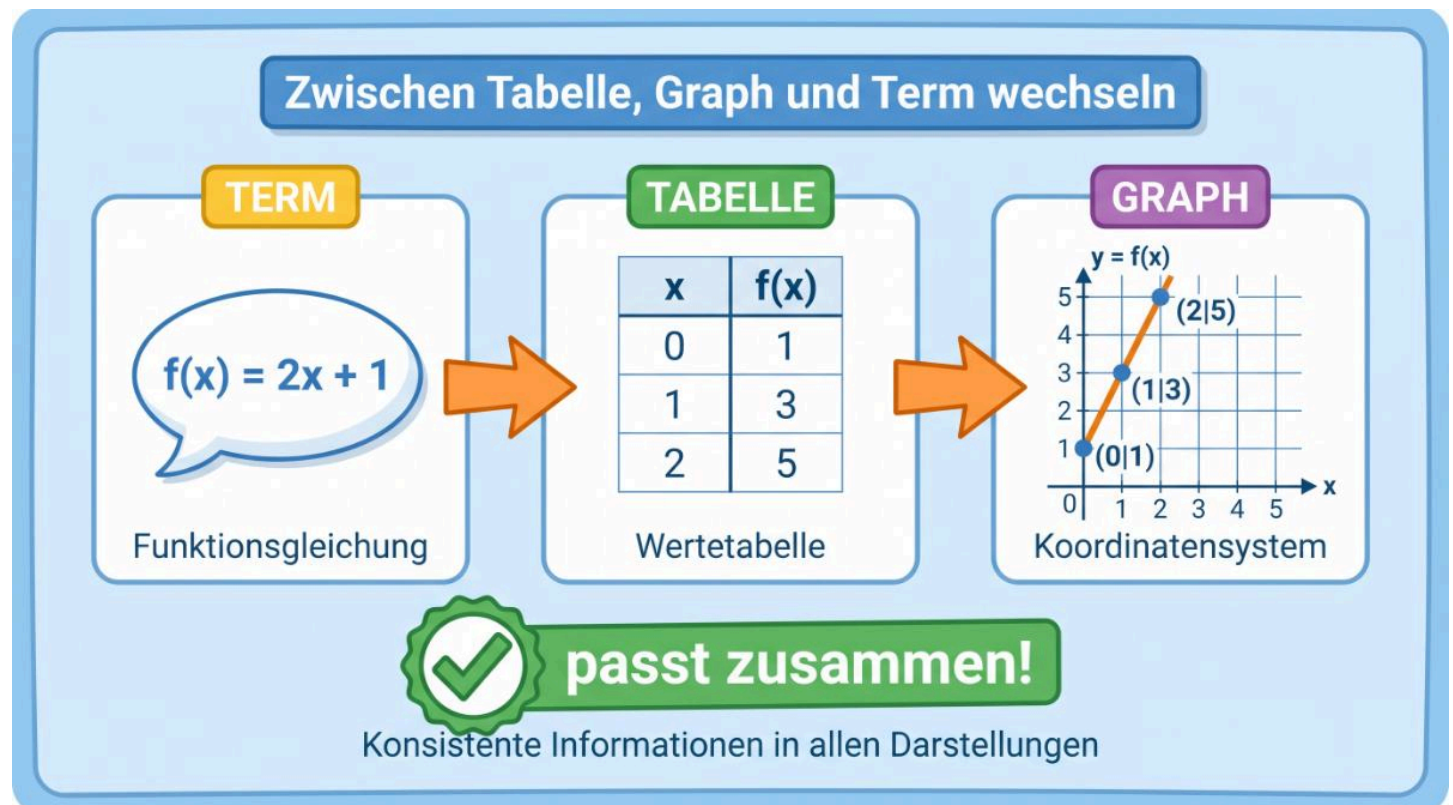
[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln

Lernziel-ID b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Zwischen Darstellungen wechseln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zwischen Tabelle, Graph und Termdarstellung wechseln, Informationen konsistent übertragen und passende Kontrollschritte nutzen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Termmerekmale aus Graphen ableiten

99bfb566-f875-5646-ac3e-05a039838c54

S. 199

Wird direkt vorausgesetzt von

Übertragungen begründen und prüfen

42b57670-d2be-5da2-be2f-d58055901813

S. 203

Rechenregeln und Umformungen begründen

2e40a879-b62e-5dbf-aa45-020c0625a902

S. 567

Digitale Werkzeuge korrekt einsetzen

14af09c2-999f-52fa-8d42-1f2f6b23629b

S. 571

Probe durch Einsetzen durchführen

f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32

S. 575

Aufwand und Genauigkeit vergleichen (LK)

6fcd6a1a-88d3-59d2-9bf7-ee32babb773e

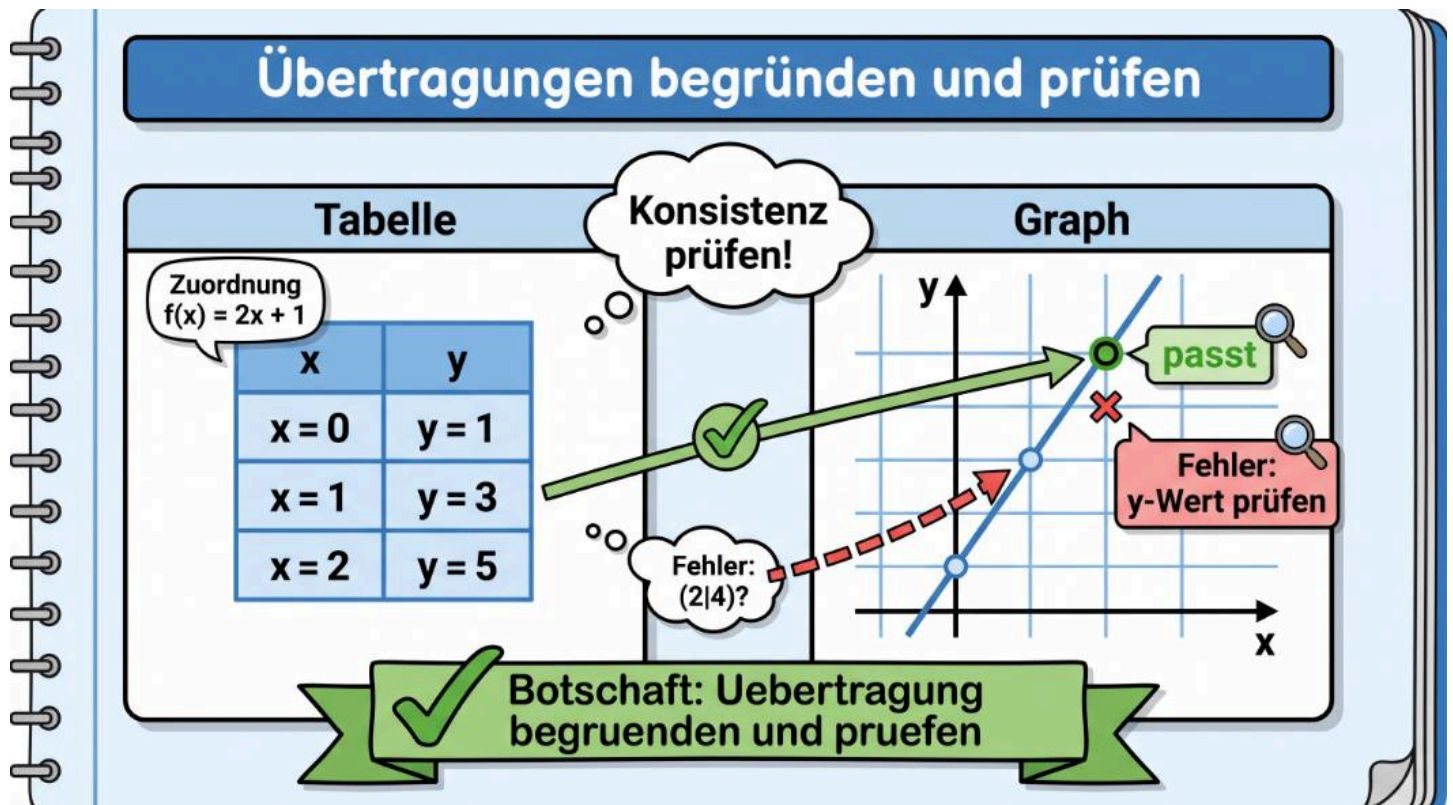
S. 579

Übertragungen begründen und prüfen

Lernziel-ID 42b57670-d2be-5da2-be2f-d58055901813

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Zwischen Darstellungen wechseln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Übertragungen zwischen Darstellungen begründen, typische Fehlerquellen benennen und die Konsistenz der Darstellungen prüfen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln](#)

b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a

S. 202

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

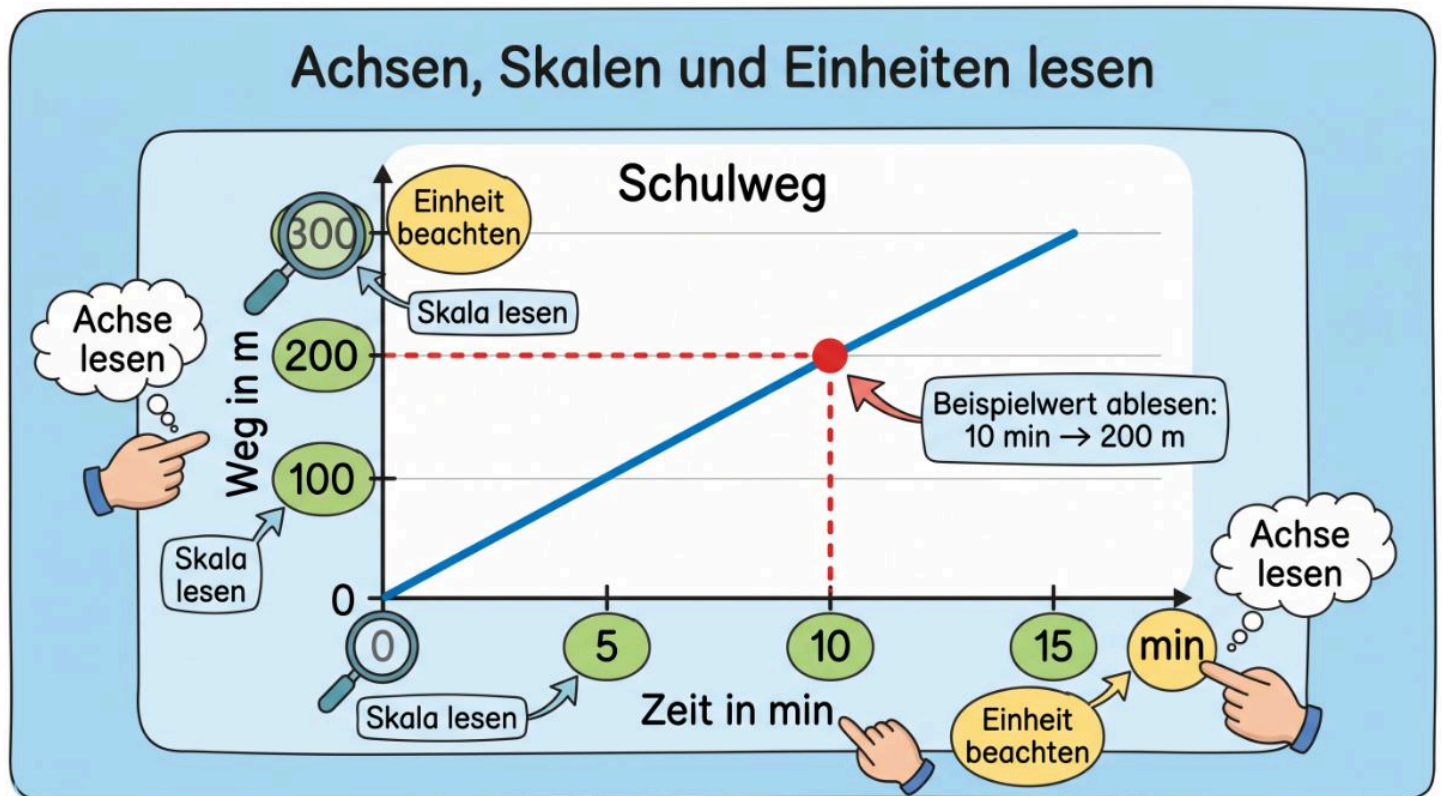
[Darstellungen sicher wechseln und bewerten](#) 7337049a-c85c-5b94-adaa-81dc93528bf8

Achsen, Skalen und Einheiten lesen

Lernziel-ID 80c232f1-8f72-5829-9dbe-5a610ccab3be

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Diagramme und Visualisierungen interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Diagrammen Achsenbeschriftung, Skalierung und Einheiten korrekt lesen und daraus Werte bzw. Aussagen ableiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Kennwerte und Trends deuten

496f16a0-c031-5753-b988-d6cd3cab595e

S. 205

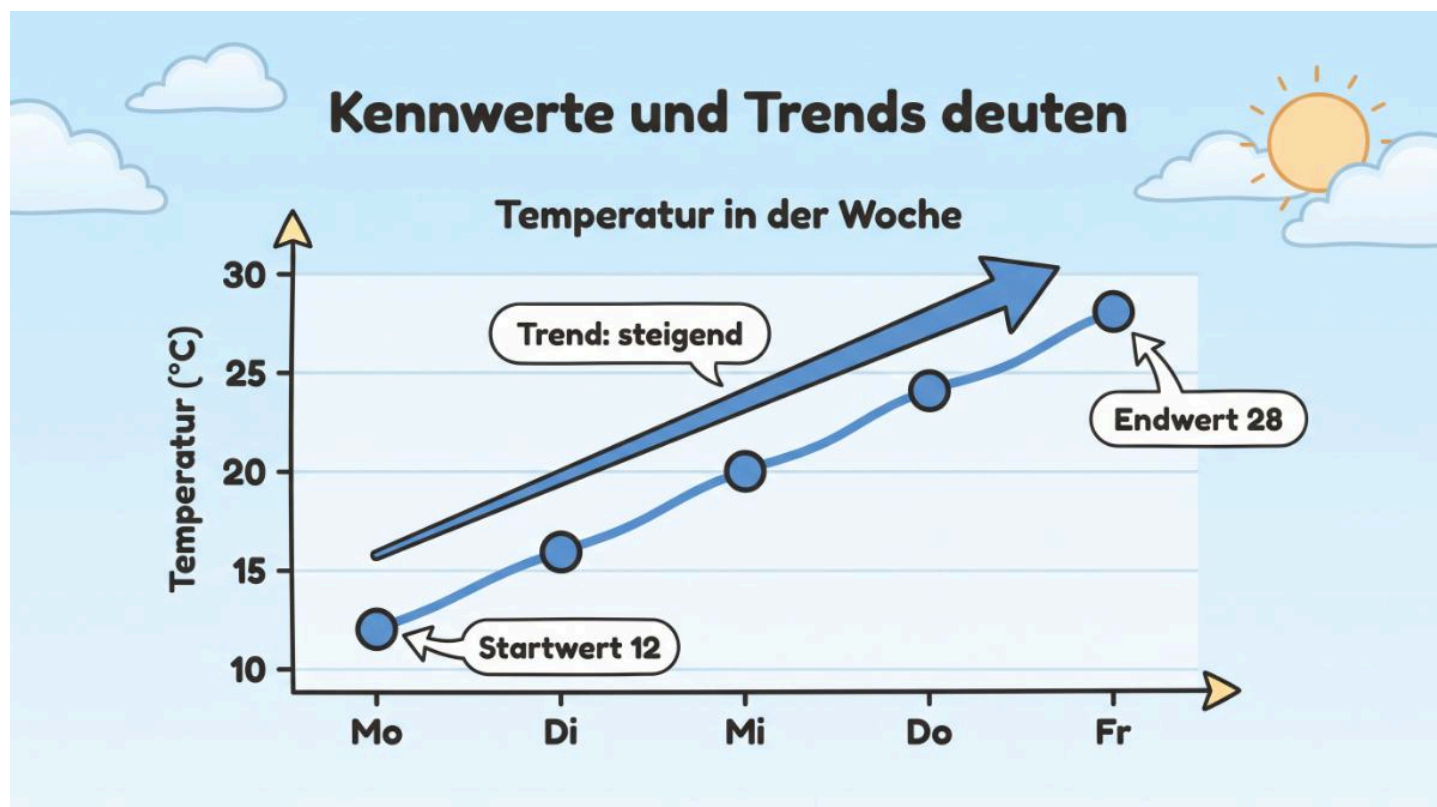
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Kennwerte und Trends deuten

Lernziel-ID 496f16a0-c031-5753-b988-d6cd3cab595e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Funktionen und ihre Darstellung > Diagramme und Visualisierungen interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus Diagrammen typische Kennwerte bestimmen (z. B. Steigung, Maximum, Schnittpunkte) und Trends inhaltlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Achsen, Skalen und Einheiten lesen

80c232f1-8f72-5829-9d8e-5a610ccab3be

S. 204

Wird direkt vorausgesetzt von

Aussagen anhand von Diagrammen prüfen

fcfbff12-bd03-52ec-b242-a693212b3d2b

S. 206

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

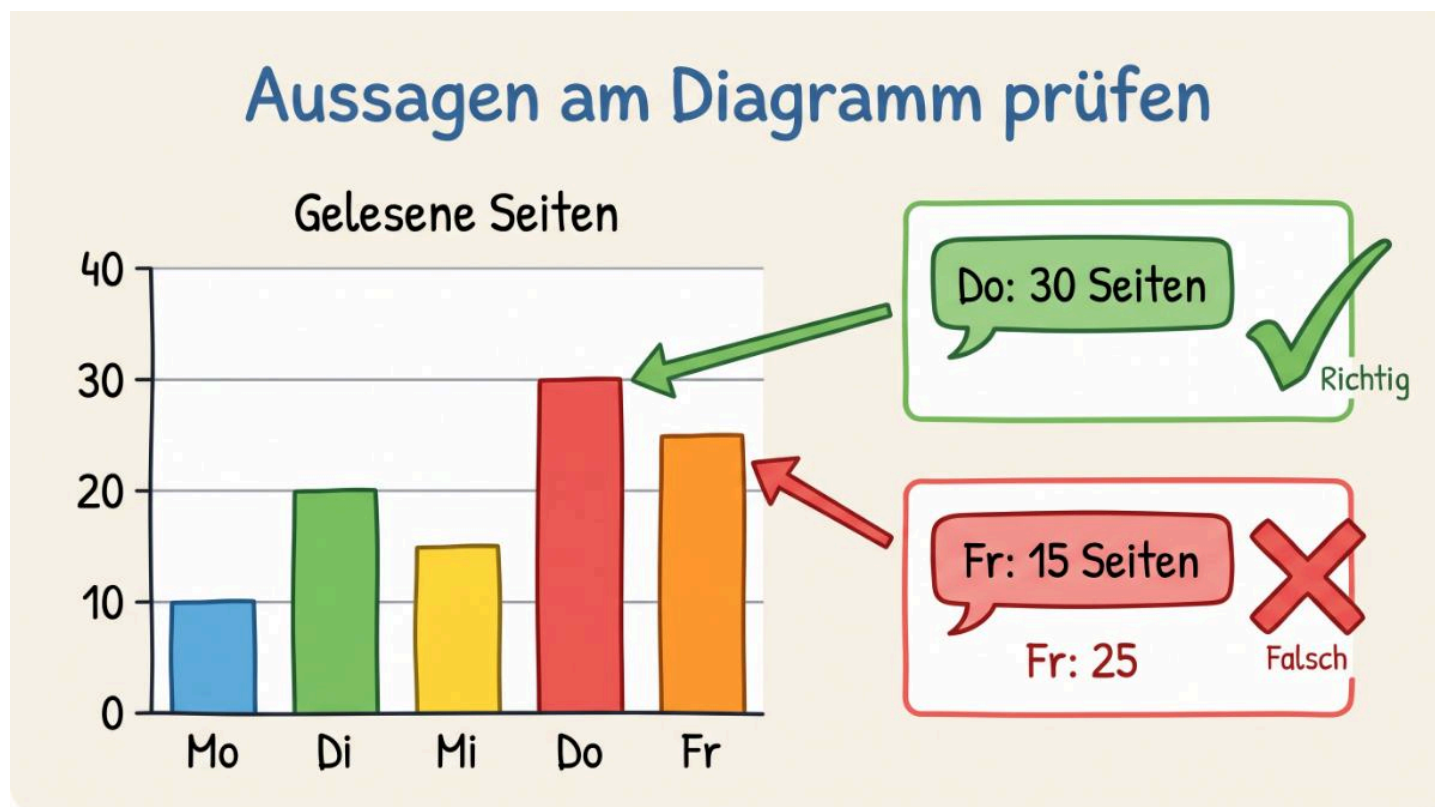
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Aussagen anhand von Diagrammen prüfen

Lernziel-ID fcfbff12-bd03-52ec-b242-a693212b3d2b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Diagramme und Visualisierungen interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Aussagen anhand von Diagrammen prüfen, Belege aus dem Diagramm anführen und irreführende Darstellungen (z. B. abgeschnittene Achsen) erkennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kennwerte und Trends deuten

496f16a0-c031-5753-b988-d6cd3cab595e

S. 205

Wird direkt vorausgesetzt von

Missverständnisse erklären und korrigieren

d668c22d-caeb-5e91-8980-721c931a2bcf

S. 207

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

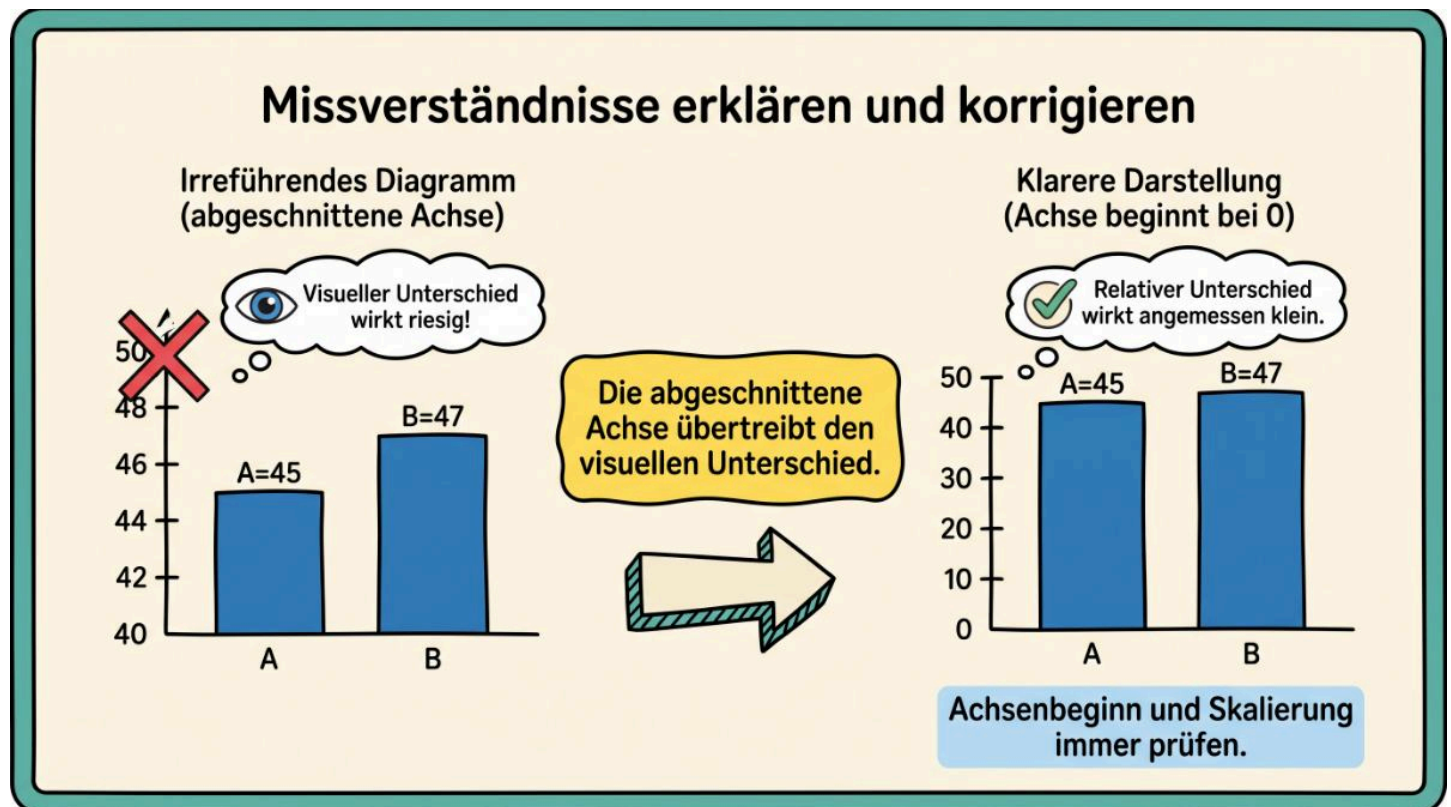
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Missverständnisse erklären und korrigieren

Lernziel-ID d668c22d-caeb-5e91-8980-721c931a2bcf

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Diagramme und Visualisierungen interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann typische Fehlinterpretationen bei Diagrammen benennen, verständlich korrigieren und alternative, klarere Darstellungen vorschlagen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Aussagen anhand von Diagrammen prüfen

fcfbff12-bd03-52ec-b242-a693212b3d2b

S. 206

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Darstellungen sicher wechseln und bewerten](#) 7337049a-c85c-5b94-adaa-81dc93528bf8

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) af96c2fc-194e-55af-ac0f-8afda17bf3cd

Mittlere Änderungsrate berechnen und deuten

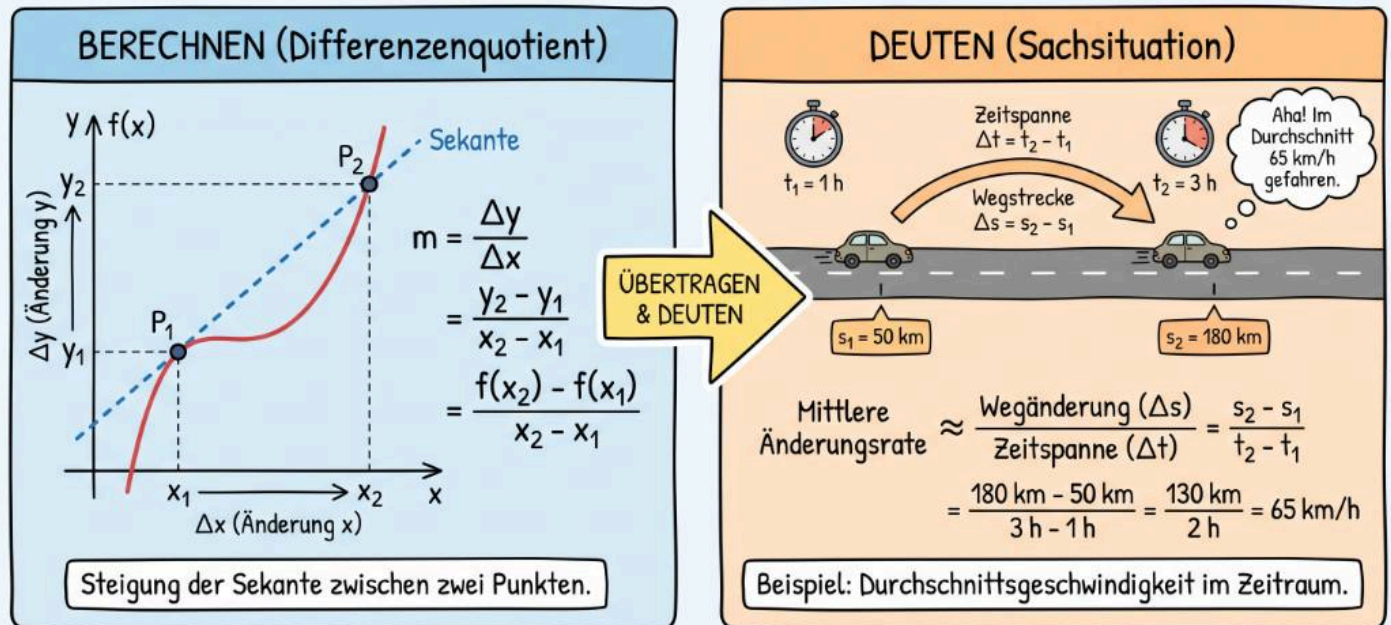
Lernziel-ID ae20183e-92b5-5521-b8e0-9a8662cf51f5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten

Mittlere Änderungsrate berechnen und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mittlere Änderungsraten als Differenzenquotienten berechnen und im Kontext von Sachsituationen (z. B. Durchschnittsgeschwindigkeit) deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Funktionswerte berechnen

c65ecabf-d00b-4e2d-99ae-b64692325ffb

S. 190

Funktionswerte aus Graphen ablesen

a8c42ee9-2898-4247-819f-c235032ac78a

S. 191

Wird direkt vorausgesetzt von

Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen

b42bdfcc-3db7-5697-8b3e-69e50962ca86

S. 209

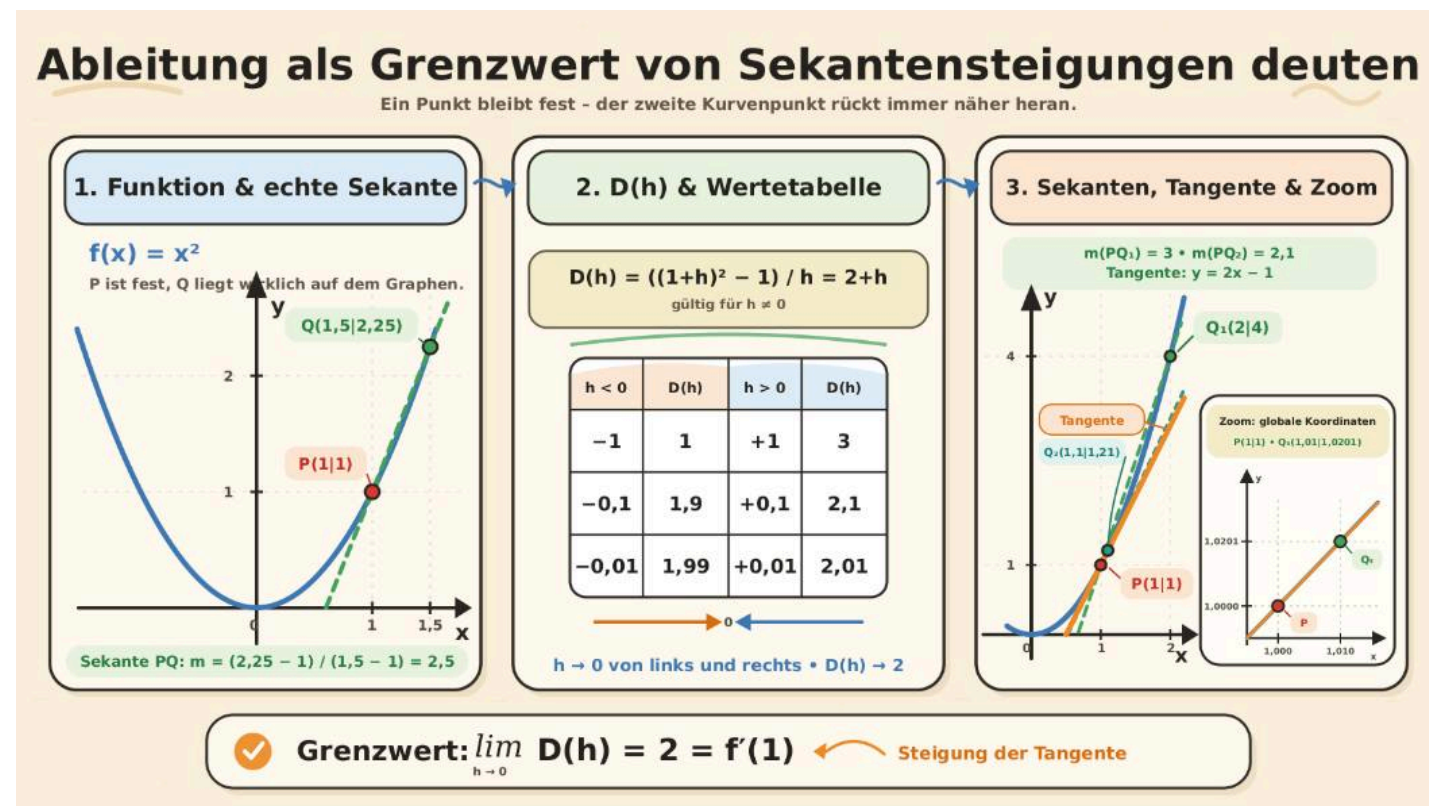
Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen

Lernziel-ID b42bdfcc-3db7-5697-8b3e-69e50962ca86

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Grenzwerte des Differenzenquotienten mit der h-Methode ($h \rightarrow 0$) tabellarisch oder numerisch bestimmen und den Übergang von der Sekante zur Tangente begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mittlere Änderungsrate berechnen und deuten S. 208
ae20183e-92b5-5521-b8e0-9a8662cf51f5

Wird direkt vorausgesetzt von

Momentane Änderungsrate qualitativ verstehen 2143e9e8-b176-545b-b2fa-91bbb6c8cf5c S. 210	Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f S. 211	Potenzregel für ganzzahlige Exponenten exemplarisch begründen e9445479-c188-5c09-842d-faa5e8678099 S. 212	Ableitung als Steigung im Punkt deuten b1dccc191-d046-50de-984a-ee5c17157628 S. 215
Lokale Differenzierbarkeit am Graphen beurteilen 7e613c02-b0e9-4eb3-8bc0-93c37c30bf44 S. 224	Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen herleiten e28e906e-e4f4-5cb1-b4b1-9bdc67d2ef32 S. 253		

Momentane Änderungsrate qualitativ verstehen

Lernziel-ID 2143e9e8-b176-545b-b2fa-91bbb6c8cf5c

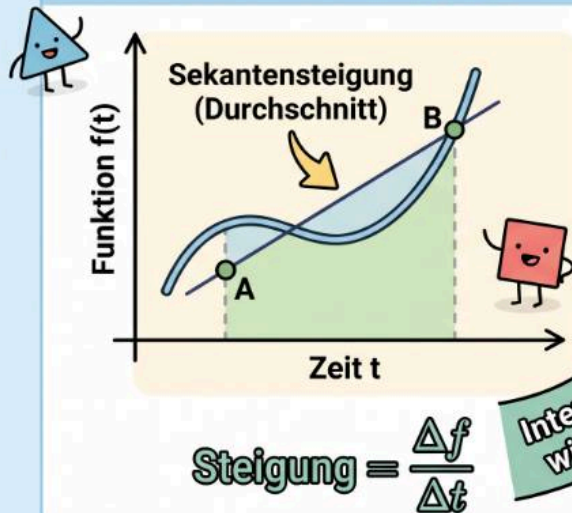
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten

Momentane Änderungsrate qualitativ verstehen

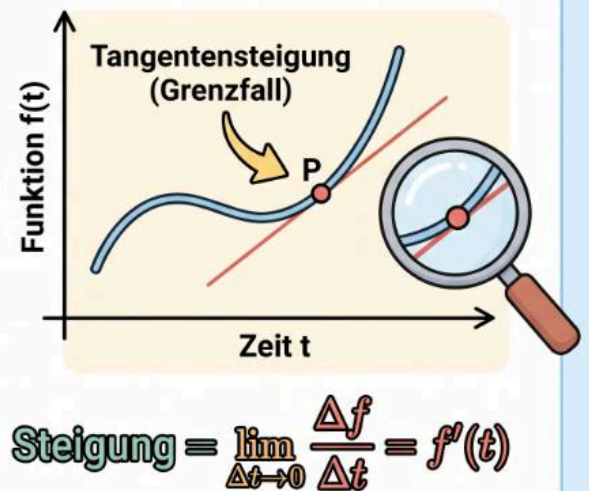
Mittlere Änderungsrate (Sekantensteigung)



Grenzfall:
Intervall
gegen Null

Intervall Δt
wird kleiner

Momentane Änderungsrate (Tangentensteigung)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die momentane Änderungsrate qualitativ als Grenzfall mittlerer Änderungsraten beschreiben und am Graphen als Tangentensteigung verorten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen](#)

S. 209

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

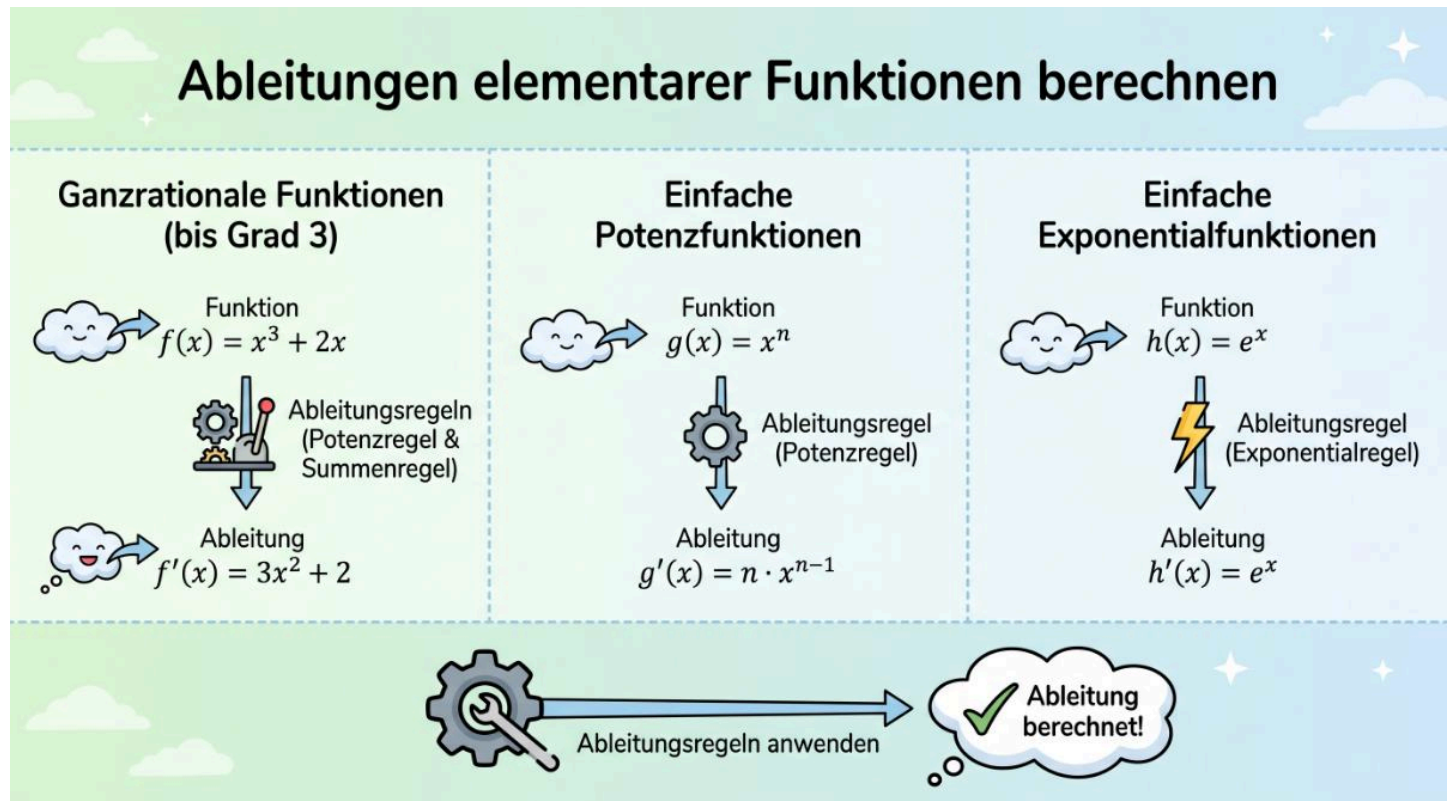
Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

Lernziel-ID 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei ganzrationalen Funktionen bis Grad 3 sowie einfachen Exponential- und Potenzfunktionen aus dem Aufbau des Funktionsterms die passende Ableitungsregel auswählen und damit die Ableitung schrittweise berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen S. 209

Wird direkt vorausgesetzt von

Von der Ableitung an einer Stelle zur Ableitungsfunktion übergehen S. 216	Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen bestimmen S. 222	Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen deuten S. 223	Einfache Extremwertprobleme lösen S. 225	Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen S. 226	Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen S. 227
Newton-Verfahren zur Nullstellennäherung anwenden S. 231	Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen S. 234	Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben S. 239	Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen anwenden S. 255	Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen S. 287	Produktschritte und orientierte Flächen im Sachkontext deuten S. 294
Flächen mit Integralen berechnen S. 305	Analysisgrundlagen in Q1-Anschlussaufgaben nutzen S. 318	Einfache gebrochen rationale Funktionen untersuchen S. 338	Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen S. 339	Einfache gebrochen rationale und Wurzelfunktionen ableiten S. 340	Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben S. 341
Streckungen und Stauchungen von Funktionsgraphen beschreiben S. 342	Spiegelungen von Funktionsgraphen beschreiben S. 343	Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen S. 345	Produktregel beim Ableiten anwenden (LK) S. 356	Kettenregel beim Ableiten anwenden (LK) S. 357	Statistische Erhebungen exemplarisch planen und dokumentieren S. 480
Parameter in Funktionenscharen deuten S. 487	Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen S. 612	Mathematische Probleme erkennen und formulieren S. 734			

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Lernkarten - Komplexe Zahlen und Parameter](#)
1eb9b286-2dac-5164-8d39-cd36c5794bc4

[Lernkarten - Lineare Algebra und Analytische Geometrie](#)
bd55594a-3e96-5997-8324-4f2f1349fd2a

[Lernkarten - Analysis-Kernregeln](#)
ca708087-71f8-5fae-91c5-b80721a4208f

[Lernkarten - Stochastik-Kernbegriffe](#)
45c6-54f1-988c-58256ca95eeb

Potenzregel für ganzzahlige Exponenten exemplarisch begründen

Lernziel-ID e9445479-c188-5c09-842d-faa5e8678099

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten

Potenzregel exemplarisch begründen

Beispiel $f(x) = x^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &\Rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \quad \text{cloud: } (x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2 \\ &\Rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^2} + 2xh + \cancel{h^2} - \cancel{x^2}}{h} \quad x^2 \text{ Terme kürzen sich} \\ &\Rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h)}{h} \quad h \text{ ausklammern \& kürzen} \\ &\Rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) \\ &= 2x \quad \leftarrow \text{Grenzwertbildung } (h \rightarrow 0) \end{aligned}$$

Einordnung

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$$

Mapping
Beispiel

$$n = 2 \rightarrow 2 \cdot x^{2-1} = 2x$$

Der Differenzenquotient begründet die Potenzregel im Beispiel.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Ableitung von $f(x) = x^n$ für betragsmäßig kleine ganzzahlige Exponenten exemplarisch begründen und die Potenzregel fachsprachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen

b42bdfcc-3db7-5697-8b3e-69e50962ca86

S. 209

Wird direkt vorausgesetzt von

Faktor- und Summenregel beweisen und anwenden

dde9ae98-d97d-598b-92f4-f1616f4d75c8

S. 213

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

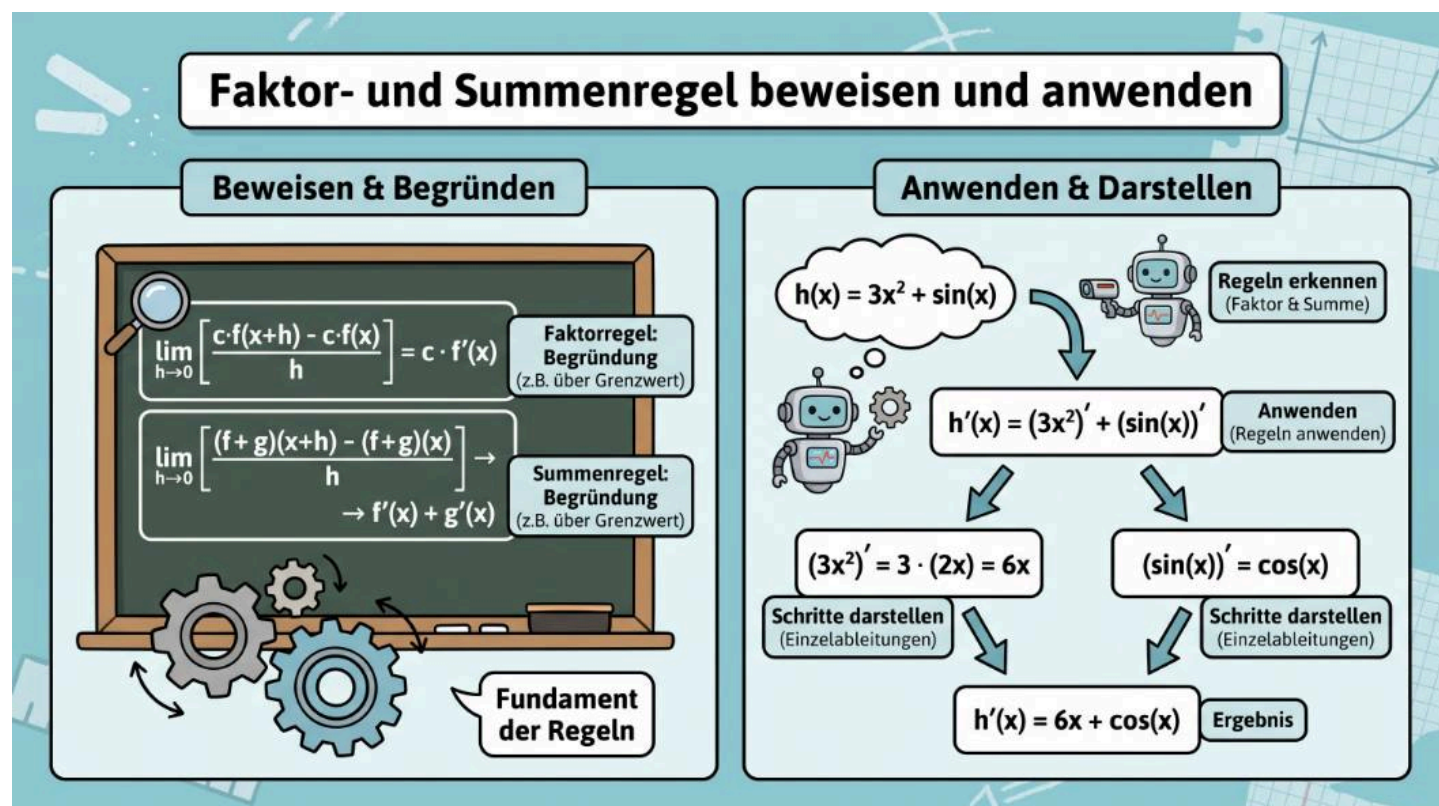
Faktor- und Summenregel beweisen und anwenden

Lernziel-ID dde9ae98-d97d-598b-92f4-f1616f4d75c8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Faktor- und Summenregel für Ableitungen begründen, in Rechnungen anwenden und die einzelnen Ableitungsschritte nachvollziehbar darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Potenzregel für ganzzahlige Exponenten exemplarisch begründen](#)

S. 212

Wird direkt vorausgesetzt von

[Ganzrationale Funktionen ableiten](#)

S. 214

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

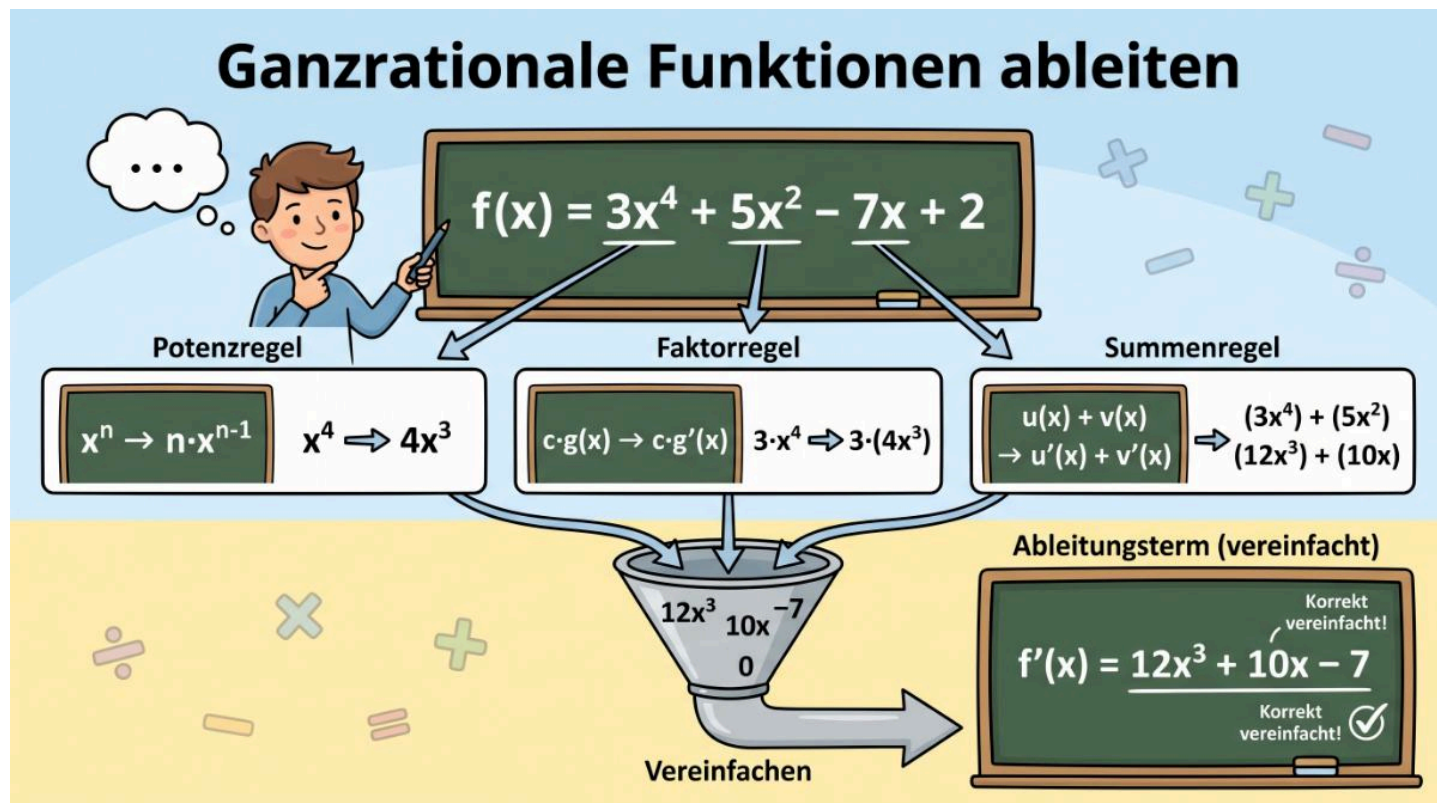
Ganzrationale Funktionen ableiten

Lernziel-ID 623cd47f-6f9e-58a7-911c-69e4a8609a27

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ganzrationale Funktionen mithilfe der Potenz-, Faktor- und Summenregel sicher ableiten und Ableitungsterme korrekt vereinfachen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Faktor- und Summenregel beweisen und anwenden
dde9ae98-d97d-598b-92f4-f1616f4d75c8

S. 213

Wird direkt vorausgesetzt von

Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen strukturieren
1341c20b-87ab-51e7-bd4a-50166c27806e

S. 246

Polynomgleichungen in Funktionsuntersuchungen lösen
e9c401b1-144d-525f-a148-a1113b2e82a8

S. 785

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

Ableitung als Steigung im Punkt deuten

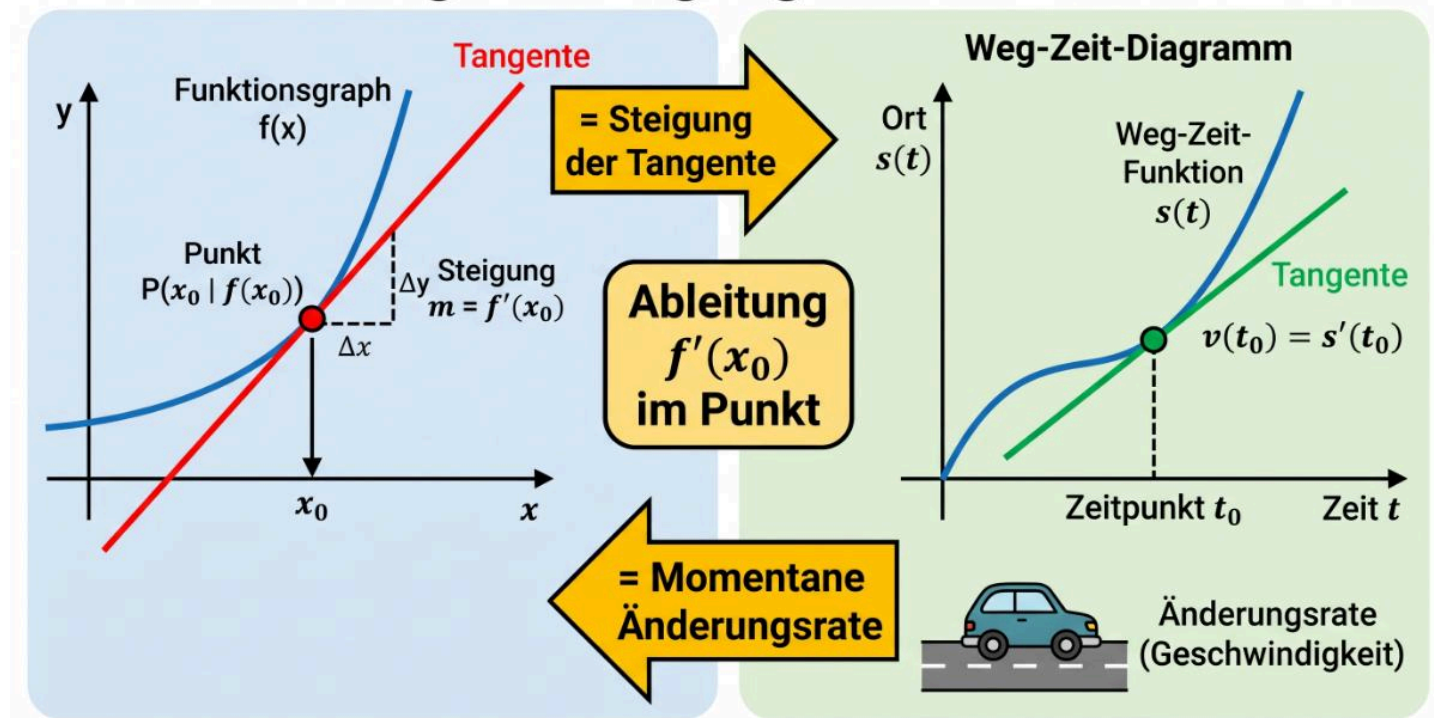
Lernziel-ID b1dcc191-d046-50de-984a-ee5c17157628

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten

Ableitung als Steigung im Punkt deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Wert der Ableitung an einem Punkt als Steigung der Tangente und als momentane Änderungsrate in Sachsituationen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen b42bdfcc-3db7-5697-8b3e-69e50962ca86	S. 209
---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Von der Ableitung an einer Stelle zur Ableitungsfunktion übergehen 01acfcc8-7204-5c22-8774-13f6383f4fd4	S. 216	Zusammenhang von f und f' am Graphen beschreiben 845440ce-f63f-5835-903f-739145ca27bd	S. 217	Tangentengleichungen und Steigungswinkel bestimmen 0284591c-fdd7-41c6-9fb9-7cb3a03f7658	S. 219	Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen f042385e-f772-42db-9c96-f21a792ac5ea	S. 220
Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen mit Steigungswinkeln bestimmen 6aed5be9-f62f-482a-9b98-4253c3275e6e	S. 221	Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen bestimmen 7c0dee9b-a827-456d-9f88-b196fc4e9a13	S. 222	Newton-Verfahren zur Nullstellennäherung anwenden 0c7bbd3f-0a04-4f0e-888b-40ab7841fb76	S. 231		

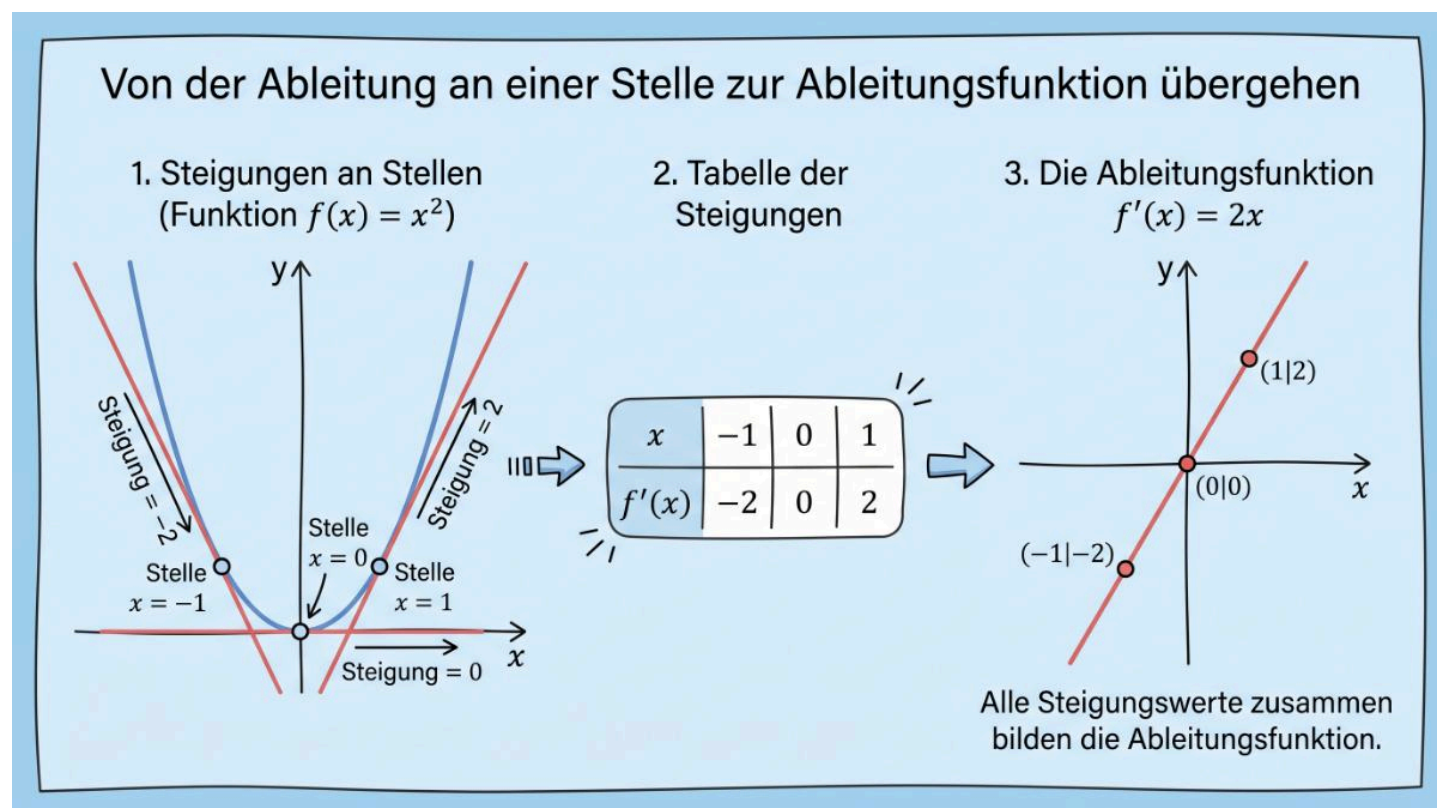
Von der Ableitung an einer Stelle zur Ableitungsfunktion übergehen

Lernziel-ID 01acfcc8-7204-5c22-8774-13f6383f4fd4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erklären, wie aus den Ableitungswerten an einzelnen Stellen eine Ableitungsfunktion entsteht, und diese Vorstellung an einfachen Funktionsgraphen oder Termen erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ableitungen elementarer Funktionen berechnen](#)

S. 211

[Ableitung als Steigung im Punkt deuten](#)

S. 215

Wird direkt vorausgesetzt von

[Begriff der Stammfunktion verstehen](#)

S. 218

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

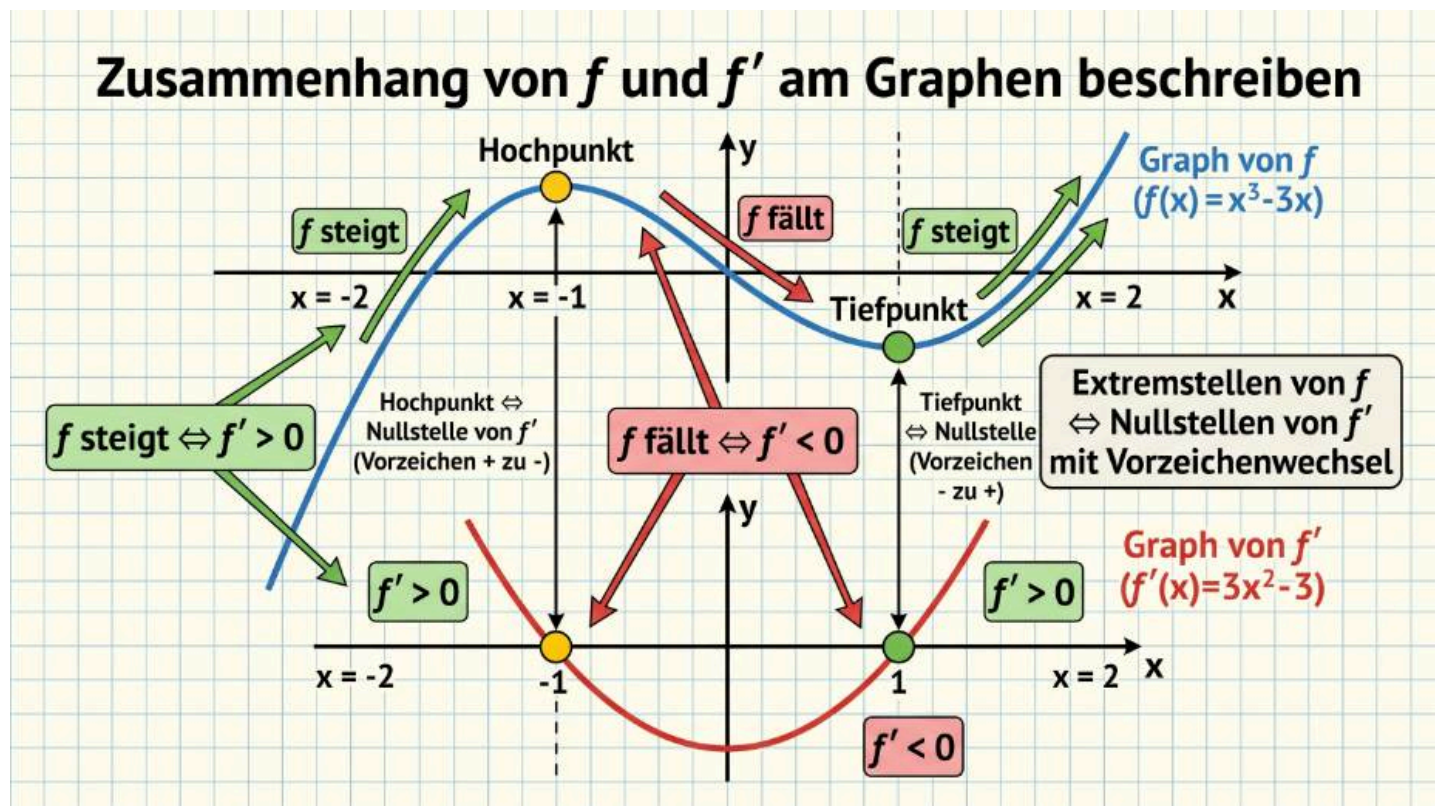
Zusammenhang von f und f' am Graphen beschreiben

Lernziel-ID 845440ce-f63f-5835-903f-739145ca27bd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus dem Graphen von f Aussagen über Vorzeichen und Verlauf von f' ableiten und umgekehrt, insbesondere bezüglich Monotonie und Extremstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitung als Steigung im Punkt deuten

b1dcc191-d046-50de-984a-ee5c17157628

S. 215

Wird direkt vorausgesetzt von

Begriff der Stammfunktion verstehen

0404f20e-34cc-5c9b-ae6a-62cc9cf02bae

S. 218

Einfache Extremwertprobleme lösen

1511b39a-4094-5450-a755-4a3ad3339733

S. 225

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen

350fc8b1-ead0-4239-b28a-217cbd3bd1c3

S. 226

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

Begriff der Stammfunktion verstehen

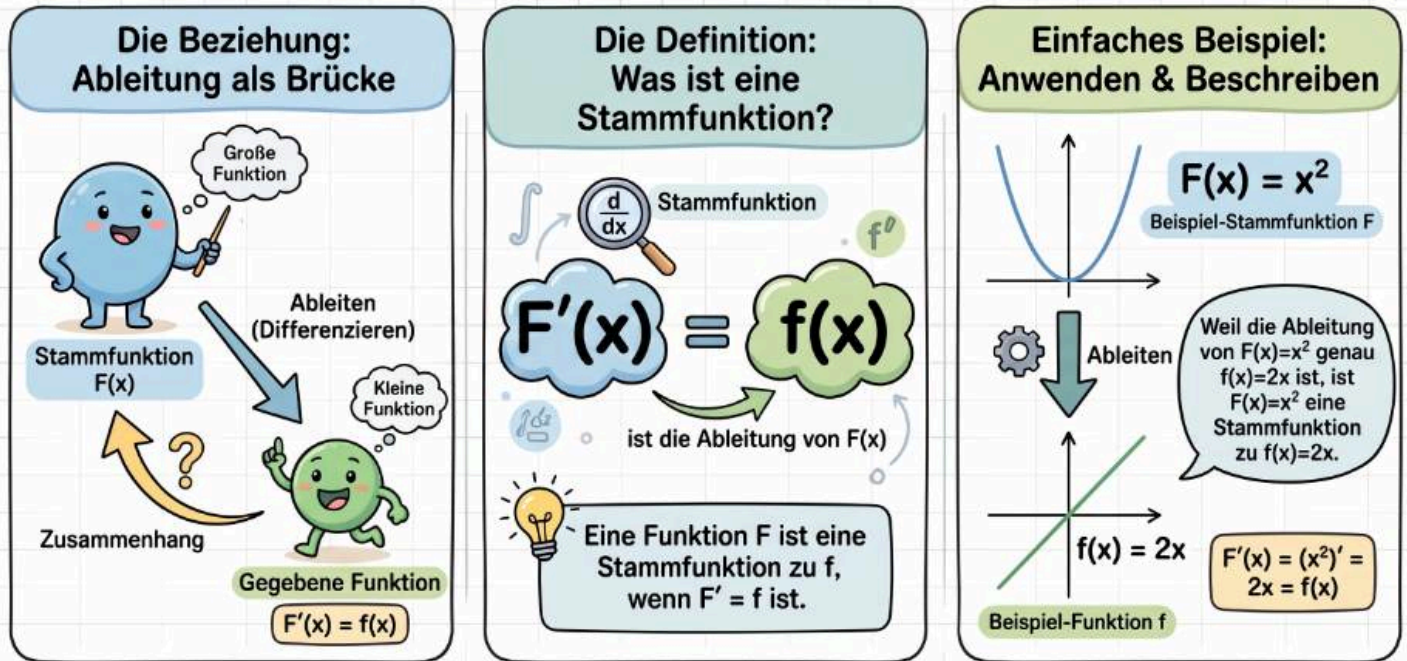
Lernziel-ID 0404f20e-34cc-5c9b-ae6a-62cc9cf02bae

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten

Begriff der Stammfunktion verstehen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Stammfunktion als Funktion verstehen, deren Ableitung die gegebene Funktion ist, und diese Beziehung an einfachen Beispielen fachsprachlich beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Von der Ableitung an einer Stelle zur Ableitungsfunktion übergehen](#) S. 216

[Zusammenhang von \$f\$ und \$f'\$ am Graphen beschreiben](#) S. 217

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

Tangentengleichungen und Steigungswinkel bestimmen

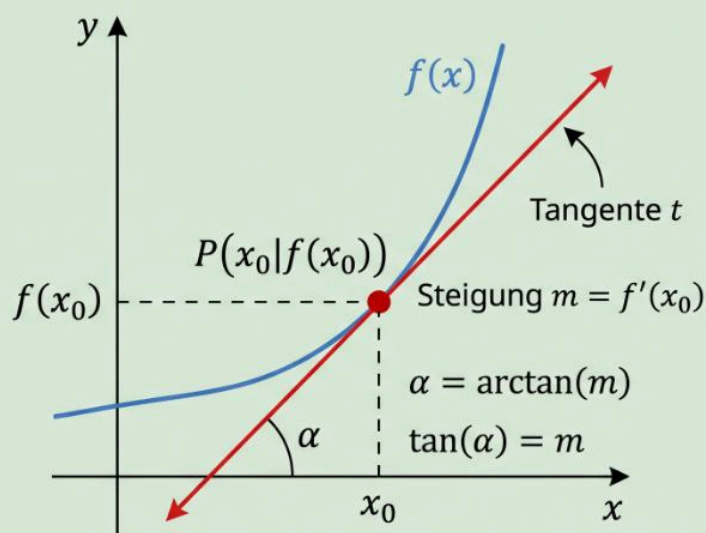
Lernziel-ID 0264591c-fdd7-41c6-9fb9-7cb3a03f7658

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten > Tangenten, Normalen und Steigungswinkel untersuchen

Tangentengleichung und Steigungswinkel bestimmen



Tangentengleichung:
$$y - f(x_0) = m \cdot (x - x_0)$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit Hilfe der Ableitung Tangentengleichungen an Funktionsgraphen aufstellen und den Steigungswinkel der Tangente berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitung als Steigung im Punkt deuten

bidcc191-d046-50de-984a-ee5c17157628

S. 215

Wird direkt vorausgesetzt von

Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen

1675fdde-cba7-5456-ae70-a846e1924a68

S. 793

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

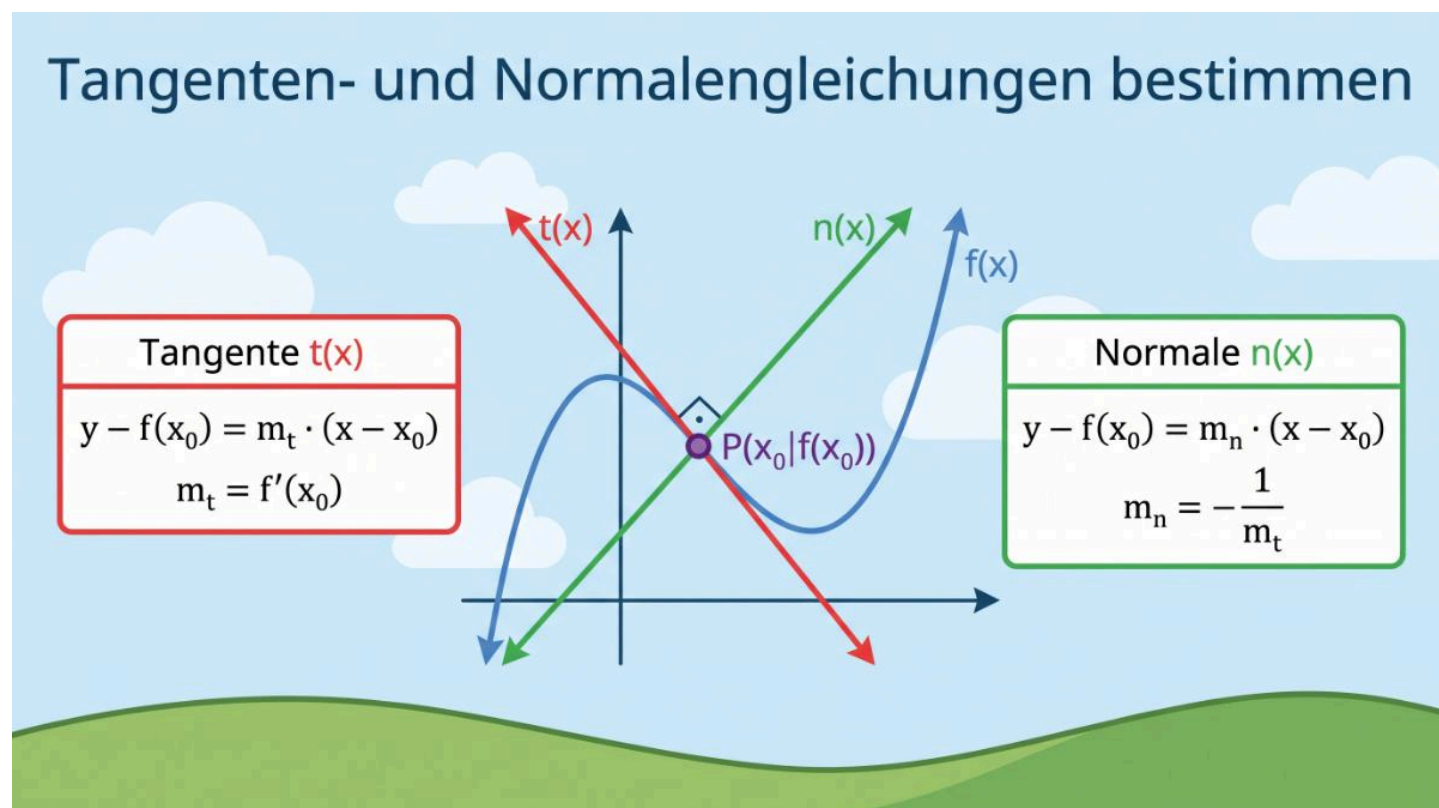
Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen

Lernziel-ID f042385e-f772-42db-9c96-f21a792ac5ea

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten > Tangenten, Normalen und Steigungswinkel untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit Hilfe der Ableitung Gleichungen von Tangenten und Normalen an Funktionsgraphen bestimmen und diese in einfachen Kontexten verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitung als Steigung im Punkt deuten

b1dccc191-d046-50de-984a-ee5c17157628

S. 215

Wird direkt vorausgesetzt von

Sachzusammenhänge mit Extremstellen modellieren

d4f2d4e2-a831-5ee2-b9c6-bb9e79986aeb

S. 788

Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren

b88cbf71-5e3e-55e3-ba94-6789408d38d6

S. 789

Anschlussbedingungen ohne Sprung und Knick modellieren

4b16fce6-84cc-52ae-98ca-f88cc518cc28

S. 790

Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen

1675fdde-cba7-5456-ae70-a846e1924a68

S. 793

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

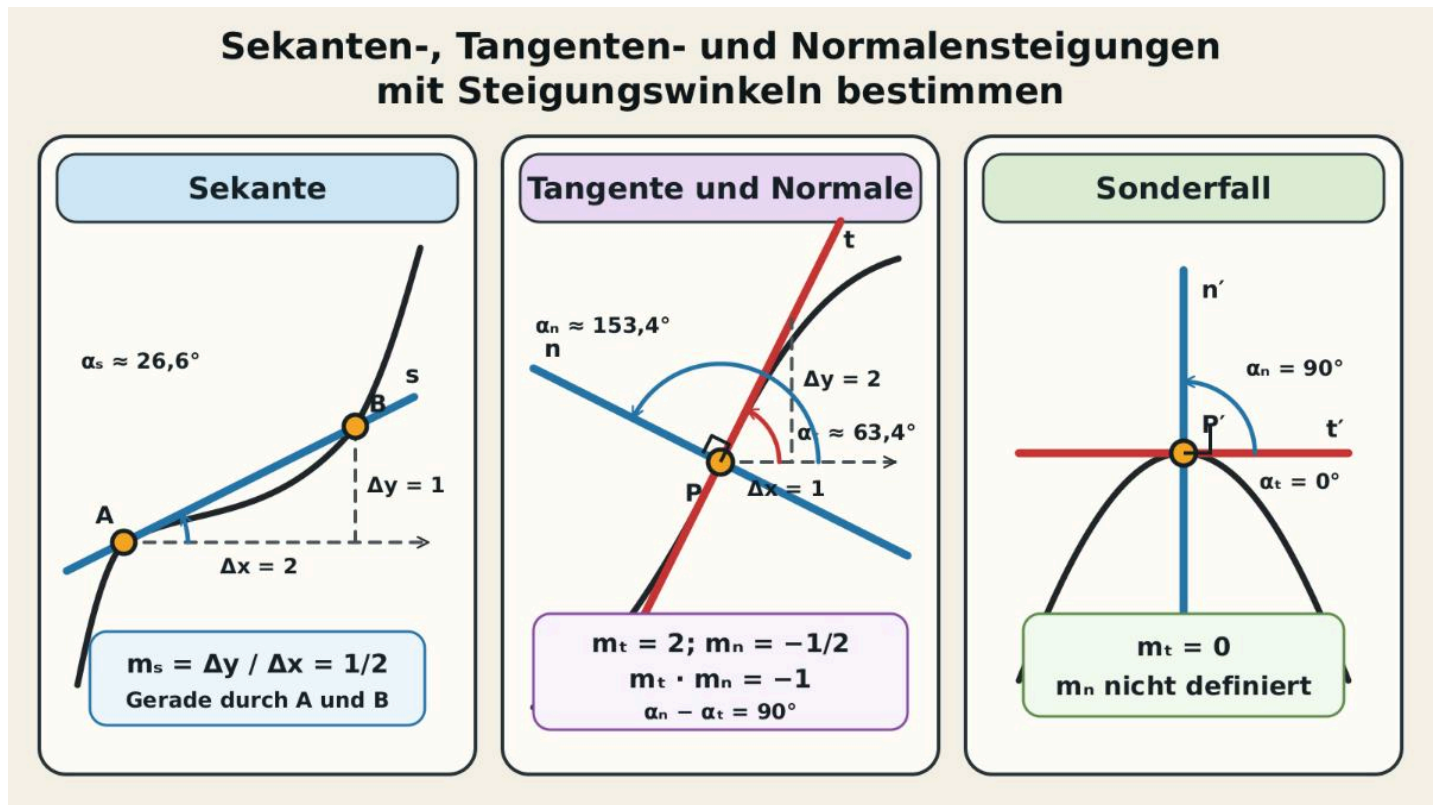
Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen mit Steigungswinkeln bestimmen

Lernziel-ID 6aed5be9-f62f-482a-9b98-4253c3275e6e

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle](#) >

[Ableitungseinstieg und Differentialrechnung \(Sek II\)](#) > [Einführung in den Ableitungsbegriff](#) >

[Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten](#) > [Tangenten, Normalen und Steigungswinkel untersuchen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen bestimmen und zugehörige Steigungswinkel berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ableitung als Steigung im Punkt deuten](#)

S. 215

Wird direkt vorausgesetzt von

[Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen](#)

S. 793

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

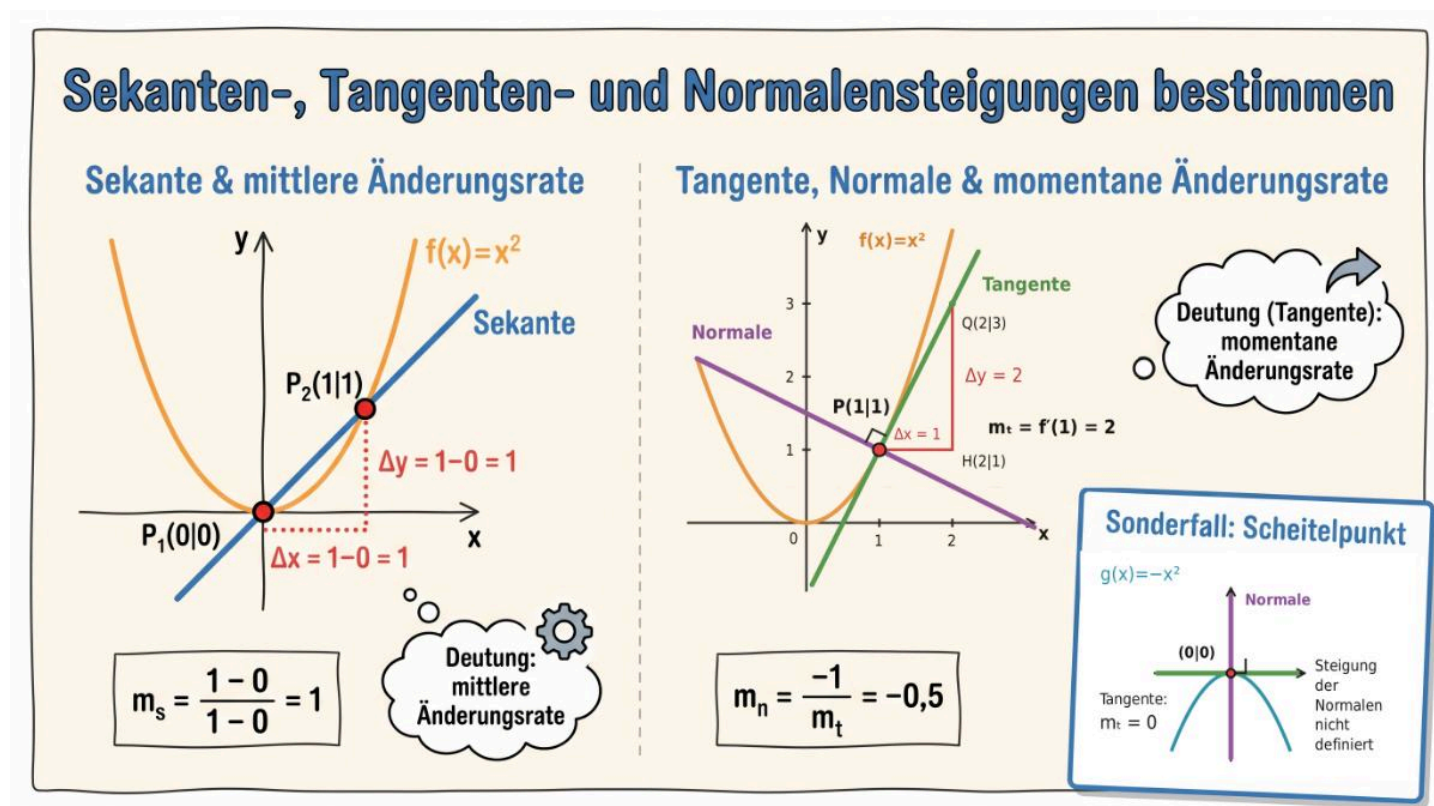
Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen bestimmen

Lernziel-ID 7c0dee9b-a827-456d-9f88-b196fc4e9a13

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten > Tangenten, Normalen und Steigungswinkel untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen an Funktionsgraphen bestimmen und die berechneten Steigungen fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Ableitung als Steigung im Punkt deuten

b1dcc191-d046-50de-984a-ee5c17157628

S. 215

Wird direkt vorausgesetzt von

Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen deuten

56b4acb5-6024-573f-9890-35fbd21ee343

S. 223

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Ableitungen am Graphen deuten](#) 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e9

Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen deuten

Lernziel-ID 56b4acb5-6024-573f-9890-35fbd21ee343

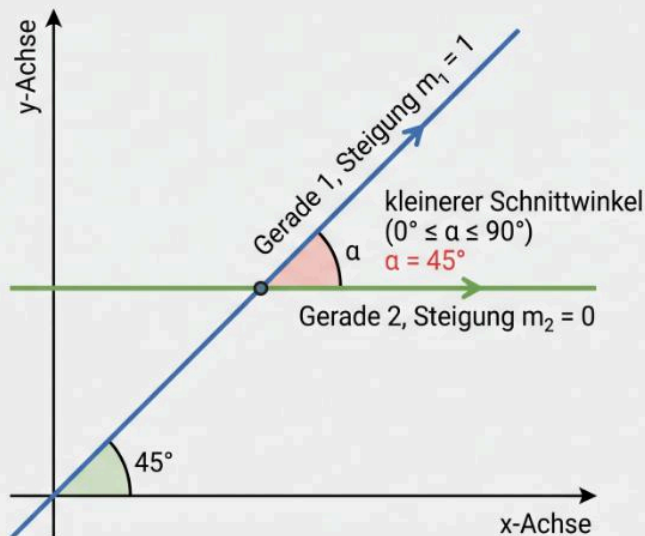
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff >

Einstieg Ableitungsbegriff und Änderungsraten > Tangenten, Normalen und Steigungswinkel untersuchen

Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen deuten

Kleinerer Schnittwinkel zweier Geraden



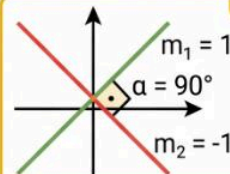
Formel zur Berechnung des kleineren Schnittwinkels

$$\tan(\alpha) = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \right| \quad (\text{falls } 1 + m_1 m_2 \neq 0)$$

Für $m_1=1$, $m_2=0$:

$$\tan(\alpha) = \left| \frac{0 - 1}{1 + 1 \cdot 0} \right| = \left| \frac{-1}{1} \right| = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Sonderfall: Senkrechte Geraden



$1 + m_1 m_2 = 0$
 $\Rightarrow$ Geraden stehen senkrecht
 $\Rightarrow \alpha = 90^\circ$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen mithilfe von Tangentensteigungen bestimmen und fachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen bestimmen

7c0dee9b-a827-456d-9f88-b196fc4e9a13

S. 222

Wird direkt vorausgesetzt von

Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen

1675fdde-cba7-5456-ae70-a846e1924a68

S. 793

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Lokale Differenzierbarkeit am Graphen beurteilen

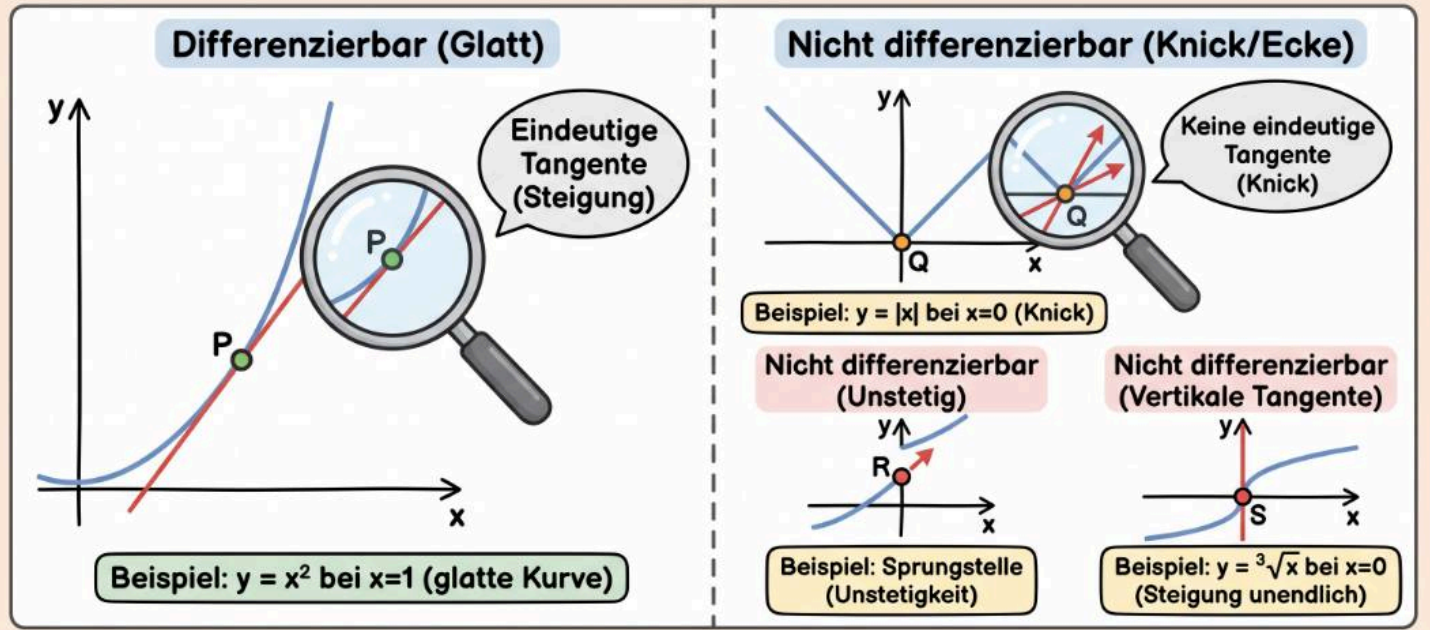
Lernziel-ID 7e613c02-b0e9-4eb3-8bc0-93c37c30bf44

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Einführung in den Ableitungsbegriff

Lokale Differenzierbarkeit am Graphen beurteilen

Die "Glattheit" einer Kurve prüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an Graphen die lokale Differenzierbarkeit einer Funktion beurteilen, nicht differenzierbare Stellen identifizieren und typische Gegenbeispiele (z. B. Knicke) skizzieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen

b42bdfcc-3db7-5697-8b3e-69e50962ca86

S. 209

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Ableitungen am Graphen deuten 296fdd9f-59a4-5d3d-9512-cfc78c8ac3e0

Einfache Extremwertprobleme lösen

Lernziel-ID 1511b39a-4094-5450-a755-4a3ad3339733

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen

Einfache Extremwertprobleme lösen

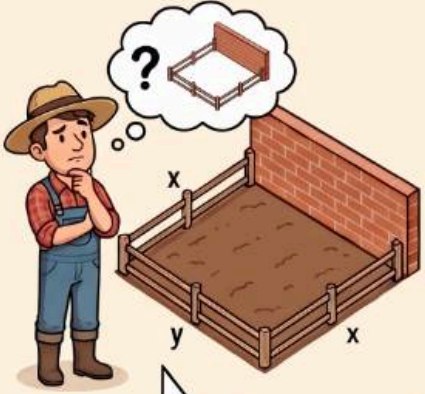
1. Sachsituation verstehen

→

2. Mathematisch modellieren & lösen

→

3. Ergebnis interpretieren



Gegeben:
Zaunlänge = 20 m

Goal:
Maximale Fläche an der Wand

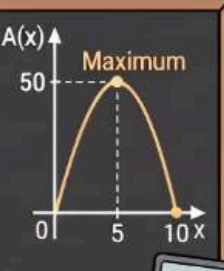
Nebenbedingung:
 $2x + y = 20$

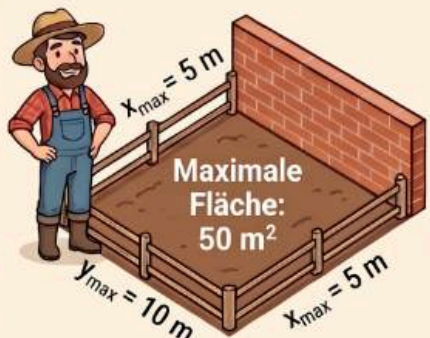
Zielfunktion (Fläche):
 $A(x, y) = x \cdot y$

Einsetzen:
 $y = 20 - 2x$
 $A(x) = x \cdot (20 - 2x)$
 $= 20x - 2x^2$

Ableitung & Nullstelle:
 $A'(x) = 20 - 4x = 0$
 $\Rightarrow 4x = 20$
 $\Rightarrow x_{\max} = 5$

Lösung:
 $x_{\max} = 5 \text{ m}$
 $y_{\max} = 20 - 2(5) = 10 \text{ m}$
 $A_{\max} = 5 \cdot 10 = 50 \text{ m}^2$





Maximale Fläche:
50 m²

$x_{\max} = 5 \text{ m}$
 $y_{\max} = 10 \text{ m}$

Im Kontext:
Die ideale Zaufaufteilung für die größte Fläche (50 m²) an der Wand ist gefunden mit $x=5 \text{ m}$ und $y=10 \text{ m}$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Extremwertaufgaben aus Sachsituationen mit Hilfe der Ableitung lösen und das Ergebnis im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Zusammenhang von f und f' am Graphen beschreiben 845440ce-f63f-5835-903f-739145ca27bd	S. 217
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Polynomdivision zur Nullstellensuche anwenden 46166788-4a8f-53d5-9fe9-77b0a018d7ee	S. 261	Differentialrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK) dc12f281-f161-572b-a973-8405ae9b2498	S. 315	Integralrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK) 0b162cb0-8507-5ac2-b9d6-57f40f4d3f35	S. 316	Analysis-Modelle in Sachzusammenhängen validieren (LK) 71fe4a39-38e8-5c6a-8eef-ff4783fe70c2	S. 317
---	--------	--	--------	--	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen

Lernziel-ID 350fc8b1-ead0-4239-b28a-217cbd3bd1c3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

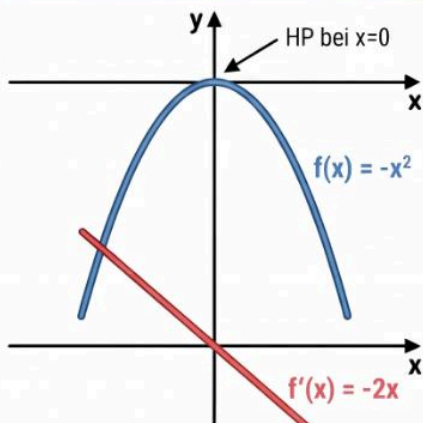
Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen

1. Hochpunkt (HP):

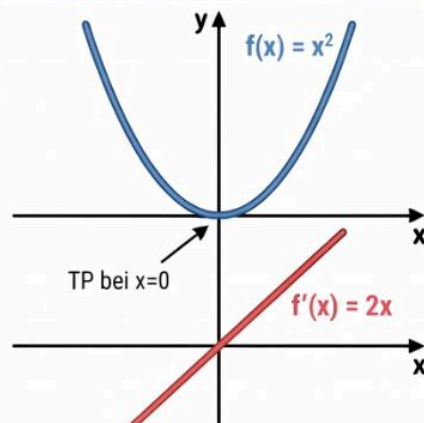
Vorzeichenwechsel von f' (+) $\rightarrow$ (-)



x	+	-
f'	$f' > 0$, f monoton steigend	$f' < 0$, f monoton fallend
	$f'(0) = 0$	

2. Tiefpunkt (TP):

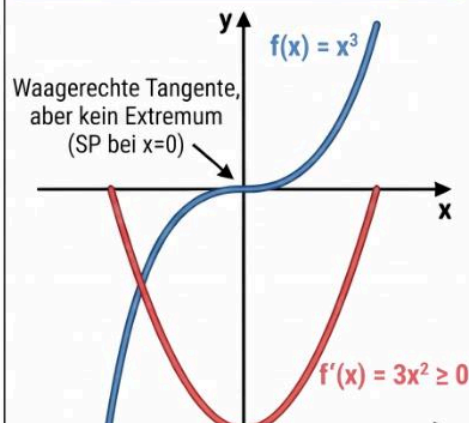
Vorzeichenwechsel von f' (-) $\rightarrow$ (+)



x	-	+
f'	$f' < 0$, f monoton fallend	$f' > 0$, f monoton steigend
	$f'(0) = 0$	

3. Sattelpunkt (SP):

Kein Vorzeichenwechsel von f' (+ / +)



x	+	+
f'	$f' > 0$, f monoton steigend	$f' > 0$, f monoton steigend
	$f'(0) = 0$	

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus der ersten Ableitung Rückschlüsse auf Monotonieverhalten und Extremstellen ziehen und diese Zusammenhänge bei der Untersuchung ganzrationaler Funktionen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Zusammenhang von f und f' am Graphen beschreiben 845440ce-f63f-5835-903f-739145ca27bd	S. 217
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3	S. 227	Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen unterscheiden d5feba00-4336-4f26-8dba-0537a797eddb	S. 228	Einfache Parametertransformationen in Funktionsuntersuchungen nutzen 250daae6-58fd-59e4-8a11-f994e789ee47	S. 229	Ganzrationale Funktionen mit Differentialrechnung analysieren d78946f9-1f5f-462c-a99c-fe01054042dd	S. 230
Trigonometrische und ganzrationale Funktionen vergleichen 2919b3f3-aca2-5add-beeb-de1b9e0eafdb	S. 260	Parameterwerte aus vorgegebenen Funktionseigenschaften bestimmen 6947245e-6bd7-52d7-9bc2-0c60cfa447c5	S. 786				

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

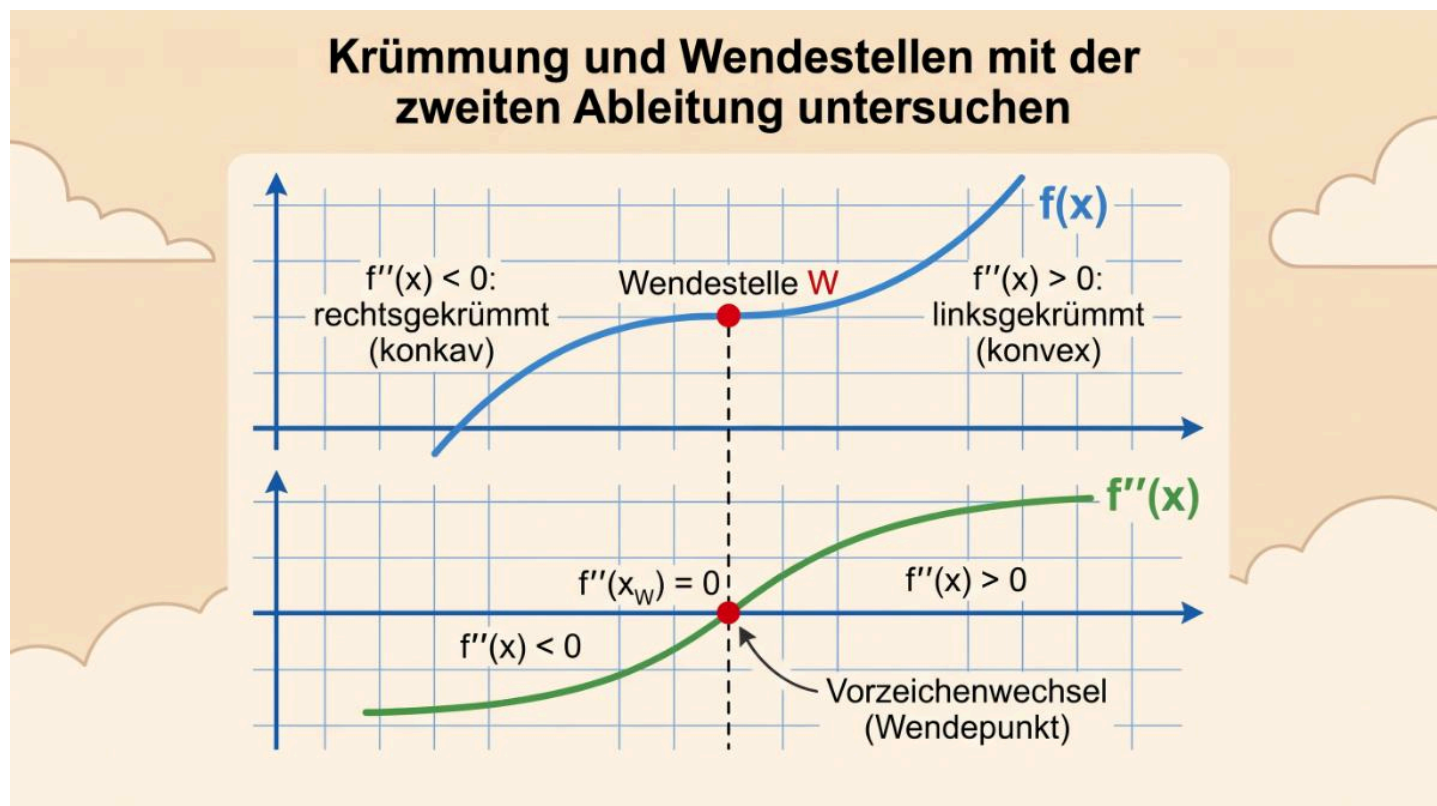
Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen

Lernziel-ID b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Krümmungsverhalten von Funktionsgraphen mit Hilfe der zweiten Ableitung untersuchen, Wendestellen bestimmen und die zugehörige Änderungsrate im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen 350fc8b1-ea00-4239-b28a-217cbd3bd1c3	S. 226
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen unterscheiden d5feba00-4336-4f26-8dba-9537a797eddb	S. 228	Einfache Parametertransformationen in Funktionsuntersuchungen nutzen 250daae6-58fd-59e4-8a11-f994e789ee47	S. 229	Ganzrationale Funktionen mit Differentialrechnung analysieren d78946f9-1f5f-462c-a99c-fe01054042dd	S. 230	Trigonometrische und ganzrationale Funktionen vergleichen 2919b3f3-aca2-5add-beeb-de1b9e0eafdb	S. 260
Ortskurven von Wendepunkten bestimmen (LK) 79444ef9-cc85-5ac4-a3bc-f10d3ffbfbfd16	S. 497	Parameterwerte aus vorgegebenen Funktionseigenschaften bestimmen 6947245e-6bd7-52d7-9bc2-0c60cfa447c5	S. 786	Sachzusammenhänge mit Extremstellen modellieren d4f2d4e2-a831-5ee2-b9c6-bb9e79986aeb	S. 788	Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren b88cbf71-5e3e-55e3-ba94-6789408d38d6	S. 789
Anschlussbedingungen ohne Sprung und Knick modellieren 4b16fce6-84cc-52ae-98ca-f88cc518cc28	S. 790						

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen unterscheiden

Lernziel-ID d5feba00-4336-4f26-8dba-0537a797eddb

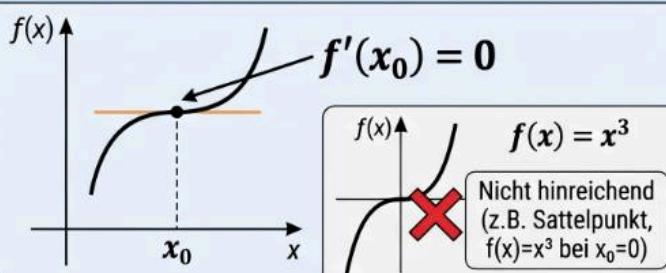
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

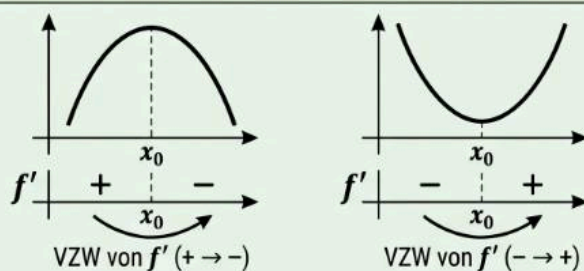
Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen

Extrem- und Wendestellen: Notwendige & Hinreichende Bedingungen

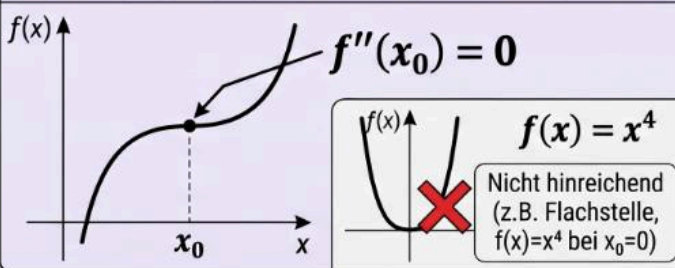
EXTREMSTELLE: NOTWENDIGE BEDINGUNG



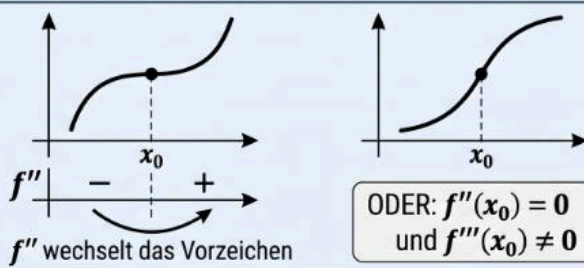
EXTREMSTELLE: HINREICHENDE BEDINGUNG



WENDESTELLE: NOTWENDIGE BEDINGUNG



WENDESTELLE: HINREICHENDE BEDINGUNG



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Extrem- und Wendestellen zwischen notwendigen und hinreichenden Bedingungen unterscheiden und fachlich begründen, warum typische Fehlschlüsse unzulässig sind.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen

S. 226

350fc8b1-ea00-4239-b28a-217cbd3bd1c3

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen

S. 227

b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganzrationale Funktionen mit Differentialrechnung analysieren

S. 230

d78946f9-1f5f-462c-a99c-fe01054042dd

Funktionsklassen argumentativ vergleichen

S. 792

08b80000-4895-55df-8ca6-4e8c5eb0f9f5

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

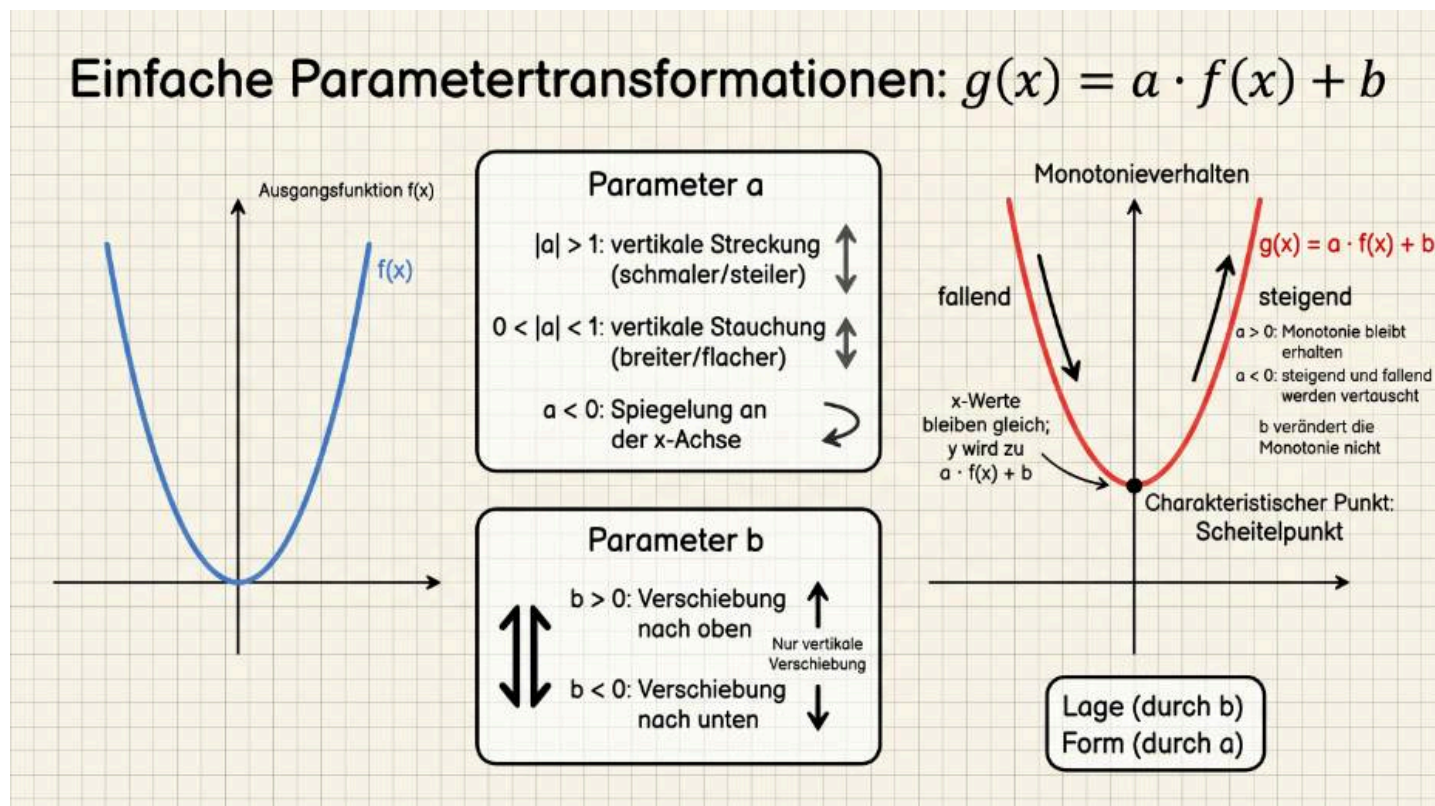
Einfache Parametertransformationen in Funktionsuntersuchungen nutzen

Lernziel-ID 250daae6-58fd-59e4-8a11-f994e789ee47

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einfachen Funktionen der Form $g(x) = a \cdot f(x) + b$ die Wirkung der Parameter auf Lage, Streckung, Monotonie und charakteristische Punkte untersuchen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verschiebungen und Streckungen von Funktionsgraphen erkennen

7ba19509-8ee6-50e0-a411-a371f05b1801

S. 200

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen

350fc8b1-ea00-4239-b28a-217cbd3bd1c3

S. 226

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen

b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3

S. 227

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

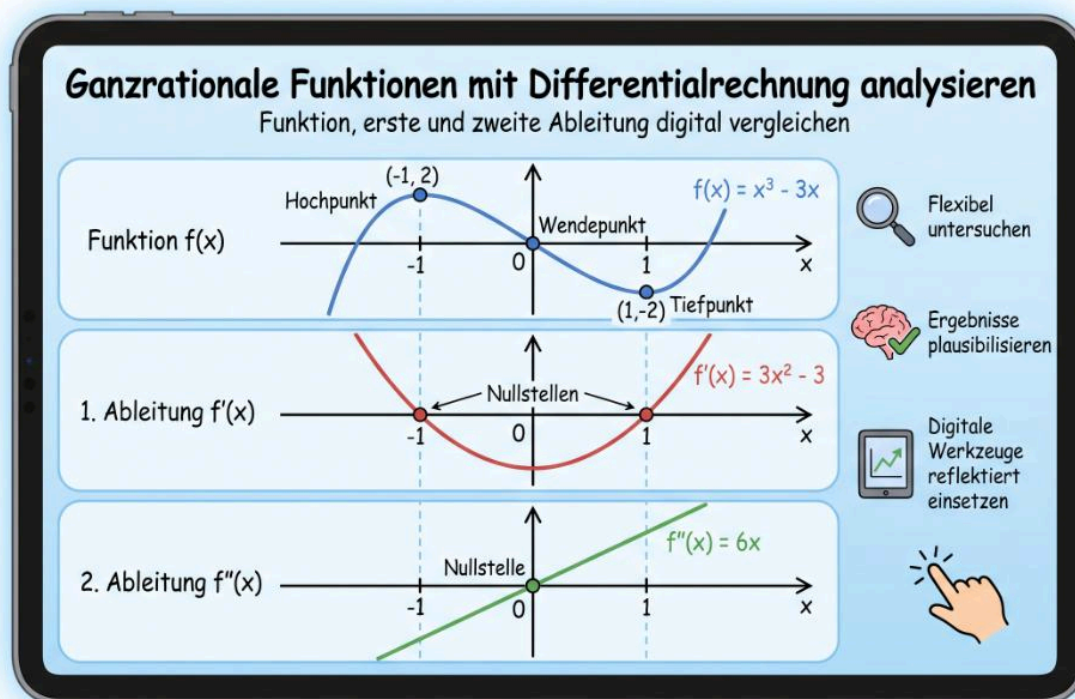
[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Ganzrationale Funktionen mit Differentialrechnung analysieren

Lernziel-ID d78946f9-1f5f-462c-a99c-fe01054042dd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ganzrationale Funktionen mit Methoden der Differentialrechnung flexibel untersuchen, Ergebnisse plausibilisieren und digitale Werkzeuge zur Kontrolle reflektiert einsetzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen
350fc8b1-ea00-4239-b28a-217cbd3bd1c3

S. 226

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen
b3004df4-15a8-41c8-a800-50dad0698bd3

S. 227

Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen untersuchen
d5fba00-4336-4f26-8dba-0537a797eddb

S. 228

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganzrationale Funktionen aus Eigenschaften rekonstruieren
8e1b0d9c-fa32-5ccd-9c11-77e788ae0941

S. 787

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Newton-Verfahren zur Nullstellennäherung anwenden

Lernziel-ID 0c7bbd3f-0a04-4f0e-888b-40ab7841fb76

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Newton-Verfahren als iteratives Näherungsverfahren erläutern, für geeignete Funktionen anwenden und die Einsatzgrenzen des Verfahrens reflektieren.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Ableitung als Steigung im Punkt deuten b1dcc191-d046-50de-984a-ee5c17157628	S. 215
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Konvergenzgeschwindigkeit numerischer Verfahren vergleichen 70a21623-6c87-55ae-b534-ab45a3b9b1d2	S. 266
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5003e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffc4d

Exponentielles Wachstum und Zerfall deuten

Lernziel-ID 781f133a-08bb-54b9-8fda-efa2f8f9b12c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle

Exponentielles Wachstum und exponentiellen Zerfall deuten

Wachstum (Exponentielles Wachstum)



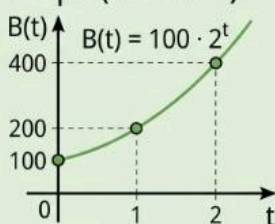
Kontext:
Bakterienvermehrung
(Verdopplung)

Tabelle (Werte):

Zeit t	0	1	2
Anzahl B(t)	100	200	400

$\times 2$
(Faktor 2)

Graph (Funktion):



Gleicher Faktor
pro Zeitschritt

Faktor > 1 : Wachstum
 $0 < \text{Faktor} < 1$: Zerfall

Zerfall (Exponentieller Zerfall)



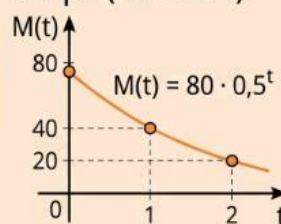
Kontext:
Medikamentenabbau
(Halbierung)

Tabelle (Werte):

Zeit t	0	1	2
Menge M(t)	80	40	20

$\times 0,5$
(Faktor 0,5)

Graph (Funktion):



Gleicher Faktor
pro Zeitschritt

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse in Tabellen, Graphen und Kontextbeschreibungen am gleichbleibenden Faktor in gleichen Zeitabständen erkennen und passende Exponentialfunktionen zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter exponentieller Funktionen interpretieren

346efb31-c400-5bd3-a698-dd9a7e1bc3f7

S. 233

Exponentialgleichungen lösen

d900e0a4-0c45-50dd-a37b-01f9f91a134c

S. 236

Parameter von $f(x) = a \cdot b^x + c$ deuten

dc69a261-31c9-5c6b-af71-ae27877a3dc1

S. 244

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Parameter exponentieller Funktionen interpretieren

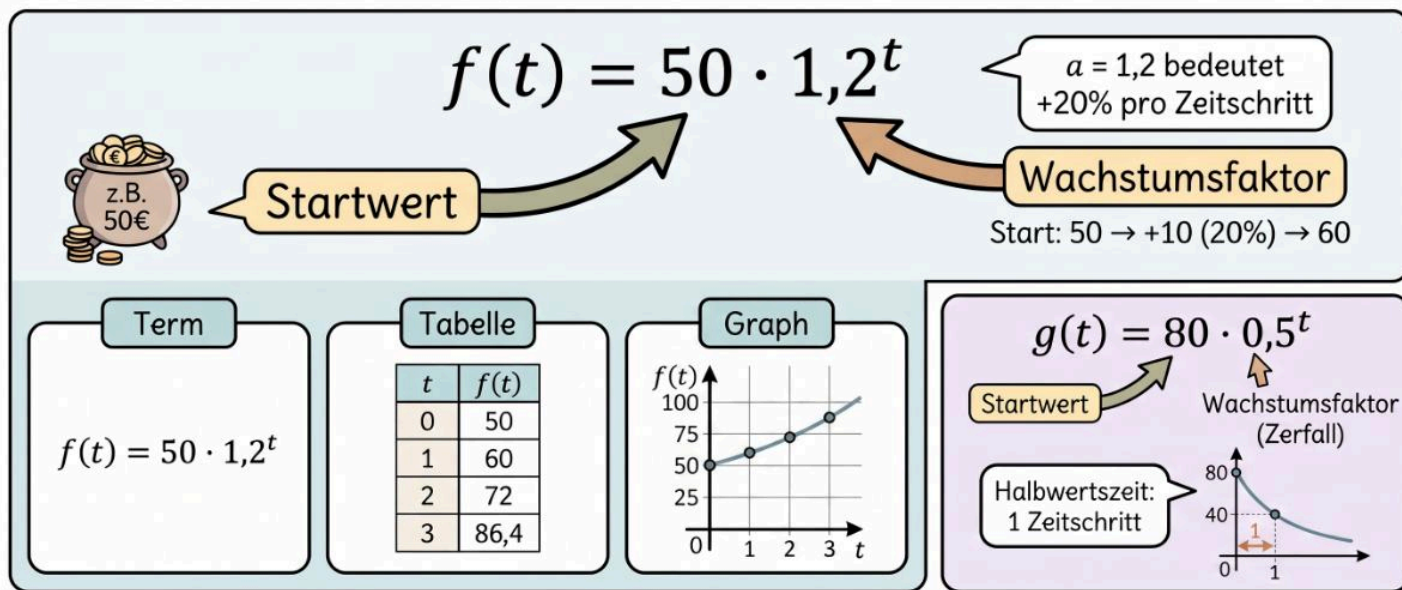
Lernziel-ID 346efb31-c400-5bd3-a698-dd9a7e1bc3f7

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle

Parameter exponentieller Funktionen interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verdopplungs- und Halbwertszeiten bestimmen, den Einfluss des Parameters a in $f(t) = b \cdot a^t$ beschreiben und unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten (Term, Tabelle, Graph) verknüpfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielles Wachstum und Zerfall deuten

781f133a-08bb-54b9-8fda-efa2f8f9b12c

S. 232

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen

628928a6-4f48-54dc-952d-dec0e69dc056

S. 234

Natürliche Exponentialfunktion für kontinuierliche Prozesse verwenden

f05acdc5-4949-54c7-b8cd-56ddd1fbdbad

S. 235

Eulersche Zahl e näherungsweise bestimmen

ccd47872-4d9d-44db-8c8d-eda24019b502

S. 242

Exponentialfunktionen in e-Schreibweise umformen

9db266a2-1889-5792-82b0-a7463f0832f1

S. 245

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

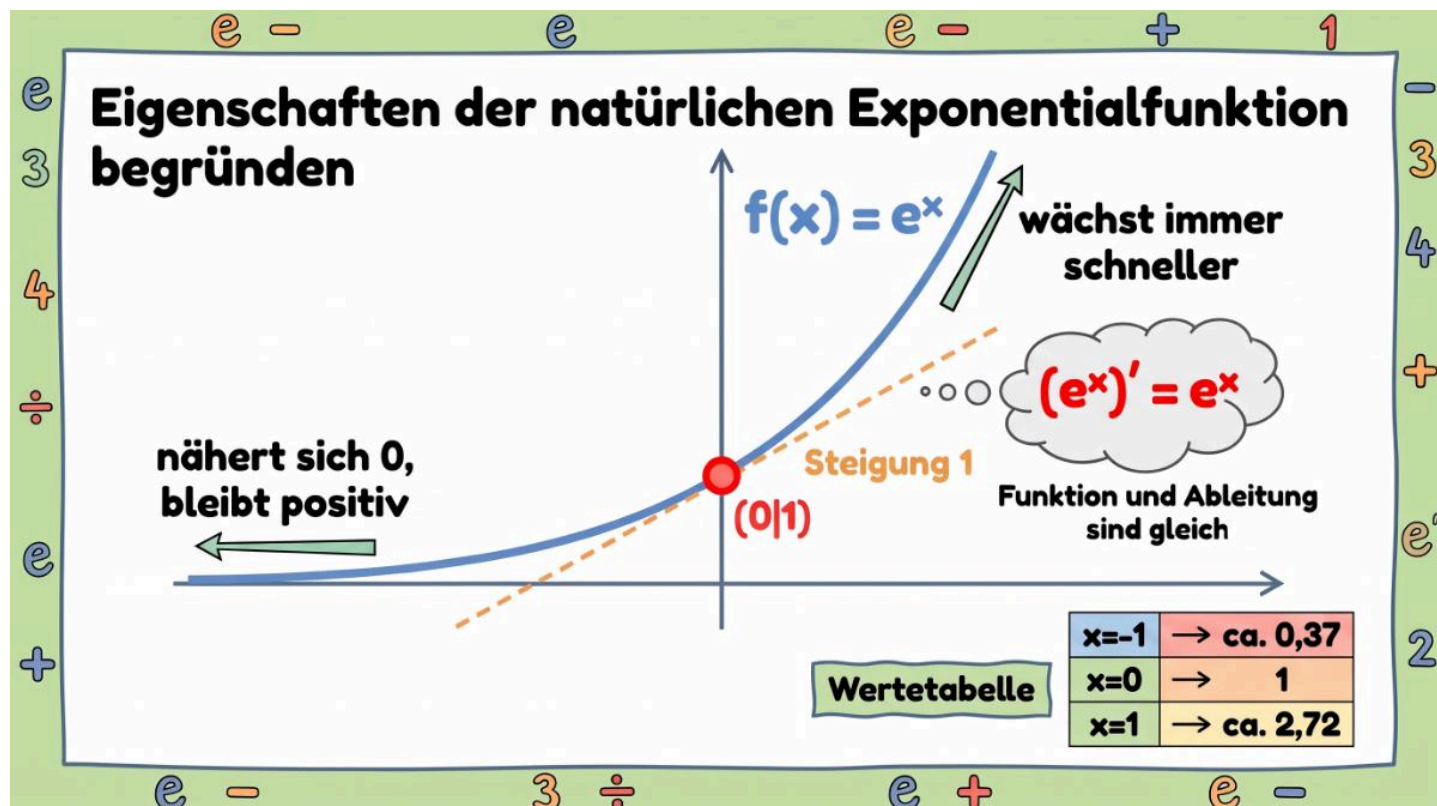
Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen

Lernziel-ID 628928a6-4f48-54dc-952d-dec0e69dc856

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann e^x motivieren und wichtige Eigenschaften wie Werte, Ableitung und Verhalten im Unendlichen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Parameter exponentieller Funktionen interpretieren 346efb31-c400-5bd3-a698-dd9a7e1bc3f7	S. 233
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Natürliche Exponentialfunktion für kontinuierliche Prozesse verwenden f05acd5c5-4949-54c7-b8cd-56ddd1fbdad	S. 235	Exponential- und Potenzfunktionen asymptotisch vergleichen (LK) 49f9059a-876c-5051-8146-d008b5cc691c	S. 238	Exponentialfunktionen in e-Schreibweise umformen 9db266a2-1889-5792-82b0-a7463f0832f1	S. 245	Den natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion der e-Funktion erklären (LK) 06ce2b1b-e888-5322-9ed9-dfc6d322956a	S. 348
--	--------	--	--------	---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

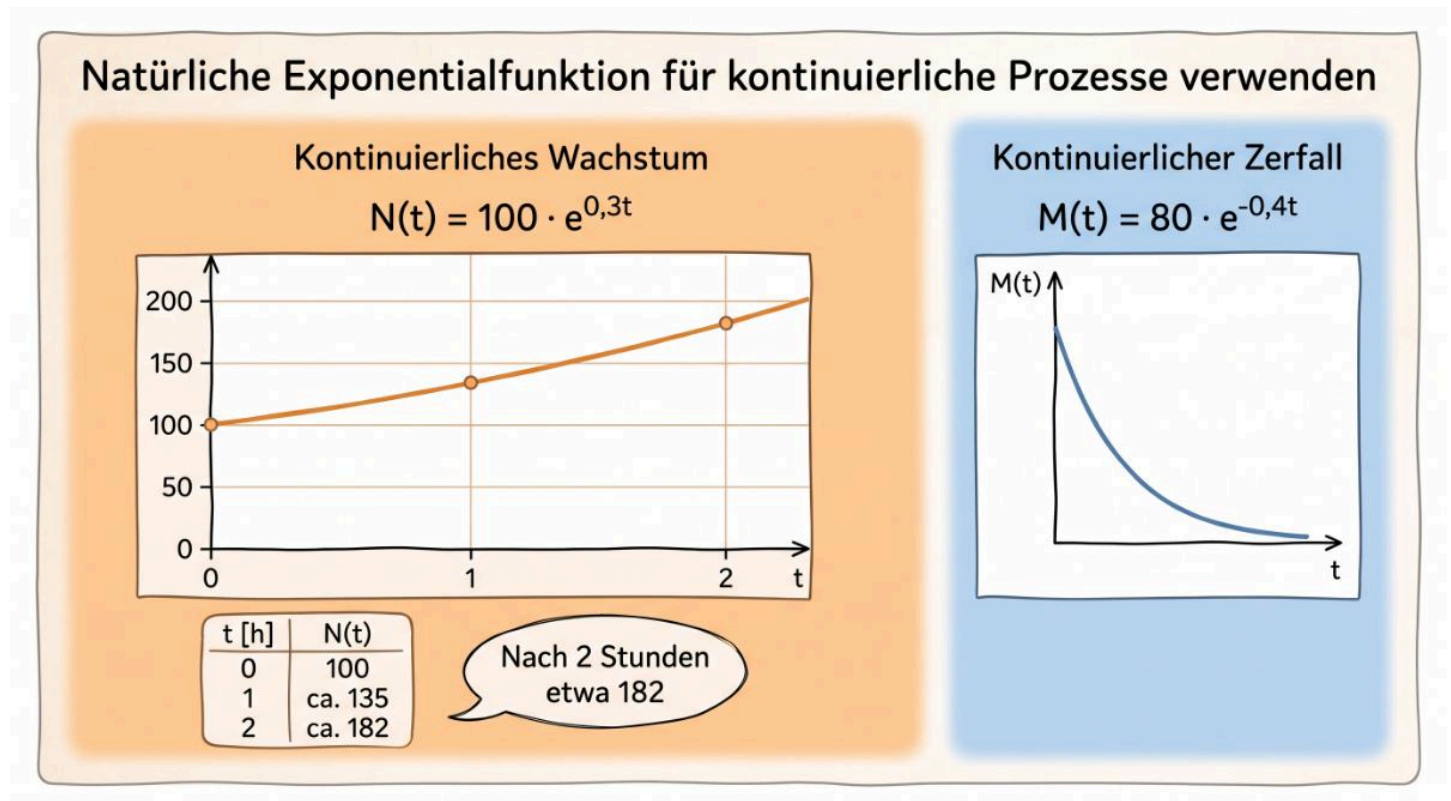
Natürliche Exponentialfunktion für kontinuierliche Prozesse verwenden

Lernziel-ID f05acdc5-4949-54c7-b8cd-56ddd1fbdbad

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann kontinuierliche Wachstums- oder Zerfallsprozesse mit konstanter relativer Änderungsrate durch Funktionen der Form $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$ modellieren und Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter exponentieller Funktionen interpretieren

S. 233

Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen

S. 234

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentielle Modelle auswerten](#) c87597fd-4d54-5e9a-a3d0-9a2943d8153c

Exponentialgleichungen lösen

Lernziel-ID d900e0a4-0c45-50dd-a37b-01f9f91a134c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle

Exponentialgleichungen lösen

$$3 \cdot 2^x = 48$$

↓ 1. Durch 3 teilen

$$2^x = 16$$

↓ 2. Exponenten finden

$$x = 4$$

↓ Überprüfung

$$3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48 \quad \checkmark$$

Mit Logarithmus

$$5 \cdot 1,2^x = 20 \Rightarrow 1,2^x = 4$$

$$\ln(1,2^x) = \ln(4)$$

$$x \cdot \ln(1,2) = \ln(4)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\ln(4)}{\ln(1,2)}$$

Wann wird der Zielwert erreicht?

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Gleichungen der Form $b \cdot a^x = c$ mithilfe logarithmischer Umformungen lösen, Ergebnisse überprüfen und in Sachsituationen interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielles Wachstum und Zerfall deuten

781f133a-08bb-54b9-8fda-efa2f8f9b12c

S. 232

Wird direkt vorausgesetzt von

Exponentielle Modelle anwenden

ab720920-90bc-53c2-a1f8-865dda92122d

S. 237

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Exponentielle Modelle anwenden

Lernziel-ID ab720928-9dbc-53c2-a1f8-865dda92122d

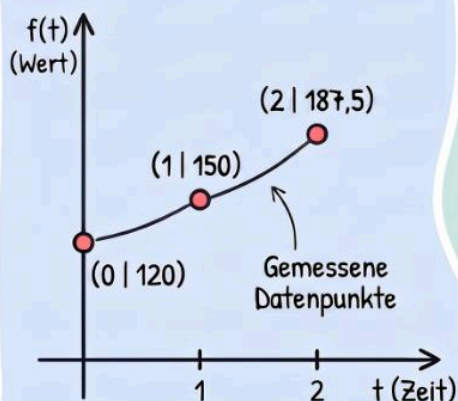
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

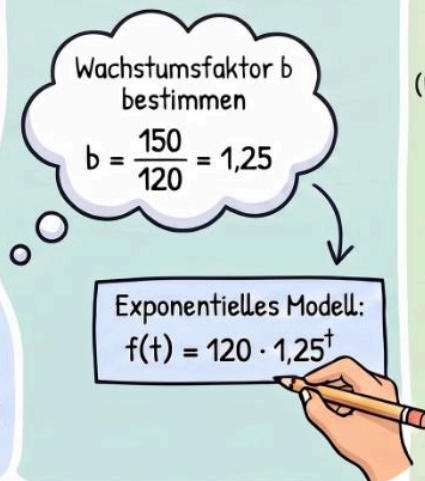
Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle

Exponentielle Modelle anwenden

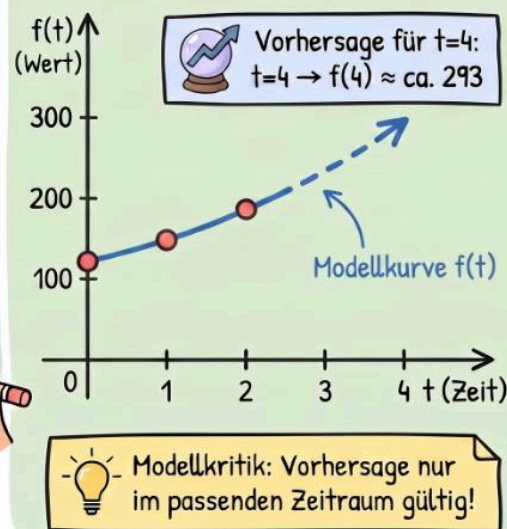
1. Messwerte (Daten)



2. Modell bestimmen



3. Visualisieren & Vorhersagen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geeignete Wachstums- oder Zerfallsdaten mit exponentiellen Funktionen modellieren, Parameter aus Messwerten bestimmen und unter den Annahmen des Modells Aussagen zur zukünftigen Entwicklung treffen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentialgleichungen lösen

d900e0a4-0c45-50dd-a37b-01f9f91a134c

S. 236

Wird direkt vorausgesetzt von

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren

4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

S. 321

Asymptotisches Verhalten von Wachstumsmodellen im Kontext deuten

886cae9c-a042-4a94-91f9-6dc184203c42

S. 323

Exponentielle, begrenzte und logistische Wachstumsmodelle vergleichen

848af536-c7e5-4df0-a4e9-d5d0ff15244c

S. 324

Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden

5fe4218e-4fb0-5339-8764-c989bfa244e

S. 334

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

[Exponentielle Modelle auswerten](#) c87597fd-4d54-5e9a-a3d0-9a2943d8153c

Exponential- und Potenzfunktionen asymptotisch vergleichen (LK)

Lernziel-ID 49f9059a-876c-5051-8146-d008b5cc691c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen >

Natürliche Exponentialfunktion, Logarithmus und Modelle

Exponential- und Potenzfunktionen asymptotisch vergleichen (LK)

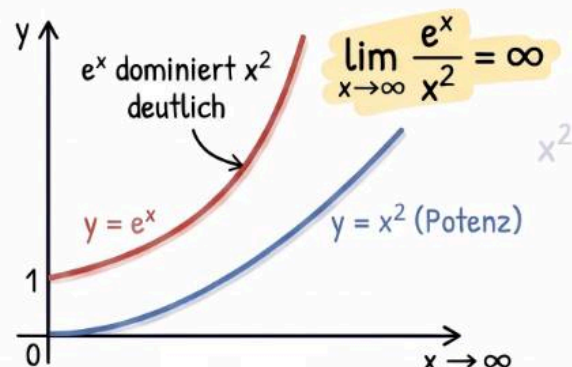
Wertetabelle für große x (Beispiel)

x	Potenzfunktion $y = x^2$ (blau)	Exponentialfunktion $y = e^x$ (rot)
1	1	≈ 2.7
2	4	≈ 7.4
5	25	≈ 148.4
10	100	≈ 22026

Für wachsende x steigen beide,
aber e^x explodiert im Vergleich.

Wächst viel
schneller!

Schematische Grafik: Asymptotisches Verhalten



„Für $x \geq 0$ liegt e^x über x^2 .
Für $x \rightarrow \infty$ wird das Verhältnis $\frac{e^x}{x^2}$ beliebig groß.“

Merksatz: Exponentialfunktion dominiert Potenzfunktion im Unendlichen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Wachstum der natürlichen Exponentialfunktion mit Potenzfunktionen vergleichen und Grenzwertverhalten im Unendlichen plausibel begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen

S. 234

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

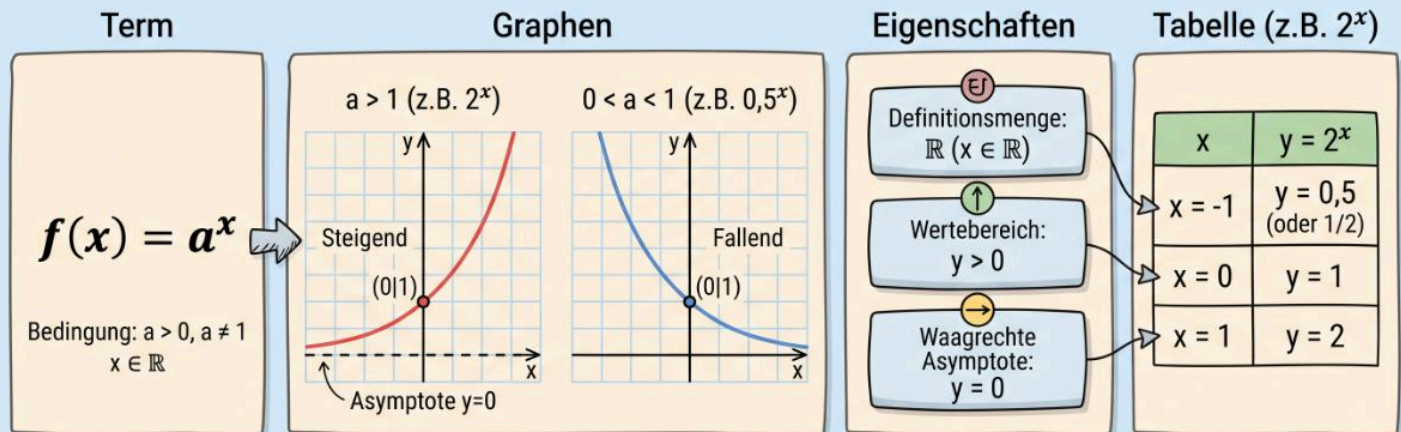
Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben

Lernziel-ID 8fa32a68-46eb-414e-8292-a4c4052b2522

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben und typische Merkmale in Term, Tabelle und Graph fachlich zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Wird direkt vorausgesetzt von

Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion erläutern

3a5bf7e5-aacf-4666-b4fa-9868a1e6fcfb

S. 240

Exponentialfunktionen für Wachstums- und Zerfallsvorgänge nutzen

fec30a5a-835a-4932-a436-d83549029486

S. 243

Parameter von $f(x) = a \cdot b^x + c$ deuten

dc69a261-31c9-5c6b-af71-ae27877a3dc1

S. 244

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

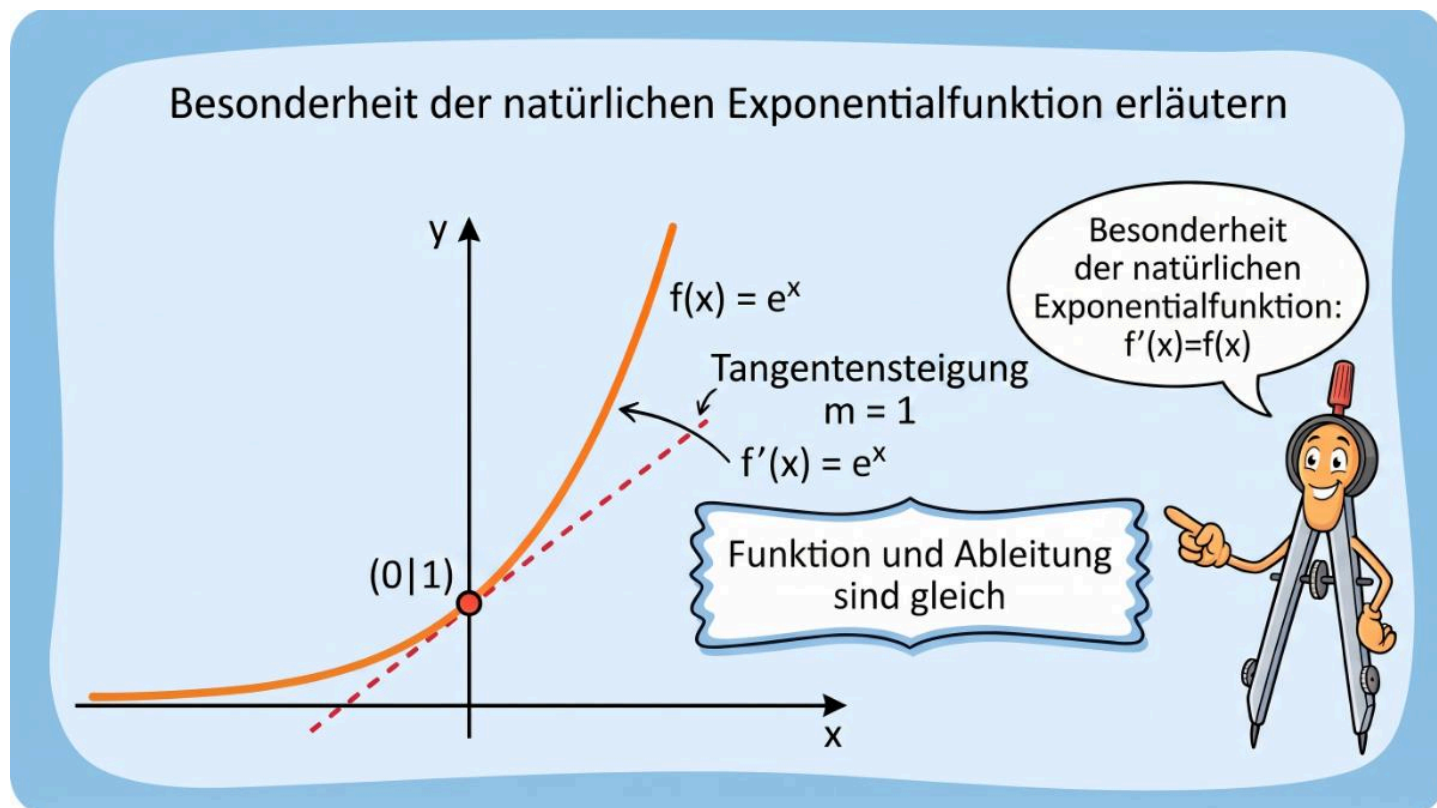
[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion erläutern

Lernziel-ID 3a5bf7e5-aacf-4666-b4fa-9868a1e6fcfb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion $f(x) = e^x$ erläutern, dass an jeder Stelle die Tangentensteigung mit dem Funktionswert übereinstimmt.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben

8fa32a68-46eb-414e-8292-a4c4052b2522

S. 239

Wird direkt vorausgesetzt von

Ableitungen von e^x und a^x verwenden

c3c057a3-caf9-44a5-ae60-639e3119e94a

S. 241

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3 [Exponentielle Modelle auswerten](#) c87597fd-4d54-5e9a-a3d0-9a2943d8153c

Ableitungen von e^x und a^x verwenden

Lernziel-ID c3c057a3-caf9-44a5-ae60-639e3119e94a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

Ableitungen von e^x und a^x verwenden

Ableitung von e^x (Natürliche Exponentialfunktion)

$$(e^x)' = e^x$$

$e^x \rightarrow e^x$

Funktion bleibt gleich

Beispiel 2^x

$$(2^x)' = 2^x \cdot \ln(2)$$

Ableitung von a^x (Allgemeine Exponentialfunktion)

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$$

$a^x = e^{x \cdot \ln(a)}$

$$(a^x)' = (e^{x \cdot \ln(a)})'$$

Kettenregel

$$= e^{x \cdot \ln(a)} \cdot \ln(a)$$

$$= a^x \cdot \ln(a)$$

innere
Ableitung: $\ln(a)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Ableitungsfunktionen von e^x und a^x in passenden mathematischen oder anwendungsbezogenen Aufgaben nutzen und die Ergebnisse fachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion erläutern

3a5bf7e5-aacf-4666-b4fa-9868a1e6fcfb

S. 240

Wird direkt vorausgesetzt von

Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen strukturieren

1341c20b-87ab-51e7-bd4a-50166c27806e

S. 246

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Lernzielseite 241 von 797

Buch-Digest
sha256:03d3f2a797149d485b852cc252c5b7076bb5d3a9ec890089a2390d27cd5c7253

Ziel-Fingerprint
sha256:d6df97ed81f86a231b7451728aa7eded9fc81f632f8b8f8a4727686eb0eff2d6

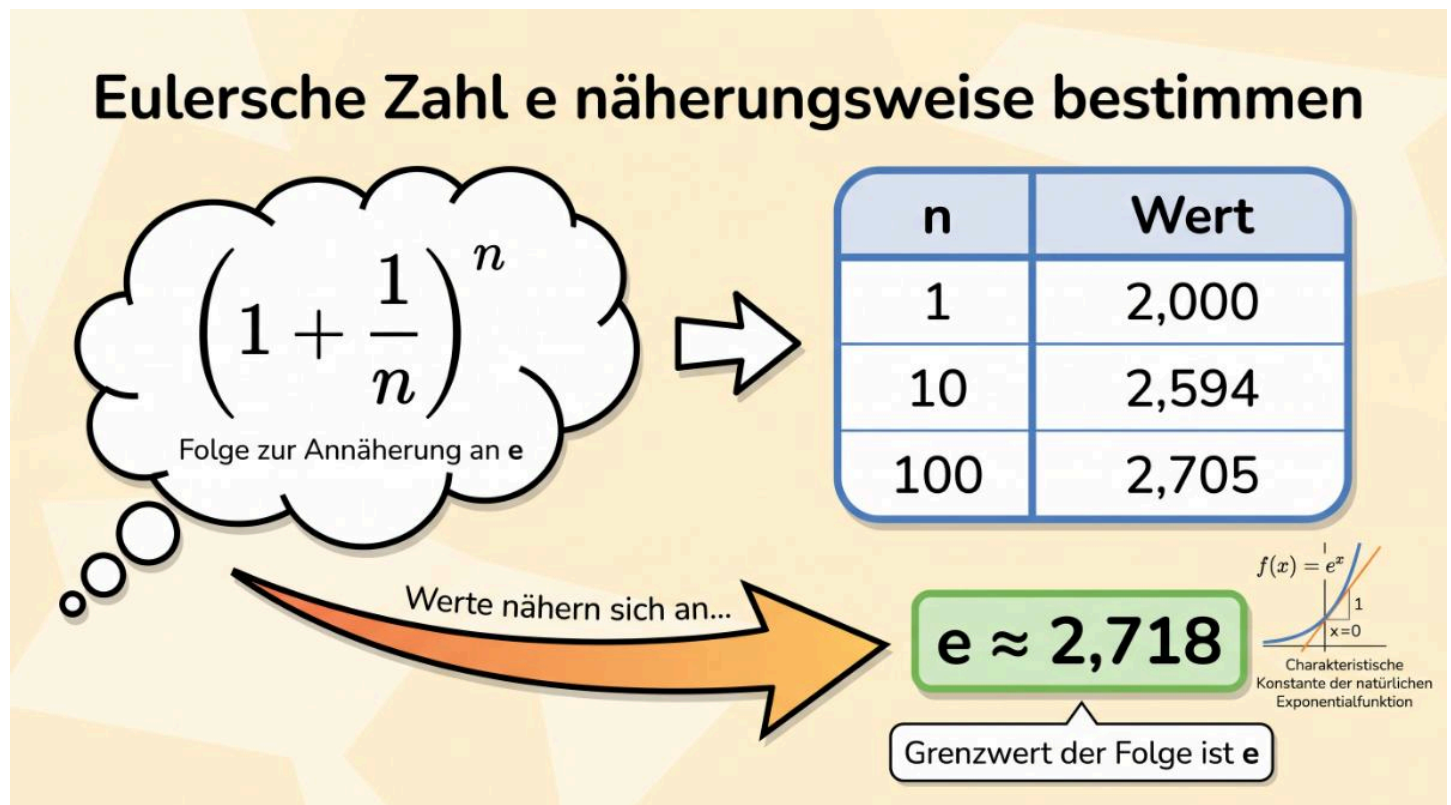
[Feedback zu diesem Lernziel](#)

Eulersche Zahl e näherungsweise bestimmen

Lernziel-ID ccd47872-4d9d-44db-8c8d-eda24019b502

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die eulersche Zahl e in einfachen Kontexten näherungsweise bestimmen und den Näherungswert als charakteristische Konstante der natürlichen Exponentialfunktion einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter exponentieller Funktionen interpretieren

346efb31-c400-5bd3-a698-dd9a7e1bc3f7

S. 233

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK)

3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd

S. 281

Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK)

1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53

S. 282

Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK)

315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a

S. 283

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

[Exponentielle Modelle auswerten](#) c87597fd-4d54-5e9a-a3d0-9a2943d8153c

Exponentialfunktionen für Wachstums- und Zerfallsvorgänge nutzen

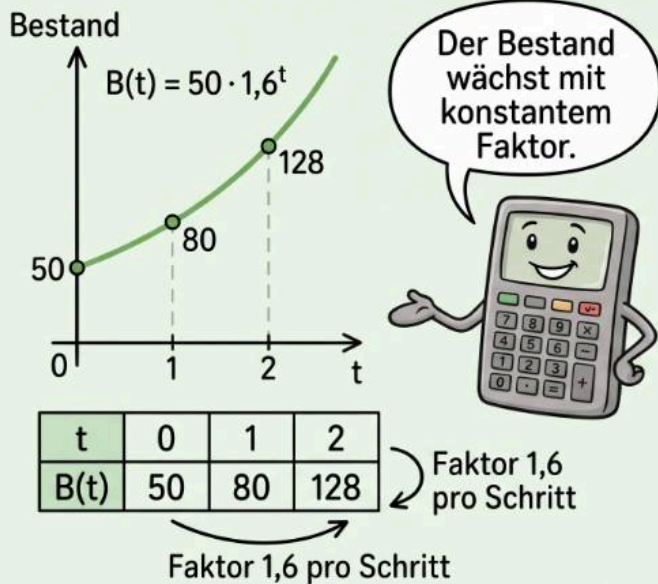
Lernziel-ID fec30a5a-835a-4932-a436-d83549029486

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

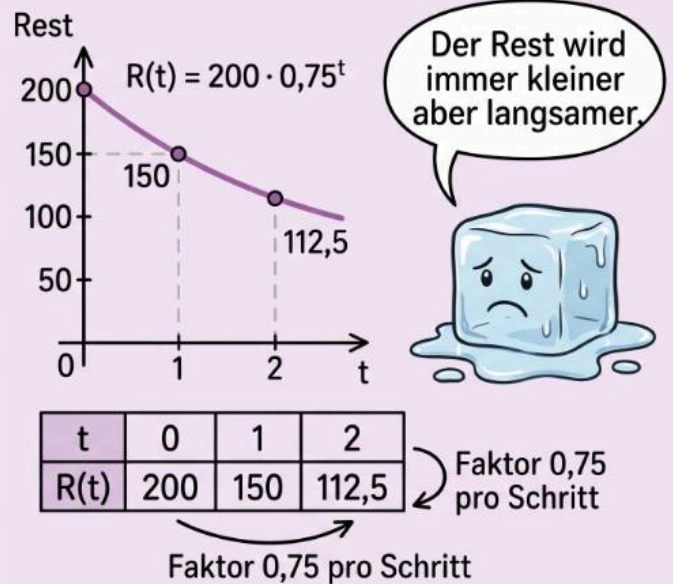
Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

Exponentialfunktionen für Wachstum und Zerfall verwenden

UNBEGRENZTES WACHSTUM



BEGRENZTER ZERFALL



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Exponentialfunktionen zur Beschreibung begrenzter und unbegrenzter Wachstums- und Zerfallsvorgänge verwenden und Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben

8fa32a68-46eb-414e-8292-a4c4052b2522

S. 239

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentielle Modelle auswerten](#) c87597fd-4d54-5e9a-a3d0-9a2943d8153c

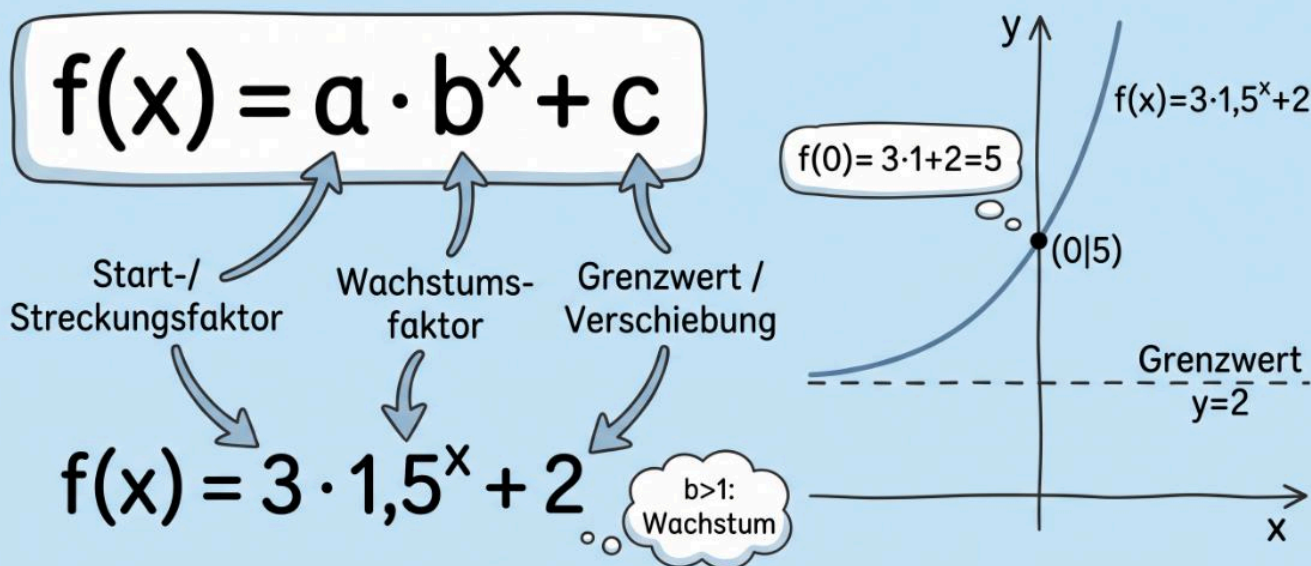
Parameter von $f(x) = a \cdot b^x + c$ deuten

Lernziel-ID dc69a261-31c9-5c6b-af71-ae27877a3dc1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

Parameter von $f(x) = a \cdot b^x + c$ deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x + c$ die Bedeutung von Anfangs- bzw. Streckungsfaktor, Wachstums- oder Zerfallsfaktor und vertikaler Verschiebung beziehungsweise Grenzwert im Kontext erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielles Wachstum und Zerfall deuten

S. 232

Eigenschaften exponentieller Funktionen der Form a^x beschreiben

S. 239

Wird direkt vorausgesetzt von

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren

S. 321

Exponentielle, lineare und quadratische Modelle vergleichen

S. 791

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

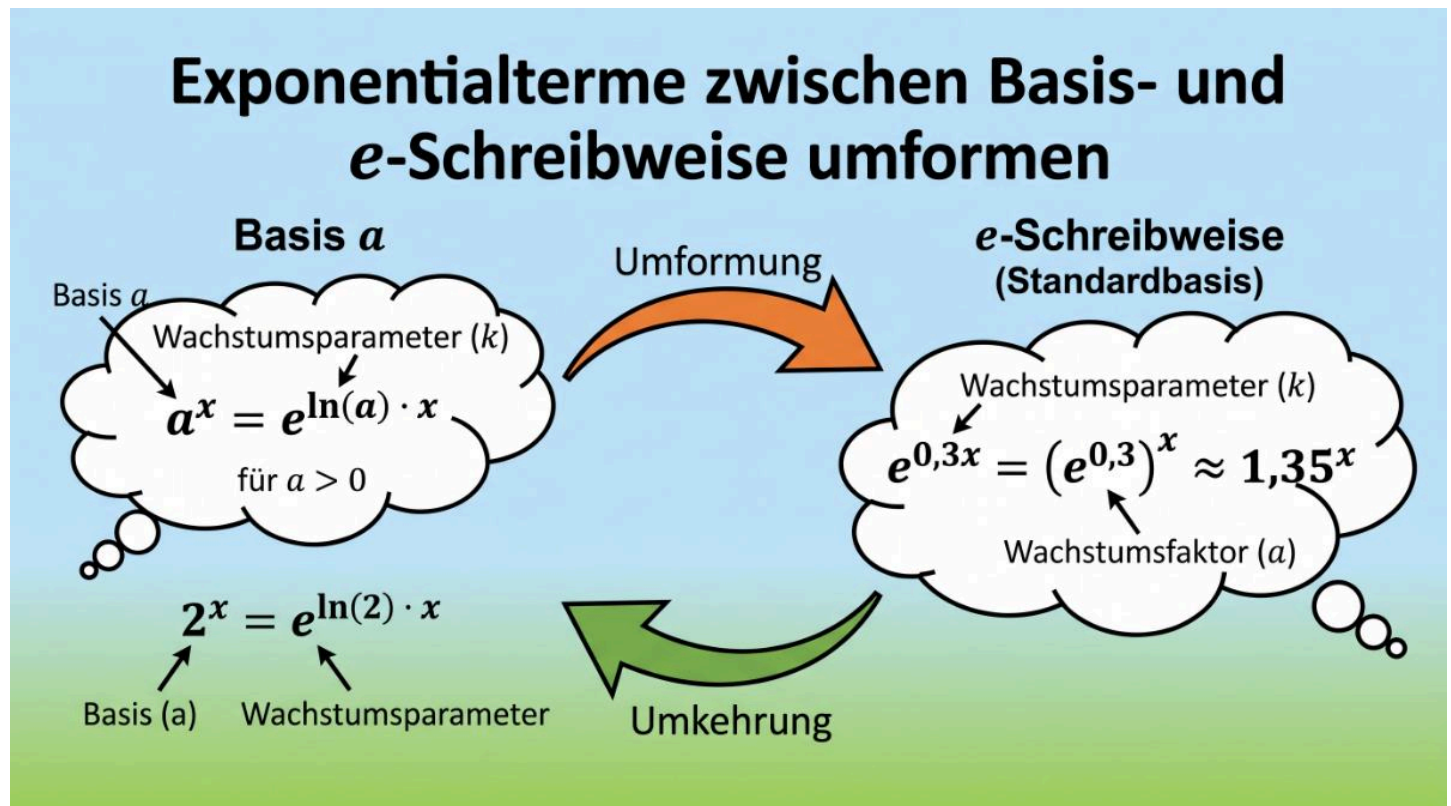
[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Exponentialfunktionen in e-Schreibweise umformen

Lernziel-ID 9db266a2-1889-5792-82b0-a7463f0832f1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Exponentialfunktionen zwischen Darstellungen mit beliebiger Basis und der Standardbasis e umformen und den Wachstumsfaktor beziehungsweise Wachstumsparameter aus der jeweils anderen Darstellung bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter exponentieller Funktionen interpretieren 346efb31-c400-5bd3-a698-dd9a7e1bc3f7	S. 233	Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen 628928a6-4f48-54dc-952d-dec0e69dc856	S. 234
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Produkt- und Kettenregel bei Exponentialverknüpfungen anwenden d0a9e407-e654-5948-958f-6f608bf3d654	S. 248
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen strukturieren

Lernziel-ID 1341c20b-87ab-51e7-bd4a-50166c27806e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen strukturieren

Summe	Produkt	Verkettung
$f(x) = x^2 + e^x$ zwei Summanden	$u(x) = x^2$ $v(x) = e^x$ $g(x) = u(x) \cdot v(x) = x^2 \cdot e^x$	innen: $u(x) = 2x + 1$ außen: $F(u) = e^u$ $h(x) = F(u(x)) = e^{(2x+1)}$

Erst Struktur erkennen, dann Regel wählen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produkte, Summen und Verkettungen aus ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erkennen, in ihre Teilfunktionen zerlegen und passende Ableitungsregeln vorbereiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen ableiten 623cd47f-6f9e-58a7-911c-69e4a8609a27	S. 214	Ableitungen von e^x und a^x verwenden c3c057a3-caf9-44a5-ae60-639e3119e94a	S. 241
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Produkt- und Kettenregel an Beispielen überprüfen 864f9a45-badf-5a31-88d3-da4525808c2d	S. 247	Produkt- und Kettenregel bei Exponentialverknüpfungen anwenden d0a9e407-e654-5940-958f-6f008bf3d654	S. 248
--	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

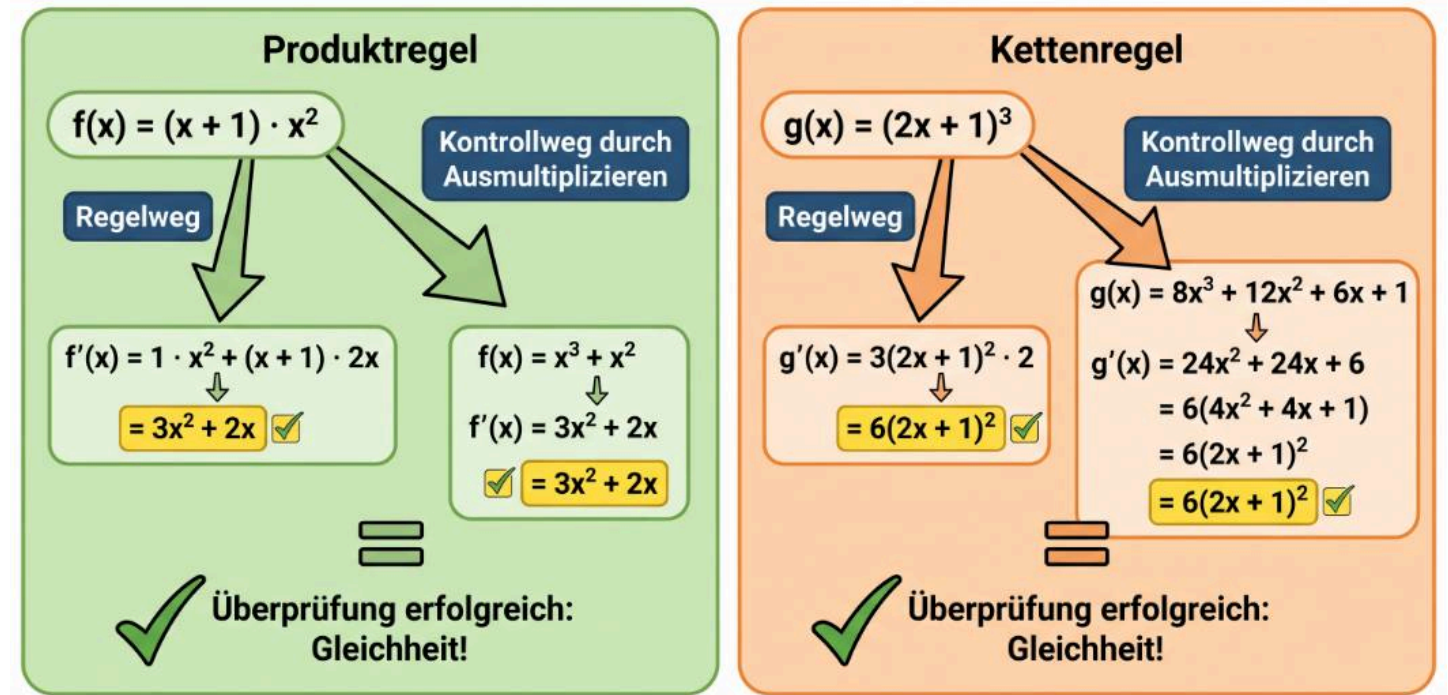
Produkt- und Kettenregel an Beispielen überprüfen

Lernziel-ID 864f9a45-badf-5a31-88d3-da4525808c2d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

Produkt- und Kettenregel überprüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produkt- und Kettenregel an konkreten Beispielen durch Ausmultiplizieren, alternative Ableitungswege oder numerisch-grafische Kontrollen überprüfen und die Regelstruktur erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen strukturieren
1341c20b-87ab-51e7-bd4a-50166c27806e

S. 246

Wird direkt vorausgesetzt von

Produkt- und Kettenregel bei Exponentialverknüpfungen anwenden
d0a9e407-e654-5940-958f-6f608bf3d654

S. 248

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Produkt- und Kettenregel bei Exponentialverknüpfungen anwenden

Lernziel-ID d0a9e407-e654-5940-958f-6f608bf3d654

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen

PRODUKT- UND KETTENREGEL BEI EXPONENTIALVERKNÜPFUNGEN ANWENDEN

KETTENREGEL (VERKETTUNG)

 $f(x) = 3e^{(2x-1)} + 4$

Struktur: Äußere Funktion e^u mit innerer Funktion $u = 2x - 1$

Innere Ableitung $(2x - 1)' = 2$
Äußere Ableitung $(3e^u)' = 3e^u$

$f'(x) = (\text{Innere Ableitung}) \cdot (\text{Äußere Ableitung})$
 $f'(x) = 2 \cdot 3e^{(2x-1)} + 0$

$f'(x) = 6e^{(2x-1)}$ Innere Ableitung nicht vergessen!

PRODUKTREGEL (MULTIPLIKATION)

 $g(x) = (2x + 1)e^x$

Struktur: Produkt zweier Faktoren u und v

$u = 2x + 1$ $v = e^x$
 $u' = 2$ $v' = e^x$

$g'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$
 $g'(x) = 2 \cdot e^x + (2x + 1) \cdot e^x$
 $g'(x) = 2e^x + (2x + 1)e^x$

REGEL PASSEND ZUR STRUKTUR WÄHLEN

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produkt- und Kettenregel bei Funktionen der Typen $f(x) = a \cdot e^{kx+c} + b$ und $f(x) = (ax + b) \cdot e^{kx}$ anwenden, Ableitungen berechnen und Ergebnisse in Funktionsuntersuchungen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentialfunktionen in e-Schreibweise umformen 9db266a2-1889-5792-82b0-a7463f0832f1	S. 245	Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen strukturieren 1341c20b-87ab-51e7-bd4a-50166c27806e	S. 246	Produkt- und Kettenregel an Beispielen überprüfen 864f9a45-badf-5a31-88d3-da4525808c2d	S. 247
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Transformierte Exponential- und trigonometrische Funktionen integrieren 23589682-2028-54cb-9034-b468b42688f1	S. 299
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Bogenmaß in periodischen Prozessen nutzen

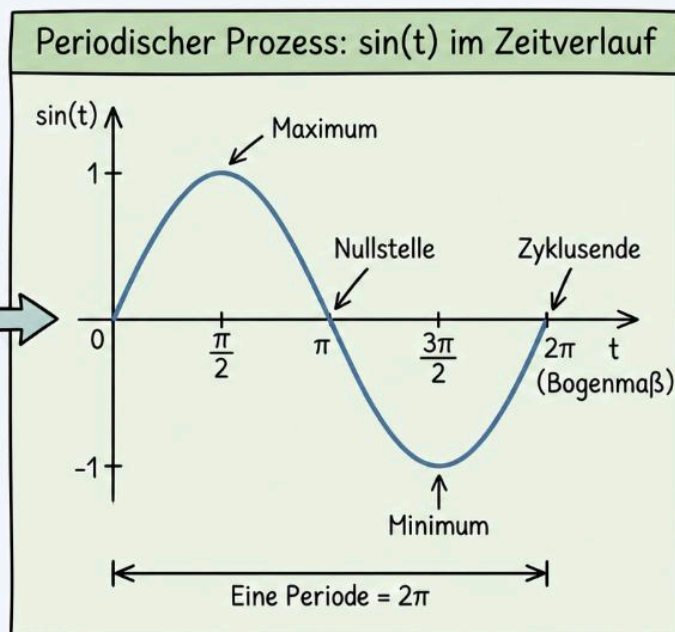
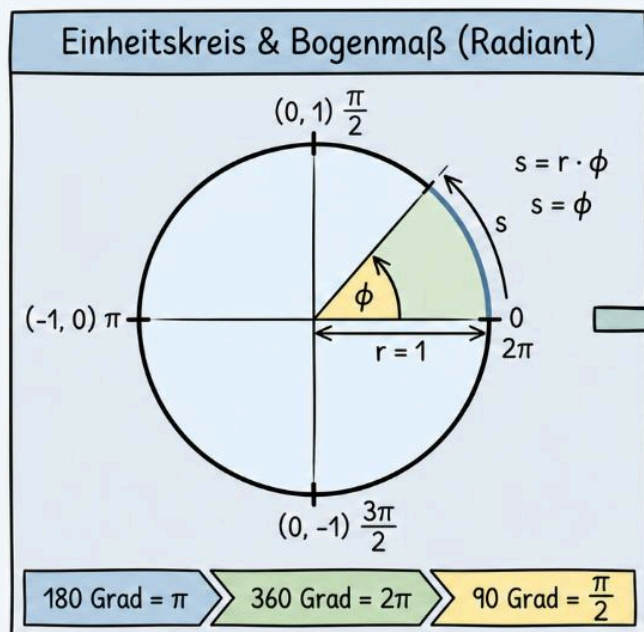
Lernziel-ID cdf49335-cebf-54b4-9f52-50d5badabe2f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen

Bogenmaß in periodischen Prozessen nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Bogenmaß als Winkelmaß in trigonometrischen Funktionstermen verwenden, zwischen Grad- und Bogenmaß wechseln und Bogenmaßangaben im Verlauf periodischer Prozesse deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Sinus- und Kosinusfunktionen verstehen

bbe7cf2-90fa-59fa-a115-8b651aab9231

S. 250

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

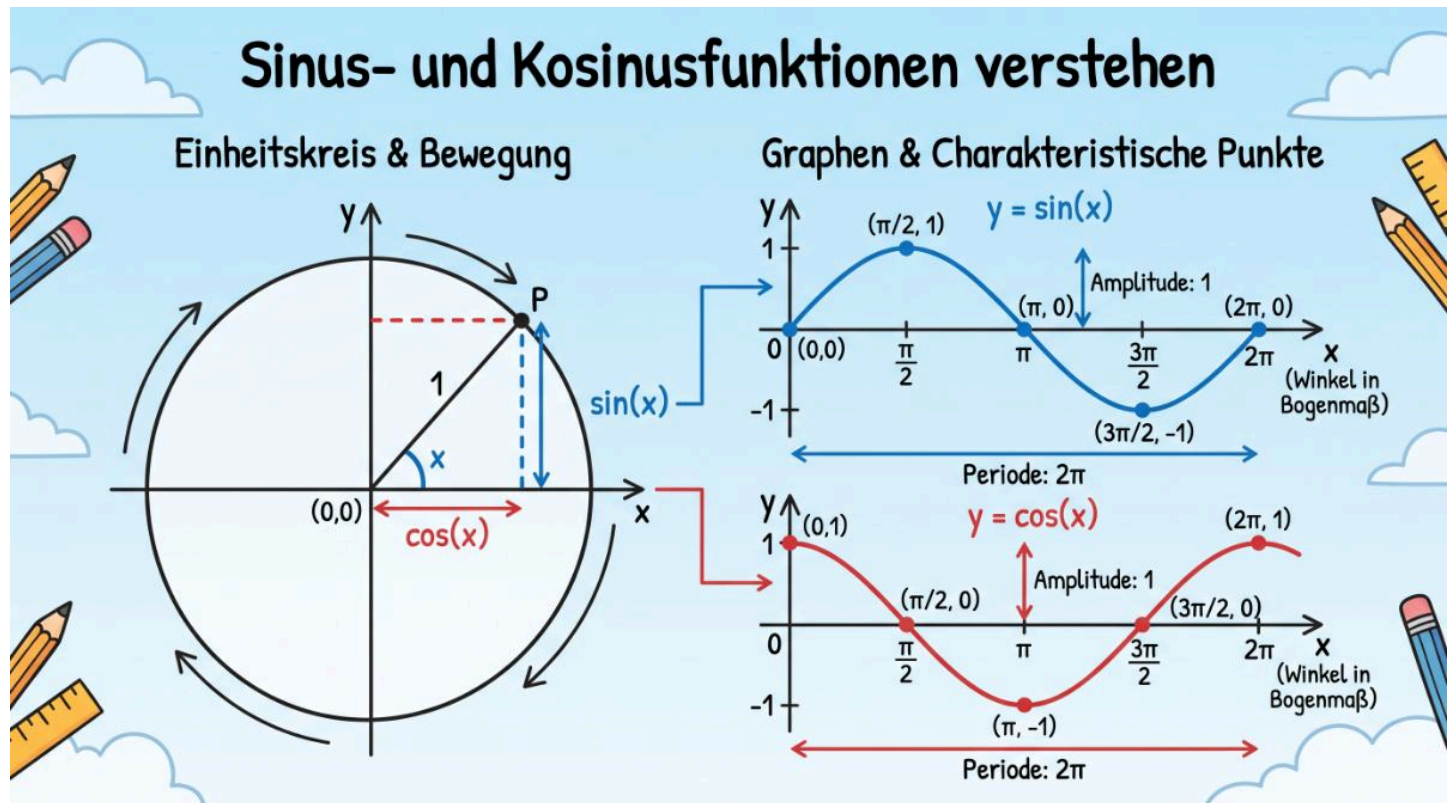
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

Sinus- und Kosinusfunktionen verstehen

Lernziel-ID bbef7cf2-90fa-59fa-a115-8b651aab9231

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen > Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erklären, wie Sinus- und Kosinusfunktionen als Koordinatenverläufe einer Kreisbewegung entstehen, ihre Graphen skizzieren sowie Amplitude und Nullstellen als charakteristische Merkmale benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bogenmaß in periodischen Prozessen nutzen

cdf49335-cebf-54b4-9f52-50d5badabe2f

S. 249

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter periodischer Funktionen deuten

ea8e3dfb-7fd7-5d49-ae07-01864e6aa464

S. 251

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kreisbewegung, periodische Modellierung und trigonometrische Ableitungen verknüpfen](#) 2c30949d-0381-5d32-81cf-c6eac7711399

Parameter periodischer Funktionen deuten

Lernziel-ID ea8e3dfb-7fd7-5d49-ae07-01864e6aa464

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

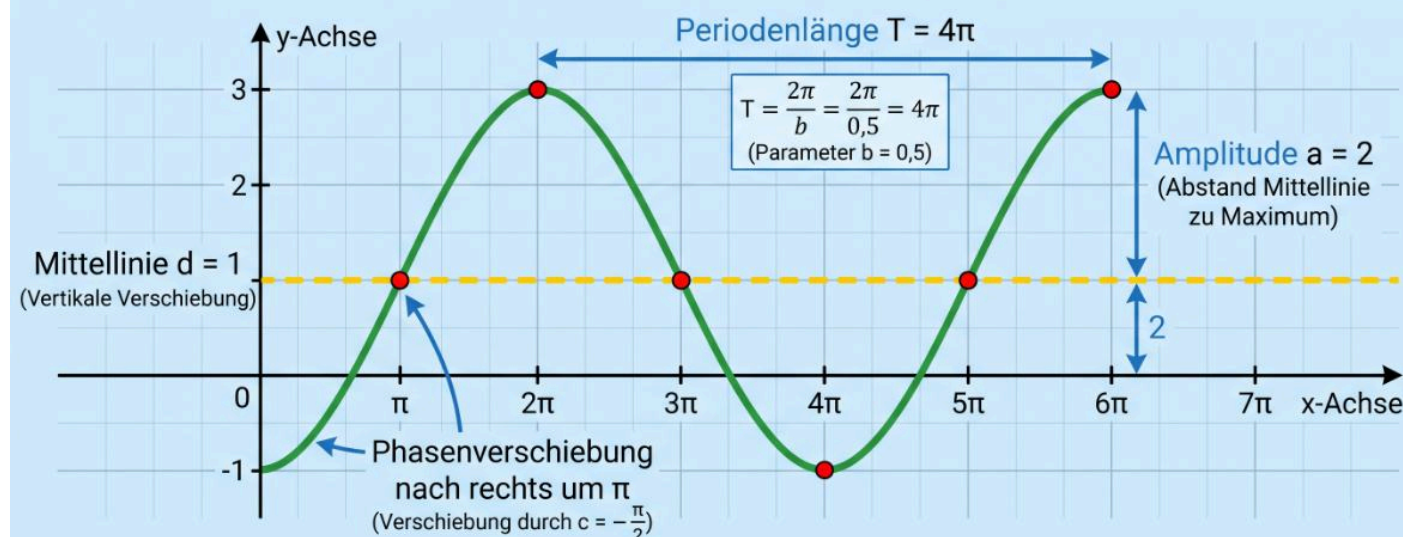
Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen

Parameter periodischer Funktionen deuten

Allgemeine Form: $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$

Beispiel: $y = 2 \cdot \sin\left(0,5x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Amplitude, Periodenlänge, Phasenverschiebung und vertikale Verschiebung interpretieren und entsprechende Parameter in Termen $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinusfunktionen verstehen

bbef7cf2-90fa-59fa-a115-8b651aab9231

S. 250

Wird direkt vorausgesetzt von

Charakteristische Punkte
trigonometrischer Funktionen
mit Symmetrie bestimmen

S. 252

eda3a298-4965-525e-878d-
f05b9e2d4503

Ableitungen von Sinus- und
Kosinusfunktionen herleiten

S. 253

e28e906e-e4f4-5cb1-b4b1-
9bdc67d2ef32

Transformierte Sinus- und
Kosinusfunktionen mit der
Kettenregel ableiten

S. 256

58d2f963-4fb9-550d-a832-
f5ac60808900

Trigonometrische
Gleichungen lösen

S. 257

ecd13e54-ab0e-550f-9400-
66e13306635d

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Trigonometrische Modelle bearbeiten](#) 3b1f0646-fd0e-5d9d-b515-a5a45417a005

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafcf0951

Charakteristische Punkte trigonometrischer Funktionen mit Symmetrie bestimmen

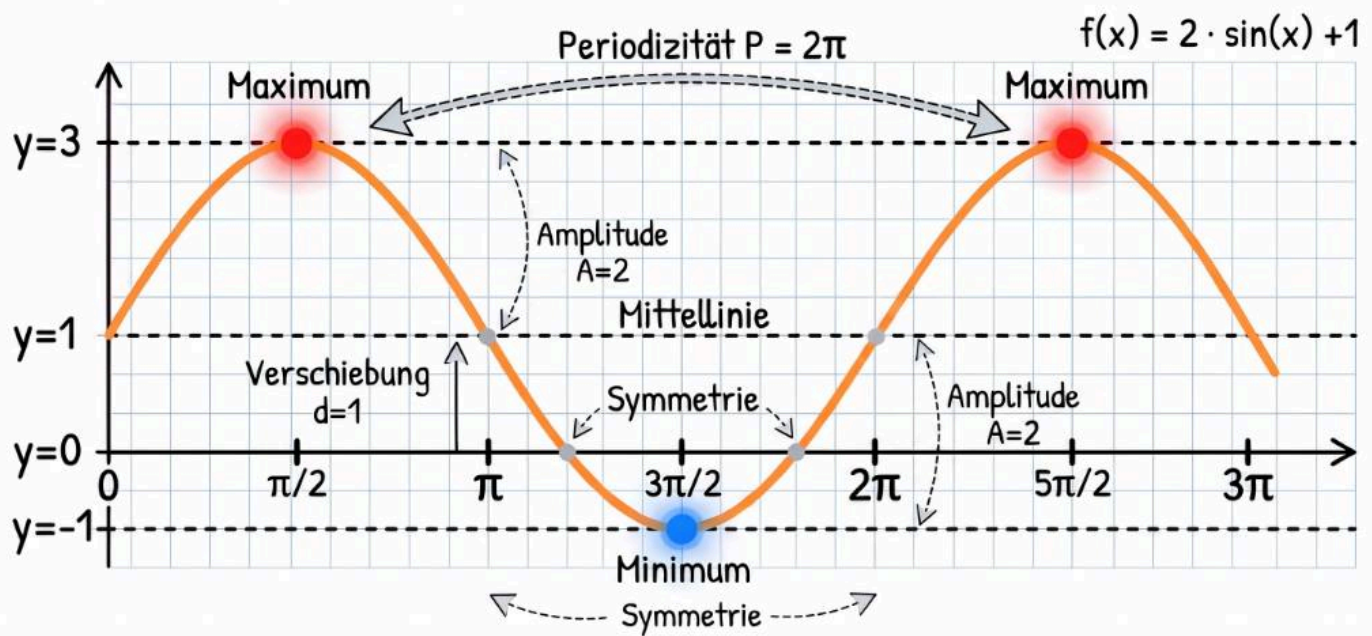
Lernziel-ID eda3a298-4965-525e-878d-f05b9e2d4503

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen

Charakteristische Punkte trigonometrischer Funktionen mit Symmetrie bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Sinus- und Kosinusfunktionen Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte ohne Differenzialrechnung aus Periodizität, Amplitude, Verschiebungen und Symmetrieargumenten bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter periodischer Funktionen deuten

ea8e3dfb-7fd7-5d49-ae07-01864e6aa464

S. 251

Wird direkt vorausgesetzt von

Ableitungen von Sinus und Kosinus grafisch begründen

2411b2e9-75d7-5e8f-8eb4-f37c4ac555c2

S. 254

Trigonometrische Gleichungen lösen

ecd13e54-ab0e-550f-9400-66e13306635d

S. 257

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

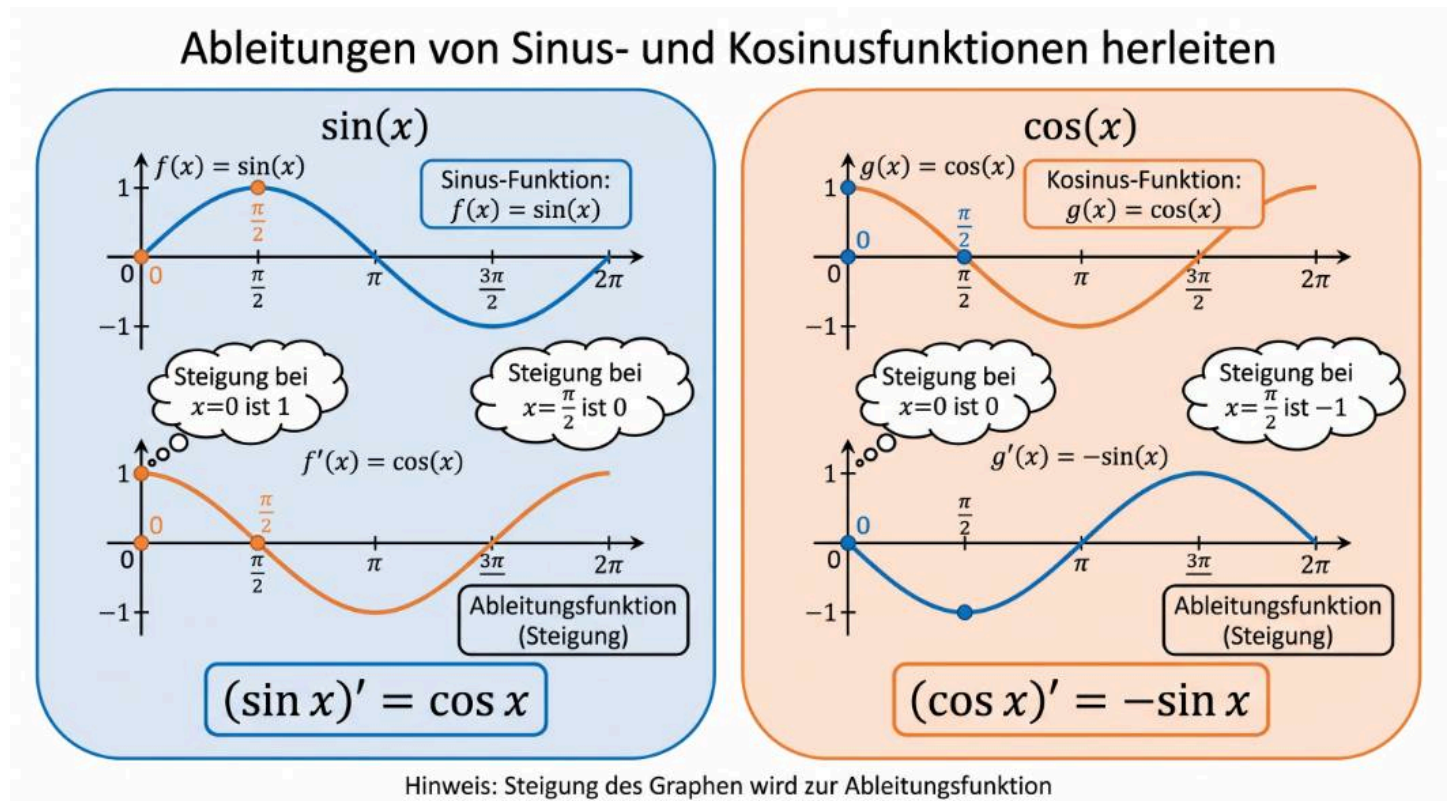
Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen herleiten

Lernziel-ID e28e906e-e4f4-5cb1-b4b1-9bdc67d2ef32

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann im Bogenmaß die Ableitungsregeln $(\sin x)' = \cos x$ und $(\cos x)' = -\sin x$ mithilfe geometrischer Argumente oder Grenzwertüberlegungen herleiten und insbesondere das Minuszeichen der Kosinusableitung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grenzwerte des Differenzenquotienten bestimmen b42bdfcc-3db7-5697-8b3e-69e50962ca86	S. 209	Parameter periodischer Funktionen deuten ea8e3dfb-7fd7-5d49-ae07-01864e6aa464	S. 251
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Ableitungen von Sinus und Kosinus grafisch begründen 2411b2e9-75d7-5e8f-8eb4-f37c4ac555c2	S. 254	Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen anwenden 3401d95d-2191-5929-ac78-4de51d71a6be	S. 255
---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kreisbewegung, periodische Modellierung und trigonometrische Ableitungen verknüpfen](#) 2c30949d-0381-5d32-81cf-c6eac7711399

Ableitungen von Sinus und Kosinus grafisch begründen

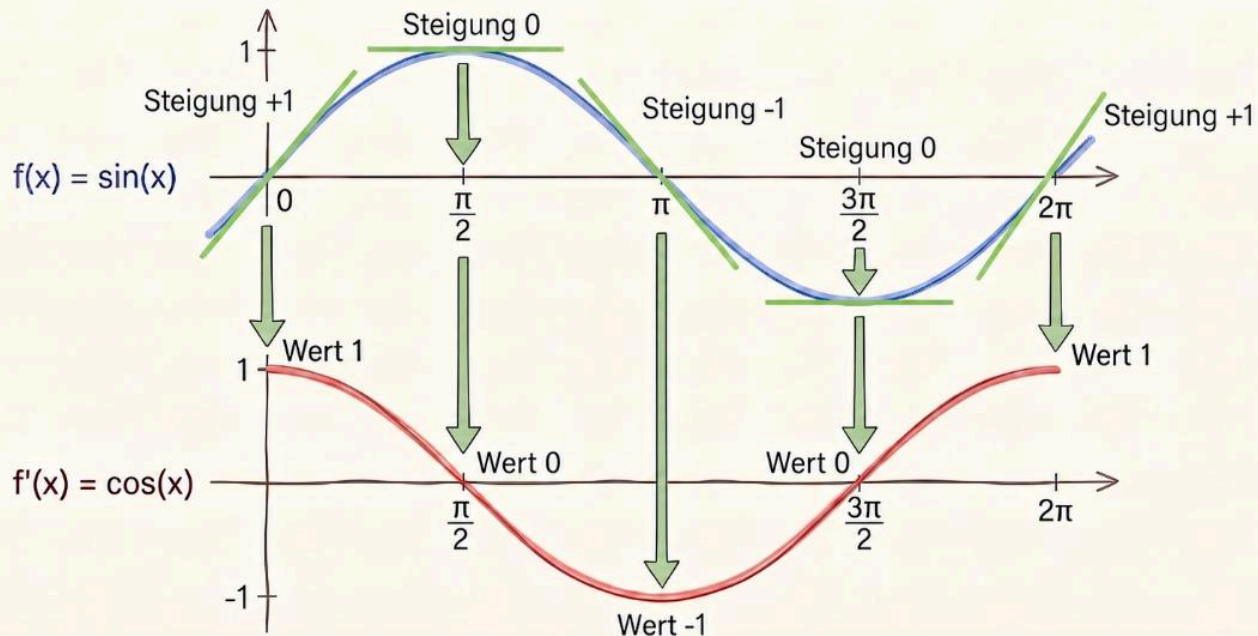
Lernziel-ID 2411b2e9-75d7-5e8f-8eb4-f37c4ac555c2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen

Ableitungen von Sinus und Kosinus grafisch begründen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus dem Verlauf der Sinus- und Kosinusgraphen die Ableitungsfunktionen durch grafisches Differenzieren begründen und die Vorzeichen- und Extremstellenzusammenhänge erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Charakteristische Punkte trigonometrischer Funktionen mit Symmetrie bestimmen

S. 252

Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen herleiten

S. 253

Wird direkt vorausgesetzt von

Transformierte Sinus- und Kosinusfunktionen mit der Kettenregel ableiten

S. 256

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen anwenden

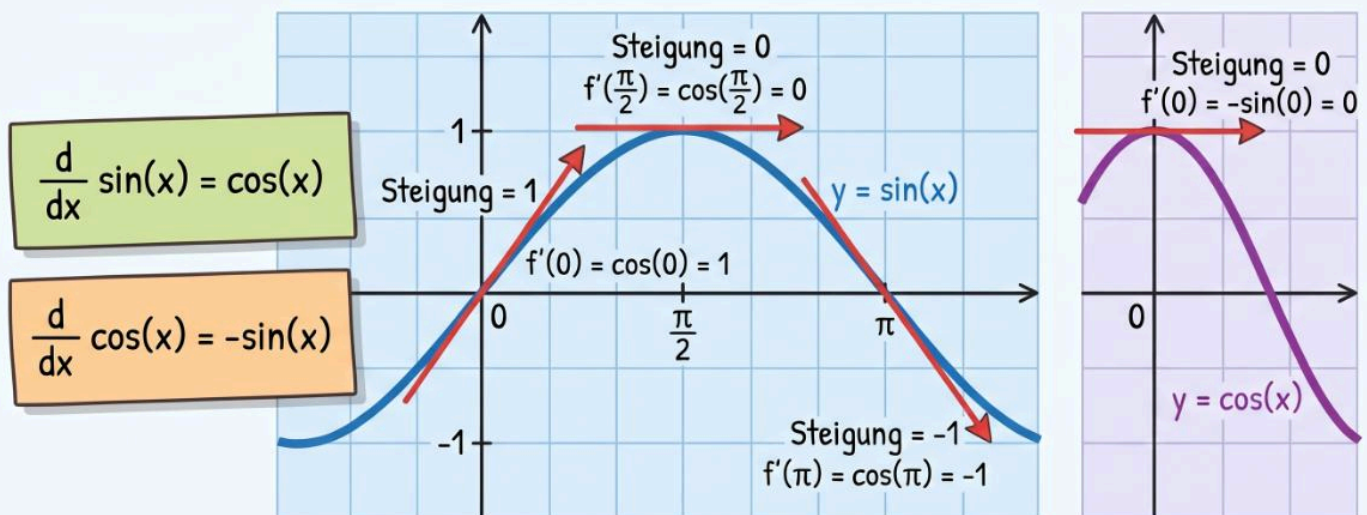
Lernziel-ID 3401d95d-2191-5929-ac78-4de51d71a6be

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen

Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen anwenden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Ableitungsregeln für Sinus und Kosinus anwenden, um bei Funktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(x) + d$ beziehungsweise $f(x) = a \cdot \cos(x) + d$ die Ableitungsfunktion und an vorgegebenen Stellen die Tangentensteigung zu bestimmen sowie die Ergebnisse am Graphen zu überprüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen
858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen herleiten
e28e906e-e4f4-5cb1-b4b1-9bdc67d2ef32

S. 253

Wird direkt vorausgesetzt von

Transformierte Sinus- und Kosinusfunktionen mit der Kettenregel ableiten
58d2f963-4fb9-550d-a832-f5ac60808900

S. 256

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kreisbewegung, periodische Modellierung und trigonometrische Ableitungen verknüpfen](#) 2c30949d-0381-5d32-81cf-c6eac7711399

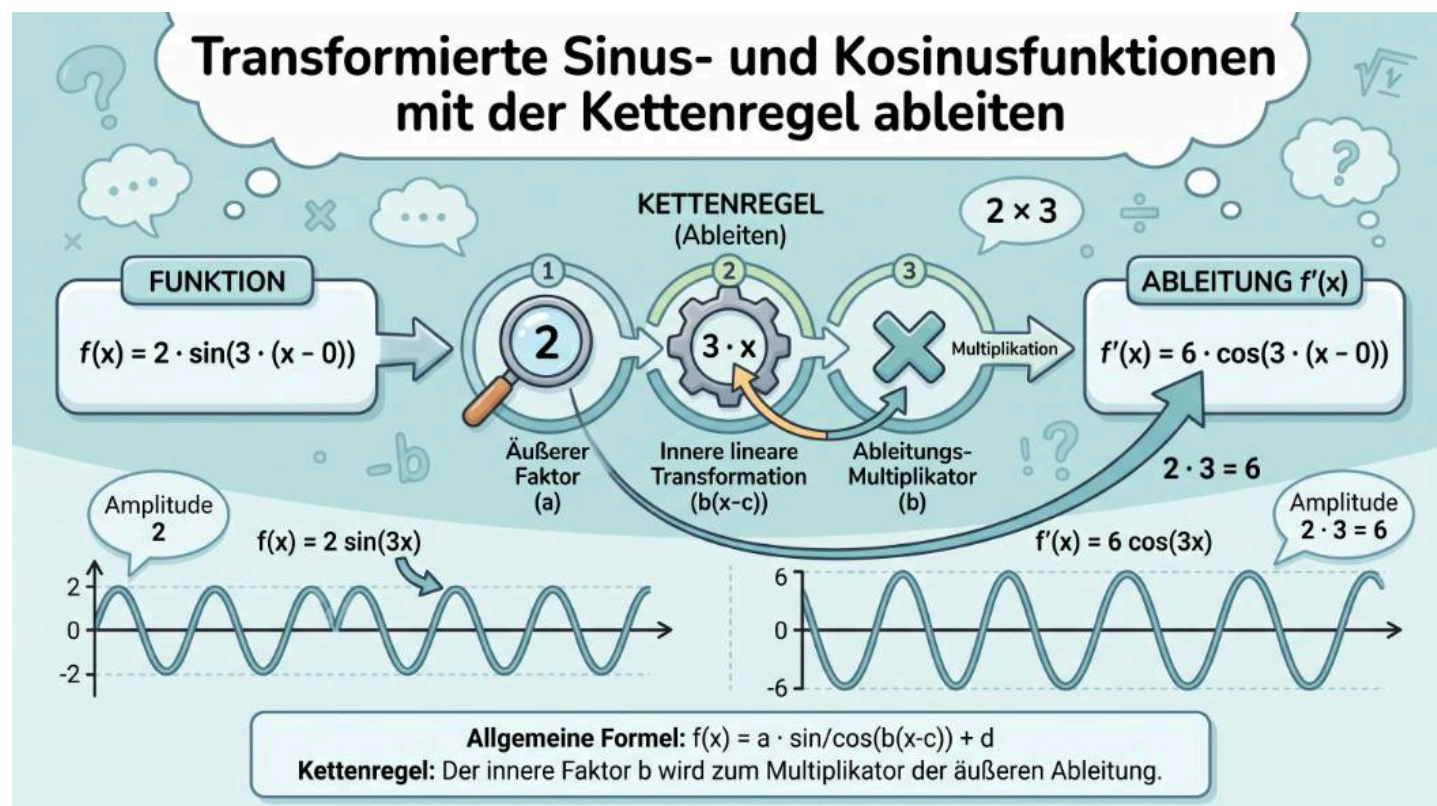
Transformierte Sinus- und Kosinusfunktionen mit der Kettenregel ableiten

Lernziel-ID 58d2f963-4fb9-550d-a832-f5ac60808900

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$ beziehungsweise $f(x) = a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) + d$ mit der Kettenregel ableiten und die Bedeutung der inneren linearen Transformation für die Ableitung erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter periodischer Funktionen deuten ea8e3dfb-7fd7-5d49-ae07-01864e6aa464	S. 251	Ableitungen von Sinus und Kosinus grafisch begründen 2411b2e9-75d7-5e8f-8eb4-f37c4ac555c2	S. 254	Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen anwenden 3401d95d-2191-5929-ac78-4de51d71a6be	S. 255
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Ableitungswerte trigonometrischer Modelle im Kontext interpretieren 6acd79f5-9447-5ea1-8127-6dbb72bd057d	S. 259	Transformierte Exponential- und trigonometrische Funktionen integrieren 23589682-2028-54cb-9034-b468b42688f1	S. 299
--	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kreiselbewegung, periodische Modellierung und trigonometrische Ableitungen verknüpfen](#)
 2c30949d-0381-5d32-81cf-c6eac7711399

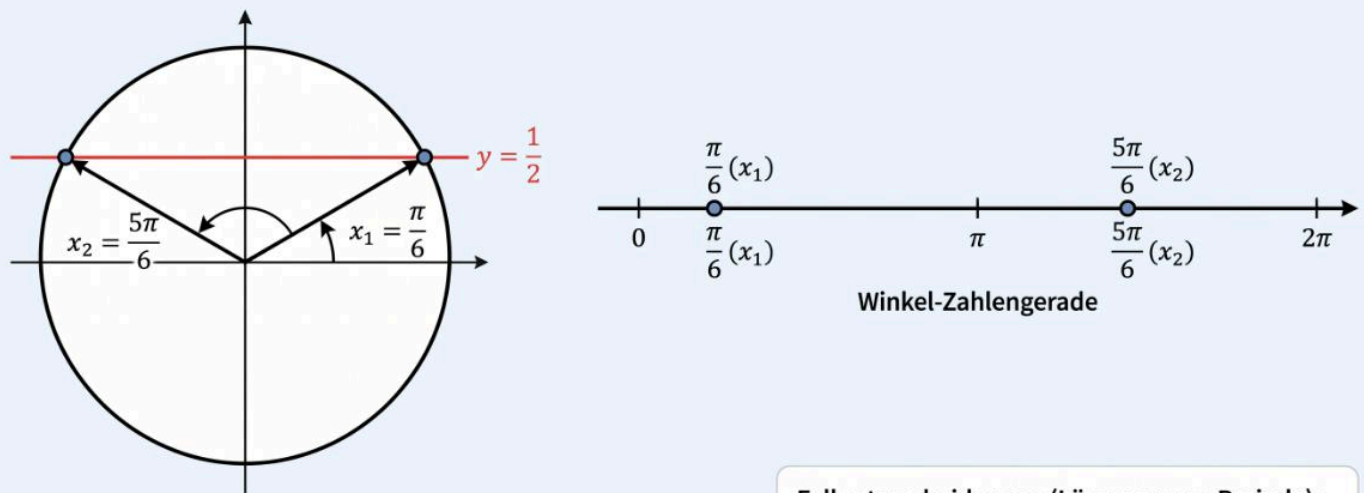
[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

Trigonometrische Gleichungen lösen

Lernziel-ID ecd13e54-ab0e-550f-9400-66e13306635d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen

Trigonometrische Gleichungen lösen



Allgemeine Lösung: $x = \frac{\pi}{6} + 2m\pi$ oder $x = \frac{5\pi}{6} + 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$

Fallunterscheidungen (Lösungen pro Periode):

- Für $-1 < k < 1$: zwei Lösungen pro Periode.
- Für $k = 1$ oder $k = -1$: eine Lösung pro Periode.
- Für $|k| > 1$: keine reelle Lösung.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache trigonometrische Gleichungen wie $\sin(x) = k$ oder $\cos(x) = k$ lösen, ihre vollständigen Lösungsmengen mithilfe von Periodizität und Symmetrie formulieren und am Einheitskreis darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter periodischer Funktionen deuten

S. 251

Charakteristische Punkte trigonometrischer Funktionen mit Symmetrie bestimmen

S. 252

Wird direkt vorausgesetzt von

Periodische Prozesse modellieren

S. 258

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

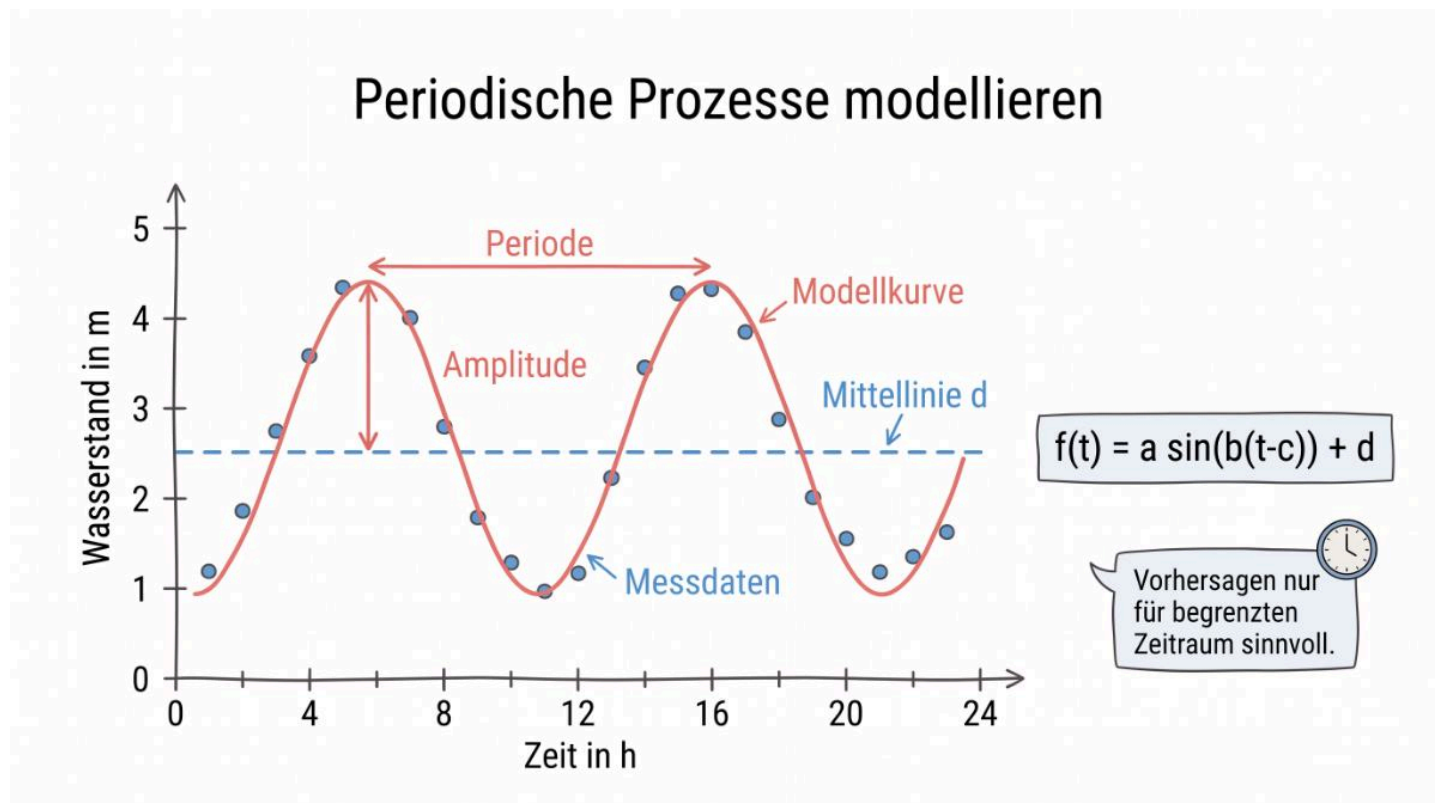
[Trigonometrische Modelle bearbeiten](#) 3b1f0646-fd0e-5d9d-b515-a5a45417a005

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

Periodische Prozesse modellieren

Lernziel-ID 56fba457-ab98-5b96-963e-ec284458c17f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen > Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann periodische Realsituationen (z. B. Gezeiten oder Schwingungen) unter begründeten Annahmen mit Sinus- oder Kosinusfunktionen modellieren, Parameter aus Messdaten bestimmen, den Modellverlauf im Kontext interpretieren und Passung sowie Grenzen des Modells anhand von Daten und Annahmen beurteilen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Trigonometrische Gleichungen lösen

ecd13e54-ab0e-550f-9400-66e13306635d

S. 257

Wird direkt vorausgesetzt von

Ableitungswerte trigonometrischer Modelle im Kontext interpretieren

6acd79f5-9447-5ea1-8127-6dbb72bd057d

S. 259

Trigonometrische und ganzrationale Funktionen vergleichen

2919b3f3-aca2-5add-beeb-de1b9e0eafd8

S. 260

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kreisbewegung, periodische Modellierung und trigonometrische Ableitungen verknüpfen](#) 2c30949d-0381-5d32-81cf-c6eac7711399

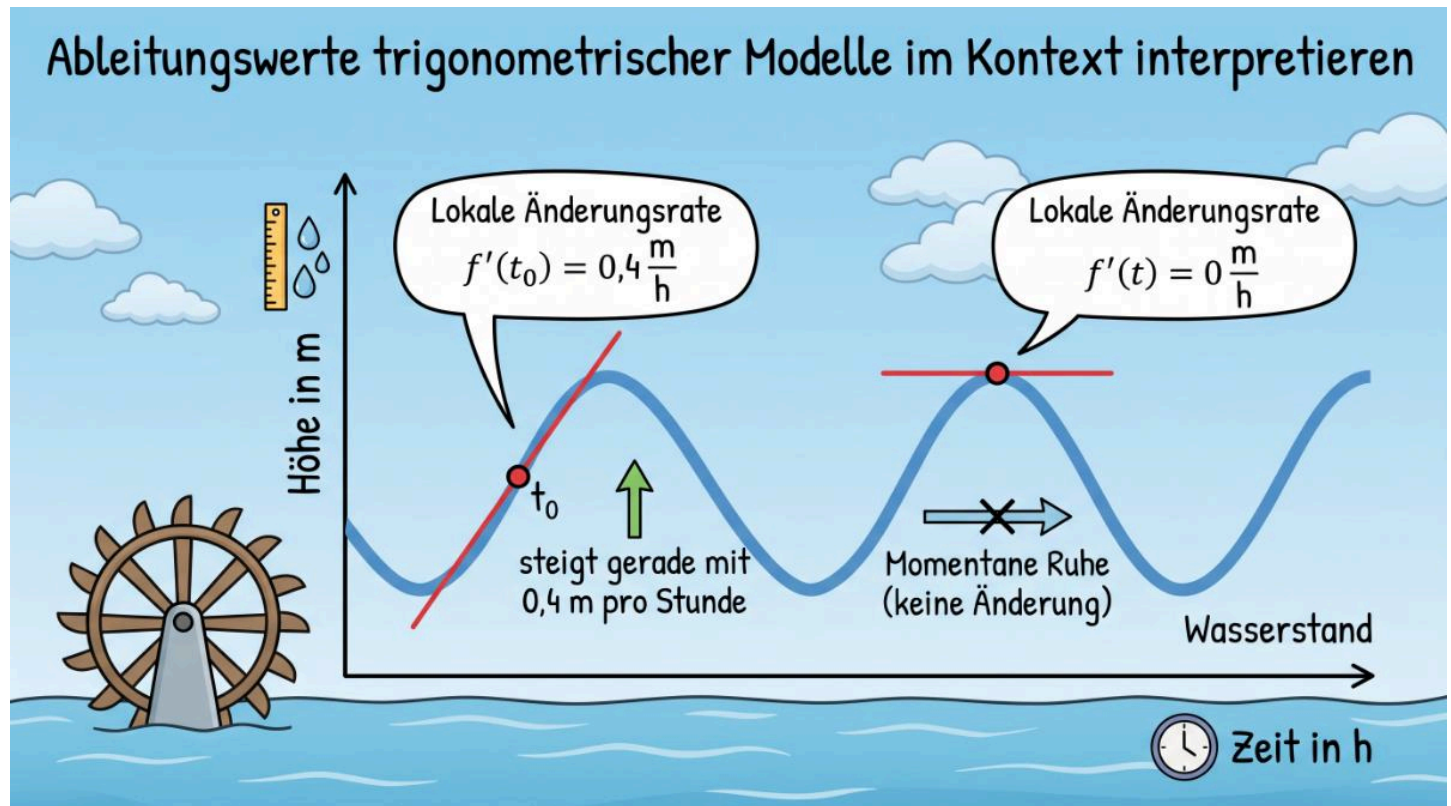
Ableitungswerte trigonometrischer Modelle im Kontext interpretieren

Lernziel-ID 6acd79f5-9447-5ea1-8127-6dbb72bd057d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Ableitung einer trigonometrischen Modellfunktion an einer Stelle bestimmen und den Wert als lokale Änderungsrate im jeweiligen Sachzusammenhang interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Transformierte Sinus- und Kosinusfunktionen mit der Kettenregel ableiten

58d2f963-4fb9-550d-a832-f5ac60808900

S. 256

Periodische Prozesse modellieren

56fba457-ab98-5b96-963e-ec284458c17f

S. 258

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

Trigonometrische und ganzrationale Funktionen vergleichen

Lernziel-ID 2919b3f3-aca2-5add-beeb-de1b9e0eafd8

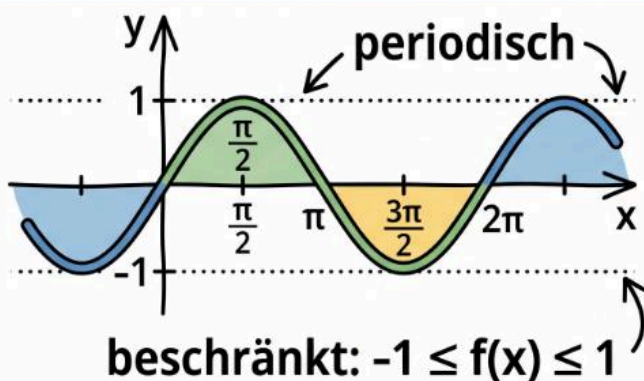
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Trigonometrische Funktionen >

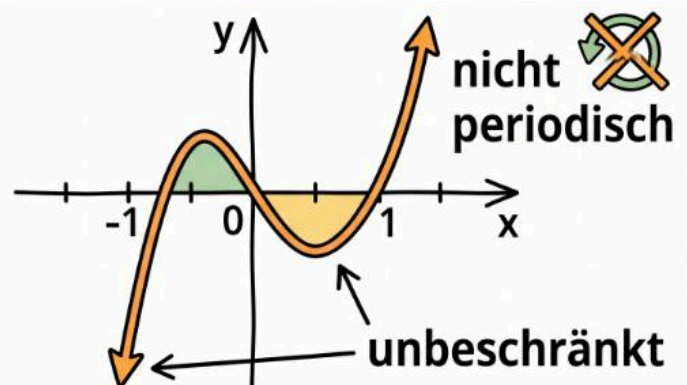
Periodische Funktionen und trigonometrische Ableitungen

Trigonometrische und ganzrationale Funktionen vergleichen

Trigonometrisches Modell: $f(x) = \sin(x)$



Ganzrationales Modell: $p(x) = x^3 - x$



Langfristig ist p unbeschränkt: $p(x)$ geht gegen -unendlich für x gegen -unendlich und gegen +unendlich für x gegen +unendlich.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann trigonometrische Modelle mit ganzrationalen Funktionen hinsichtlich Periodizität, Symmetrie, Nullstellen, Extremverhalten und langfristigem Verlauf vergleichen und die Grenzen der jeweiligen Modellklasse begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen

356fc8b1-ea00-4239-b28a-217cbd3bd1c3

S. 226

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen

b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3

S. 227

Periodische Prozesse modellieren

56fba457-ab98-5b96-963e-ec284458c17f

S. 258

Wird direkt vorausgesetzt von

Funktionsklassen argumentativ vergleichen

00b80080-4895-55df-8ca6-4e8c5eb0f9f5

S. 792

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Trigonometrische Ableitungen anwenden](#) 6634ef12-0e88-584e-8e45-9e60eafc0951

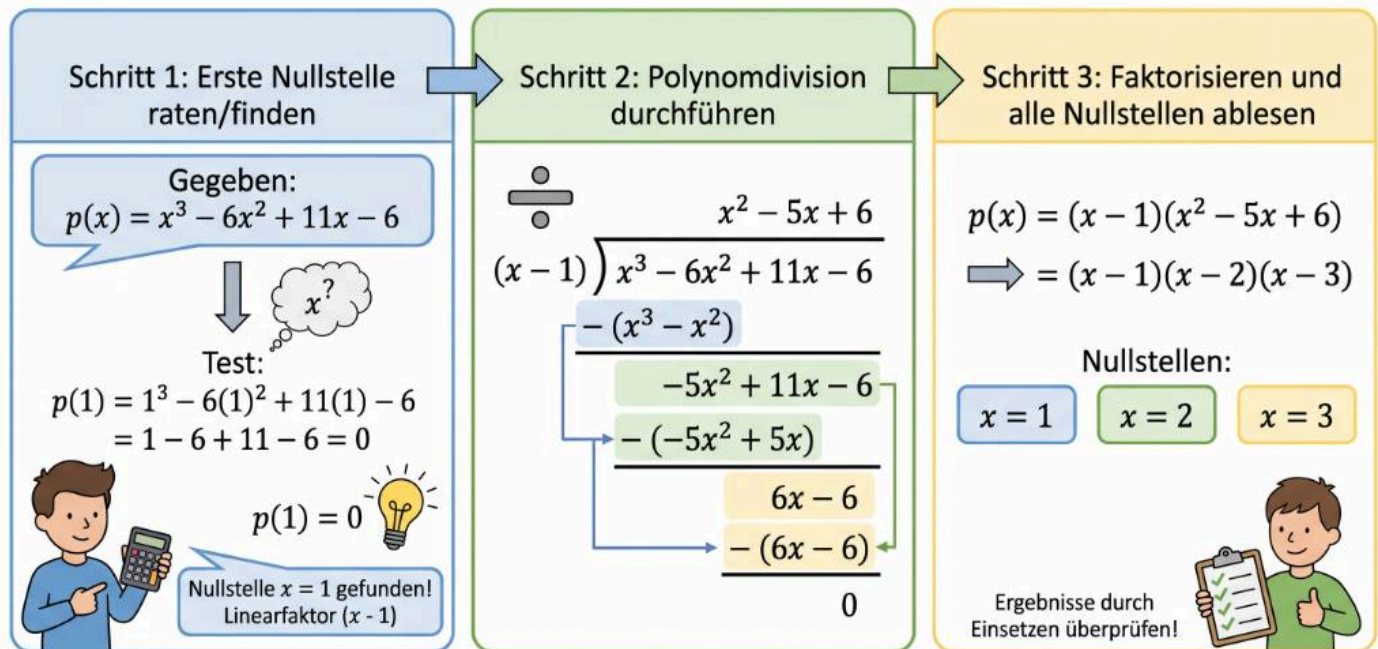
Polynomdivision zur Nullstellensuche anwenden

Lernziel-ID 46166788-4a8f-53d5-9fe9-77b0a018d7ee

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen

Polynomdivision zur Nullstellensuche



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ganzrationale Funktionen mithilfe von Polynomdivision faktorisieren, Nullstellen aus linearen Faktoren ablesen und Ergebnisse durch Einsetzen überprüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Extremwertprobleme lösen

1511b39a-4094-5450-a755-4a3a03339733

S. 225

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganzrationale Funktionen faktorisieren und Nullstellen bestimmen

51e80e7b-df31-5d97-97f9-4c6e26eb7416

S. 262

Vielfachheiten und Graphverhalten aus Linearfaktoren deuten

71f62cfa-7cc2-5f60-9691-bcd62ee910df

S. 263

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5003e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffcd4

Ganzrationale Funktionen faktorisieren und Nullstellen bestimmen

Lernziel-ID 51e80e7b-df31-5d97-97f9-4c6e26eb7416

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen

Ganzrationale Funktionen faktorisieren und Nullstellen bestimmen

Funktion
 $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

$\Rightarrow$

Faktorierte Form
 $p(x) = (x + 2)(x - 1)(x - 3)$

$x = -2$

$x = 1$

$x = 3$

Nullstellen

☒ Probe: $p(1) = 0$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann reelle Nullstellen ganzrationaler Funktionen systematisch suchen, die Funktionen soweit möglich in reelle Linearfaktoren zerlegen und Nullstellen aus den Faktoren ablesen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Polynomdivision zur Nullstellensuche anwenden 46166788-4a8f-53d5-9fe9-77b0a018d7ee	S. 261
--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Vielfachheiten und Graphverhalten aus Linearfaktoren deuten 71f62cfa-7cc2-5f60-9691-bcdc2ee910df	S. 263	Bisektionsverfahren zur Nullstellennäherung anwenden f40fcaf7-c630-589c-9f48-6c9e69da0b9d	S. 264	Regula falsi zur Nullstellennäherung anwenden 47400de4-b0e4-5bb6-a1bd-bd2beee616bb	S. 265
--	--------	---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5003e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffc4d

Vielfachheiten und Graphverhalten aus Linearfaktoren deuten

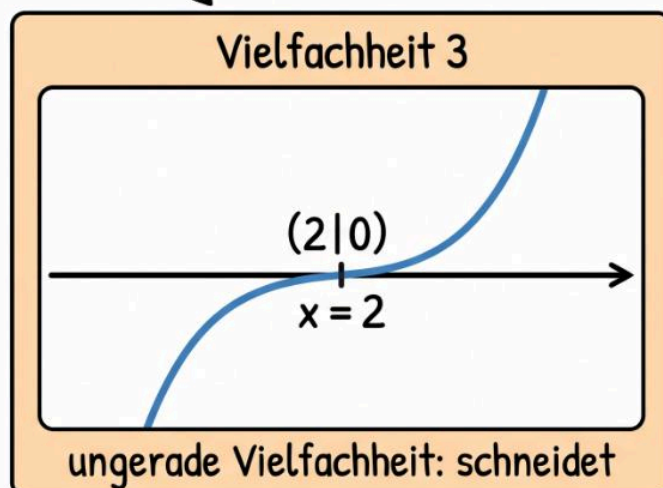
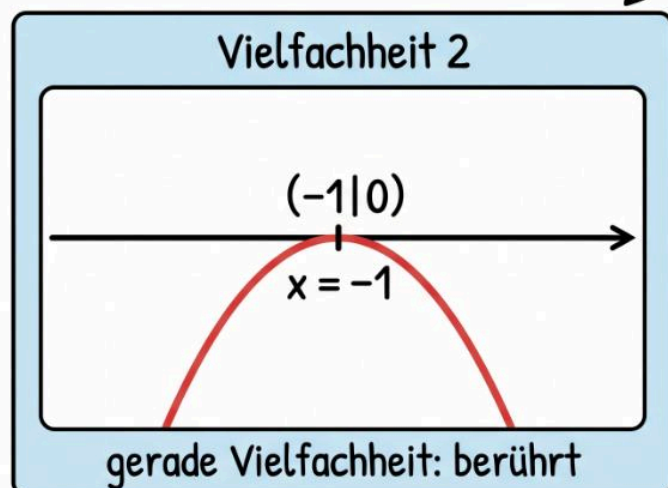
Lernziel-ID 71f62cfa-7cc2-5f60-9691-bcdc2ee910df

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen

Vielfachheiten und Graphverhalten aus Linearfaktoren deuten

$$f(x) = (x + 1)^2(x - 2)^3$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vielfachheiten von Nullstellen beurteilen und daraus Schlussfolgerungen für das Verhalten des Graphen ziehen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Polynomdivision zur Nullstellensuche anwenden

S. 261

Ganzrationale Funktionen faktorisieren und Nullstellen bestimmen

S. 262

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

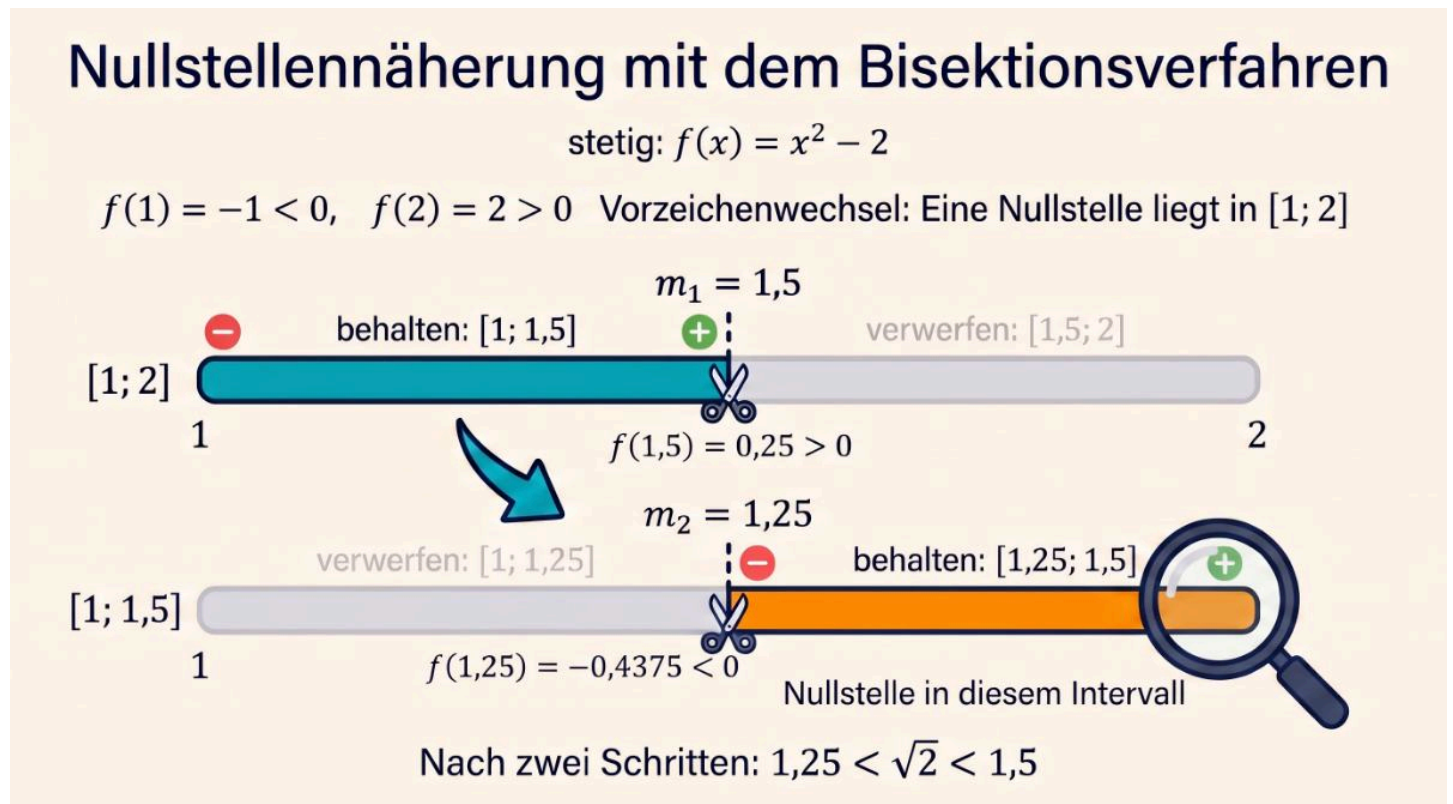
[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Bisektionsverfahren zur Nullstellennäherung anwenden

Lernziel-ID f40fcacf7-c630-589c-9f48-6c9e69da0b9d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine stetige Funktion ein Vorzeichenwechselintervall begründen, das Bisektionsverfahren schrittweise durchführen und die entstehende Intervallschachtelung als Nullstellennäherung deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen faktorisieren und Nullstellen bestimmen 51e80e7b-df31-5d97-97f9-4c6e26eb7416	S. 262
---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Regula falsi zur Nullstellennäherung anwenden 47400de4-b0e4-5bb6-a1bd-bd2beee616bb	S. 265	Konvergenzgeschwindigkeit numerischer Verfahren vergleichen 70a21623-6c87-55ae-b534-ab45a3b9b1d2	S. 266	Digitale Werkzeuge für numerische Analysen einsetzen df5eeadd-414e-50ae-84ec-7e5dbf7449d6	S. 286	Heuristischen Stetigkeitsbegriff zum Argumentieren nutzen 27bdc580-ba17-5399-bf02-48f354846d1d	S. 597
--	--------	--	--------	---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

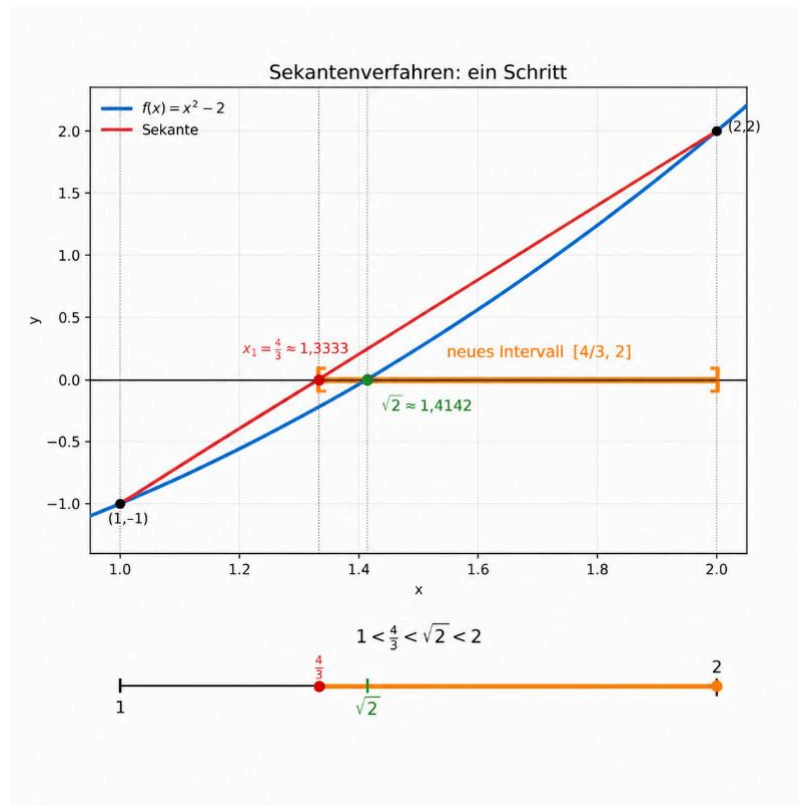
[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5083e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffc44

Regula falsi zur Nullstellennäherung anwenden

Lernziel-ID 47400de4-b0e4-5bb6-a1bd-bd2beee616bb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Regula-falsi-Verfahren aus einem Vorzeichenwechselintervall heraus durchführen, die Sekanten-Nullstelle berechnen und das neue Einschließungsintervall begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen faktorisieren und Nullstellen bestimmen

S. 262

Bisektionsverfahren zur Nullstellennäherung anwenden

S. 264

Wird direkt vorausgesetzt von

Konvergenzgeschwindigkeit numerischer Verfahren vergleichen

S. 266

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5903e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffcd4

Konvergenzgeschwindigkeit numerischer Verfahren vergleichen

Lernziel-ID 70a21623-6c87-55ae-b534-ab45a3b9b1d2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen

Numerische Verfahren vergleichen

Gemeinsames Beispiel oben: $f(x) = x^2 - 2$; gesuchte Nullstelle $\sqrt{2} \approx 1,414214$

Verfahren	Bisektion	Regula falsi	Newton
Beispiel			
Voraussetzungen	Stetigkeit und Vorzeichenwechsel	Stetigkeit und Vorzeichenwechsel	Ableitung und geeigneter Startwert
Rechenaufwand pro Schritt	Nur f auswerten	f auswerten und Sekante berechnen	f und f' auswerten
Tempo & Konvergenz	Garantierte Halbierung	Tempo abhängig von der Funktion;	Nahe einfacher Nullstellen oft sehr schnell;
Risiko & Robustheit	der Intervallbreite	ein Rand kann lange festbleiben	keine allgemeine Konvergenzgarantie

Wenige Schritte allein beweisen keine allgemeine Überlegenheit.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bisektionsverfahren, Newton-Verfahren und Regula falsi hinsichtlich Konvergenzgeschwindigkeit, Rechenaufwand und Voraussetzungen an Beispielen vergleichen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK
HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK
[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Newton-Verfahren zur Nullstellennäherung anwenden 0c7bbd3f-0a04-4f0e-888b-40ab7841fb76	S. 231	Bisektionsverfahren zur Nullstellennäherung anwenden f40fcdf7-c630-589c-9f48-6c9e69da0b9d	S. 264	Regula falsi zur Nullstellennäherung anwenden 47400de4-b0e4-5bb6-a1bd-bd2beee616bb	S. 265
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Konvergenz und Grenzen numerischer Verfahren reflektieren 3bfcc2747-03e2-57db-b13f-01f78835eefd	S. 267
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5003e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffc4d

Konvergenz und Grenzen numerischer Verfahren reflektieren

Lernziel-ID 3bfc2747-03e2-57db-b13f-01f78835eefd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an einem numerischen Verfahren beurteilen, ob und wie zuverlässig die Näherungen konvergieren, und ein Abbruchkriterium sowie eine relevante Fehlerquelle begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Konvergenzgeschwindigkeit numerischer Verfahren vergleichen](#)

S. 266

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Polynomdivision und numerische Gleichungsverfahren anwenden](#) 78f5e03e-9578-545c-b6b3-4b02f31ffc4d

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben

Lernziel-ID 67c4d6f8-45fc-53d5-8c95-a4c423e421a6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben

Arithmetische Folge

n	1	2	3	4
a_n	5	8	11	14

+3 +3 +3

Regel (n-tes Glied)

$$a_n = 2 + 3n$$
$$a_n = a_{n-1} + 3, a_1 = 5$$

Grafische Darstellung

(1|5) (2|8) (3|11) (4|14)

Geometrische Folge

n	1	2	3	4
b_n	2	4	8	16

·2 ·2 ·2

Regel (n-tes Glied)

$$b_n = 2^n$$
$$b_n = 2 \cdot b_{n-1}, b_1 = 2$$

Grafische Darstellung

(1|2) (2|4) (3|8) (4|16)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann arithmetische und geometrische Folgen definieren, Terme für das n-te Glied aufstellen und Folgenwerte tabellarisch sowie grafisch darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionswerte berechnen

c65ecabf-d90b-4e2d-99ae-b64692325ffb

S. 190

Wird direkt vorausgesetzt von

Arithmetische Reihen untersuchen

630bb145-9a3f-5c88-ab5a-fb69a9bb76e4

S. 269

Geometrische Reihen untersuchen

74b5a01b-c086-51d0-bc66-046029c92ef7

S. 270

Konvergenz und Divergenz von Folgen beschreiben

1b888f4c-df57-52a9-9551-b2b692e929fa

S. 271

Explizit definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)

6a66b4f5-d36e-5b53-91ad-cf25a849d66b

S. 273

Rekursiv definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)

10efb267-9733-5db3-a807-03f4cf54e336

S. 274

Bildungsgesetze zu Folgengliedern aufstellen (LK)

f1eee698-04c6-5d60-bcc6-a3c67129eea2

S. 275

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Folgen und Reihen begründen](#) b4a8ba81-d195-5413-bd98-516e7c76c8f3

Arithmetische Reihen untersuchen

Lernziel-ID 630bb145-9a3f-5c88-ab5a-fb69a9bb76e4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen >

Arithmetische und geometrische Reihen

Arithmetische Reihen untersuchen

Beispiel Glieder: 3, 5, 7, 9, ...

Partialsummen: 3, 8, 15, 24, ...

$$S_4 = 3 + 5 + 7 + 9 = 24$$
$$(3 + 9) + (5 + 7) = 12 + 12 = 24$$

konstante Differenz

$$a_k = a_1 + (k-1)d$$

Anzahl der Glieder

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1)d)$$

Grenzverhalten

Für $d \neq 0$ ist der führende Term $\left(\frac{d}{2}\right)n^2$: kein endlicher Grenzwert.



Randfall $d = 0, a_1 \neq 0$

$S_n = n \cdot a_1$, ebenfalls divergent.



Randfall $a_1 = d = 0$

$S_n = 0$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Partialsummen arithmetischer Reihen bestimmen und mithilfe der Summenformel ihr Grenzverhalten begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben

67c4d6f8-45fc-53d5-8c95-a4c423e421a6

S. 268

Wird direkt vorausgesetzt von

Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK)

4d55da50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40

S. 277

Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK)

565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598

S. 278

Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK)

c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c9c2d07b

S. 279

Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK)

911f3200-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c

S. 280

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Folgen und Reihen begründen b4a8ba81-d195-5413-bd98-516e7c76c8f3

Geometrische Reihen untersuchen

Lernziel-ID 74b5a01b-c086-51d0-bc66-046029c92ef7

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Arithmetische und geometrische Reihen

Geometrische Reihen untersuchen

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

$a_k = a_1 \cdot q^{k-1}$

Für $q \neq 1$:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

Für $|q| < 1$ gilt
 $q^n \rightarrow 0$ und $S_n \rightarrow \frac{a_1}{1-q}$

Gegenbeispiele: Partialsummen

$q = 2, a_1 = 1$: 1, 3, 7, 15, ...
→ kein endlicher Grenzwert

$q = -1, a_1 = 1$: 1, 0, 1, 0, ...
→ kein Grenzwert

Sonderfall $a_1 = 0$:
alle Partialsummen sind 0.

Hinweis:
 $q = 1$: $S_n = n \cdot a_1$

$S_1 = 1$ $S_2 = 1,5$ $S_3 = 1,75$

→ S_n nähert sich 2

Die Summe ist nicht die Folge der Glieder!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Partialsummen geometrischer Reihen bestimmen und mithilfe der Summenformel Konvergenz oder Divergenz sowie gegebenenfalls den Grenzwert begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben

67c4d6f8-45fc-53d5-8c95-a4c423e421a6

S. 268

Wird direkt vorausgesetzt von

Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK)

4d55ba50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40

S. 277

Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK)

565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598

S. 278

Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK)

c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c9c2d07b

S. 279

Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK)

911f3200-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c

S. 280

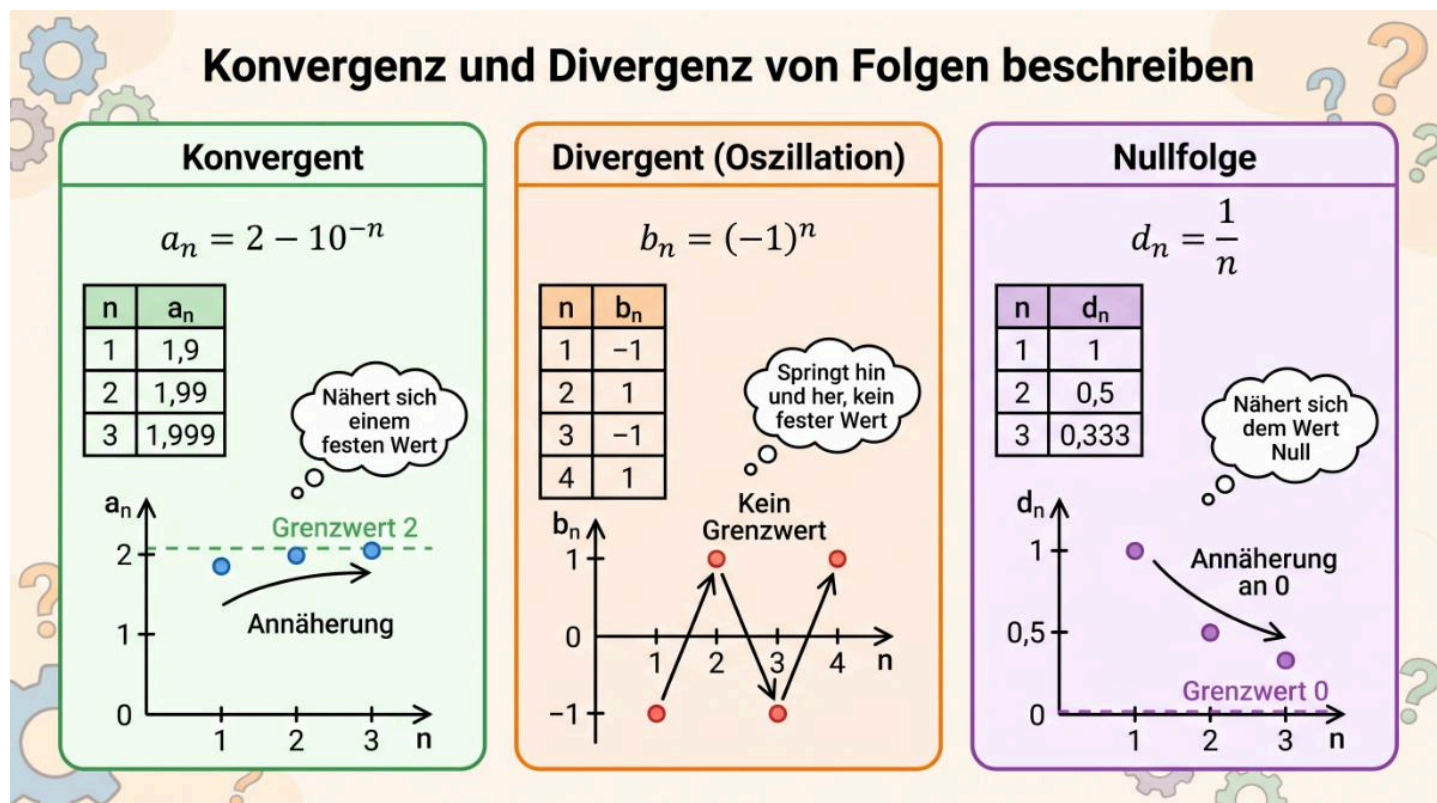
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Folgen und Reihen begründen b4a8ba81-d195-5413-bd98-516e7c76c8f3

Konvergenz und Divergenz von Folgen beschreiben

Lernziel-ID 1b888f4c-df57-52a9-9551-b2b692e929fa

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus tabellarischen oder grafischen Darstellungen Vermutungen über Konvergenz oder Divergenz von Folgen formulieren, Grenzwerte schätzen und anhand des Bildungsgesetzes begründen, wann eine Nullfolge vorliegt.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben](#)

S. 268

Wird direkt vorausgesetzt von

[Grenzwerte von Folgen mit Grenzwertsätzen begründen](#)

S. 272

[Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz untersuchen \(LK\)](#)

S. 276

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Folgen und Reihen begründen](#)

Grenzwerte von Folgen mit Grenzwertsätzen begründen

Lernziel-ID c61af0a9-7d56-5505-a70d-ee097c3b747f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen

Grenzwerte von Folgen mit Grenzwertsätzen begründen

1. Konvergenz / Divergenz (Begründung)

Konvergenz
 $a_n = 2 + \frac{1}{n}$

3
2,5
 $2\frac{1}{3}$
2,25

Annäherung von oben an 2

Divergenz
 $a_n = (-1)^n$

-1
+1
-1
+1

Zwei wechselnde Werte, kein Grenzwert

Prüfe: Existieren Grenzwerte der Teilterme?

2. Grenzwertsätze (Bestimmung)

Zerlegung

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$$

↓

Sätze anwenden

+
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = A + B$

*
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = A \cdot B$

÷
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2) + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 2 + 0 = 2$$

Teilgrenzwerte (A, B) müssen existieren!

3. Argumentation (Darstellung)

Verbale Darstellung

Zerlegung der Folge
 Grenzwertsätze
 (Summe/Produkt/
 Quotient)
 Bekannte
 Teilgrenzwerte
 (z.B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$)
 Resultat durch
 Rechenoperation

Symbolische Darstellung

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (...) = \lim_{n \rightarrow \infty} (...)$$

[Operation]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (...) =$$

[Wert A]
 [Operation]
 [Wert B]
 =

[Gesamtgrenzwert L]

✓ Stichhaltige Begründung erbracht

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Konvergenz beziehungsweise Divergenz von Folgen begründen, Grenzwerte mit Grenzwertsätzen bestimmen und die verwendeten Grenzwertargumente verbal sowie symbolisch darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konvergenz und Divergenz von Folgen beschreiben
 1b888f4c-df57-52a9-9551-b2b692e929fa

S. 271

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Folgen und Reihen begründen](#) b4a8ba81-d195-5413-bd98-516e7c76c8f3

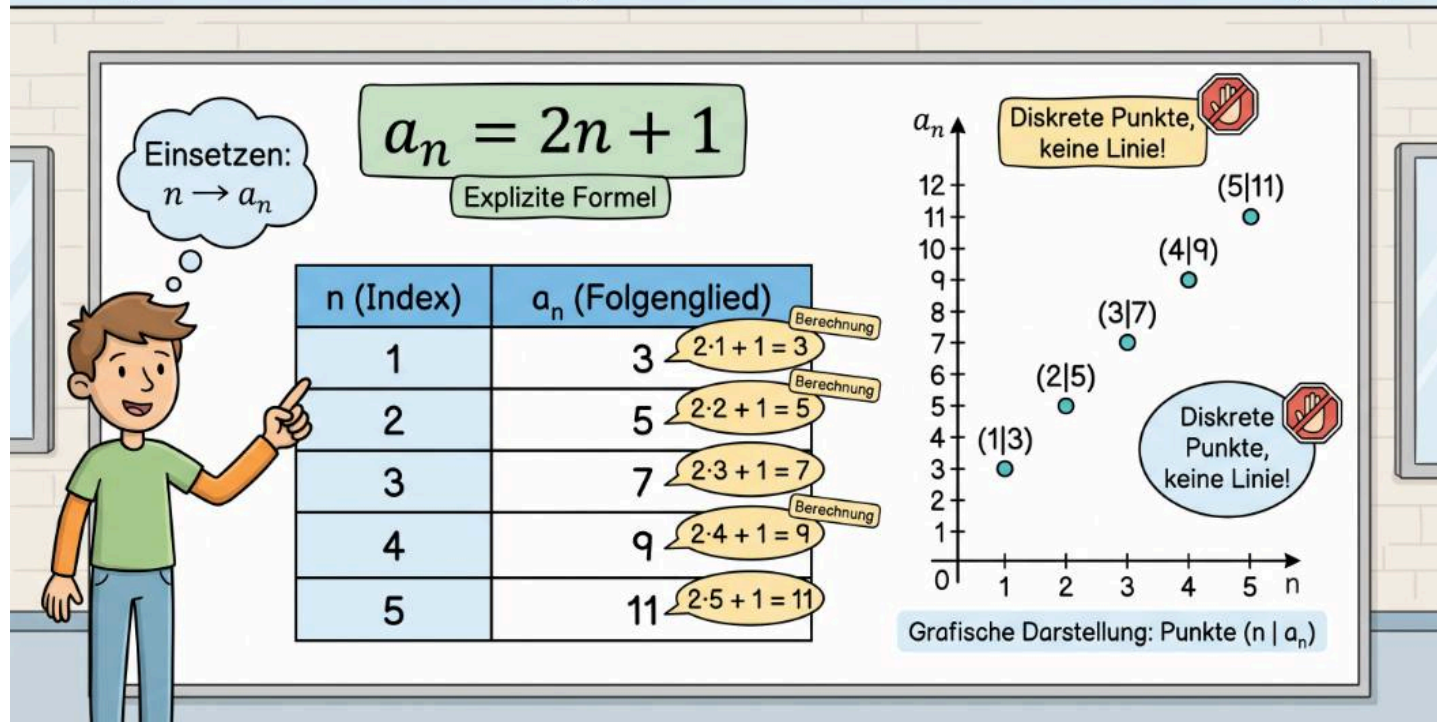
Explizit definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)

Lernziel-ID 6a66b4f5-d36e-5b53-91ad-cf25a849d66b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen >

Explizit und rekursiv definierte Folgen darstellen und Bildungsgesetze finden (LK)

Explizit definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Folgenglieder explizit definierter Folgen berechnen und die Darstellung fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben](#)

S. 268

Wird direkt vorausgesetzt von

[Rekursiv definierte Folgen darstellen und berechnen \(LK\)](#)

S. 274

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Rekursiv definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)

Lernziel-ID 10efb267-9733-5db3-a807-03f4cf54e336

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Explizit und rekursiv definierte Folgen darstellen und Bildungsgesetze finden (LK)

Rekursiv definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)

Rekursive Definition

Startwerte:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

Vorschrift (für $n \geq 3$):

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

Folge (Tabelle)

n	1	2	3	4	5	6
a_n	1	1	2	3	5	8

Berechnung



$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$$

$$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Folgenglieder rekursiv definierter Folgen berechnen und Beispiele wie Fibonacci- oder Newton-Folgen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben

S. 268

Explizit definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)

S. 273

Wird direkt vorausgesetzt von

Bildungsgesetze zu Folgengliedern aufstellen (LK)

S. 275

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Bildungsgesetze zu Folgengliedern aufstellen (LK)

Lernziel-ID f1eee698-04c6-5d60-bcc6-a3c67129eea2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Explizit und rekursiv definierte Folgen darstellen und Bildungsgesetze finden (LK)

Bildungsgesetze zu Folgengliedern aufstellen (LK)

1. Muster erkennen

Regelmäßigkeit?

3 7 11 15 19

+4 +4 +4 +4

Konstante Differenz

2. Bildungsgesetz aufstellen

Allgemeine Form:
 $a_n = d \cdot n + c$

↓

Mit Differenz $d = 4$:
 $a_n = 4n + c$

↓

Für $n = 1$ ist $a_1 = 3$:
 $3 = 4(1) + c$
 $\Rightarrow c = 3 - 4 = -1$

Bildungsgesetz:
 $a_n = 4n - 1$

3. Regel überprüfen

n Index	$a_n = 4n - 1$ Folgenglied
1	$4(1) - 1 = 3$ ✓
2	$4(2) - 1 = 7$ ✓
3	$4(3) - 1 = 11$ ✓
4	$4(4) - 1 = 15$ ✓
5	$4(5) - 1 = 19$ ✓

👍 Passt!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu gegebenen Folgengliedern ein passendes Bildungsgesetz aufstellen und die Wahl begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische und geometrische Folgen beschreiben
67c4d6f8-45fc-53d5-8c95-a4c423e421a6

S. 268

Rekursiv definierte Folgen darstellen und berechnen (LK)
10efb267-9733-5db3-a807-03f4cf54e336

S. 274

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

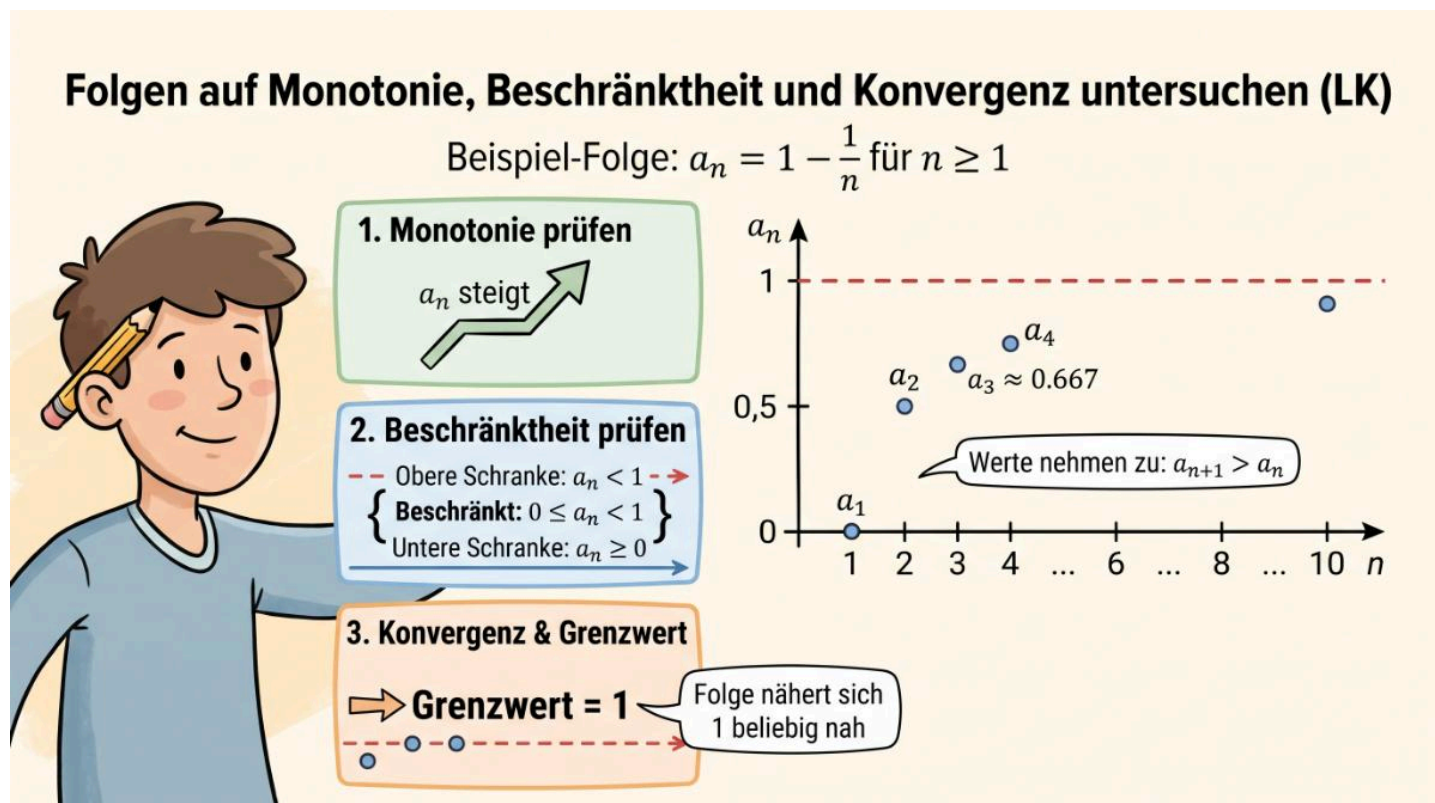
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz untersuchen (LK)

Lernziel-ID b66d13c5-187e-530b-b4d3-efc7506a7f34

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Folgen hinsichtlich Monotonie und Beschränktheit untersuchen, daraus Konvergenzaussagen ableiten und Grenzwerte konvergenter Folgen bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konvergenz und Divergenz von Folgen beschreiben

S. 271

Wird direkt vorausgesetzt von

Reihen als Folgen von
Partialsummen beschreiben
(LK)

S. 277

4d55ba59-8d67-560c-a10f-
cccff4728c40

Divergenz der harmonischen
Reihe begründen (LK)

S. 278

565fcd3f-52cd-5402-a0ac-
a1069ed9c598

Konvergenzbedingungen
geometrischer Reihen
erläutern (LK)

S. 279

c66cb27b-8199-58fb-95f4-
6314c0c2d07b

Geometrische Reihen in
Anwendungen nutzen (LK)

S. 280

911f3200-1dbc-59a6-90df-
c883c77de39c

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK)

Lernziel-ID 4d55ba50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Harmonische und geometrische Reihen begründen und anwenden (LK)

Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK)

Ausgangsfolge a_n

1 2 3 4 5 ...
Folge der Glieder ($a_1, a_2, a_3, \dots$)

Hier: $a_n = n$

Tabelle der Partialsummen S_n

n (Index)	a_n (Glieder)	$S_n = a_1 + \dots + a_n$ (Partialsumme)
1	1	1 (= a_1)
2	2	3 (= $1 + 2$)
3	3	6 (= $1 + 2 + 3$)
4	4	10 (= $1 + 2 + 3 + 4$)
5	5	15 (= $1 + 2 + 3 + 4 + 5$)

Folge der Partialsummen ($S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, \dots$)

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

Notation für die n-te Partialsumme

Reihe = Folge der Partialsummen ($S_1, S_2, S_3, \dots$)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben und die zugehörige Notation fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische Reihen untersuchen 630bb145-9a3f-5c88-ab5a-fb69a9bb76e4	S. 269	Geometrische Reihen untersuchen 74b5a01b-c086-51d0-bc66-046029c92ef7	S. 270	Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz untersuchen (LK) b66d13c5-187e-539b-b4d3-efc7506a7f34	S. 276
---	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK) 565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598	S. 278	Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK) 3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd	S. 281	Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK) 1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53	S. 282	Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK) 315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a	S. 283
--	--------	---	--------	---	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK)

Lernziel-ID 565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Harmonische und geometrische Reihen begründen und anwenden (LK)

Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK)

1. Die Reihe

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots$$

Harmonische Reihe (unendliche Summe)

2. Gruppieren & Abschätzen

Gruppe 1: 1
Gruppe 2: $\frac{1}{2}$
Gruppe 3: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ (Summe $> \frac{1}{2}$)
Gruppe 4: $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$ (Summe $> \frac{1}{2}$)

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) > \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{8}\right) > \left(\frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{8}\right) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Die Gruppen werden immer größer, aber jede Gruppe ist $> \frac{1}{2}$

3. Schlussfolgerung

Gesamtsumme

Summe wächst über alle Schranken (Divergenz)

... unendlich viele Gruppen, jede $> \frac{1}{2}$

Summe $> \frac{1}{2}$

Summe $> \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

Die Reihe divergiert (geht gegen Unendlich)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Divergenz der harmonischen Reihe mit einem geeigneten Argument begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische Reihen untersuchen

630bb145-9a3f-5c88-ab5a-fb69a9bb76e4

S. 269

Geometrische Reihen untersuchen

74b5a01b-c086-51d0-bc66-046029c92ef7

S. 270

Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz untersuchen (LK)

b66d13c5-187e-530b-b4d3-efc7506a7f34

S. 276

Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK)

4d55ba50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40

S. 277

Wird direkt vorausgesetzt von

Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK)

c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c0c2d07b

S. 279

Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK)

3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd

S. 281

Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK)

1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53

S. 282

Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK)

315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a

S. 283

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

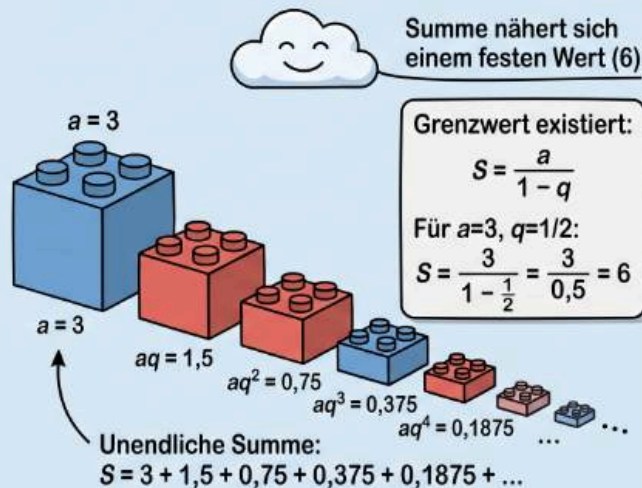
Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK)

Lernziel-ID c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c0c2d07b

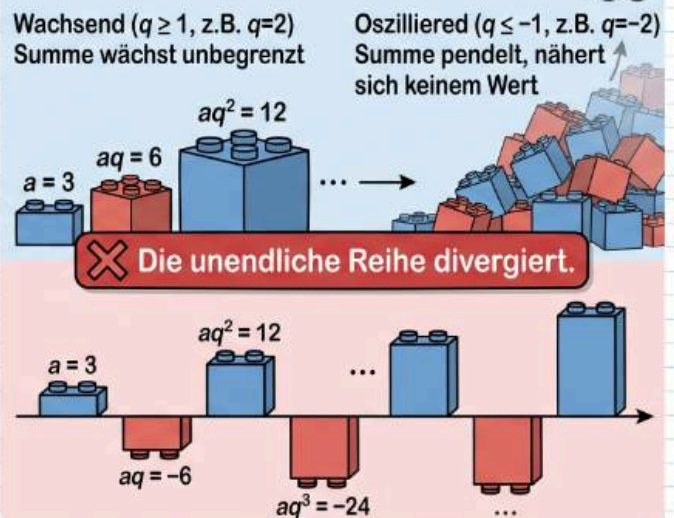
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Harmonische und geometrische Reihen begründen und anwenden (LK)

Konvergenz geometrischer Reihen

Konvergent ($|q| < 1$)



Divergent ($|q| \geq 1$)



Endliche Partialsummen bleiben berechenbar: $S_n = a \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$ für $q \neq 1$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern und den Grenzwert konvergenter geometrischer Reihen bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische Reihen untersuchen 630bb145-9a3f-5c88-ab5a-fb69a9bb76e4 S. 269	Geometrische Reihen untersuchen 74b5a01b-c986-51d0-bc66-046029c92ef7 S. 270	Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz untersuchen (LK) b66d13c5-187e-530b-b4d3-efc7506a7f34 S. 276	Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK) 565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598 S. 278
---	--	---	--

Wird direkt vorausgesetzt von

Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK) 911f3209-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c S. 280	Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK) 3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd S. 281	Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK) 1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53 S. 282	Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK) 315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a S. 283
---	---	---	---

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK)

Lernziel-ID 911f3200-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Harmonische und geometrische Reihen begründen und anwenden (LK)

Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK)

1. Anwendung: Energie empfangener Echos

Idealisiertes Modell: jedes Echo liefert die halbe Energie



2. Tabelle & Reihe (Modellierung)

Nr.	Energie (µJ)
1	80
2	40
3	20
4	10

Reihe: $80 + 40 + 20 + 10 + \dots$

Startwert: $a = 80 \mu\text{J}$ Faktor: $q = \frac{1}{2}$

$$\text{Summenformel (unendlich):} \\ S = \frac{a}{1-q} = \frac{80}{1-\frac{1}{2}} = 160 \mu\text{J}$$

3. Interpretation (Ergebnis)

Summierte
Empfangsenergie
(Grenzwert)
 $S = 160 \mu\text{J}$

Interpretation:
Die Summe der
empfangenen Echo-
Energien nähert sich
im Modell $160 \mu\text{J}$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geometrische Reihen in geeigneten Anwendungssituationen modellieren und auswerten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetische Reihen untersuchen 630bb145-9a3f-5c88-ab5a-fb69a9bb76e4	S. 269	Geometrische Reihen untersuchen 74b5a01b-c986-51d0-bc66-046029c92ef7	S. 270	Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz untersuchen (LK) b66d13c5-187e-530b-b4d3-efc7506a7f34	S. 276	Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK) c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c0c2d07b	S. 279
---	--------	--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK) 3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd	S. 281	Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK) 1b664036-3c29-5094-9f42-97069aaa2c53	S. 282	Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK) 315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a	S. 283
---	--------	---	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK)

Lernziel-ID 3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Taylorpolynome der Exponentialfunktion entwickeln und deuten (LK)

Allgemeine Formel
(Grad 3)

$$T_3(x) = f(0) + f'(0) \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} \cdot x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} \cdot x^3$$

Vergleich an x=0 & Annäherung

Wert	$f(0) = T_3(0)$
1. Ableitung	$f'(0) = T_3'(0)$
2. Ableitung	$f''(0) = T_3''(0)$
3. Ableitung	$f'''(0) = T_3'''(0)$
nahe 0	$T_3(x) \approx f(x)$

Grundidee

Entwicklungsstelle:
x=0

lokale Annäherung
nahe 0

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Grundidee von Taylorpolynomen an der Entwicklungsstelle 0 fachsprachlich erläutern.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eulersche Zahl e
näherungsweise bestimmen

S. 242

ccd47872-4d9d-44db-8c8d-eda24019b502

Reihen als Folgen von
Partialsummen beschreiben
(LK)

S. 277

4d55ba50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40

Divergenz der harmonischen
Reihe begründen (LK)

S. 278

565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598

Konvergenzbedingungen
geometrischer Reihen
erläutern (LK)

S. 279

c66cb27b-8199-56fb-95f4-6314c0c2d07b

Geometrische Reihen in
Anwendungen nutzen (LK)

S. 280

911f3200-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c

Wird direkt vorausgesetzt von

Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK)

S. 282

1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK)

Lernziel-ID 1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Taylorpolynome der Exponentialfunktion entwickeln und deuten (LK)

Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern

Taylorpolynome

e^x

- $T_0(x) = 1$
- $T_1(x) = 1 + x$
- $T_2(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$
- $T_3(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$

Annäherung um $x=0$

Wert bei $x=1$

Funktion	Wert
e^x	$e^1 \approx 2.718$
$T_0(1)$	$= 1$
$T_1(1)$	$= 2$
$T_2(1)$	$= 2.5$
$T_3(1)$	≈ 2.667

Bessere Annäherung!

Deutung der Approximation:

- Bei $x = 1$: höherer Grad $\rightarrow$ bessere Näherung
- Näherung $\neq$ Exakter Wert

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die natürliche Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern und die Approximation deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eulersche Zahl e näherungsweise bestimmen ccd47872-4d9d-44db-8c8d-eda24819b592 S. 242	Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK) 4d55ba50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40 S. 277	Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK) 565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598 S. 278	Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK) c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c0c2d07b S. 279
Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK) 911f3209-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c S. 280	Grundidee von Taylorpolynomen erläutern (LK) 3773bd34-3631-5fd2-b9b7-dfa01adf5abd S. 281		

Wird direkt vorausgesetzt von

Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK) 315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a S. 283

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Reihendarstellung der eulerschen Zahl angeben (LK)

Lernziel-ID 315093d4-515a-542c-b776-d72a12763d1a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Folgen und Reihen > Taylorpolynome der Exponentialfunktion entwickeln und deuten (LK)

Reihendarstellung der eulerschen Zahl e angeben

$$e = e^1$$
$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$
$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

Schritt k	Term (1/k!)	Partialsomme S _k
k = 0	1	S ₀ = 1
k = 1	1	S ₁ = 2
k = 2	1/2! = 0,5	S ₂ = 2,5
k = 3	1/3! ≈ 0,1667	S ₃ ≈ 2,6667
k = 4	1/4! ≈ 0,0417	S ₄ ≈ 2,7083
		e ≈ 2,7183

Taylorreihe von e^x bei x=0, eingesetzt x=1

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Reihendarstellung der eulerschen Zahl e angeben und in den Taylorpolynom-Kontext einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eulersche Zahl e näherungsweise bestimmen S. 242 ccd47872-4d9d-44db-8c8d-eda24019b502	Reihen als Folgen von Partialsummen beschreiben (LK) S. 277 4d55ba50-8d67-560c-a10f-cccff4728c40	Divergenz der harmonischen Reihe begründen (LK) S. 278 565fcd3f-52cd-5402-a0ac-a1069ed9c598	Konvergenzbedingungen geometrischer Reihen erläutern (LK) S. 279 c66cb27b-8199-58fb-95f4-6314c0c2d07b
Geometrische Reihen in Anwendungen nutzen (LK) S. 280 911f3200-1dbc-59a6-90df-c883c77de39c	Exponentialfunktion durch Taylorpolynome annähern (LK) S. 282 1b664036-3c29-5d94-9f42-97069aaa2c53		

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

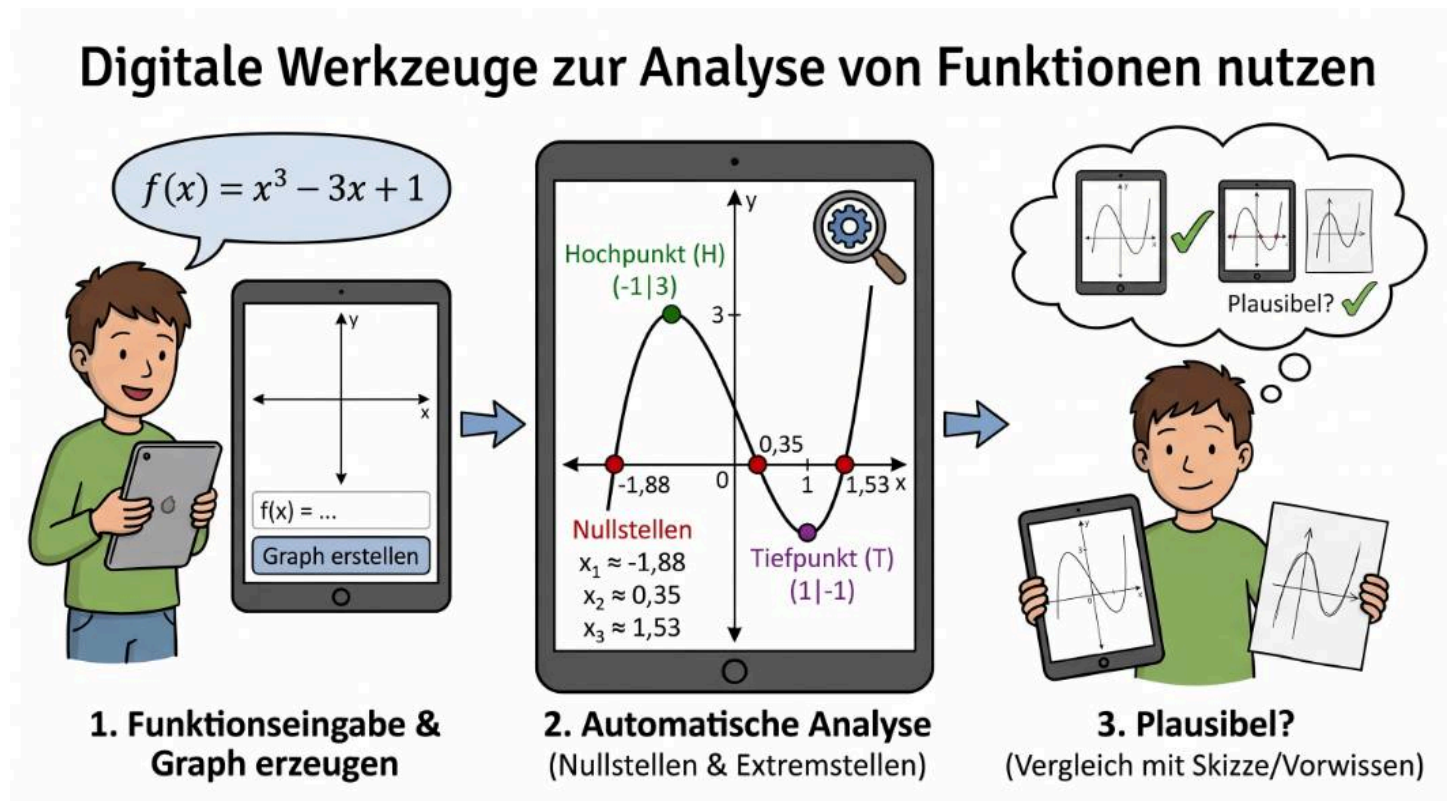
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Digitale Werkzeuge zur Analyse von Funktionen nutzen

Lernziel-ID 1eb7b2ce-f9b1-52dc-aa66-5543c946454b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Digitale Werkzeuge · Analysis



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein digitales Werkzeug verwenden, um Funktionsgraphen zu erzeugen, Nullstellen und Extremstellen numerisch zu bestimmen und Ergebnisse kritisch zu prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionswerte berechnen c65ecabf-d90b-4e2d-99ae-b64692325ffb	S. 190	Funktionswerte aus Graphen ablesen a8c42ee9-2898-4247-819f-c235632ac78a	S. 191
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Digitale Analysewerkzeuge einsetzen](#) c4cf4273-cadc-5eca-9b35-b3edd6de26ce

Funktionen digital darstellen und untersuchen

Lernziel-ID 89ca5089-7122-5a82-b21f-17d0bd46a3bd

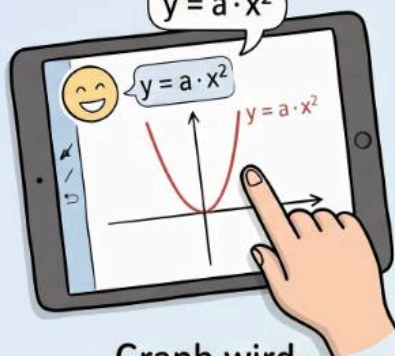
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Digitale Werkzeuge · Analysis

EINFLUSS DES PARAMETERS a BEI $y = a \cdot x^2$ UNTERSUCHEN

1. GRAPHIEREN & DARSTELLEN

Funktion eingeben:

$$y = a \cdot x^2$$

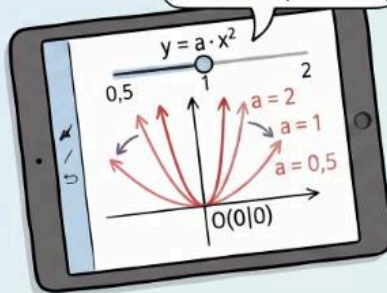


Graph wird erzeugt.

2. INTERAKTIV VERÄNDERN

Parameter variieren:

($a = 0,5$ (breiter),
 $a = 1, a = 2$ (schmäler))

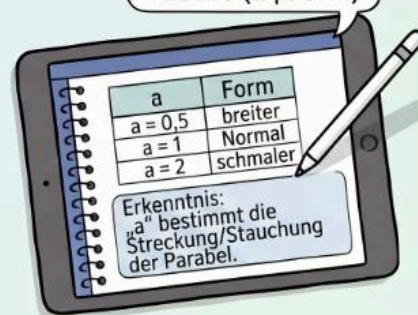


Beobachten & Vergleichen

3. BEOBACHTEN & DOKUMENTIEREN

Ergebnisse festhalten:

(Tabelle (a | Form))



Wichtige Erkenntnisse notieren

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann digitale Mathematikwerkzeuge bedienen, um Funktionsgraphen zu erzeugen, Parameter interaktiv zu verändern und Beobachtungen zu dokumentieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Digitale Werkzeuge für numerische Analysen einsetzen

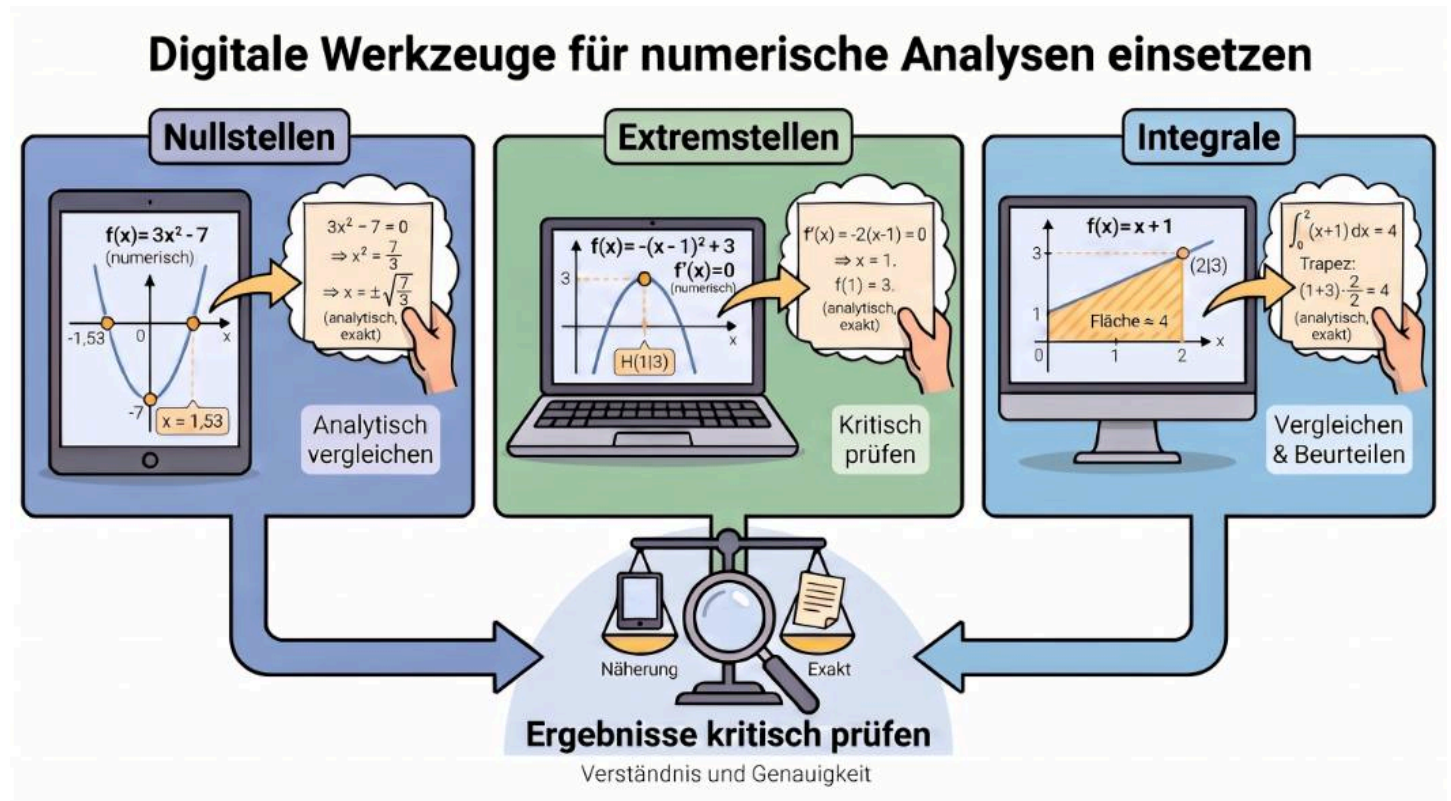
df5eeadd-414e-59ae-84ec-7e5dbf7449d6

S. 286

Digitale Werkzeuge für numerische Analysen einsetzen

Lernziel-ID df5eeadd-414e-50ae-84ec-7e5dbf7449d6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Digitale Werkzeuge · Analysis



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann digitale Werkzeuge nutzen, um Nullstellen, Extremstellen oder Integrale numerisch zu bestimmen, Ergebnisse kritisch zu prüfen und mit analytischen Verfahren zu vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bisektionsverfahren zur Nullstellennäherung anwenden
f40fcdf7-c630-589c-9f48-6c9e69da0b9d

S. 264

Funktionen digital darstellen und untersuchen
89ca5089-7122-5a82-b21f-17d0bd46a3bd

S. 285

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Digitale Analysewerkzeuge einsetzen](#) c4cf4273-cadc-5eca-9b35-b3edd6de26ce

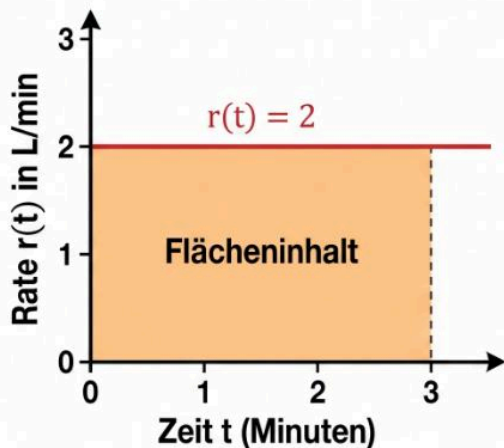
Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen

Lernziel-ID 2afba4a2-287d-5e8f-aeee-a3bcf8652236

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

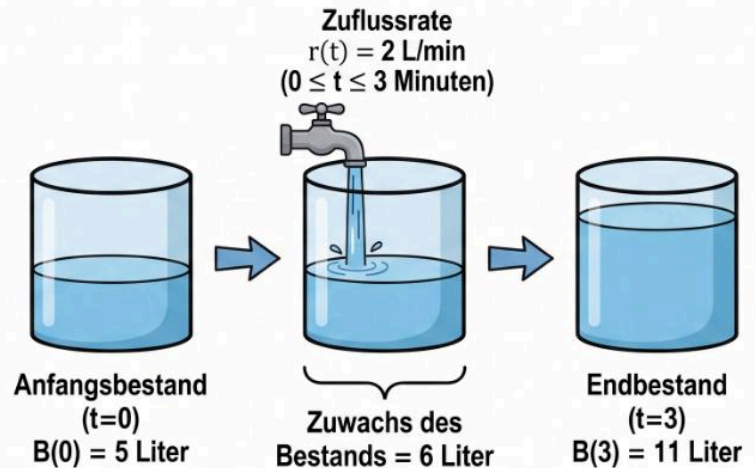
Integral als Bestand und Flächeninhalt

Änderungsrate & Fläche



$$\int_0^3 2 \, dt = 6 \text{ Liter}$$

Bestandsrekonstruktion im Tank-Kontext



$$B(3) = B(0) + \int_0^3 r(t) \, dt = 5 + 6 = 11 \text{ Liter}$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein bestimmtes Integral je nach Situation als orientierten Flächeninhalt oder Bestandsänderung deuten und aus Änderungsrate und Anfangsbestand einen Bestand bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Wird direkt vorausgesetzt von

Flächen unter Graphen
näherungsweise bestimmen

94d63ad9-ae1c-5ff2-b05e-188a0f5ebec6

S. 288

Bestände aus
Änderungsraten und
Anfangsbestand
rekonstruieren und deuten

ece68088-71a8-466b-874c-09e6baac19fc

S. 290

Graphen von
Flächeninhaltsfunktionen
skizzieren

9441bb35-2a2f-4edc-9d8a-bc58c257054d

S. 295

Bestände und Mittelwerte
modellieren

809ef78a-f282-5593-89be-0f2cb95570ac

S. 308

Gesamtbestände und
Gesamteffekte aus
Änderungsraten oder
Randfunktionen ermitteln

23c8b5f9-ab35-4071-a3d4-b76a669a0995

S. 309

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

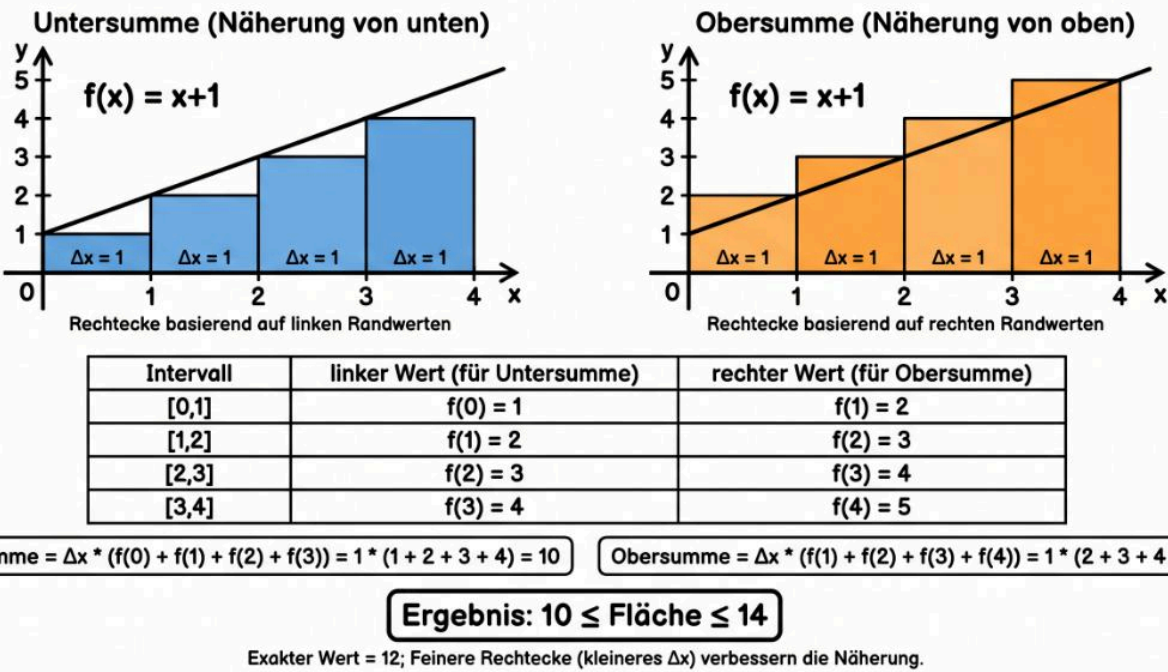
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen

Lernziel-ID 94d63ad9-ae1c-5ff2-b05e-188a0f5ebec6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz

Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Flächeninhalte unter Funktionsgraphen durch Rechtecksummen (Ober- und Untersummen) und andere Näherungsverfahren bestimmen, diese als Summen schreiben und die Genauigkeit der Approximation einschätzen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen S. 287

Wird direkt vorausgesetzt von

Bestimmtes Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen sowie als Bestandsänderung deuten S. 289

3862890e-9ea9-4c62-bcf2-e354c9d8f396

Hauptsatz geometrisch begründen und den Zusammenhang von Funktion, Ableitungsfunktion und Stammfunktion beschreiben S. 291

90662398-a0fd-45bf-9ce9-2abbc20428ed

Übergang von Produktsummen zum Integral erläutern und vollziehen S. 296

b559e2ea-60ef-4b3f-a37c-669b867ace29

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen S. 297

b9bbd2a8-1379-5ff0-817f-41467d48abef

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch-anschaulich erläutern und anwenden S. 300

8675a3d8-9aaa-4f35-b4ed-383d1c93ea24

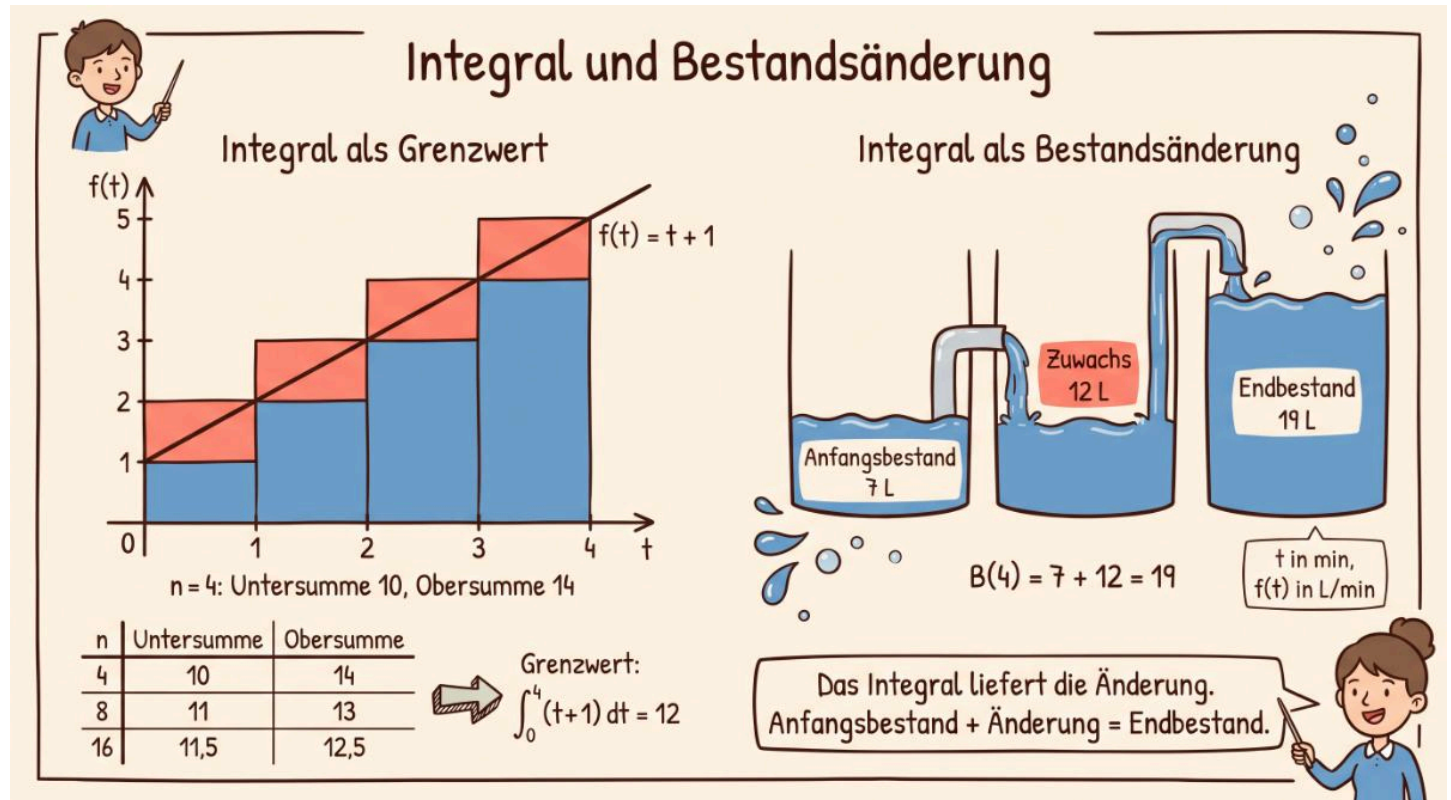
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung mit anschaulichem Stetigkeitsbegriff begründen und anwenden (LK) S. 301

ced4f794-9b42-4be4-bde5-7d44f134a140

Bestimmtes Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen sowie als Bestandsänderung deuten

Lernziel-ID 3862890e-9ea9-4c62-bcf2-e354c9d8f306

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das bestimmte Integral als gemeinsamen Grenzwert von Ober- und Untersummen deuten und bei einer Änderungsrate als Bestandsänderung beschreiben, aus der zusammen mit dem Anfangsbestand der Endbestand entsteht.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen](#)

S. 288

Wird direkt vorausgesetzt von

[Integralfunktion definieren und ihre Bedeutung beschreiben](#)

S. 292

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

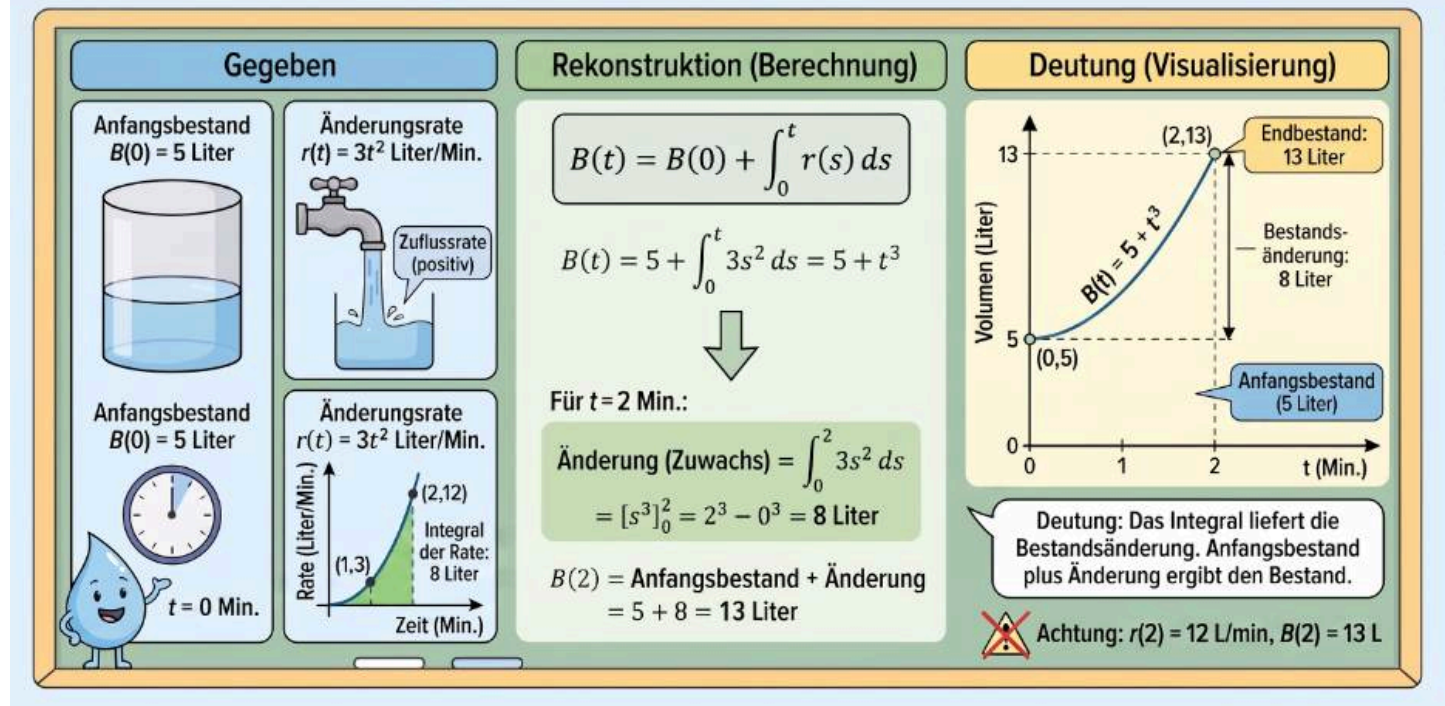
[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand rekonstruieren und deuten

Lernziel-ID ece68088-71a8-466b-874c-09e6baac19fc

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz

Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand rekonstruieren und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bestände aus Änderungsraten und einem Anfangsbestand berechnen sowie die Rekonstruktion in inner- und außermathematischen Kontexten deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen](#)

S. 287

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

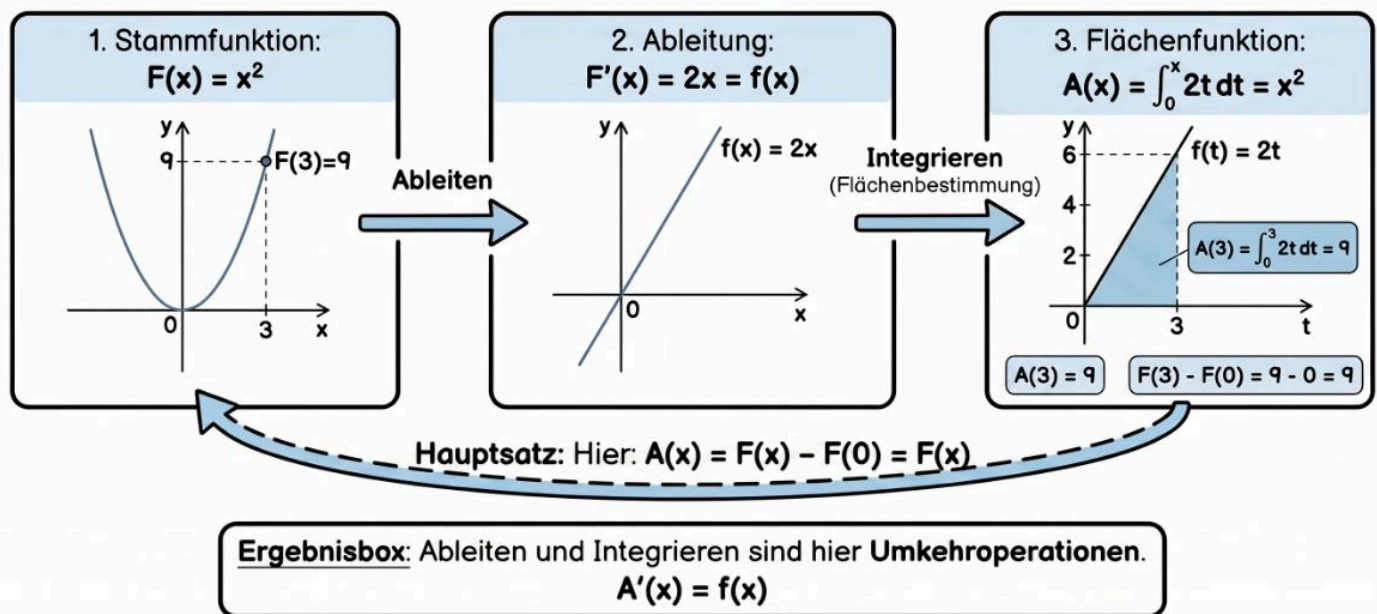
[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Hauptsatz geometrisch begründen und den Zusammenhang von Funktion, Ableitungsfunktion und Stammfunktion beschreiben

Lernziel-ID 90662398-a0fd-45bf-9ce9-2abbc20428ed

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz

Hauptsatz geometrisch begründen und der Zusammenhang von Funktion, Ableitung und Stammfunktion



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch anschaulich als Beziehung zwischen Ableiten und Integrieren begründen und den Zusammenhang von Funktion, Ableitungsfunktion und Stammfunktion beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen

94d63ad9-ae1c-5ff2-b05e-188a0f5ebec6

S. 288

Wird direkt vorausgesetzt von

Graphen von Integrand und Integralfunktion wechselseitig deuten

5042fd2b-bab2-50be-8144-c9ccf5618615

S. 293

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

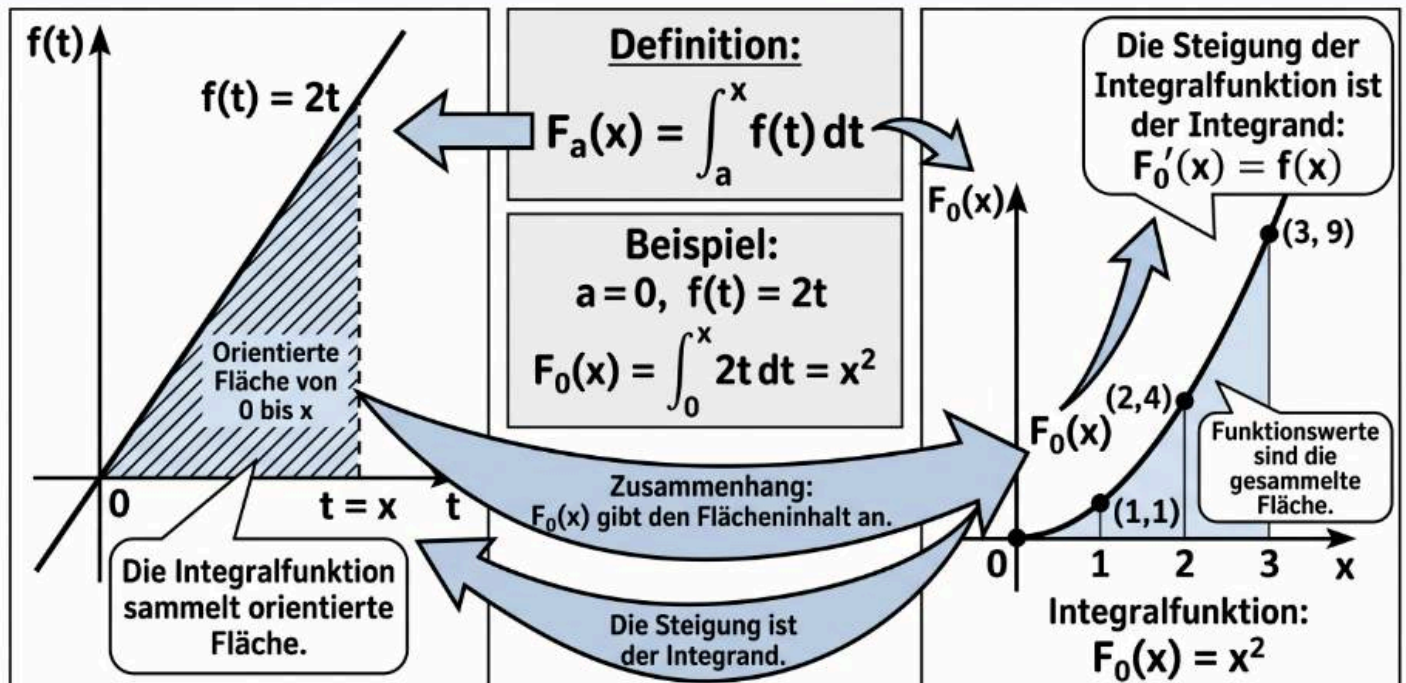
[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

Integralfunktion definieren und ihre Bedeutung beschreiben

Lernziel-ID 24f21c0c-b506-56ec-ad17-39b209af4585

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz

Integralfunktion definieren und ihre Bedeutung beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Begriff der Integralfunktion definieren, seine Bedeutung beschreiben und den Zusammenhang zwischen Integrand und Integralfunktion an Flächenbetrachtungen erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Bestimmtes Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen sowie als Bestandsänderung deuten](#)

S. 289

Wird direkt vorausgesetzt von

[Graphen von Integrand und Integralfunktion wechselseitig deuten](#)

S. 293

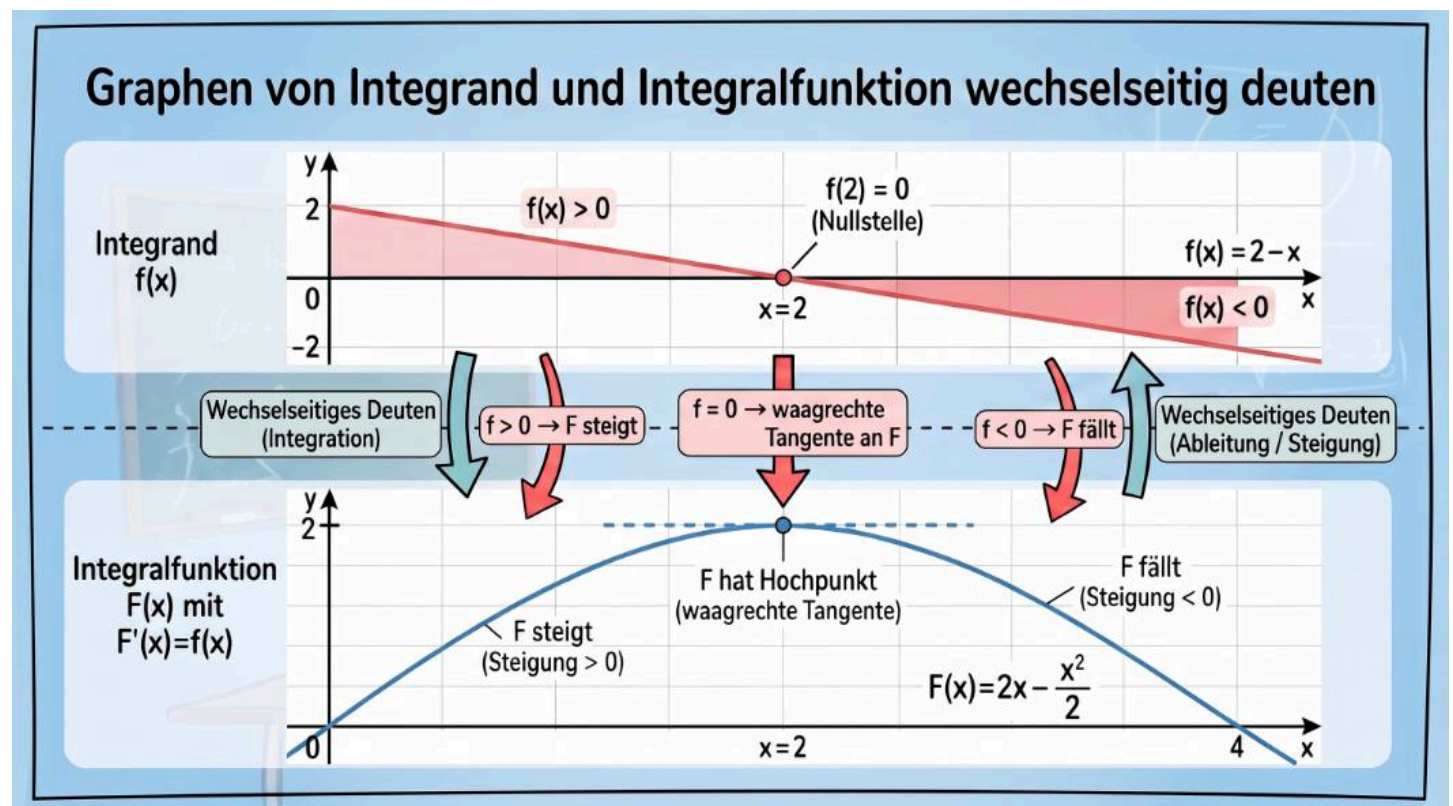
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#)

Graphen von Integrand und Integralfunktion wechselseitig deuten

Lernziel-ID 5042fd2b-bab2-50be-8144-c9ccf5618615

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann vom Graphen einer Funktion auf den Verlauf einer zugehörigen Integralfunktion schließen und umgekehrt aus einer Integralfunktion den Graphen der Integrandenfunktion erschließen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hauptsatz geometrisch begründen und den Zusammenhang von Funktion, Ableitungsfunktion und Stammfunktion beschreiben

S. 291

Integralfunktion definieren und ihre Bedeutung beschreiben

S. 292

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

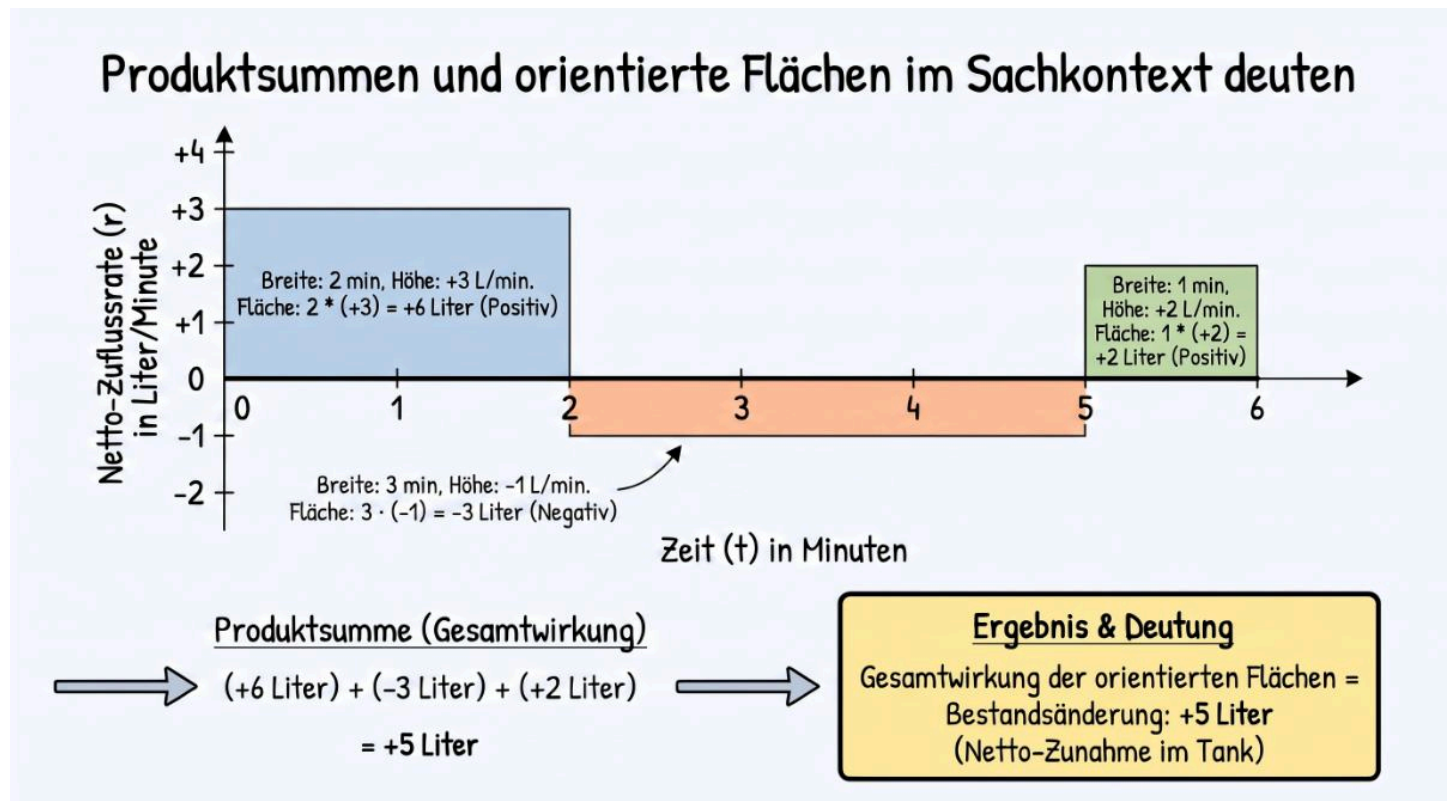
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#) 0f18f4e2-efd9-58b8-9b7e-f26aa2fbf43b

Produktsummen und orientierte Flächen im Sachkontext deuten

Lernziel-ID 269675a9-13cd-4a3a-ab75-63794f5c9710

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produktsummen und Inhalte orientierter Flächen in Sachsituationen deuten und ihre Bedeutung für Gesamtwirkungen qualitativ erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ableitungen elementarer Funktionen berechnen](#)

S. 211

Wird direkt vorausgesetzt von

[Übergang von Produktsummen zum Integral erläutern und vollziehen](#)

S. 296

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#)

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#)

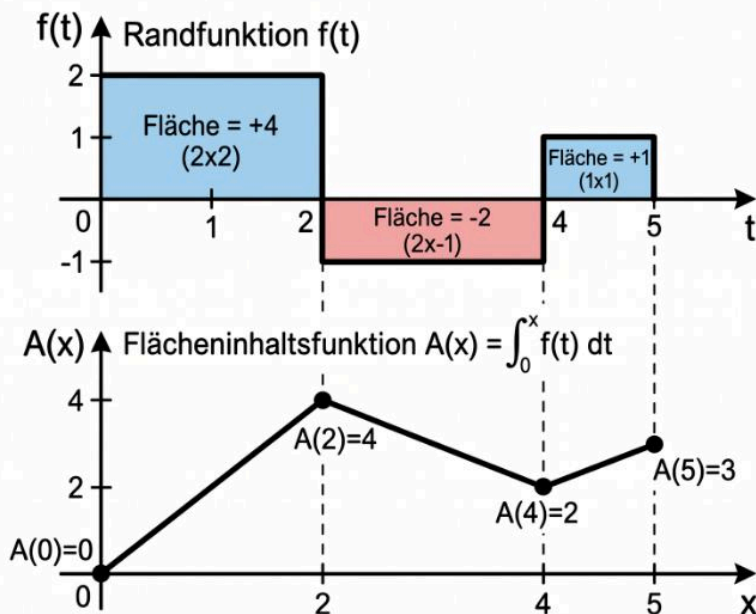
Graphen von Flächeninhaltsfunktionen skizzieren

Lernziel-ID 9441bb35-2a2f-4edc-9d8a-bc58c257054d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

Graphen von Flächeninhaltsfunktionen skizzieren

Lernziel: Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion qualitativ skizzieren



Zusammenhang & Skizzieren

- $f(t) > 0$ (positiv) $\rightarrow A(x)$ steigt (Gerade)
- $f(t) < 0$ (negativ) $\rightarrow A(x)$ fällt (Gerade)
- $f(t) = 0 \rightarrow A(x)$ waagerecht

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer gegebenen Startstelle aus dem Graphen einer Randfunktion den Verlauf der zugehörigen orientierten Flächeninhaltsfunktion qualitativ skizzieren und dabei positive und negative Flächenbeiträge berücksichtigen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen](#)

S. 287

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

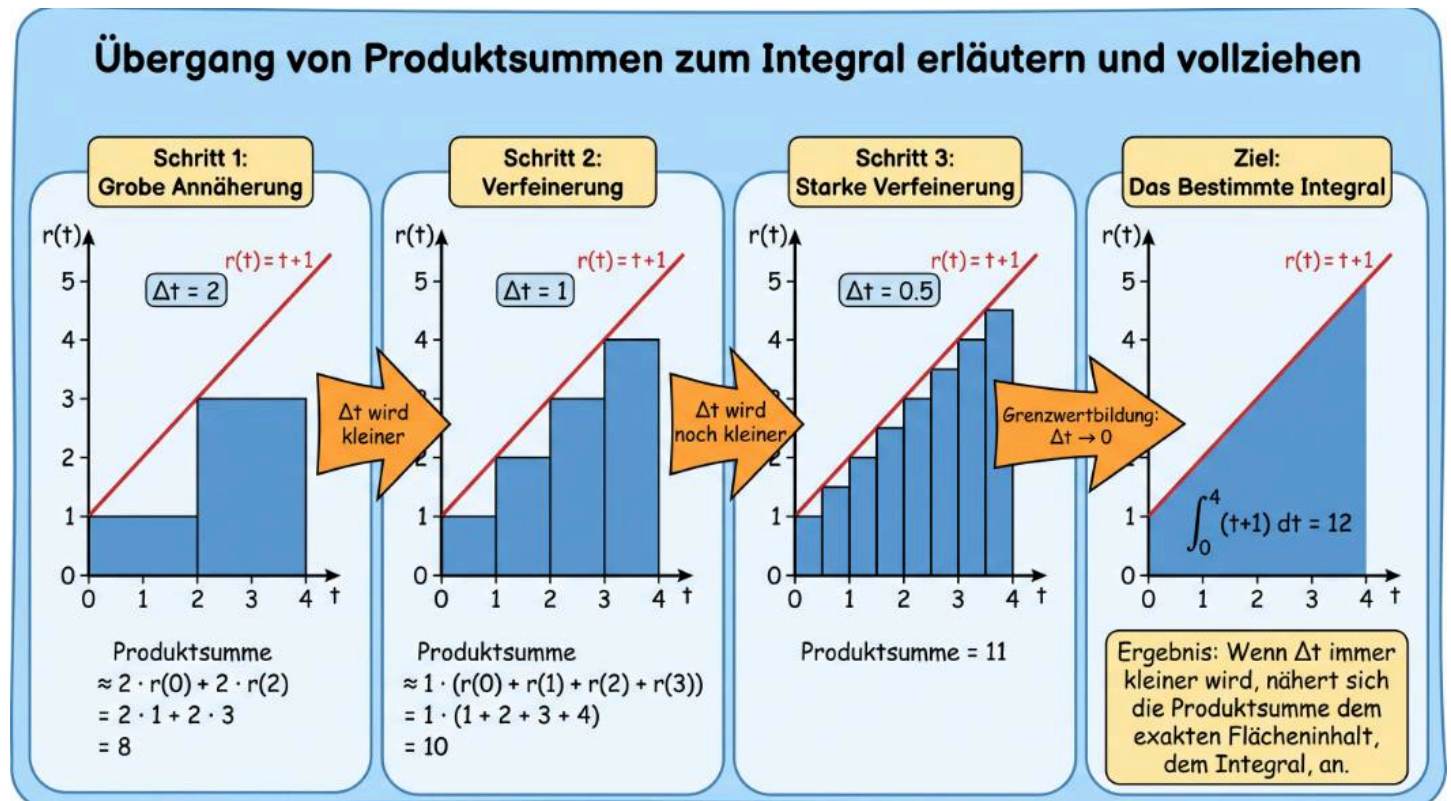
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#) 0f18f4e2-efd9-58b8-9b7e-f26aa2fbf43b

Übergang von Produktsummen zum Integral erläutern und vollziehen

Lernziel-ID b559e2ea-60ef-4b3f-a37c-669b867ace29

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an geeigneten Beispielen den Übergang von Produktsummen zum bestimmten Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und nachvollziehen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen
94d63ad9-ae1c-5ff2-b05e-188a0f5ebec6

S. 288

Produktsummen und orientierte Flächen im Sachkontext deuten
269675a9-13cd-4a3a-ab75-63794f5c9710

S. 294

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#) 0f18f4e2-efd9-58b8-9b7e-f26aa2fbf43b

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

Lernziel-ID b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

Funktion und Stammfunktion

Funktion:
 $f(x) = 2x$

Ableitungsprüfung:
 $F'(x) = (x^2)' = 2x = f(x)$

Stammfunktion:
 $F(x) = x^2$

Visualisierung & Integral

Berechnung und Ergebnis

$$\int_1^3 2x \, dx = [F(x)]_1^3$$

$$= F(3) - F(1)$$

$$= 3^2 - 1^2$$

$$= 9 - 1$$

$$= 8$$

Integral = Flächeninhalt von 1 bis 3 = Änderung der Stammfunktion = 8

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Zusammenhang zwischen Ableitung und Integral beschreiben, Stammfunktionen bestimmen und das bestimmte Integral über $F(b) - F(a)$ berechnen und geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen

S. 288

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache Integrale berechnen S. 298	Stammfunktionen ganzzahliger Funktionen bestimmen und vorgegebene Stammfunktionen nutzen S. 302	Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen S. 303	Flächen mit Integralen berechnen S. 305	Integralterme interpretieren und begründen S. 306	Bestände und Mittelwerte modellieren S. 308
Gesamtbestände und Gesamteffekte aus Änderungsraten oder Randfunktionen ermitteln S. 309	Differentialrechnung in Sachzusammenhängern auswählen und anwenden (LK) S. 315	Integralrechnung in Sachzusammenhängern auswählen und anwenden (LK) S. 316	Analysis-Modelle in Sachzusammenhängern validieren (LK) S. 317	Analysisgrundlagen in Q1-Anschlussaufgaben nutzen S. 318	Stammfunktionen durch Ableiten nachweisen S. 320
Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden S. 334	Einfache gebrochen rationale Funktionen untersuchen S. 338	Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen S. 339	Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben S. 341	Streckungen und Stauchungen von Funktionsgraphen beschreiben S. 342	Spiegelungen von Funktionsgraphen beschreiben S. 343

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Lernkarten - Lineare Algebra und Analytische Geometrie bd55594a-3e06-5997-8324-4f2f1349fd2a

Einfache Integrale berechnen

Lernziel-ID a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz

EINFACHE INTEGRALE BERECHNEN

Stammfunktionen bestimmen → **Bestimmtes Integral anwenden**

INTEGRATIONS-TABELLE

Funktion $f(x)$	Eine Stammfunktion $F(x)$	Regel
$f(x) = x^3$	$F(x) = \frac{1}{4}x^4$	Potenzregel (x^n)
$f(x) = 3x^2 + 2x$	$F(x) = x^3 + x^2$	Summen- & Faktorregel
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$	Standard-funktionen
$f(x) = \cos(x)$	$F(x) = \sin(x)$	
$f(x) = \sin(x)$	$F(x) = -\cos(x)$	

Bestimmtes Integral anwenden:

$$\int_0^2 (3x^2 + 2x) dx \rightarrow [x^3 + x^2]_0^2$$

Stammfunktion $F(x)$ bilden

$$\int_0^2 (3x^2 + 2x) dx \rightarrow = (2^3 + 2^2) - (0^3 + 0^2) = (8 + 4) - 0 = 12$$

$F(b) - F(a)$ berechnen

Ergebnisbox: Potenzregel, Faktorregel und Summenregel rückwärts anwenden; dann $F(b) - F(a)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Stammfunktionen von x^n für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$ sowie von e^x , $\sin(x)$ und $\cos(x)$ aus den Ableitungsregeln erschließen und damit mithilfe der Faktor- und Summenregel auf geeigneten Intervallen Stammfunktionen entsprechender Linearkombinationen bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen S. 297
b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

Wird direkt vorausgesetzt von

Transformierte Exponential- und trigonometrische Funktionen integrieren S. 299 23589682-2028-54cb-9034-b468b42688f1	Erweiterte Integrationsregeln anwenden (LK) S. 304 0d21097c-09bf-5375-8c56-34ce8dc5bc35	Volumina von Rotationskörpern um die Abszisse ermitteln (LK) S. 310 19481f5d-94de-4a74-b765-cbebd1525994	Flächeninhalte mithilfe uneigentlicher Integrale ermitteln (LK) S. 311 bfc2bf06-9b37-4912-a8eb-25fb5d489d72
Rotationskörper mit Integralen untersuchen (LK) S. 312 0f180645-37ce-5b6b-8a36-ad7b31188b1a	Uneigentliche Integrale berechnen (LK) S. 314 f4935b24-d8a9-5eb7-a5eb-6d34a9e09b2d	Analysisgrundlagen in Q1-Anschlussaufgaben nutzen S. 318 2713980f-75d2-5455-a8cb-bcd3888c49a0	Verknüpfungen von Exponential- und ganzzahligen Funktionen untersuchen S. 319 e9ad45b9-c0d2-5804-b6bf-79e5ce041d2c
Stammfunktionen durch Formansatz bestimmen S. 329 dc3c6e19-8ac2-532c-8d64-ca6e3d3f5cd9	Differenzialgleichungen erster Ordnung elementar lösen S. 336 28cdee95-3c8e-5760-a68a-405b7f9c6cbf	Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen S. 612 22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3	

Transformierte Exponential- und trigonometrische Funktionen integrieren

Lernziel-ID 23589682-2028-54cb-9034-b468b42688f1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung > Integralbegriff, Bestandsrekonstruktion und Hauptsatz

Transformierte Exponential- und trigonometrische Funktionen integrieren

Beispiel 1: Exponentialfunktion

$$\int e^{2x+1} dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} e^{2x+1} + C$$

Überprüfung (Ableitung):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} e^{2x+1} \right] &= \\ &= \frac{1}{2} \cdot e^{2x+1} \cdot \frac{d}{dx} [2x+1] \\ &= \frac{1}{2} \cdot e^{2x+1} \cdot 2 \\ &= e^{2x+1} \end{aligned}$$



Beispiel 2: Cosinusfunktion

$$\int \cos(3(x-1)) dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \sin(3(x-1)) + C$$

Überprüfung (Ableitung):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{3} \sin(3(x-1)) \right] &= \\ &= \frac{1}{3} \cdot \cos(3(x-1)) \cdot \frac{d}{dx} [3(x-1)] \\ &= \frac{1}{3} \cdot \cos(3(x-1)) \cdot 3 \\ &= \cos(3(x-1)) \end{aligned}$$



Beispiel 3: Sinusfunktion

$$\int \sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) dx$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \cos\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) + C$$

Überprüfung (Ableitung):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[-\frac{1}{2} \cos\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) \right] &= \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \left(-\sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) \right) \cdot 2 \\ &= \sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right) \end{aligned}$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen der Form e^{ax+b} , $\sin(b \cdot (x - c))$ und $\cos(b \cdot (x - c))$ mithilfe der linearen inneren Transformation beziehungsweise der rückwärtigen Kettenregel integrieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Produkt- und Kettenregel bei Exponentialverknüpfungen anwenden
d0a9e407-e654-5940-958f-6f608bf3d654

S. 248

Transformierte Sinus- und Kosinusfunktionen mit der Kettenregel ableiten
58d2f963-4fb9-550d-a832-f5ac60808900

S. 256

Einfache Integrale berechnen
a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Wird direkt vorausgesetzt von

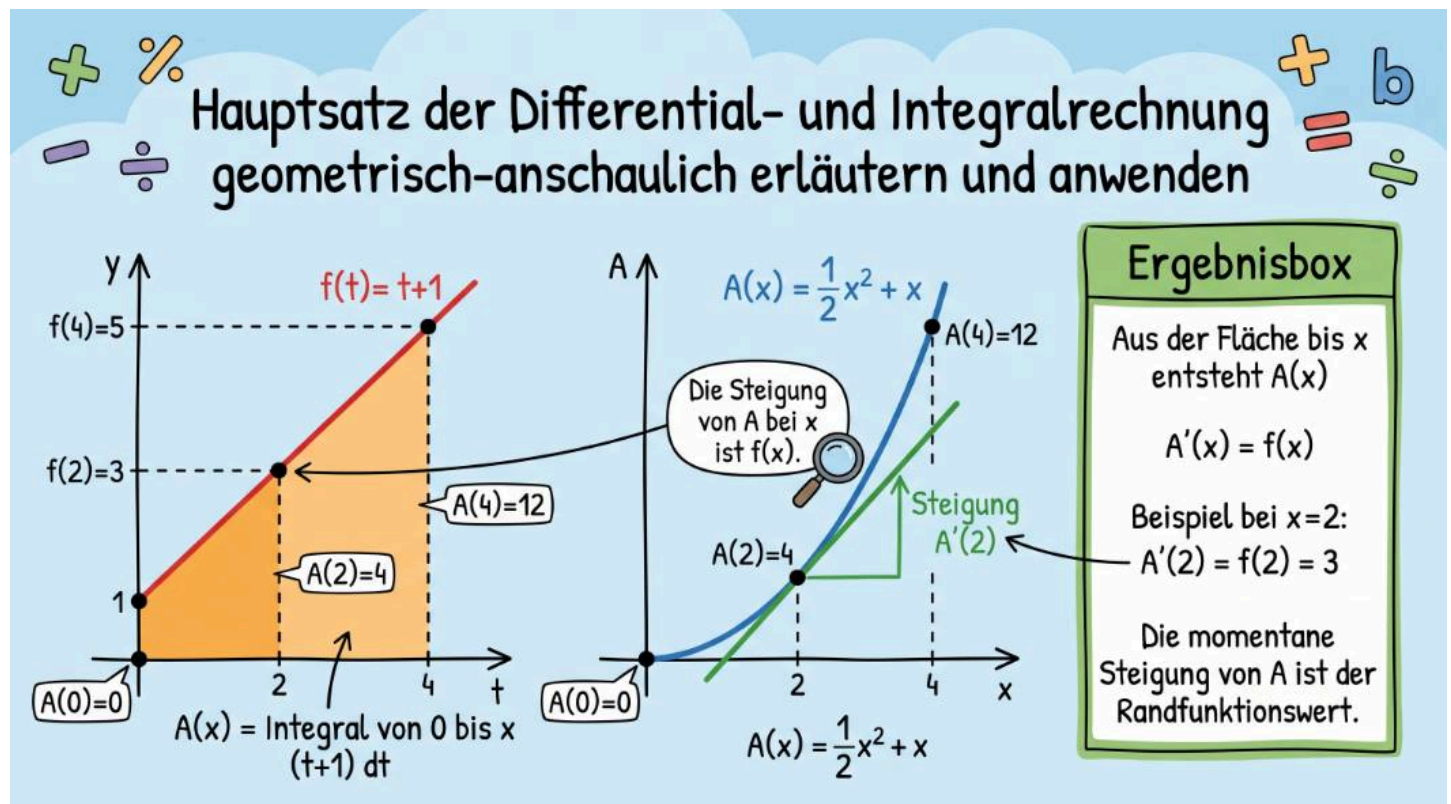
Erweiterte Integrationsregeln anwenden (LK)
0d21097c-09bf-5375-8c56-34ce8dc5bc35

S. 304

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch-anschaulich erläutern und anwenden

Lernziel-ID 8675a3d8-9aaa-4f35-b4ed-383d1c93ea24

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch-anschaulich erläutern und in einfachen Integralzusammenhängen anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen](#)
94d63ad9-ae1c-5ff2-b05e-188a0f5ebec6

S. 288

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#) 0f18f4e2-efd9-58b8-9b7e-f26aa2fbf43b

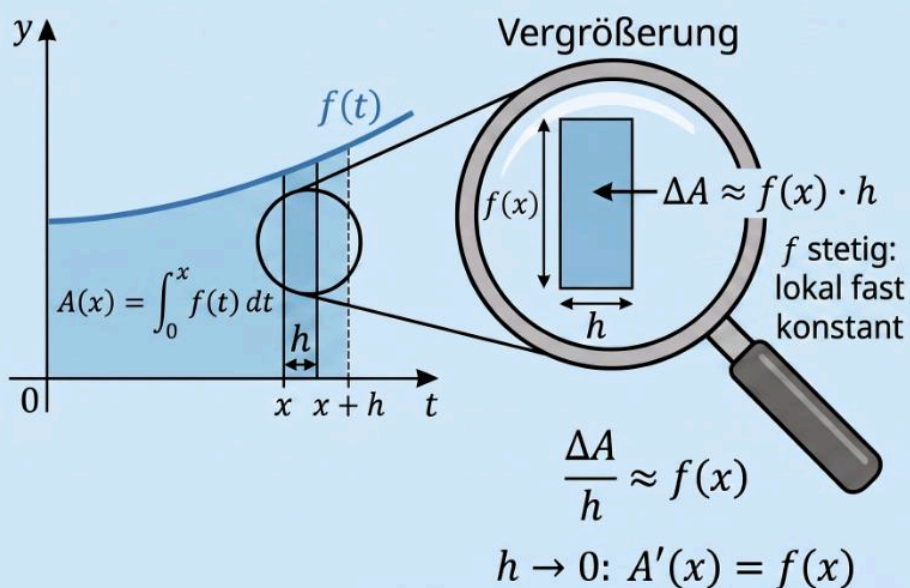
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung mit anschaulichem Stetigkeitsbegriff begründen und anwenden (LK)

Lernziel-ID ced4f794-9b42-4be4-bde5-7d44f134a140

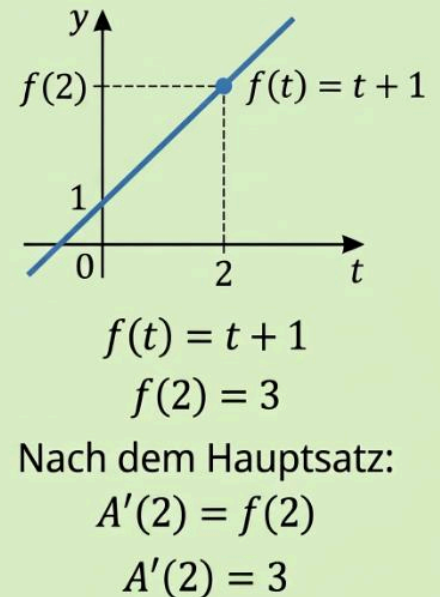
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Anschauliche Begründung mit Stetigkeit



Anwendung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen und in Integralzusammenhängen anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Flächen unter Graphen näherungsweise bestimmen](#)

94d63ad9-ae1c-5ff2-b05e-188a0f5ebec6

S. 288

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#) 0f18f4e2-efd9-58b8-9b7e-f26aa2fbf43b

Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen und vorgegebene Stammfunktionen nutzen

Lernziel-ID 31be24f0-3ab1-54d2-856d-fa9b7f36552f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

STAMMFUNKTIONEN GANZRATIONALER FUNKTIONEN BESTIMMEN & NUTZEN



Ohne Hilfsmittel Stammfunktionen bestimmen und sicher für Integral- & Rekonstruktionsaufgaben nutzen.



BESTIMMEN: Potenzregel rückwärts anwenden!

$f(x)$ (Ursprungsfunktion) $\xrightarrow{\text{INTEGRIEREN (Aufleiten)}}$ $F(x)$ (Stammfunktion)

$f(x) = a \cdot x^n$ $\rightarrow$ $F(x) = \frac{a}{n+1} \cdot x^{n+1}$

Beispiel: $f(x) = 6x^5$ $\rightarrow$ $F(x) = \frac{6}{6} x^6 = x^6$ Potenz um 1 erhöhen, durch neue Potenz teilen!

SICHERE PAARE (Stammfunktionen)	
$f(x)$ (Funktion)	$F(x)$ (Stammfunktion)
$f(x) = 3x^2$	$F(x) = x^3$
$f(x) = 4x + 1$	$F(x) = 2x^2 + x$
$f(x) = 3x^2 + 2x$	$F(x) = x^3 + x^2$

NUTZEN: Integralberechnung mit $F(x)$

$\int_0^2 (3x^2 + 2x) dx \xrightarrow{\text{Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung}} F(b) - F(a)$

$\rightarrow F(2) - F(0)$

Für $F(x) = x^3 + x^2$:

$F(2) = 2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$

$F(0) = 0^3 + 0^2 = 0 + 0 = 0$

$\rightarrow$ **Integralwert = $F(2) - F(0) = 12 - 0 = 12$**

ERGEBNIS: Potenzregel rückwärts anwenden und dann $F(b) - F(a)$ rechnen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen und vorgegebene Stammfunktionen für Integral- und Rekonstruktionsaufgaben sicher nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

S. 297

Wird direkt vorausgesetzt von

Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $1/x$ nutzen (LK)

S. 351

3bf1ce9e-T4d3-502e-9d6e-94f7b7f697d4

Integrale ganzrationaler Funktionenscharen berechnen

S. 492

d144a855-9139-55c7-a801-e8b85dab5f01

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

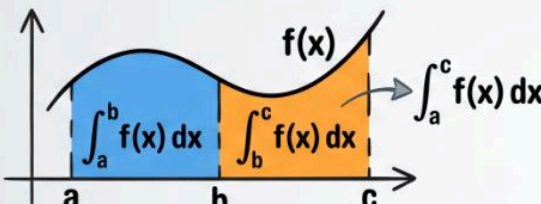
Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen

Lernziel-ID 649b673c-1a74-5dc5-af01-b4c9e090b90d

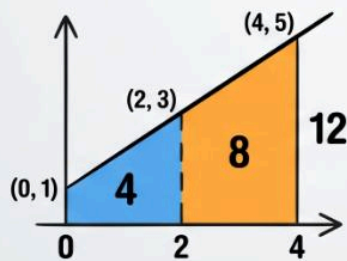
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen

Intervalladditivität

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$


$$f(x) = x + 1$$
$$\int_0^2 f(x) dx = 4$$
$$\int_2^4 f(x) dx = 8$$
$$\int_0^4 f(x) dx = 12$$



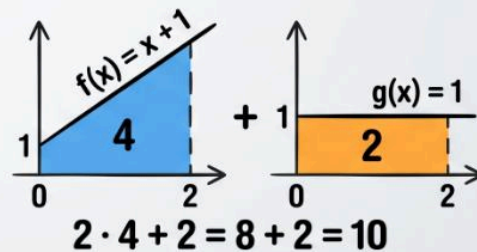
Linearität

$$\int_a^b (\lambda f(x) + \mu g(x)) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx + \mu \int_a^b g(x) dx$$

Konstantenausklammerung Summieren von Funktionen

$$f(x) = x + 1$$

$$\int_0^2 (2f(x) + 1) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 1 dx = 10$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bestimmte Integrale mithilfe von Intervalladditivität und Linearität umformen, zerlegen, zusammenfassen und die Rechenschritte fachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

S. 297

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

Erweiterte Integrationsregeln anwenden (LK)

Lernziel-ID 0d21097c-09bf-5375-8c56-34ce8dc5bc35

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Einführung in die Integralrechnung

Erweiterte Integrationsregeln anwenden

Lineare Klammerpotenz

$$\int (2x+1)^3 dx \Rightarrow = \frac{(2x+1)^4}{4} + C$$

Check:

Ableitung von $\frac{(2x+1)^4}{4} + C$

$$\Rightarrow = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (2x+1)^3 \cdot 2$$
$$\Rightarrow = (2x+1)^3$$

Form $f'(x) \cdot e^{f(x)}$

$$f(x) = x^2+1, f'(x) = 2x$$
$$\int 2x \cdot e^{x^2+1} dx \Rightarrow = e^{x^2+1} + C$$

Check:

Ableitung von $e^{x^2+1} + C$

$$\Rightarrow = e^{x^2+1} \cdot 2x$$
$$\Rightarrow = 2x \cdot e^{x^2+1}$$

Ergebnisbox

- Innere Ableitung erkennen!
- Rückwärts zur passenden Stammfunktion gehen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Integrale von Funktionen der Form $(ax + b)^r$ für $r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ sowie von Funktionen der Form $g(x) = f'(x) \cdot e^{f(x)}$ mithilfe passender Regeln berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen
a9ed219d-d497-55e5-a4e6-4d45d2554f6b

S. 298

Transformierte Exponential- und trigonometrische Funktionen integrieren
23589682-2028-54cb-9034-b468b42688f1

S. 299

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

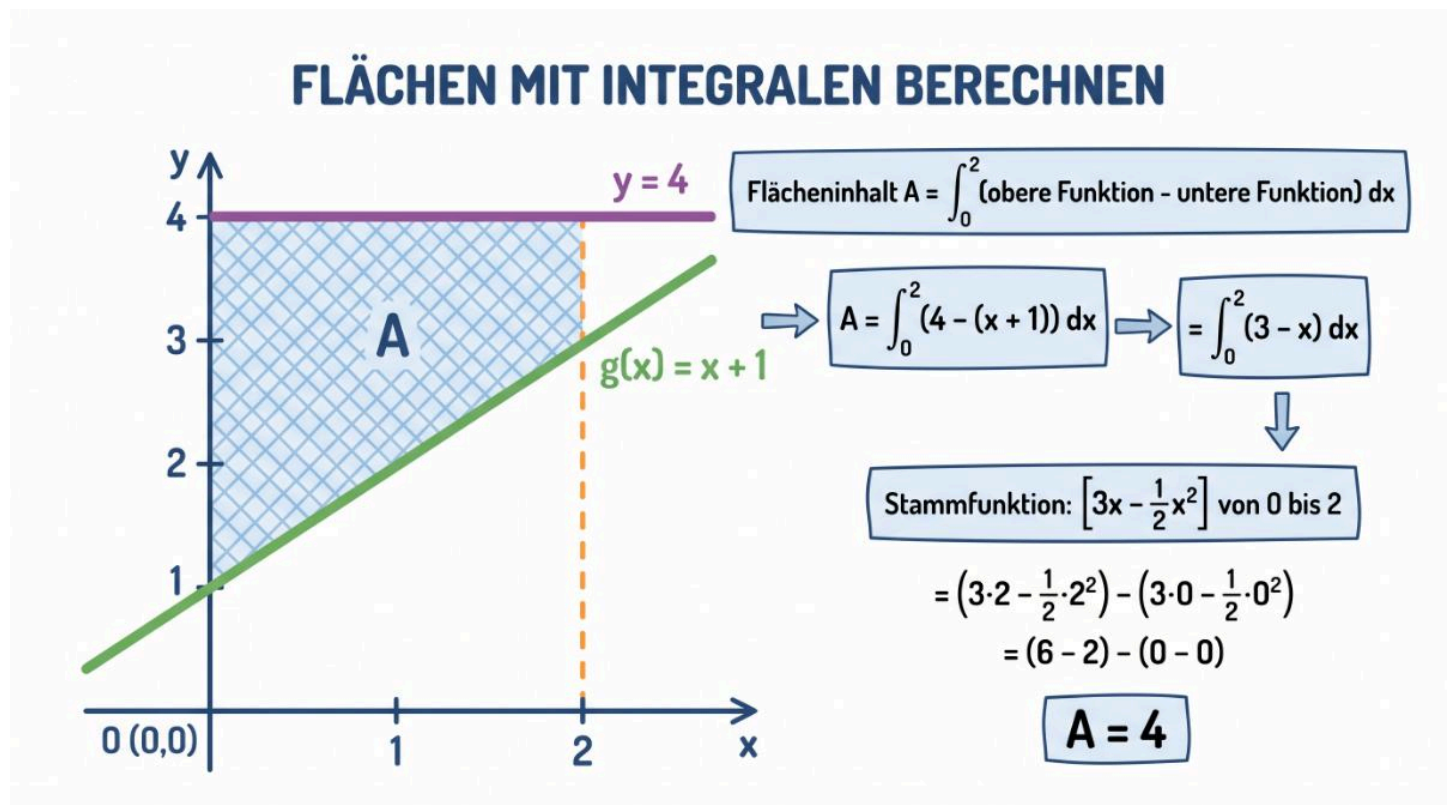
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrale als Flächen und Bestände deuten](#) ef18f4e2-efd9-58b8-9b7e-f26aa2fbf43b

Flächen mit Integralen berechnen

Lernziel-ID e9114fc2-1a87-5ef5-8fa3-7ee4c9bbe0dd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung > Flächen und Kontextdeutung mit Integralen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Flächeninhalte berechnen, die von einem oder mehreren Funktionsgraphen und Parallelen zu den Koordinatenachsen begrenzt werden, und dazu passende Integrale aufstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5fffb-817f-41467d48abef	S. 297
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Integralterme interpretieren und begründen 34604a97-0c64-5b06-81e2-6ac818732d60	S. 306	Integrationsgrenzen und Parameter bestimmen 647888d2-8e23-52b2-a2ec-fad3f31cb1a6	S. 307	Volumina von Rotationskörpern um die Abszisse ermitteln (LK) 19481f5d-94de-4a74-b765-cbebd1525994	S. 310	Flächeninhalte mithilfe uneigentlicher Integrale ermitteln (LK) bfc2bf06-9b37-4912-a8eb-25fb5d489d72	S. 311
Rotationskörper mit Integralen untersuchen (LK) 0f180645-37ce-5b6b-8a36-ad7b31168b1a	S. 312	Uneigentliche Integrale berechnen (LK) f4935b24-d8a9-5eb7-a5eb-6d34a9e09b2d	S. 314				

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

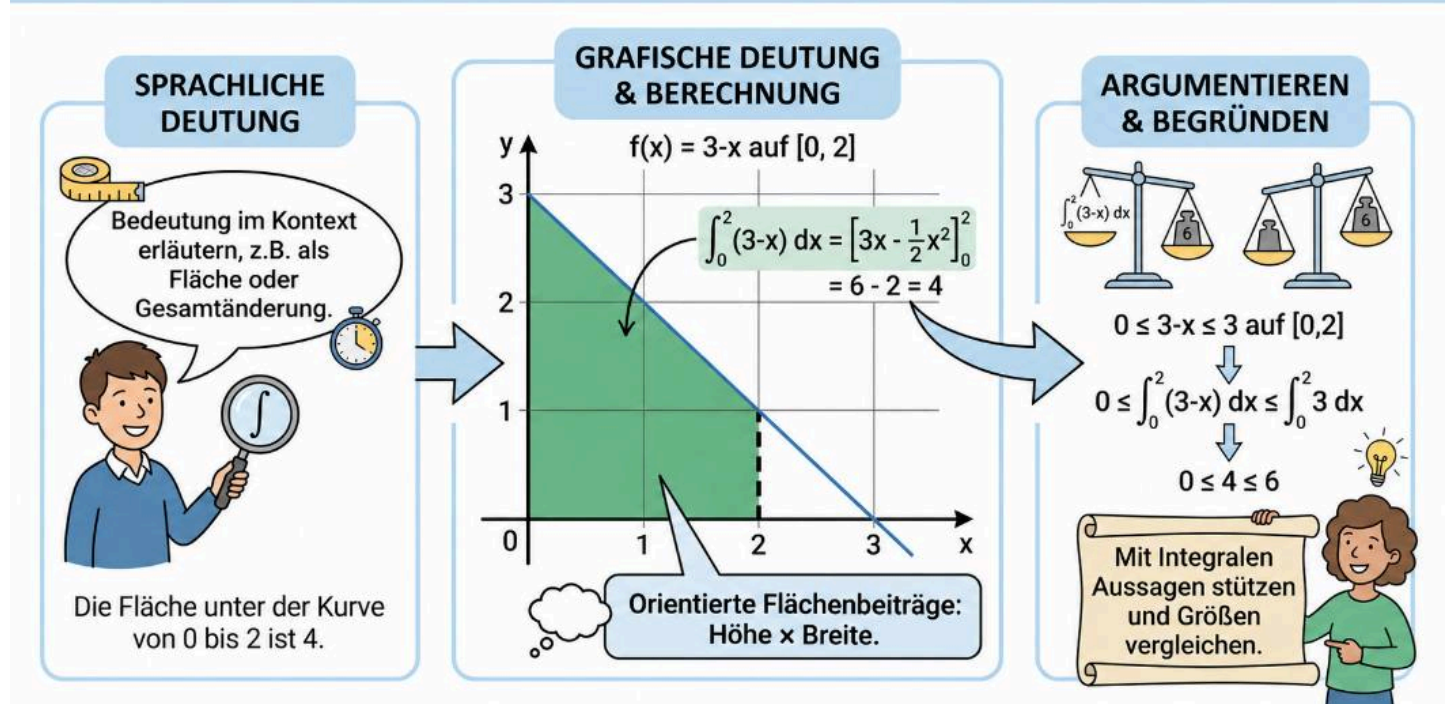
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Integralterme interpretieren und begründen

Lernziel-ID 34604a97-0c64-5b06-81e2-6ac818732d60

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung > Flächen und Kontextdeutung mit Integralen

Integralterme interpretieren und begründen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Integralterme sprachlich und grafisch deuten, ihre Bedeutung im Kontext erläutern und mit ihnen argumentieren, zum Beispiel beim Vergleichen von Größen oder beim Begründen von Aussagen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen
b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

S. 297

Flächen mit Integralen berechnen
e9114fc2-1a87-5ef5-8fa3-7ee4c9bbe0dd

S. 305

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Integrationsgrenzen und Parameter bestimmen

Lernziel-ID 647888d2-8e23-52b2-a2ec-fad3f31cb1a6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung

INTEGRATIONSGRENZEN UND PARAMETER BESTIMMEN

1. GRENZE BESTIMMEN (a)

$$\int_0^a 2x \, dx = 9$$

Stammfunktion: $F(x) = x^2$

$$[x^2]_0^a = a^2 - 0^2 = a^2$$
$$a^2 = 9 \quad (\text{mit } a \geq 0)$$

✓ **ERGEBNIS: $a = 3$**

2. PARAMETER BESTIMMEN (k)

$$\int_0^2 k \cdot x \, dx = 8$$
$$k \cdot \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^2 = k \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2^2 - 0 \right) = k \cdot 2$$
$$2k = 8$$

✓ **ERGEBNIS: $k = 4$**

ZUSAMMENFASSUNG:
GESUCHTE GRENZE ODER PARAMETER IN DIE INTEGRALGLEICHUNG EINSETZEN UND GLEICHUNG LÖSEN.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus vorgegebenen Gleichungen mit bestimmten Integralen Integrationsgrenzen oder Parameterwerte eines Funktionsterms so bestimmen, dass ein geforderter Flächeninhalt oder Bestand erreicht wird.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Flächen mit Integralen berechnen
e9114fc2-1a87-5ef5-8fa3-7ee4c9bbe0dd

S. 305

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

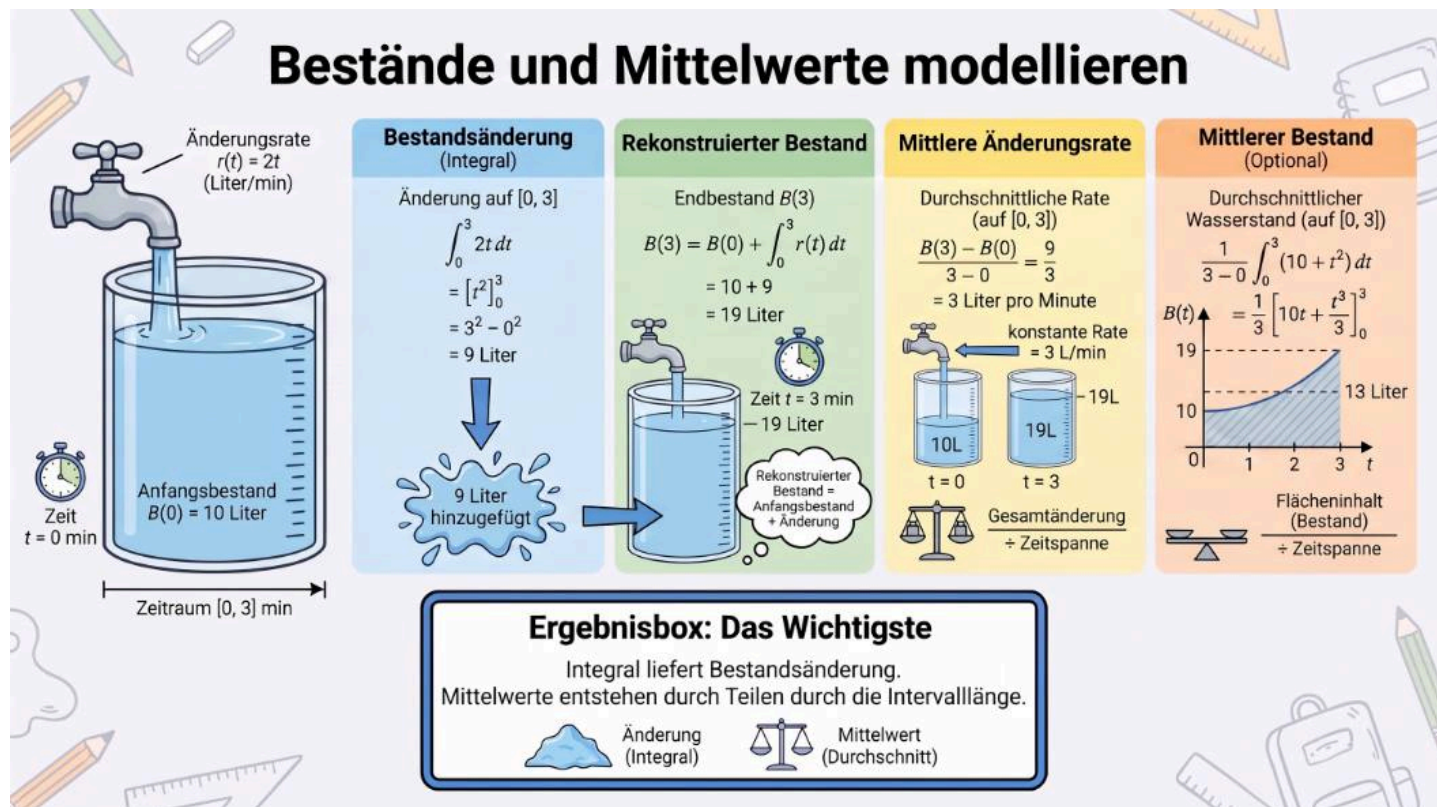
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Bestände und Mittelwerte modellieren

Lernziel-ID 809ef78a-f282-5593-89be-0f2cb95570ac

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Sachsituationen Bestände, rekonstruierte Bestände, mittlere Bestände und mittlere Änderungsraten mit bestimmten Integralen modellieren, berechnen und die Ergebnisse interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen
2afba4a2-287d-5e6f-aeee-a3bcf8652236

S. 287

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen
b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

S. 297

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

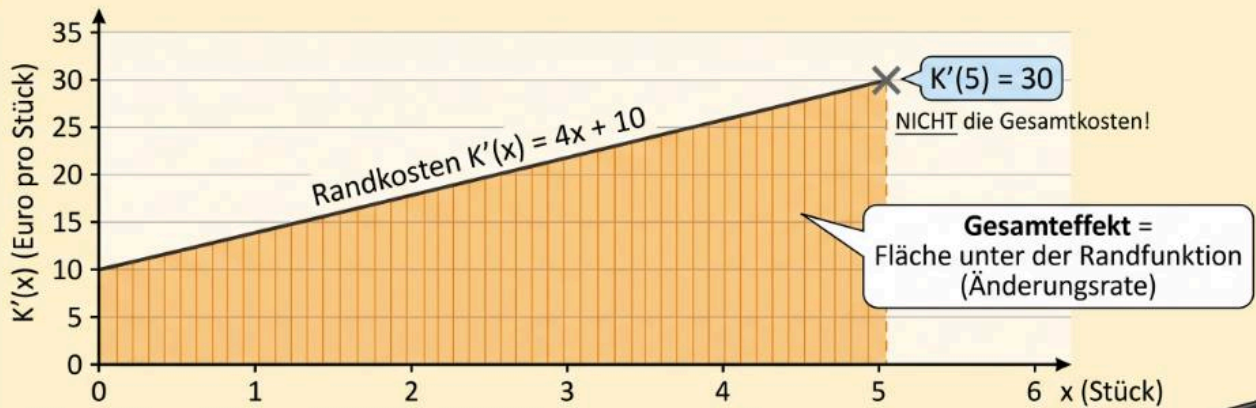
[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Gesamtbestände und Gesamteffekte aus Änderungsraten oder Randfunktionen ermitteln

Lernziel-ID 23c8b5f9-ab35-4071-a3d4-b76a669a0995

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung

Gesamtbestände & Gesamteffekte aus Änderungsraten



Bestimmung der Zusatzkosten für $x=0$ bis $x=5$

$$\int_0^5 (4x+10) dx = [2x^2 + 10x]_0^5 \Rightarrow (2 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5) - (2 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0) = 100 \Rightarrow \text{100 Euro}$$

Eine Randfunktion (Euro/Stück) wird aufsummiert. Die Einheit ist Euro (Gesamtbetrag).



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Sachsituationen Gesamteffekte aus Änderungsraten oder Randfunktionen mit bestimmten Integralen bestimmen, bei der Rekonstruktion eines absoluten Gesamtbestands einen gegebenen Anfangsbestand berücksichtigen und die Bedeutung der Ergebnisse fachlich erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Integral als Bestand und Flächeninhalt verstehen

S. 287

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

S. 297

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

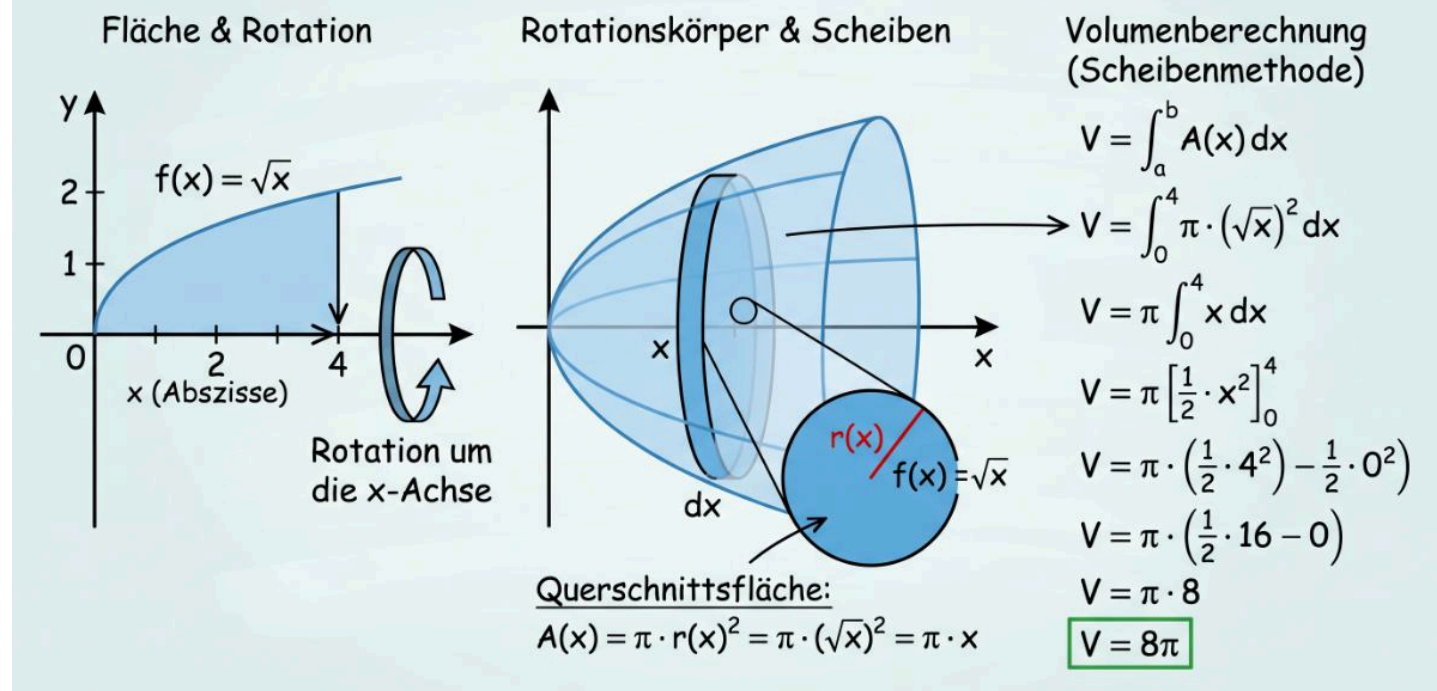
[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Volumina von Rotationskörpern um die Abszisse ermitteln (LK)

Lernziel-ID 19481f5d-94de-4a74-b765-cbebd1525994

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung

Volumina von Rotationskörpern um die Abszisse ermitteln (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Volumina von Körpern berechnen, die durch Rotation von Flächen um die Abszissenachse entstehen, auch wenn Wurzelfunktionen als Randfunktionen auftreten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen
a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Flächen mit Integralen berechnen
e9114fc2-1a87-5ef5-8fa3-7ee4c9bbe0dd

S. 305

Wird direkt vorausgesetzt von

Reale Gegenstände als Rotationskörper zur Volumenbestimmung modellieren (LK)
281e0c6e-d06d-580f-8443-4369f0ea524b

S. 313

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

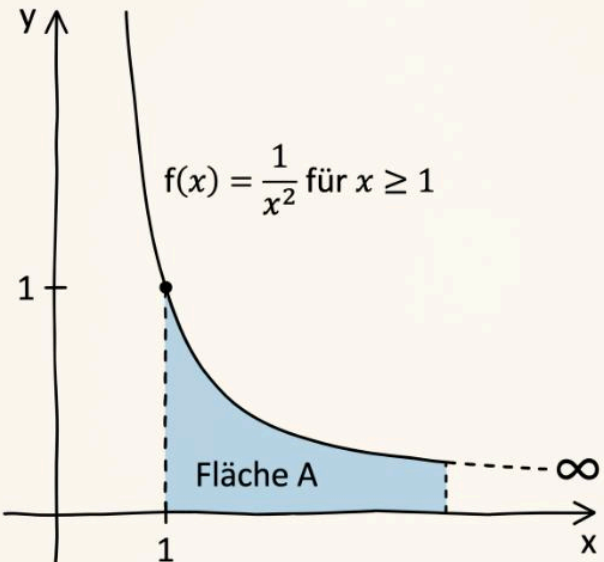
[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Flächeninhalte mithilfe uneigentlicher Integrale ermitteln (LK)

Lernziel-ID bfc2bf06-9b37-4912-a8eb-25fb5d489d72

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung

Flächeninhalte mithilfe uneigentlicher Integrale ermitteln (LK)



$f(x) = \frac{1}{x^2}$ für $x \geq 1$

Fläche A

$$A = \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx \quad \leftarrow \text{Uneigentliches Integral}$$
$$\Rightarrow = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \frac{1}{x^2} dx \quad \leftarrow \text{Mit Grenzwert schreiben (b als obere Grenze)}$$
$$\Rightarrow = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{x} \right]_1^b \quad \leftarrow \text{Stammfunktion bestimmen}$$
$$\Rightarrow = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} \right) - \left(-\frac{1}{1} \right) \quad \leftarrow \text{Grenzen einsetzen (obere - untere)}$$
$$\Rightarrow = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} + 1 \right) \quad \leftarrow \text{Grenzwert für } b \rightarrow \infty \text{ berechnen}$$
$$\Rightarrow = 0 + 1 = 1$$

Ergebnis: $A = 1$

Trotz unendlichem Intervall ist die Fläche endlich, weil der Grenzwert existiert.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Inhalt einer unendlich ausgedehnten Fläche durch passende uneigentliche Integrale als Grenzwerte bestimmen, die Fläche vorzeichengerecht in nichtnegative Teilflächen zerlegen und das Ergebnis nur dann als endlich deuten, wenn alle dafür erforderlichen Grenzwerte existieren und endlich sind.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen
a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Flächen mit Integralen berechnen
e9114fc2-1a87-5ef5-8fa3-7ee4c9bbe0dd

S. 305

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

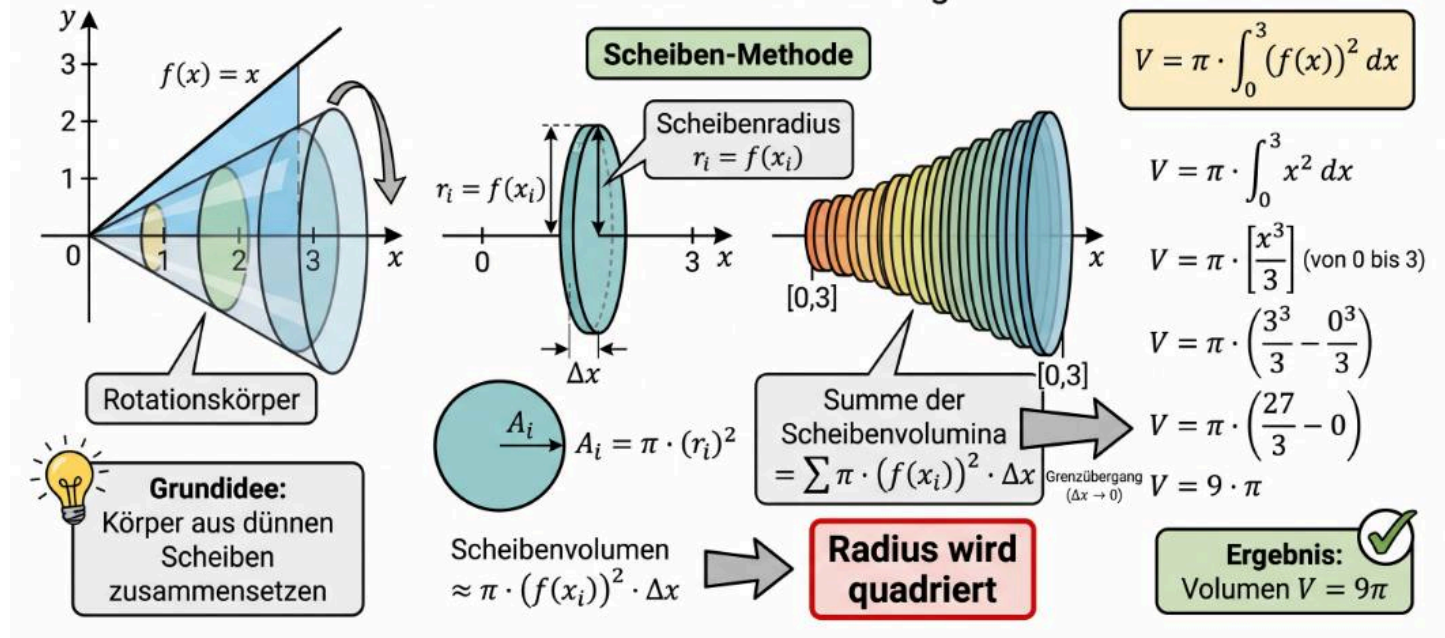
Rotationskörper mit Integralen untersuchen (LK)

Lernziel-ID 0f180645-37ce-5b6b-8a36-ad7b31168b1a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung

Rotationskörper mit Integralen untersuchen (LK)

Volumenformel aus Scheiben begründen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Volumina von Rotationskörpern begründen und berechnen, indem sie passende Integrale aufstellt und die Volumenformel aus der Grundvorstellung des Integralbegriffs ableitet.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen

S. 298

Flächen mit Integralen berechnen

S. 305

Wird direkt vorausgesetzt von

Reale Gegenstände als Rotationskörper zur Volumenbestimmung modellieren (LK)

S. 313

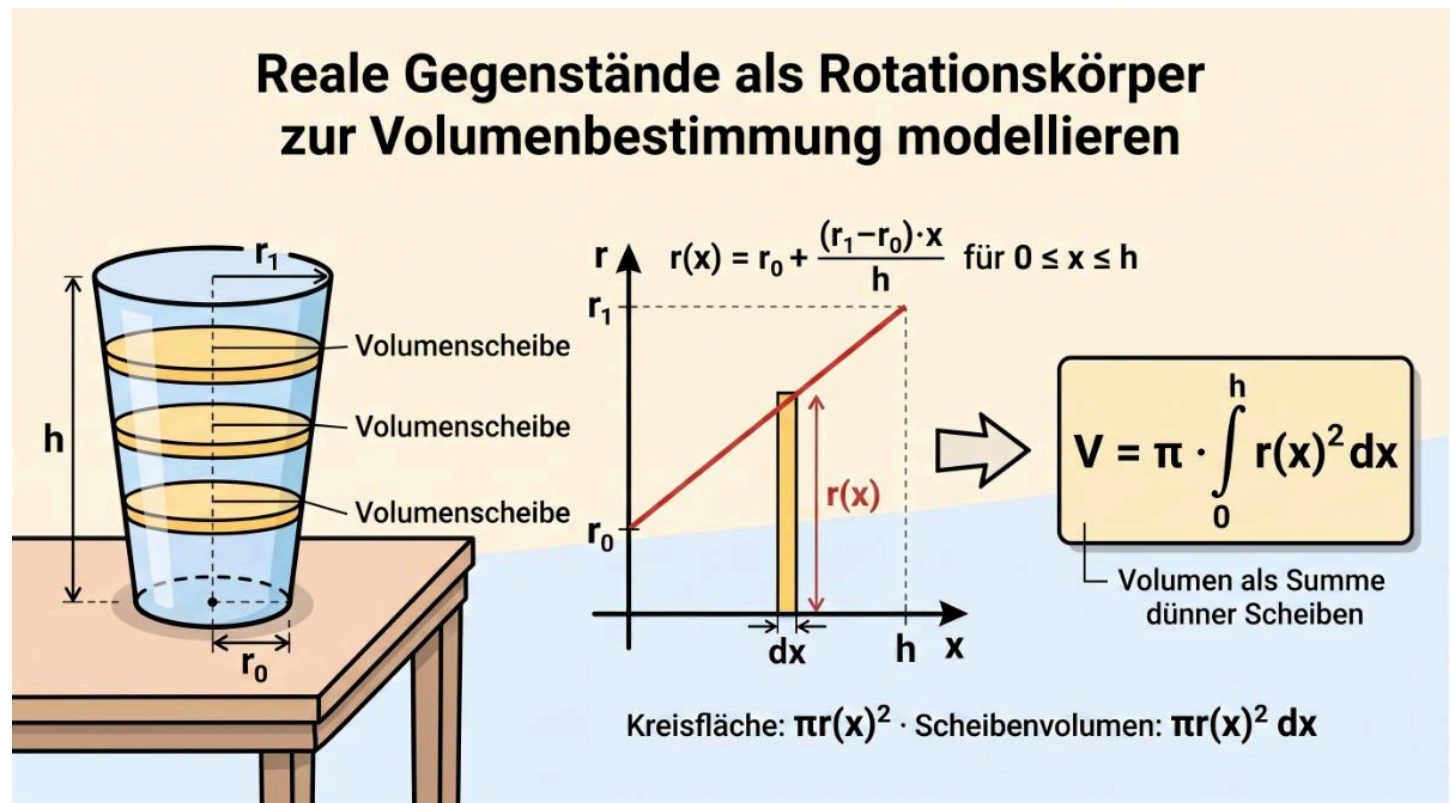
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6429e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Reale Gegenstände als Rotationskörper zur Volumenbestimmung modellieren (LK)

Lernziel-ID 281e0c6e-d06d-580f-8443-4369f0ea524b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann reale Gegenstände durch geeignete Rotationskörper beziehungsweise Randfunktionen modellieren, passende Integrale zur Volumenbestimmung aufstellen und die Modellannahmen im Kontext begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumina von Rotationskörpern um die Abszisse ermitteln (LK)
19481f5d-94de-4a74-b765-cbebd1525994

S. 310

Rotationskörper mit Integralen untersuchen (LK)
6f180645-37ce-5b6b-8a36-ad7b31168b1a

S. 312

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Uneigentliche Integrale berechnen (LK)

Lernziel-ID f4935b24-d8a9-5eb7-a5eb-6d34a9e09b2d

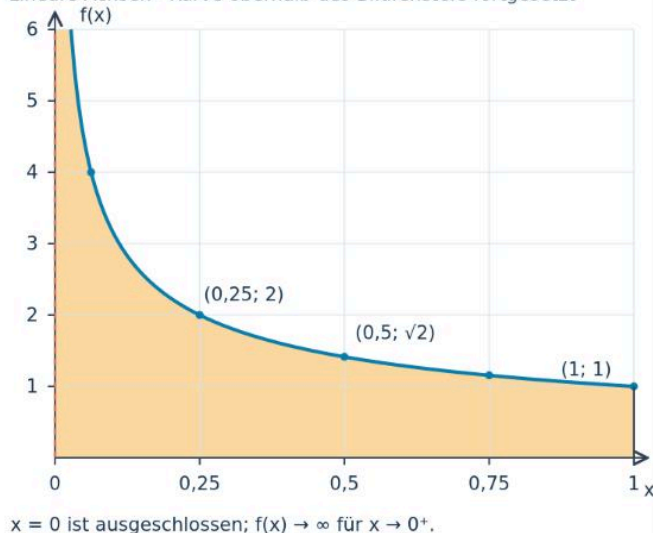
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung

Uneigentliche Integrale berechnen (LK)

Unbeschränkte Funktionswerte können zu einem endlichen Integral führen.

Beispiel: $f(x) = 1/\sqrt{x}$, $0 < x \leq 1$

Lineare Achsen - Kurve oberhalb des Bildfensters fortgesetzt



1 · Die problematische Grenze ersetzen

Zunächst $0 < a < 1$; erst danach $a \rightarrow 0^+$.

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx := \lim_{a \rightarrow 0^+} \int_a^1 x^{-1/2} dx$$

Unendliche Funktionshöhe entscheidet nicht allein.

2 · Integrieren und den Randwert prüfen

$$\int_a^1 x^{-1/2} dx = [2\sqrt{x}]_a^1 = 2 - 2\sqrt{a}$$

Die Stammfunktion ist $2\sqrt{x}$ für $x > 0$.

3 · Den Grenzwert berechnen und deuten

$$\lim_{a \rightarrow 0^+} (2 - 2\sqrt{a}) = 2$$

Das uneigentliche Integral konvergiert.

Hier gilt $f > 0$: Integralwert = Flächeninhalt = 2.

Die Schattierung zeigt nur $0 < x \leq 1$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann uneigentliche Integrale mit unendlichen Integrationsgrenzen oder Singularitäten als Grenzwerte formulieren, ihre Konvergenz untersuchen, im konvergenten Fall ihren Wert berechnen und geometrische Flächeninhalte mithilfe des Betrags des Integranden beurteilen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen
a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Flächen mit Integralen berechnen
e9114fc2-1a87-5ef5-8fa3-7ee4c9bbe0dd

S. 305

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integralmodelle in Sachkontexten anwenden](#) 6420e4be-fcb1-537a-8367-206431e5b14e

Differentialrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK)

Lernziel-ID dc12f281-f161-572b-a973-8405ae9b2498

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung > Differential- und Integralrechnung in Sachzusammenhängen reflektiert anwenden (LK)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Sachzusammenhängen geeignete Methoden der Differentialrechnung auswählen, anwenden und die Ergebnisse im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Extremwertprobleme lösen 1511b39a-4094-5450-a755-4a3ad3339733	S. 225	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef	S. 297
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Integralrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK) 0b162cb0-8507-5ac2-b9d6-57f40f4d3f35	S. 316
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

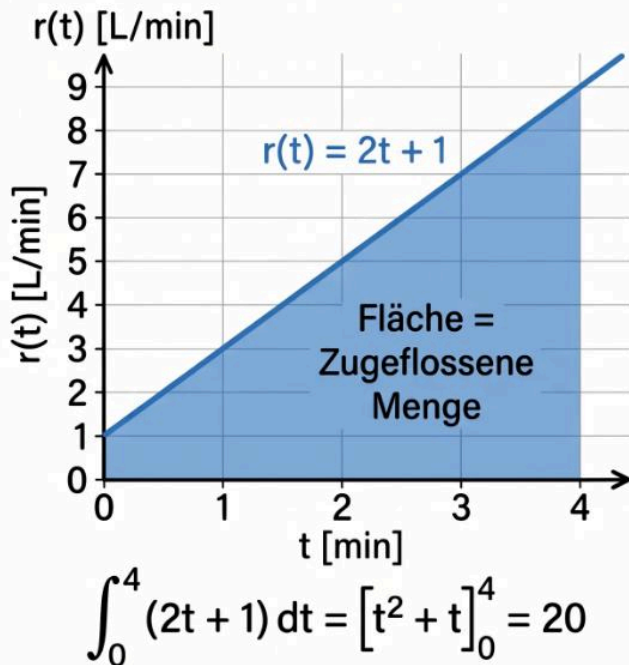
[Zuflussmodell für einen Wassertank prüfen](#) c849eeab-e88f-5e82-89d9-761a1e17d97b

Integralrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK)

Lernziel-ID 0b162cb0-8507-5ac2-b9d6-57f40f4d3f35

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung > Differential- und Integralrechnung in Sachzusammenhängen reflektiert anwenden (LK)

Integralrechnung im Sachzusammenhang



Zufluss in Tank



Rate $r(t)$ [L/min] → Integral [L] → Gesamtmenge

Ergebnis im Kontext:
In 4 Minuten fließen 20 Liter in den Tank.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Sachzusammenhängen geeignete Methoden der Integralrechnung auswählen, anwenden und die Ergebnisse im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Extremwertprobleme lösen
1511b39a-4094-5450-a755-4a3ad3339733

S. 225

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen
b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

S. 297

Differentialrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK)
dc12f281-f161-572b-a973-8405ae9b2498

S. 315

Wird direkt vorausgesetzt von

Analysis-Modelle in Sachzusammenhängen validieren (LK)
71fe4a39-38e8-5c6a-8eef-ff4783fe70c2

S. 317

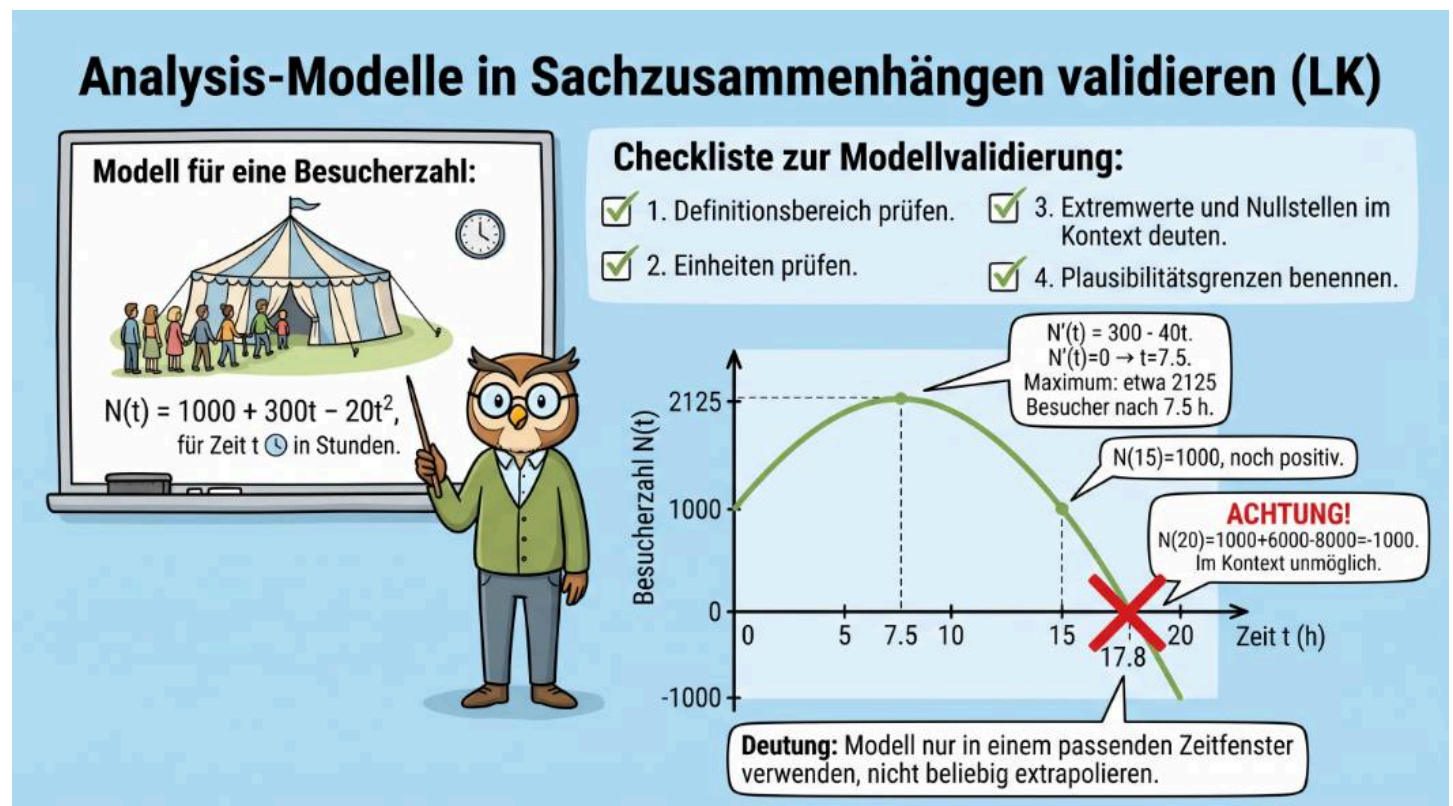
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zuflussmodell für einen Wassertank prüfen](#) c849eeab-e88f-5e82-89d9-761a1e17d97b

Analysis-Modelle in Sachzusammenhängen validieren (LK)

Lernziel-ID 71fe4a39-38e8-5c6a-8eef-ff4783fe70c2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Anwendungen der Integralrechnung > Differential- und Integralrechnung in Sachzusammenhängen reflektiert anwenden (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Modellannahmen und Resultate in Sachzusammenhängen der Differential- und Integralrechnung fachlich prüfen und Grenzen des Modells benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Extremwertprobleme lösen
1511b39a-4094-5450-a755-4a3ad3339733

S. 225

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen
b9bbd2a8-1379-5f7b-817f-41467d48abef

S. 297

Integralrechnung in Sachzusammenhängen auswählen und anwenden (LK)
0b162cb0-8507-5ac2-b9d6-57f40f4d3f35

S. 316

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zuflussmodell für einen Wassertank prüfen](#) c849eeab-e88f-5e82-89d9-761a1e17d97b

Analysisgrundlagen in Q1-Anschlussaufgaben nutzen

Lernziel-ID 2713980f-75d2-5455-a8cb-bcd3888c49a0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

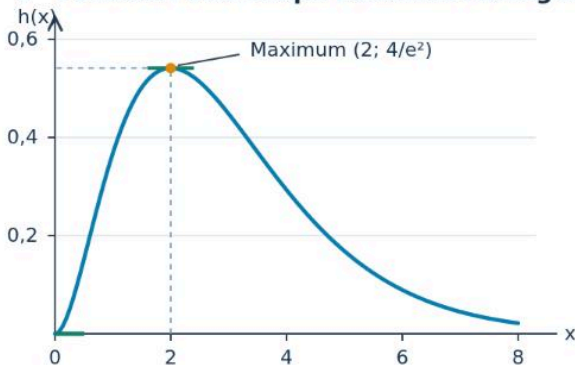
Analysisgrundlagen gezielt verbinden

Ein Beispiel für den Übergang von der E-Phase zu Q1

$$h(x) = x^2 \cdot e^{-x}, x \geq 0$$

Darstellen → passende Regeln wählen → Verlauf begründen

1 · Funktion und Graph zusammenbringen



Bei $x = 0$ und $x = 2$ ist die Tangente waagrecht.

Für $x > 0$ bleibt $h(x)$ positiv; rechts nähert sich $h(x)$ der 0.

2 · Produktregel und Kettenregel begründen

Faktoren: x^2 und e^{-x} , Innere Funktion: $-x$.

$$\begin{aligned} h'(x) &= 2x \cdot e^{-x} + x^2 \cdot (-e^{-x}) \\ &= e^{-x} \cdot x \cdot (2 - x) \end{aligned}$$

Der Faktor -1 stammt aus der Ableitung der inneren Funktion.

3 · Aus der Ableitung den Verlauf erklären

$e^{-x} > 0$: Das Vorzeichen von $x \cdot (2 - x)$ entscheidet.

$0 < x < 2$: $h'(x) > 0 \rightarrow h$ steigt.

$x > 2$: $h'(x) < 0 \rightarrow h$ fällt.

$h'(0) = h'(2) = 0$. Randpunkt: $x = 0$. Maximum: $h(2) = 4/e^2$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die in der Einführungsphase erarbeiteten Inhalte zu Funktionen und Darstellungen, Ableitungsbegriff und Anwendungen, ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, trigonometrischen Funktionen und Ableitungsregeln in Q1-Anschlussaufgaben passend auswählen, begründet einsetzen und fachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

b9bbd2a8-1379-5fffb-817f-41467d48abef

S. 297

Einfache Integrale berechnen

a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Wird direkt vorausgesetzt von

Verknüpfungen von Exponential- und ganzrationalen Funktionen untersuchen

e9ad45b9-c0d2-5804-b6bf-79e5ce041d2c

S. 319

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

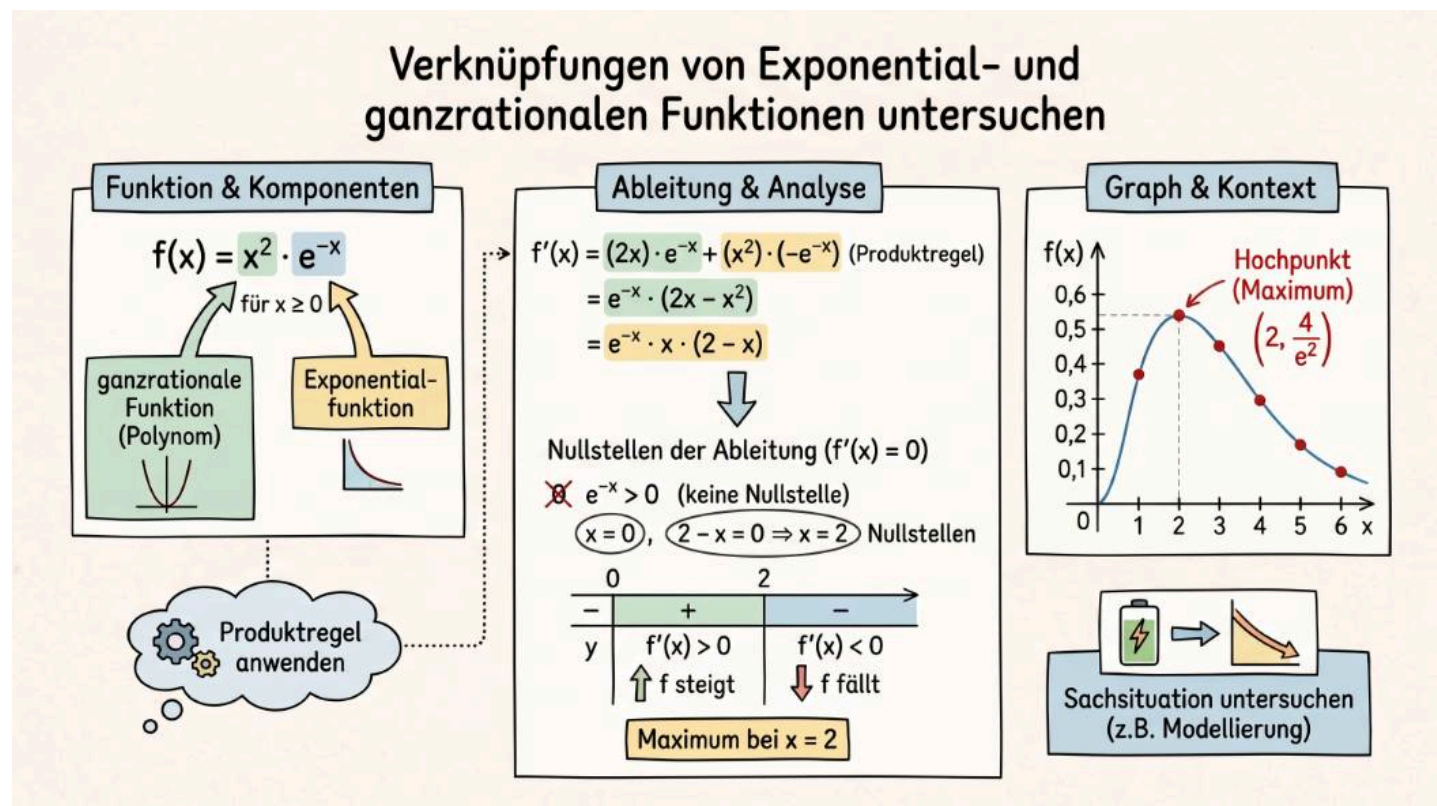
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Verknüpfungen von Exponential- und ganzrationalen Funktionen untersuchen

Lernziel-ID e9ad45b9-c0d2-5804-b6bf-79e5ce041d2c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen analysieren, in denen Exponentialfunktionen mit ganzrationalen Funktionen addiert, multipliziert oder verkettet werden, und diese auch in Sachsituationen untersuchen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen

a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Analysisgrundlagen in Q1-Anschlussaufgaben nutzen

2713980f-75d2-5455-a8cb-bcd3888c49a0

S. 318

Wird direkt vorausgesetzt von

Stammfunktionen durch Ableiten nachweisen

93fcf49d-a08c-5aa5-a5b2-cb4ee56fdae4

S. 320

Parameteruntersuchungen mit Exponentialfunktionen (LK)

e7350739-c89f-5c7b-b4d1-717d6a767298

S. 325

Funktionenscharen mit Exponential- und ganzrationalen Anteilen untersuchen

ccfd4e60-5728-568f-adb7-0b932d8e5aac

S. 493

Stammfunktionen durch Ableiten nachweisen

Lernziel-ID 93fcf49d-a08c-5aa5-a5b2-cb4ee56fdae4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

Stammfunktionen durch Ableiten nachweisen

GEGEBEN

Ausgangsfunktion:
 $f(x) = e^x \cdot (x^2 + 2x)$

Vorgegebene Funktion (Kandidat):
 $F(x) = e^x \cdot x^2$

NACHWEIS DURCH ABLEITEN

Aufgabe: Zeige $F'(x) = f(x)$

$F'(x) = (e^x \cdot x^2)'$

Produktregel anwenden!

$F'(x) = (e^x)' \cdot x^2 + e^x \cdot (x^2)'$

$u' \cdot v$ $u \cdot v'$

$F'(x) = e^x \cdot x^2 + e^x \cdot 2x$

e^x ausklammern!

$F'(x) = e^x \cdot (x^2 + 2x)$ ✓

SCHLUSS & ERGEBNIS

Vergleich: ✓

$F'(x) = e^x \cdot (x^2 + 2x)$

$=$

$f(x) = e^x \cdot (x^2 + 2x)$

Ergebnis: Eine Stammfunktion ist nachgewiesen, wenn die Ableitung genau die Ausgangsfunktion ergibt.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer gegebenen Funktion durch Ableiten nachweisen, dass eine vorgegebene Funktion eine Stammfunktion ist, insbesondere bei verknüpften Exponential- und ganzrationalen Funktionen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef	S. 297	Verknüpfungen von Exponential- und ganzrationalen Funktionen untersuchen e9ad45b9-c9d2-5804-b6bf-79e5ce041d2c	S. 319
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Integrale bei verknüpften Exponential- und ganzrationalen Funktionen berechnen 0e8417d7-effb-5314-930a-a571b01726ce	S. 494
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

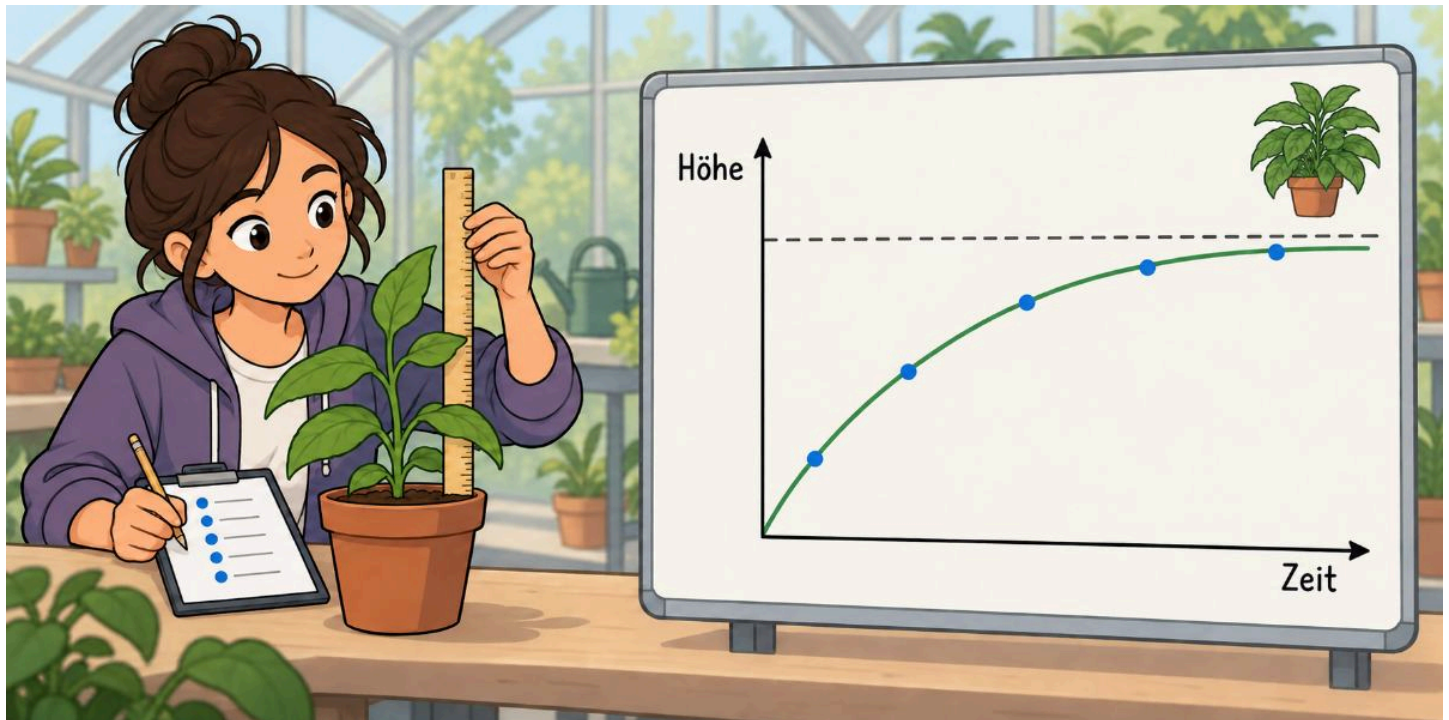
[Wachstums- und Bestandsmodelle vertiefen](#) 5886c6e8-2bea-5401-a834-9bd621b04bda

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren

Lernziel-ID 4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung > Wachstums- und Zerfallsprozesse modellieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu experimentellen Daten ein Modell für begrenztes Wachstum oder begrenzten Zerfall aufstellen, die Begrenzungsgröße und weitere Modellparameter bestimmen und die Modellannahmen im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielle Modelle anwenden
ab720928-9dbc-53c2-a1f8-865dda92122d

S. 237

Parameter von $f(x) = a \cdot b^x + c$ deuten

dc69a261-31c9-5c6b-af71-ae27877a3dc1

S. 244

Wird direkt vorausgesetzt von

Asymptotisches Verhalten begrenzten Wachstums beschreiben

S. 322

ccd83f05-a0ae-4cd1-8917-24793a219fee

Asymptotisches Verhalten von Wachstumsmodellen im Kontext deuten

S. 323

886cae6c-a042-4a94-91f9-6dc184203c42

Exponentielle, begrenzte und logistische Wachstumsmodelle vergleichen

S. 324

848af536-c7e5-4df0-a4e9-d5d0ff15244c

Logistisches Wachstum untersuchen (LK)

S. 328

df7338ef-65ba-5ece-8aec-7f520dfe5710

Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden

S. 334

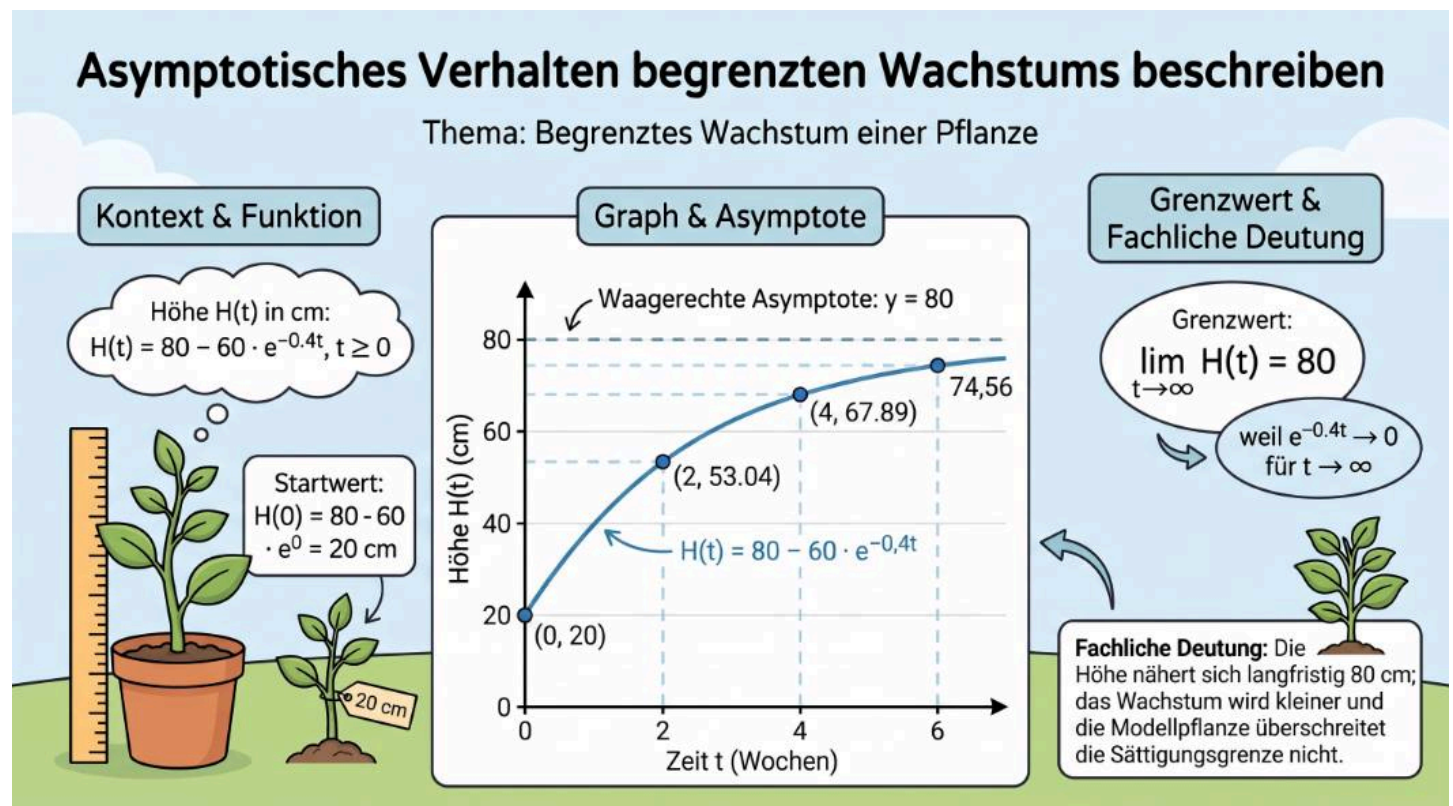
5fe4218e-4fb0-5339-8764-c989befa244e

Asymptotisches Verhalten begrenzten Wachstums beschreiben

Lernziel-ID ccd83f05-a0ae-4cd1-8917-24793a219fee

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das asymptotische Verhalten begrenzten Wachstums beschreiben, den zugehörigen Grenzwert fachlich deuten und die Sättigung im jeweiligen Kontext einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren

4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

S. 321

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Wachstums- und Bestandsmodelle vertiefen](#) 5886c6e8-2bea-5401-a834-9bd621b04bda

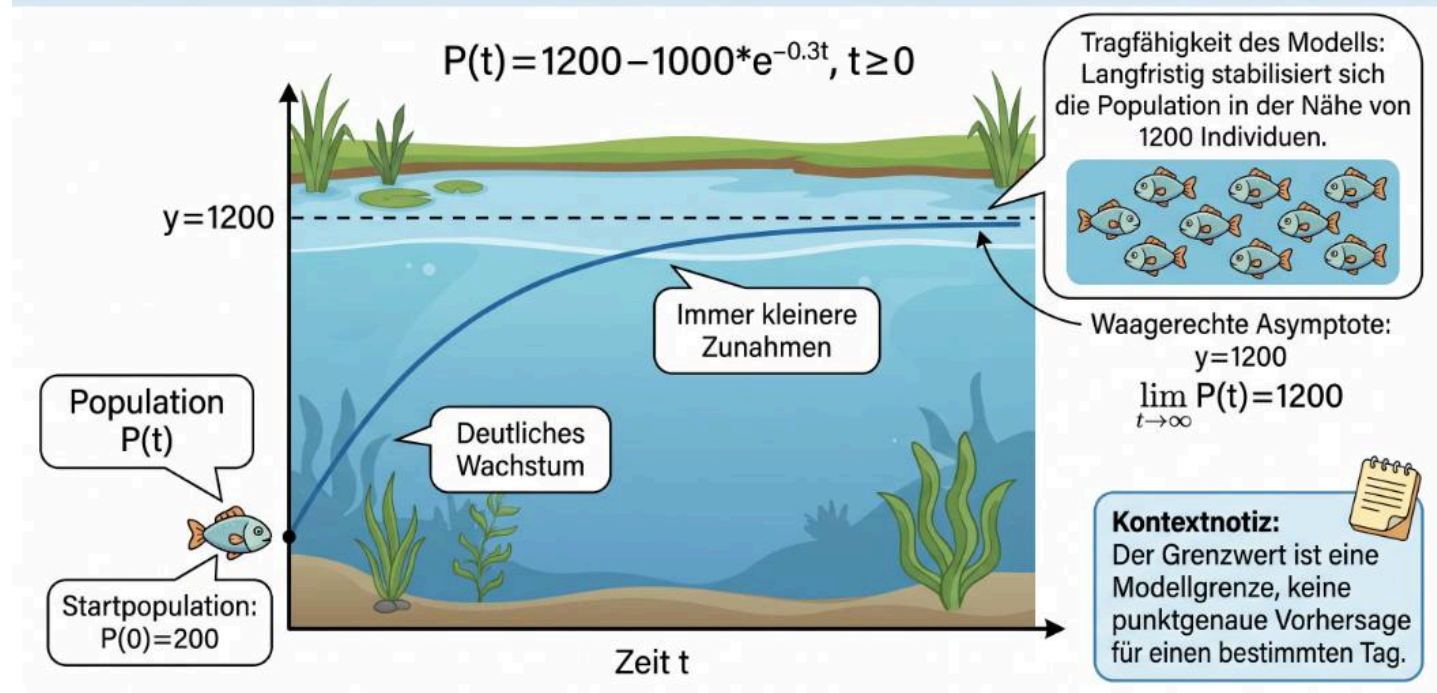
Asymptotisches Verhalten von Wachstumsmodellen im Kontext deuten

Lernziel-ID 886cae5c-a042-4a94-91f9-6dc184203c42

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

Asymptotisches Verhalten von Wachstumsmodellen im Kontext deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das asymptotische Verhalten von Wachstumsmodellen im jeweiligen Sachzusammenhang beschreiben, Grenzwerte plausibel deuten und die langfristige Entwicklung fachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielle Modelle anwenden
ab720928-9dbc-53c2-a1f8-865dda92122d

S. 237

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren
4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

S. 321

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Wachstums- und Bestandsmodelle vertiefen](#) 5886c6e8-2bea-5401-a834-9bd621b04bda

Exponentielle, begrenzte und logistische Wachstumsmodelle vergleichen

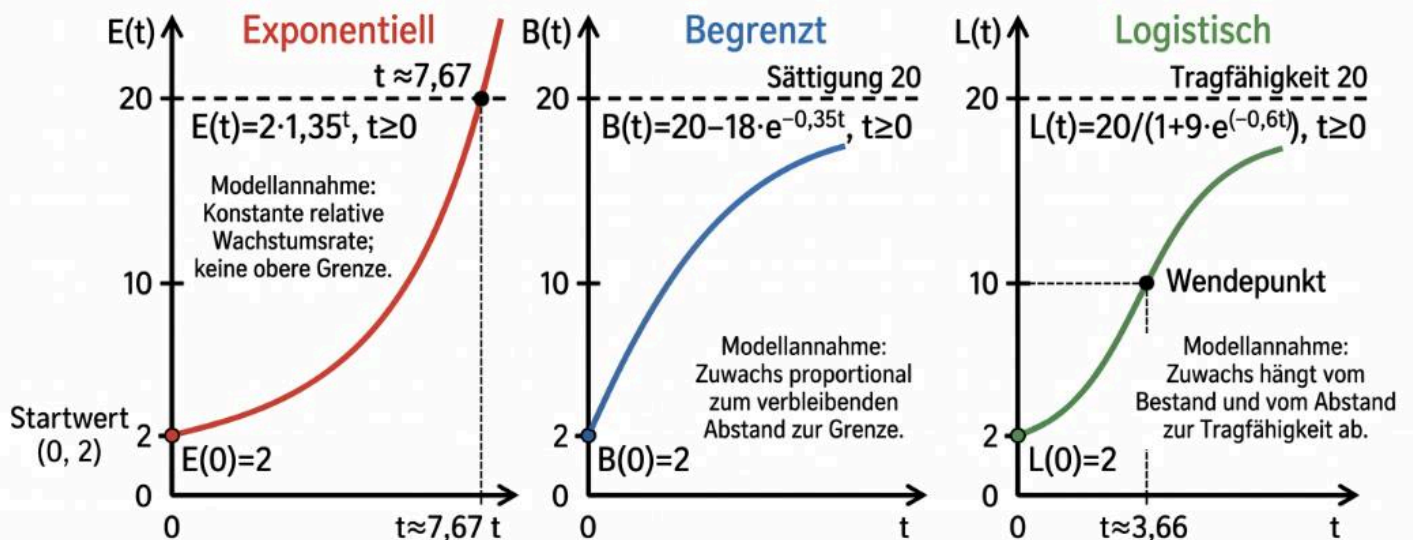
Lernziel-ID 848af536-c7e5-4df0-a4e9-d5d0ff15244c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

Exponentielle, begrenzte und logistische Wachstumsmodelle vergleichen

Getrennte schematische Diagramme – keine gemeinsame Zeitskala



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exponentielle, begrenzte und logistische Wachstumsmodelle vergleichen, Unterschiede im Verlauf fachlich herausarbeiten und die zugrunde liegenden Modellannahmen begründet einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielle Modelle anwenden
ab720928-9dbc-53c2-a1f8-865dda92122d

S. 237

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren S. 321
4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

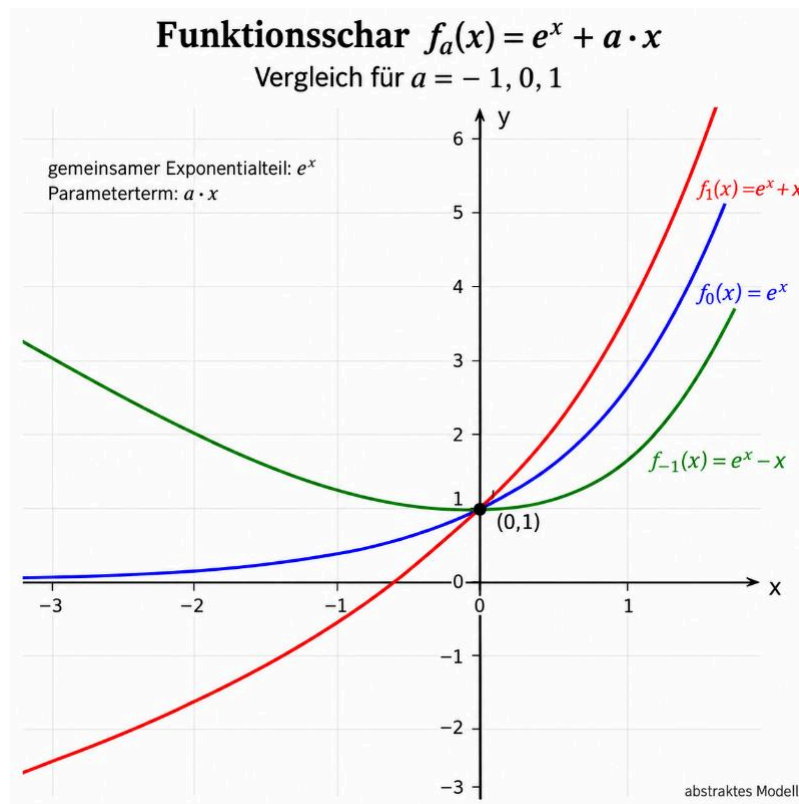
[Wachstums- und Bestandsmodelle vertiefen](#) 5886c6e8-2bea-5401-a834-9bd621b04bda

Parameteruntersuchungen mit Exponentialfunktionen (LK)

Lernziel-ID e7350739-c89f-5c7b-b4d1-717d6a767298

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen mit Parametern untersuchen, bei denen Exponentialfunktionen mit ganzrationalen Funktionen verknüpft sind, und diese in Realsituationen interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verknüpfungen von Exponential- und ganzrationalen Funktionen untersuchen

e9ad45b9-c0d2-5804-b6bf-79e5ce041d2c

S. 319

Wird direkt vorausgesetzt von

Kettenlinien als Funktionsmodelle untersuchen (LK)

164921f6-3bf7-5efc-a438-ea4759dca9ef

S. 326

Glockenkurven als Funktionsmodelle untersuchen (LK)

b71c332f-ef9d-5c27-983b-7103269ff419

S. 327

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Wachstums- und Bestandsmodelle vertiefen](#) 5886c6e8-2bea-5401-a834-9bd621b04bda

Kettenlinien als Funktionsmodelle untersuchen (LK)

Lernziel-ID 164921f6-3bf7-5efc-a438-ea4759dca9ef

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Integralrechnung und Differenzialgleichungen](#) >

[Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung](#) > [Kettenlinien und Glockenkurven untersuchen \(LK\)](#)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Kettenlinie als Funktionsmodell mit Exponentialbezug untersuchen, die Wirkung ihrer Parameter deuten und zentrale Eigenschaften in einem passenden Sachkontext beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameteruntersuchungen mit Exponentialfunktionen (LK)

e7350739-c89f-5c7b-b4d1-717d6a767298

S. 325

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

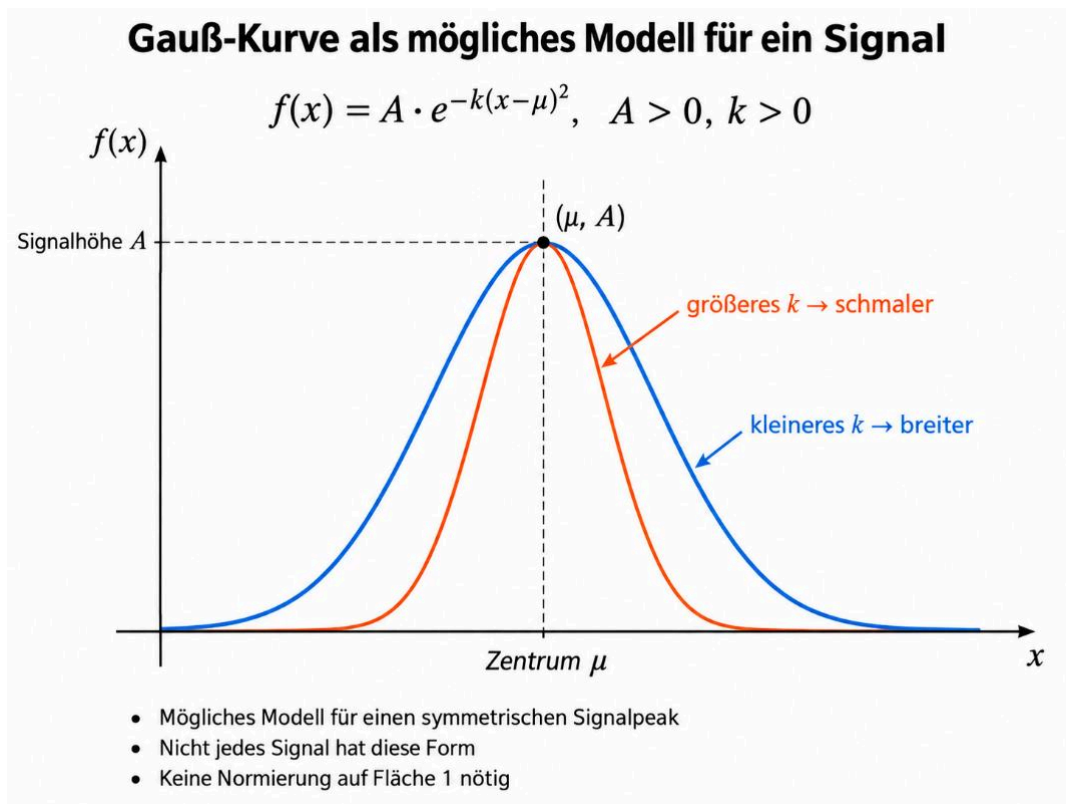
[Kettenlinie und Glockenkurve als Exponentialmodelle untersuchen \(LK\)](#) 3da7863d-9784-5ea2-bb53-856021b32b18

Glockenkurven als Funktionsmodelle untersuchen (LK)

Lernziel-ID b71c332f-ef9d-5c27-983b-7103269ff419

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung > Kettenlinien und Glockenkurven untersuchen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Glockenkurve als Funktionsmodell mit Exponentialbezug untersuchen, die Wirkung ihrer Parameter deuten und zentrale Eigenschaften in einem passenden Sachkontext beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameteruntersuchungen mit Exponentialfunktionen (LK)

e7350739-c89f-5c7b-b4d1-717d6a767298

S. 325

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kettenlinie und Glockenkurve als Exponentialmodelle untersuchen \(LK\)](#) 3da7863d-9784-5ea2-bb53-856021b32b18

Logistisches Wachstum untersuchen (LK)

Lernziel-ID df7338ef-65ba-5ece-8aec-7f520dfe5710

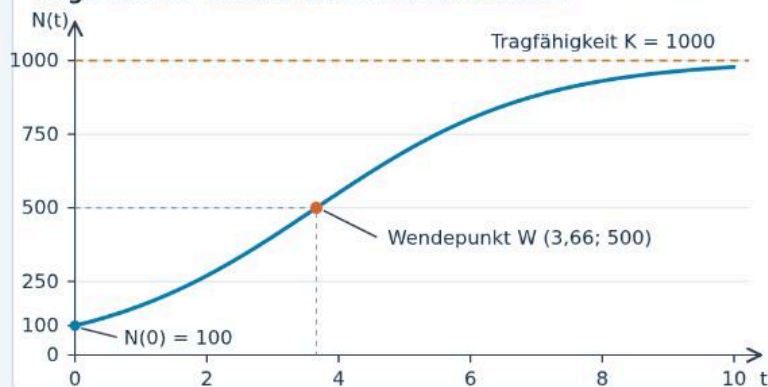
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen >

Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

Logistisches Wachstum untersuchen

Ein Modell mit Anfangsbestand 100 und Tragfähigkeit 1000; $t \geq 0$.

Logistischer Verlauf auf linearen Achsen



Modell und begründete Folgerungen

$$N(t) = \frac{1000}{1 + 9 \cdot e^{-0,6t}}$$

$$N' = 0,6 \cdot N \cdot (1 - N/1000)$$

$$N(0) = 100; 0 < N(t) < 1000.$$

Zuwachs proportional zu N und zum Abstand von der Tragfähigkeit.

$$\text{Wendepunkt: } t = \ln(9)/0,6 \approx 3,66.$$

$$\text{Dort: } N = 500 (= K/2).$$

Maximaler absoluter Zuwachs:

$$N' = 150 \text{ pro Modellzeiteinheit.}$$

Exponentielles Wachstum

$$E(t) = 100 \cdot \exp(0,6t)$$

Zuwachs $\propto$ Bestand; keine obere Grenze.

Immer steiler; kein Wendepunkt.

Begrenztes Wachstum

$$B(t) = 1000 - 900 \cdot \exp(-0,6t)$$

Zuwachs $\propto$ verbleibender Abstand.

Immer flacher; kein Wendepunkt.

Logistisches Wachstum

$$L(t) = N(t) \text{ (oben)}$$

Zuerst steiler, nach W flacher.

Annäherung an 1000; S-Verlauf.

Modellannahmen prüfen: Ressourcen, Bestand und Zeitraum bestimmen, ob ein Wachstumsgesetz passt.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann logistisches Wachstum anhand geeigneter Funktionen beschreiben, modellieren und die Unterschiede zu begrenztem bzw. einfachem exponentiellem Wachstum (Sättigung/Tragfähigkeit) herausarbeiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren

4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

S. 321

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

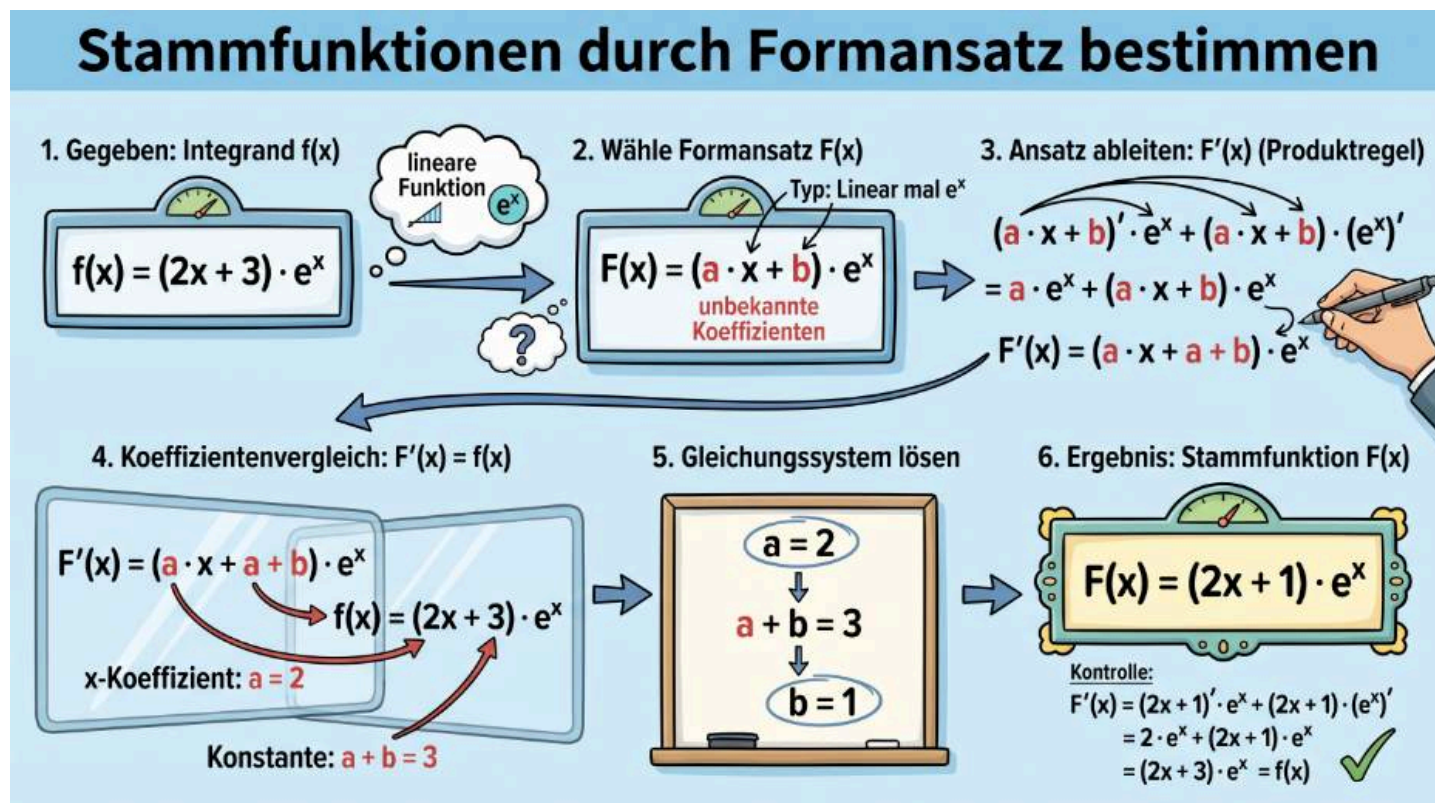
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Wachstums- und Bestandsmodelle vertiefen [5886c6e8-2bea-5401-a834-9bd621b04bda](#)

Stammfunktionen durch Formansatz bestimmen

Lernziel-ID dc3c6e19-8ac2-532c-8d64-ca6e3d3f5cd9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Integrationsmethoden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für geeignete Integranden eine Stammfunktion mithilfe eines Formansatzes mit Koeffizientenvergleich bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen

a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Wird direkt vorausgesetzt von

Formansatz begründen und anwenden

d108ec1f-2c8f-5267-be75-10e1b77edd7a

S. 330

Partielle Integration anwenden (LK)

6d89d813-29dc-5e76-b004-98ed6b6fe8ce

S. 332

Substitutionsmethode anwenden (LK)

12f4b957-da3d-53d5-a924-45a634ab8d44

S. 333

Formansatz begründen und anwenden

Lernziel-ID d108ec1f-2c8f-5267-be75-10e1b77edd7a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Integrationsmethoden

Formansatz begründen und anwenden

1. Problem & Begründung



Gegeben:
 $f(x) = (4x+1) \cdot e^{2x}$

Begründung für Ansatz:
Ableiten von
(lineares Polynom) $\cdot e^{2x}$
ergibt wieder
(lineares Polynom) $\cdot e^{2x}$

2. Ansatz & Ableitung

Ansatz:
 $F(x) = (ax+b) \cdot e^{2x}$

Ableiten
(Produkt- & Kettenregel)

$F'(x) = a \cdot e^{2x} + (ax+b) \cdot e^{2x} \cdot 2$

$F'(x) = (2ax + a + 2b) \cdot e^{2x}$

Faktor 2 beachten!
(Kettenregel)

3. Koeffizientenvergleich

$f(x) = (4x+1) \cdot e^{2x}$ $F'(x) = (2ax + a + 2b) \cdot e^{2x}$

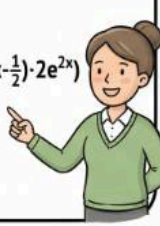
x-Koeffizient: $2a = 4 \rightarrow a = 2$

Konstante: $a + 2b = 1 \rightarrow 2 + 2b = 1 \rightarrow 2b = -1 \rightarrow b = -\frac{1}{2}$

4. Ergebnis & Kontrolle

Ergebnis:
 $F(x) = \left(2x - \frac{1}{2}\right) \cdot e^{2x}$

Kontrolle:
F'(x) bilden
 $F'(x) = (2 \cdot e^{2x} + (2x - \frac{1}{2}) \cdot 2e^{2x}) = (4x+1)e^{2x}$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Argumente für die Wahl eines Formansatzes angeben, Ableitungen zur Kontrolle nutzen und Koeffizientenvergleich sicher durchführen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stammfunktionen durch Formansatz bestimmen

dc3c6e19-8ac2-532c-8d64-ca6e3d3f5cd9

S. 329

Wird direkt vorausgesetzt von

Integrationstechniken gezielt kombinieren

5ccf0d90-2967-576e-8f72-f002792d8515

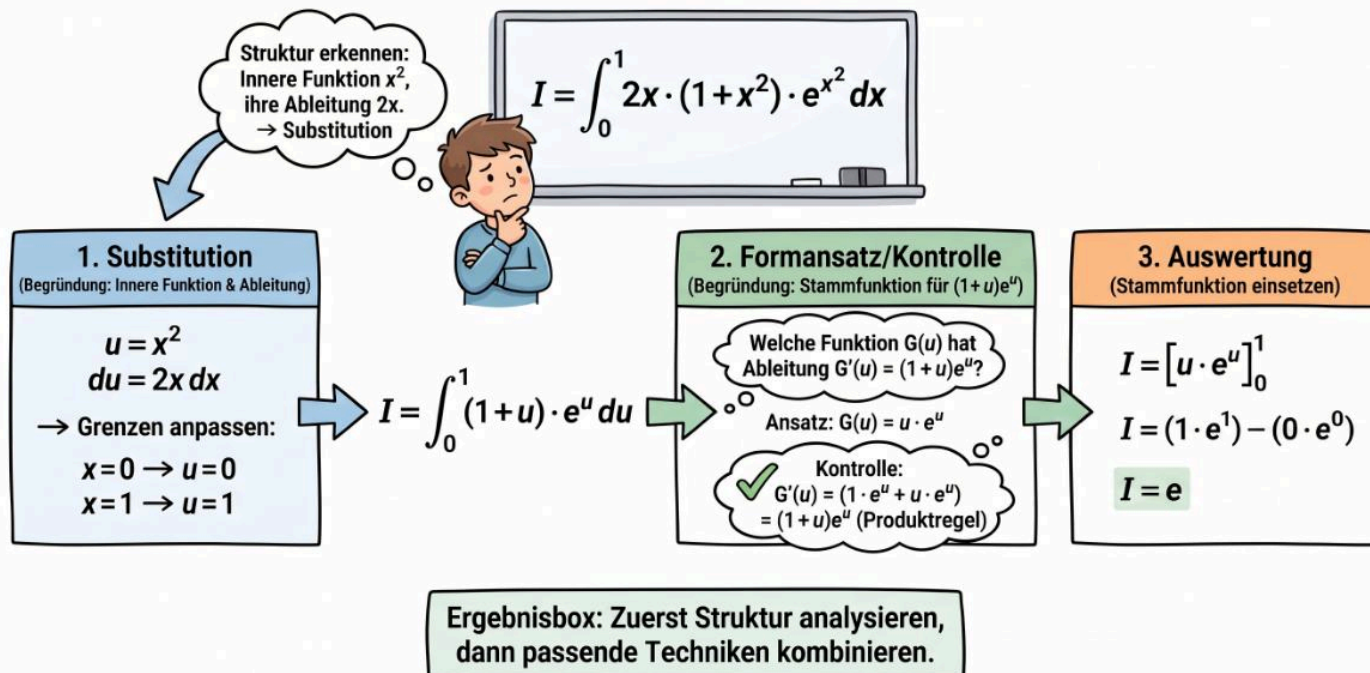
S. 331

Integrationstechniken gezielt kombinieren

Lernziel-ID 5ccf0d90-2967-576e-8f72-f002792d8515

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Integrationsmethoden

Integrationstechniken gezielt kombinieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei gegebenen Integralen geeignete Techniken auswählen, ggf. mehrere Methoden kombinieren und den Lösungsweg begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Formansatz begründen und anwenden

d108ec1f-2c8f-5267-be75-10e1b77edd7a

S. 330

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

Partielle Integration anwenden (LK)

Lernziel-ID 6d89d813-29dc-5e76-b004-98ed6b6fe8ce

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Integrationsmethoden

Partielle Integration anwenden (LK)

Integrale mit der Methode der partiellen Integration berechnen und die Zerlegung begründen.

Die Methode

$$\int u \cdot v' dx = u \cdot v - \int u' \cdot v dx$$

Das Integral (Beispiel)

$$I = \int_0^1 x \cdot e^x dx$$

1. Zerlegung wählen & Begründung

Ableiten: $u = x$, $u' = 1$

Integrieren: $v' = e^x$, $v = e^x$

Begründung: $u = x$ wird beim Ableiten einfacher (zu 1). $v' = e^x$ bleibt beim Integrieren einfach.

2. Anwenden der Formel

$$I = [x \cdot e^x]_0^1 - \int_0^1 1 \cdot e^x dx$$

Minuszeichen beachten!

Randterme nicht vergessen!

3. Ausrechnen & Ergebnis

$$= (1 \cdot e^1 - 0 \cdot e^0) - [e^x]_0^1 \Rightarrow = (e) - (e^1 - e^0) \Rightarrow = e - (e - 1) \Rightarrow = 1$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Integrale geeigneter Funktionen mithilfe der Methode der partiellen Integration berechnen und die Wahl der Zerlegung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Stammfunktionen durch Formansatz bestimmen](#)

dc3c6e19-8ac2-532c-8d64-ca6e3d3f5cd9

S. 329

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

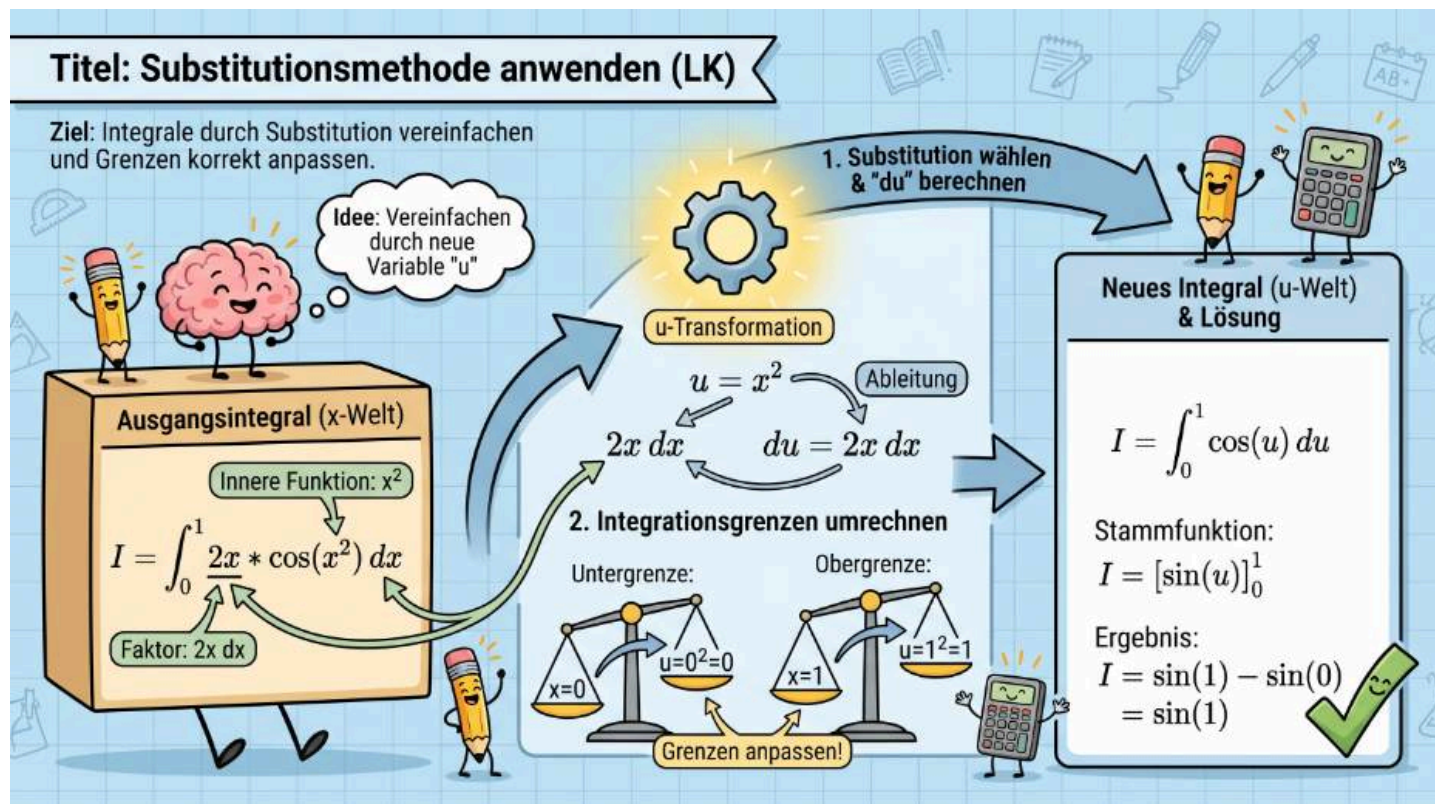
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

Substitutionsmethode anwenden (LK)

Lernziel-ID 12f4b957-da3d-53d5-a924-45a634ab8d44

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Integrationsmethoden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Integrale mithilfe geeigneter Substitutionen vereinfachen und dabei die Veränderung der Integrationsgrenzen korrekt berücksichtigen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stammfunktionen durch Formansatz bestimmen

dc3c6e19-8ac2-532c-8d64-ca6e3d3f5cd9

S. 329

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Integrationsmethoden gezielt auswählen](#) 226e5c66-b5ce-5b58-a11c-7ed64feadcc1

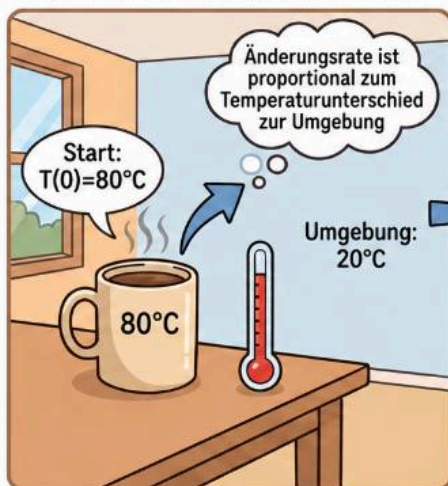
Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden

Lernziel-ID 5fe4218e-4fb0-5339-8764-c989befa244e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Gewöhnliche Differenzialgleichungen

Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden

SACHSITUATION & MODELLIDEE



DIFFERENZIALGLEICHUNG (DGL)

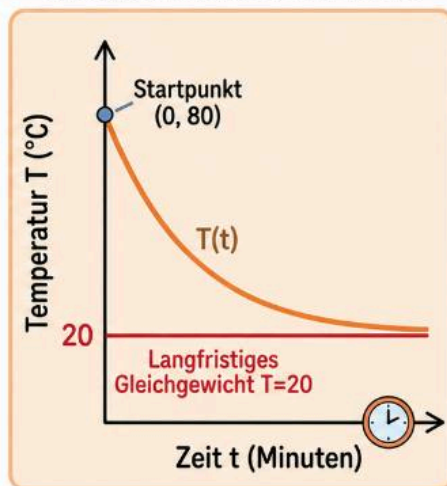
Abkühlungskonstante (pro Minute) Anfangsbedingung: $T(0) = 80$

$$T'(t) = -0,12 \cdot (T(t) - 20)$$

Änderungsrate der Temperatur Temperaturunterschied zur Umgebung Umgebungs-temperatur (Gleichgewicht)

Minuszeichen: T fällt, wenn $T > 20$

VISUALISIERUNG DER LÖSUNG



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Wachstums- und Zerfallsprozesse mithilfe von Differenzialgleichungen modellieren, passende Gleichungen aus einer Sachsituation entwickeln und die Bedeutung der Parameter fachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielle Modelle anwenden

ab720928-9dbc-53c2-a1f8-865dda92122d

S. 237

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen

b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef

S. 297

Begrenzte Wachstums- und Zerfallsprozesse aus Daten modellieren

4ae9e316-509f-517d-bd94-a165817af24f

S. 321

Wird direkt vorausgesetzt von

Richtungsfelder erarbeiten und interpretieren

963907f9-8d4c-5e1c-945d-10b7be07e1b9

S. 335

Differenzialgleichungen erster Ordnung elementar lösen

28cdee95-3c8e-5760-a68a-405b7f9c6cbf

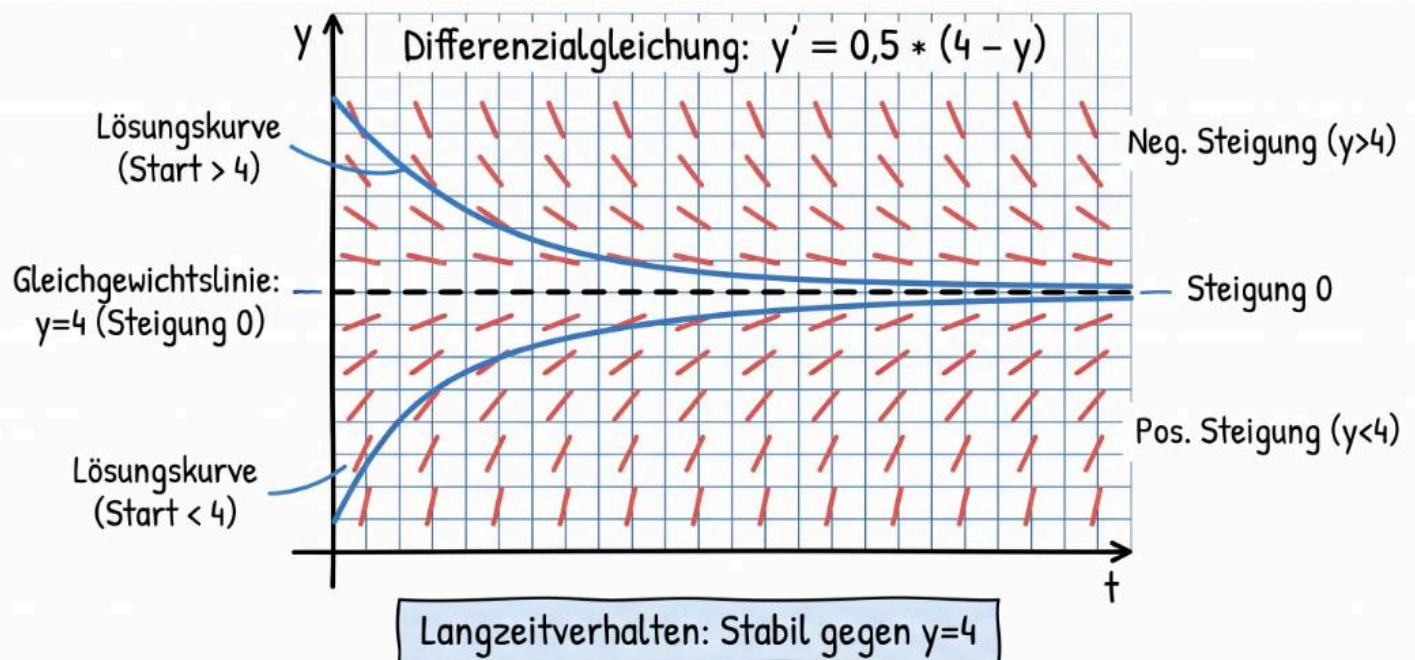
S. 336

Richtungsfelder erarbeiten und interpretieren

Lernziel-ID 963907f9-8d4c-5e1c-945d-10b7be07e1b9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Gewöhnliche Differenzialgleichungen

Richtungsfelder erarbeiten und interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Richtungsfelder zu einfachen Differenzialgleichungen erster Ordnung, auch mithilfe digitaler Werkzeuge, erarbeiten, typische Lösungskurven skizzieren und qualitative Aussagen über das Langzeitverhalten treffen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden

5fe4218e-4fb0-5339-8764-c989b0fa244e

S. 334

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

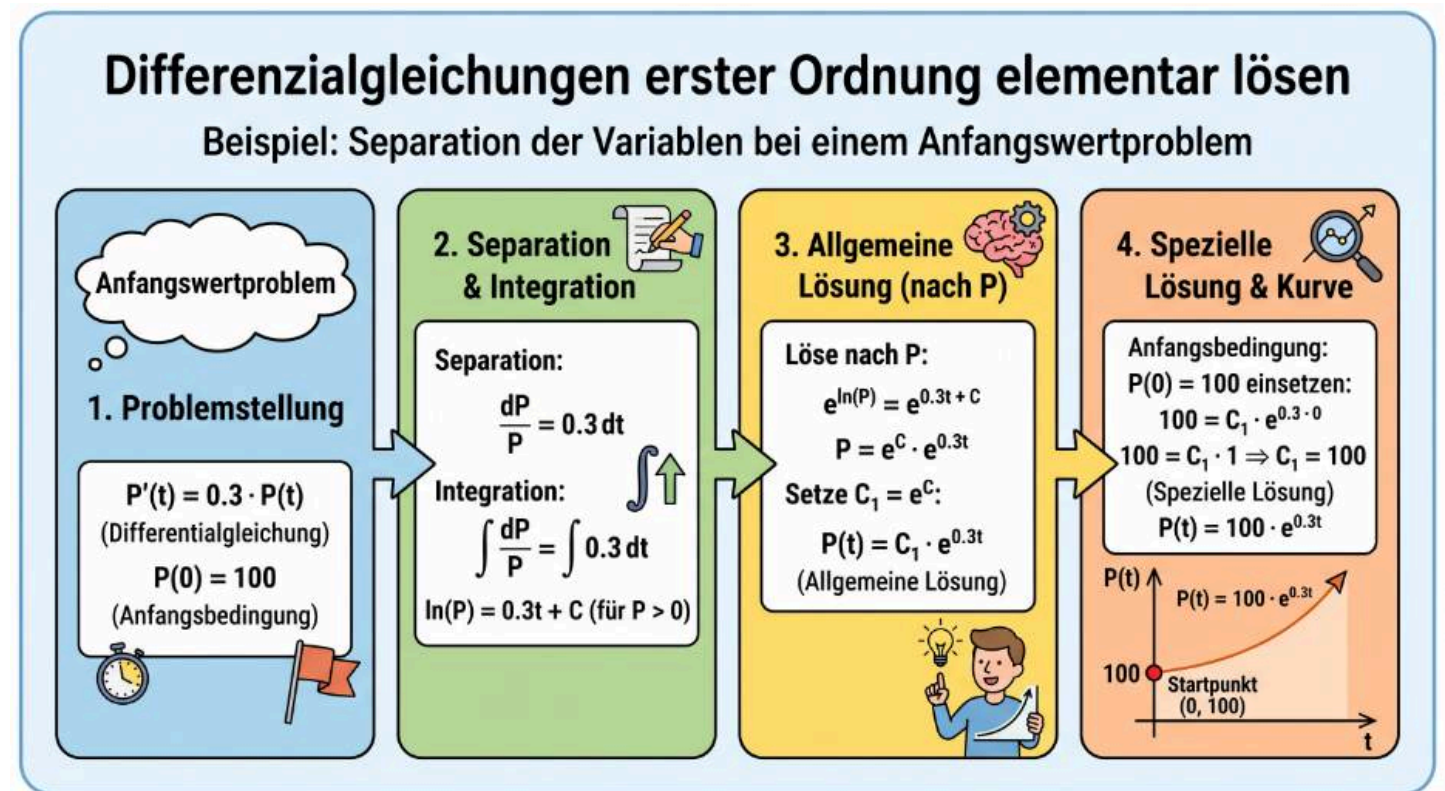
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Differenzialgleichungen im Kontext interpretieren](#) 97fb270f-9ede-5fe0-9a1f-600ffbd65610

Differenzialgleichungen erster Ordnung elementar lösen

Lernziel-ID 28cdee95-3c8e-5760-a68a-405b7f9c6cbf

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Gewöhnliche Differenzialgleichungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geeignete Differenzialgleichungen erster Ordnung durch Separation der Variablen und andere elementare Lösungsmethoden lösen, allgemeine und spezielle Lösungen gewinnen und Anfangsbedingungen berücksichtigen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Integrale berechnen

a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Modelle mit Differenzialgleichungen erster Ordnung bilden

5fe4218e-4fb0-5339-8764-c989befa244e

S. 334

Wird direkt vorausgesetzt von

Differenzialgleichungen zweiter Ordnung untersuchen (LK)

58fda9b4-4336-5594-99ce-722c4a453372

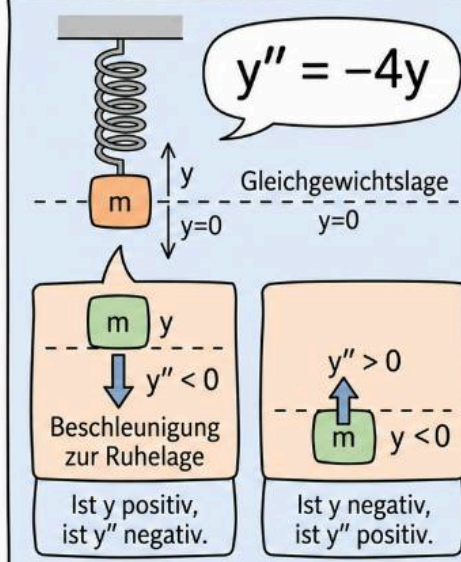
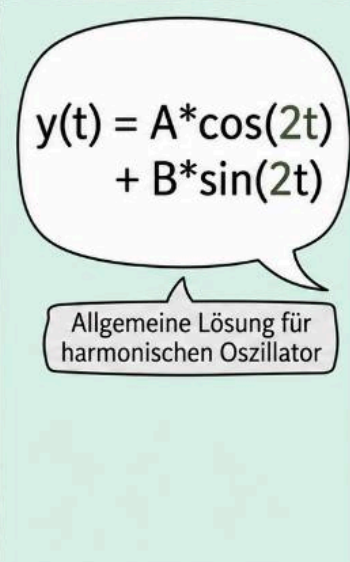
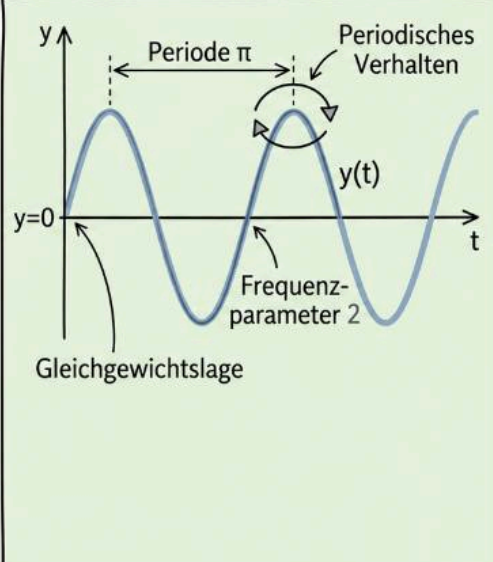
S. 337

Differenzialgleichungen zweiter Ordnung untersuchen (LK)

Lernziel-ID 58fda9b4-4336-5594-99ce-722c4a453372

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Integralrechnung und Differenzialgleichungen > Gewöhnliche Differenzialgleichungen

Differenzialgleichungen zweiter Ordnung untersuchen (LK)

Gleichung & Deutung	Typische Lösung	Lösungsverlauf & Parameter
 $y'' = -4y$ Gleichgewichtslage $y=0$ Beschleunigung zur Ruhelage Ist y positiv, ist y'' negativ. Ist y negativ, ist y'' positiv.	 $y(t) = A \cdot \cos(2t) + B \cdot \sin(2t)$ Allgemeine Lösung für harmonischen Oszillator	 Periode π Periodisches Verhalten $y(t)$ Frequenzparameter 2 Gleichgewichtslage $y=0$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Differenzialgleichungen zweiter Ordnung, zum Beispiel bei periodischen Prozessen, qualitativ untersuchen und typische Lösungsverläufe beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Differenzialgleichungen erster Ordnung elementar lösen

28cdee95-3c8e-5760-a68a-405b7f9c6cbf

S. 336

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

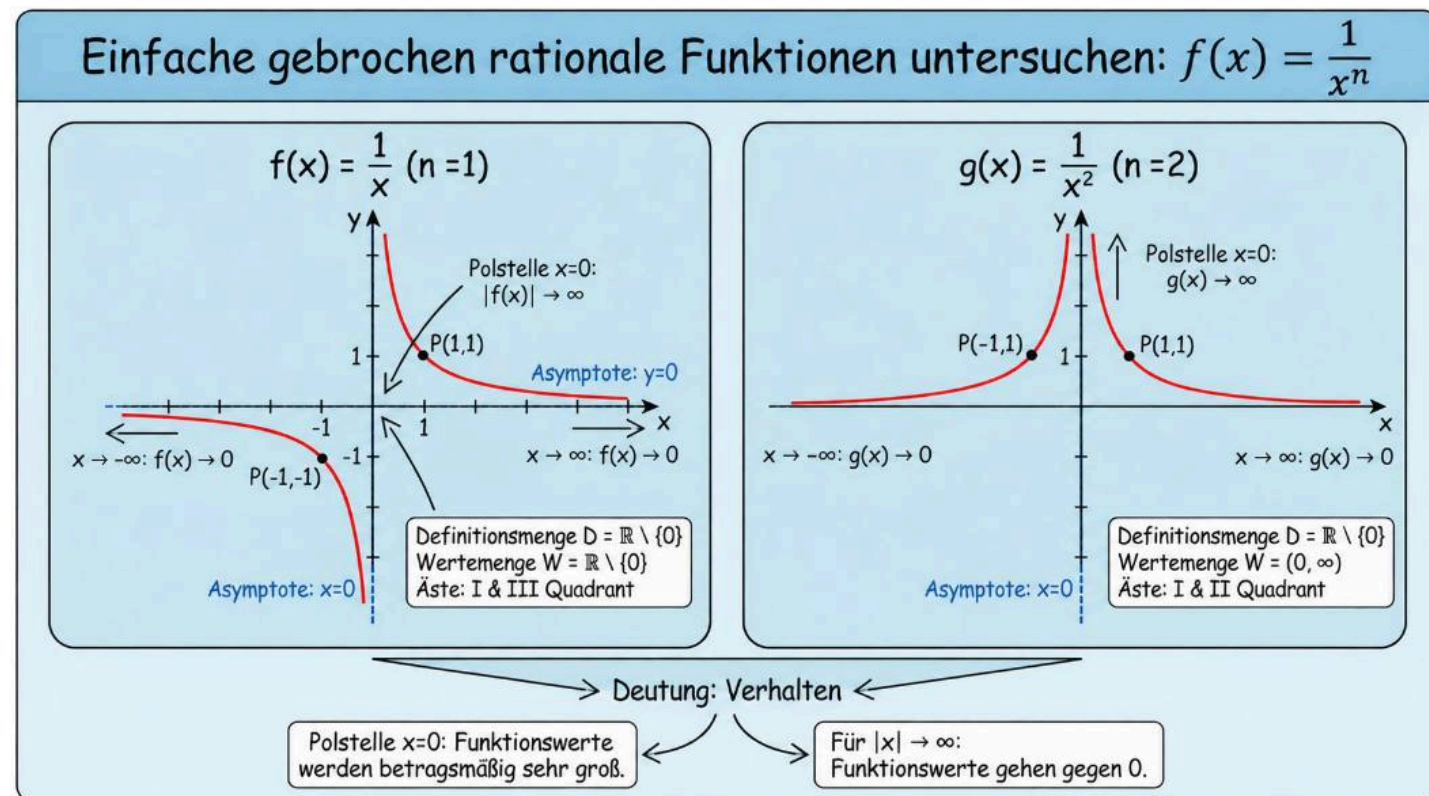
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Differenzialgleichungen im Kontext interpretieren](#) 97fb270f-9ede-5fe0-9a1f-600ffbd65610

Einfache gebrochen rationale Funktionen untersuchen

Lernziel-ID 61686d85-0301-550e-bab9-bd9411c3e7ce

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für positive ganze Zahlen n grundlegende Eigenschaften der Funktionen $f(x) = \frac{1}{x^n}$ beschreiben, Definitions- und Wertemenge sowie Graphenmerkmale angeben und das Verhalten an der Polstelle und im Unendlichen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5fffb-817f-41467d48abef	S. 297
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache gebrochen rationale und Wurzelfunktionen ableiten 6517427b-cf4e-5ebf-9a76-e1035617687c	S. 340	Parameter in Analysisaufgaben nutzen, bestimmen und begründen 972cc7e8-be9c-444c-ba45-98e817b3cf14	S. 352
---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

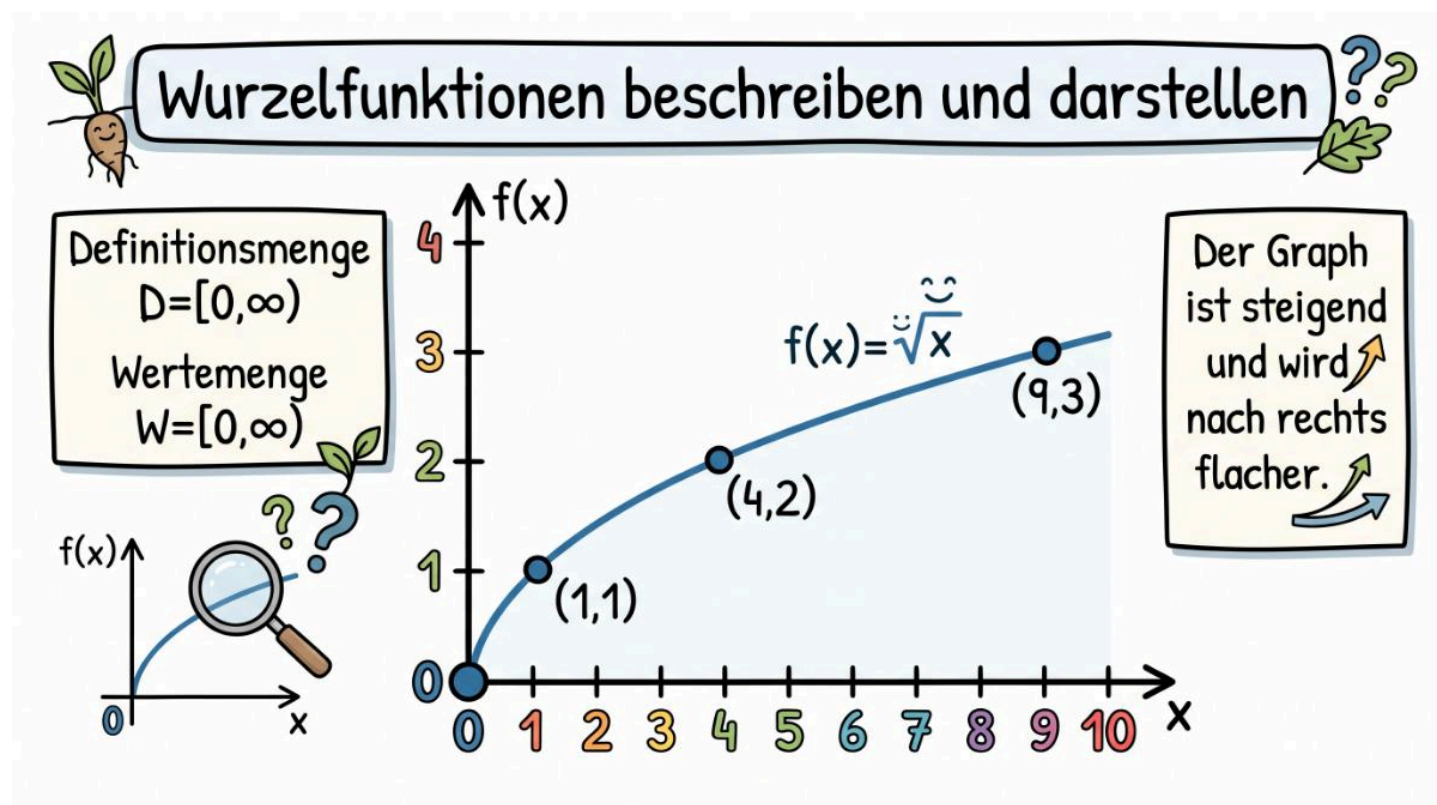
[Kehrwertpotenzen und Quadratwurzel vergleichen](#) bbb349ed-1009-4966-ae96-bfea4437505a

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen

Lernziel-ID 5dabf0b3-89b1-59a6-ae57-014f92becd3b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die einfache Wurzelfunktion $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in Definitions- und Wertebereich beschreiben, charakteristische Punkte angeben und den Graphen skizzieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c9ddcb6f	S. 211	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef	S. 297
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache gebrochen rationale und Wurzelfunktionen ableiten 6517427b-cf4e-5ebf-9a76-e1035617687c	S. 340	Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben dd6c5e08-0cc6-53c0-b317-ebaba277c776	S. 341	Streckungen und Stauchungen von Funktionsgraphen beschreiben 772b11c9-1348-5ab9-bc3f-458c46b312b6	S. 342	Spiegelungen von Funktionsgraphen beschreiben 4c6369b0-4b58-5ac0-915c-82c348ae1c14	S. 343
---	--------	--	--------	---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kehrwertpotenzen und Quadratwurzel vergleichen](#) bbb340ed-1009-4966-ae96-bfea4437505a

Einfache gebrochen rationale und Wurzelfunktionen ableiten

Lernziel-ID 6517427b-cf4e-5ebf-9a76-e1035617687c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis

Einfache gebrochen rationale und Wurzelfunktionen ableiten

REGEL: Potenzregel
 $(x^r)' = r \cdot x^{r-1}$

BEGRÜNDUNG & STRATEGIE:
Bruchterme und Wurzeln
zuerst als Potenzen schreiben

Beispiel 1: Gebrochen rationale Funktion

$f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0 \Rightarrow x^{-1}$

Ableiten:
 $f'(x) = (-1) \cdot x^{-2}$
 $\Rightarrow -1 \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

Potenzregel anwenden, Exponent um 1 verringern

Nicht $(\frac{1}{x})' = 1$! Vorzeichen beachten!

Beispiel 2: Höhere Potenz im Nenner

$g(x) = \frac{1}{x^2}, x \neq 0 \Rightarrow x^{-2}$

Ableiten:
 $g'(x) = (-2) \cdot x^{-3}$
 $\Rightarrow -2 \cdot x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$

Als Potenz schreiben, dann Potenzregel

Beispiel 3: Wurzelfunktion

$h(x) = \sqrt{x}, x > 0$ für die Ableitung $\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}$

Ableiten:
 $h'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

Wurzel als Potenz, dann Potenzregel

$h'(0)$ nicht definiert! Faktor $\frac{1}{2}$ nicht vergessen! Nicht $\frac{1}{\sqrt{x}}$!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionen der Form $f(x) = \frac{1}{x^n}$ mit positivem ganzzahligem n für $x \neq 0$ sowie $f(x) = \sqrt{x}$ für $x > 0$ ableiten und die Ableitungsschritte fachsprachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Einfache gebrochen rationale Funktionen untersuchen 61686d85-0301-550e-bab9-bd9411c3e7ce	S. 338	Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen 5dabf0b3-89b1-59a6-ae57-014f92becd3b	S. 339
---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Kehrwertpotenzen und Quadratwurzel vergleichen](#) bbb340ed-1009-4966-ae96-bfea4437505a

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

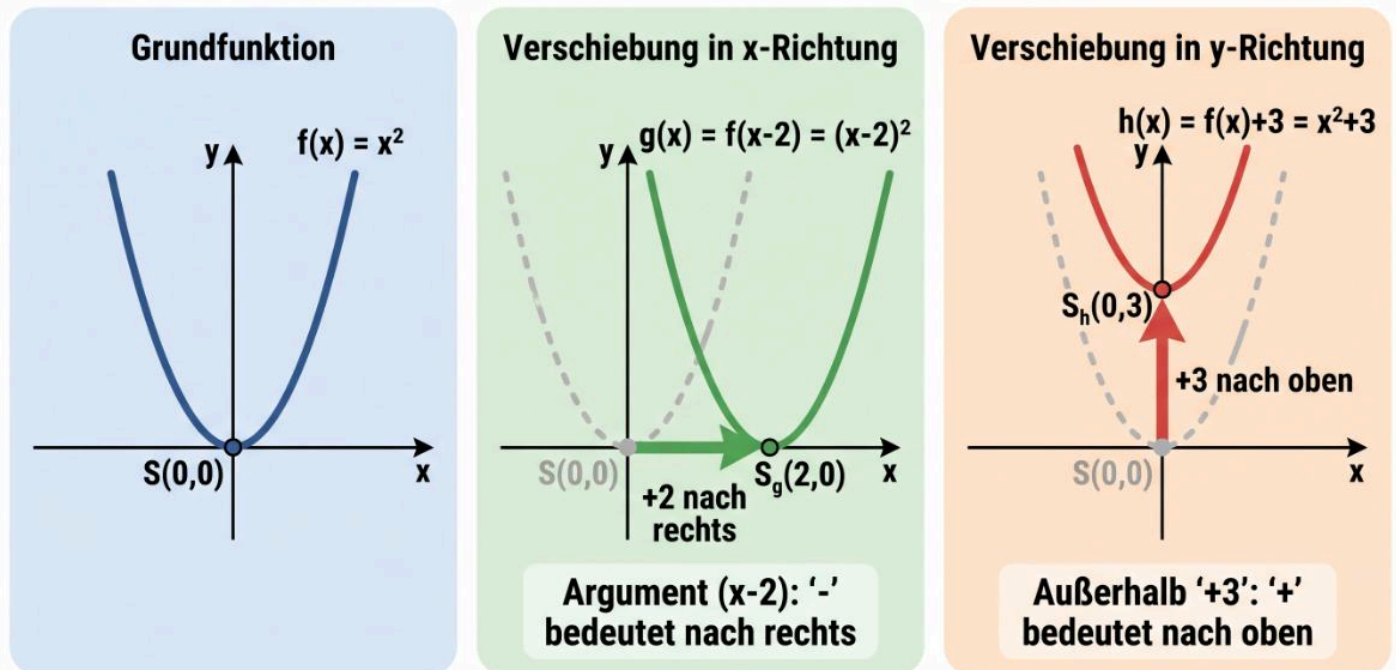
Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben

Lernziel-ID dd6c5e08-0cc6-53c0-b317-ebaba277c776

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Transformationen bekannter Funktionsklassen beschreiben

Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verschiebungen von Funktionsgraphen in x- und y-Richtung anhand von Parametern im Funktionsterm beschreiben und grafisch darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5fffb-817f-41467d48abef	S. 297	Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen 5dabf0b3-89b1-59a6-ae57-014f92becd3b	S. 339
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729	S. 344	Parameter in Funktionenscharen deuten 993a14e8-60f0-5764-9340-b2447a5fa84b	S. 487
---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Einem unbekannten Graphen gezielt umformen](#) 46bb8422-a822-46e1-8bcc-8b6475994b3a

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

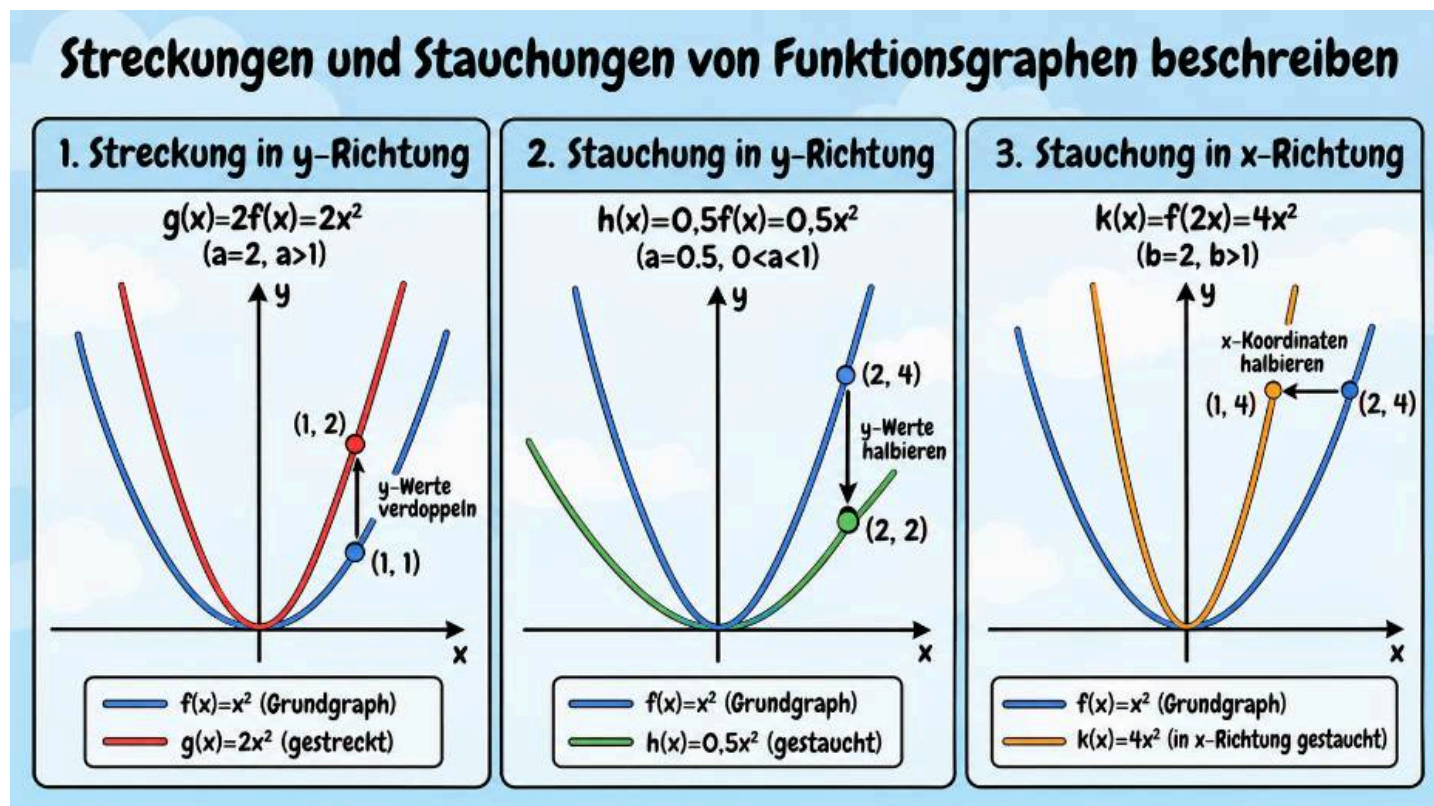
[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Streckungen und Stauchungen von Funktionsgraphen beschreiben

Lernziel-ID 772b11c9-1348-5ab9-bc3f-458c46b312b6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Transformationen bekannter Funktionsklassen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Streckungen und Stauchungen in x- oder y-Richtung über Faktoren im Funktions-term beschreiben und die Auswirkungen auf den Graphen darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5fffb-817f-41467d48abef	S. 297	Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen 5dabf0b3-89b1-59a6-ae57-014f92becd3b	S. 339
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729	S. 344
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Einen unbekannten Graphen gezielt umformen](#) 46bb8422-a822-46e1-8bcc-8b6475994b3a

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

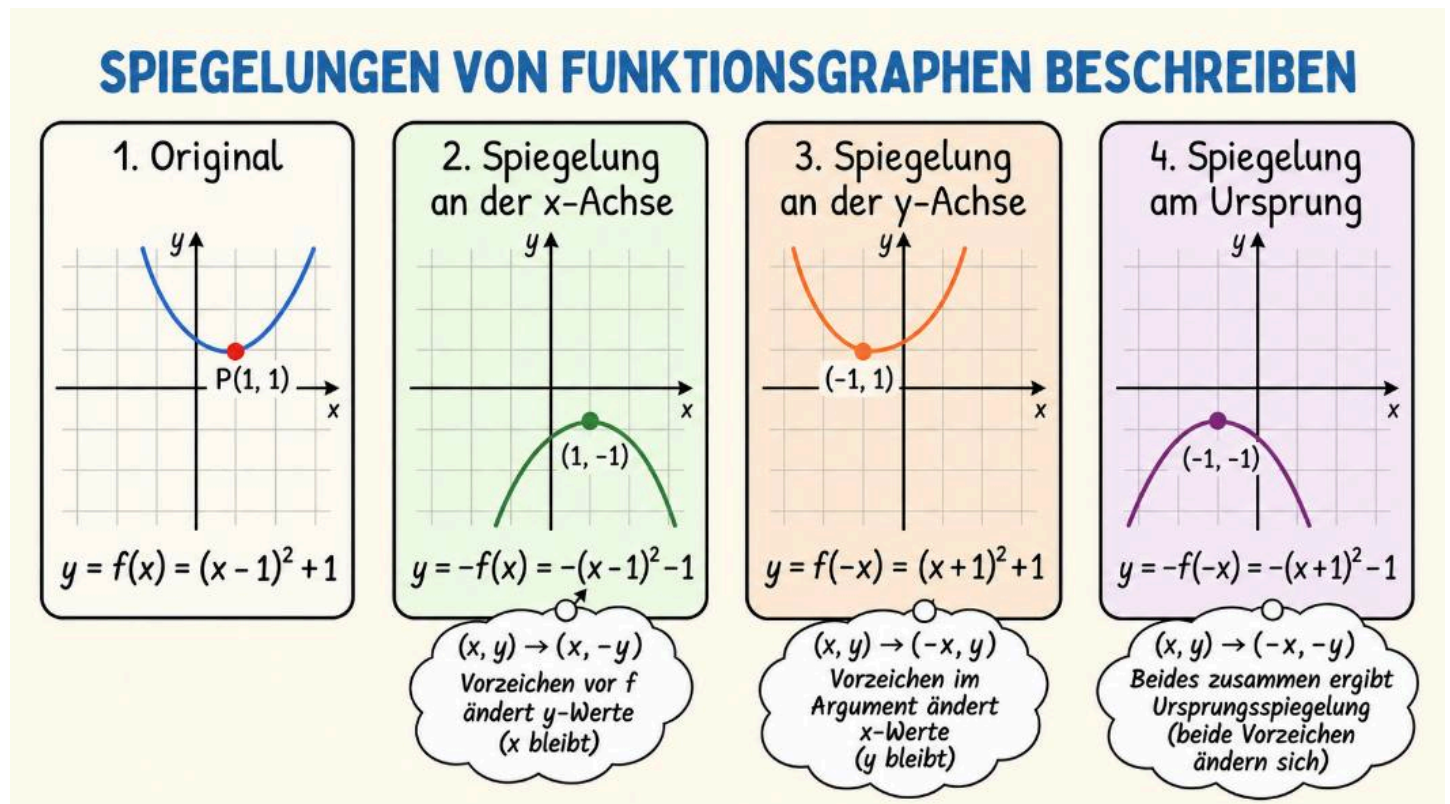
[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Spiegelungen von Funktionsgraphen beschreiben

Lernziel-ID 4c6369b0-4b58-5ac0-915c-82c348ae1c14

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Transformationen bekannter Funktionsklassen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Spiegelungen an der x-Achse, y-Achse oder am Ursprung anhand von Vorzeichenänderungen im Funktionsterm beschreiben und grafisch darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung nutzen b9bbd2a8-1379-5ffb-817f-41467d48abef	S. 297	Wurzelfunktionen beschreiben und darstellen 5dabf0b3-89b1-59a6-ae57-014f92becd3b	S. 339
--	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729	S. 344	Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen 62a1c6f2-1775-5a19-98e0-ed3dd722039f	S. 345
--	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Einen unbekannten Graphen gezielt umformen](#) 46bb8422-a822-bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad [Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) [Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren

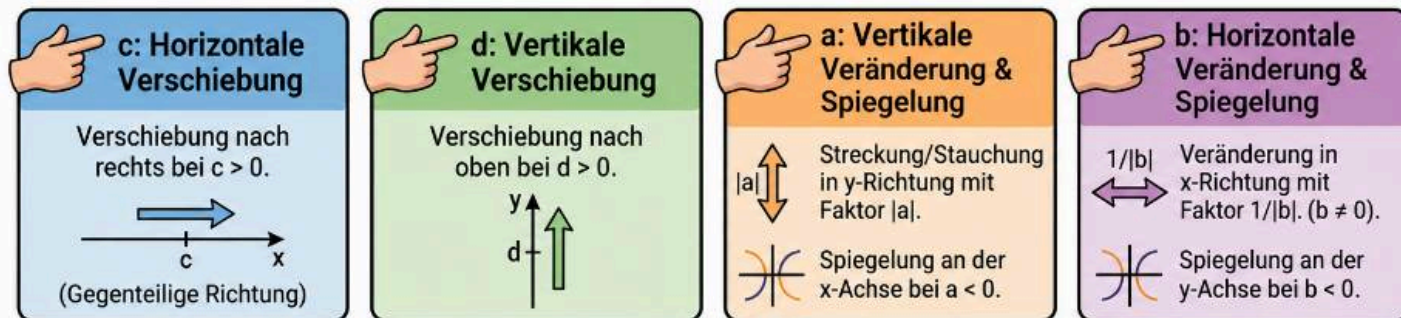
Lernziel-ID a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Transformationen bekannter Funktionsklassen beschreiben

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren

$$g(x) = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$$



Beispiel-Deutung

$$g(x) = -2 \cdot f(0.5 \cdot (x - 3)) + 1$$

Kontrolle (auf einen Punkt):

$$(u, v) \rightarrow (2u + 3, 1 - 2v)$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Term $g(x) = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$ für $a \neq 0$ und $b \neq 0$ als Kombination von Verschiebung, Streckung beziehungsweise Stauchung und Spiegelung deuten, auch ohne konkret gegebenen Funktionsterm von f .

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben dd6c5e08-0cc6-53c0-b317-ebaba277c776	S. 341	Streckungen und Stauchungen von Funktionsgraphen beschreiben 772b11c9-1348-5ab9-bc3f-458c46b312b6	S. 342	Spiegelungen von Funktionsgraphen beschreiben 4c6369b0-4b58-5ac0-915c-82c348ae1c14	S. 343
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften von Funktionssummen graphisch begründen (LK) ebc41c8b-5754-5161-9b07-f4525b9fd9b4	S. 358	Eigenschaften von Funktionsprodukten graphisch begründen (LK) 0c5e2ed1-4efb-5bdb-a8e5-fe830eb92c85	S. 359	Eigenschaften von Funktionsverknüpfungen graphisch begründen (LK) 91311908-9209-58e4-8429-99dad9df546d	S. 360	Transformationsscharen bekannter Funktionsklassen untersuchen e33e75e3-eae5-5a09-862f-d1a11176373f	S. 495
---	--------	--	--------	--	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Einen unbekannten Graphen gezielt umformen](#) 46bb8422-a822-46e1-8bcc-8b6475994b3a

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

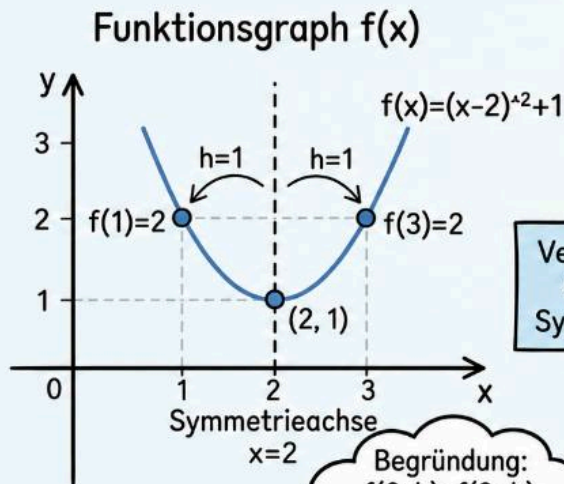
Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen

Lernziel-ID 62a1c6f2-1775-5a19-98e0-ed3dd722039f

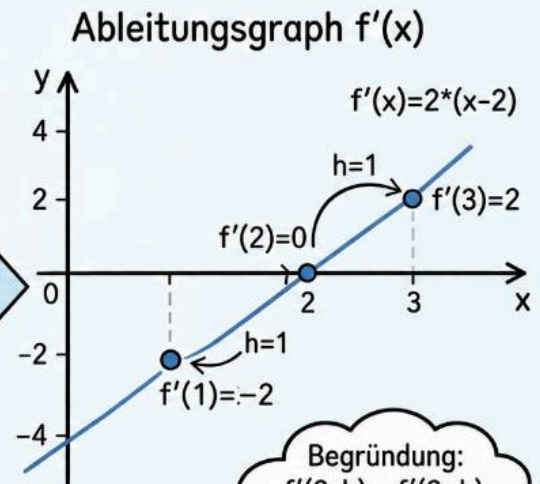
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Transformationen bekannter Funktionsklassen beschreiben

Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen



Verschiebung
bestimmt
Symmetrieort



Begründung:
 $f(2-h) = f(2+h)$
 $\Rightarrow$ Achsensymmetrie
zu $x=2$

Begründung:
 $f'(2-h) = -f'(2+h)$
 $\Rightarrow$ Punktsymmetrie
zum Punkt $(2, 0)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Symmetrieeigenschaften eines verschobenen Funktionsgraphen oder des Graphen einer Ableitungsfunktion aus Termstruktur, Transformationen oder Ableitungszusammenhängen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Spiegelungen von Funktionsgraphen beschreiben 4c6369b0-4b58-5ac0-915c-82c348ae1c14	S. 343
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften von Funktionssummen graphisch begründen (LK) ebc41c8b-5754-51b1-9b07-f4525b9fd9b4	S. 358	Eigenschaften von Funktionsprodukten graphisch begründen (LK) 0c5e2ed1-4efb-5bdb-a8e5-fe830eb92c85	S. 359	Eigenschaften von Funktionsverkettungen graphisch begründen (LK) 91311908-9209-58e4-8429-99dad9df546d	S. 360
---	--------	--	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Einen unbekannten Graphen gezielt umformen](#) 46bb8422-a822-46e1-8bcc-8b6475994b3a

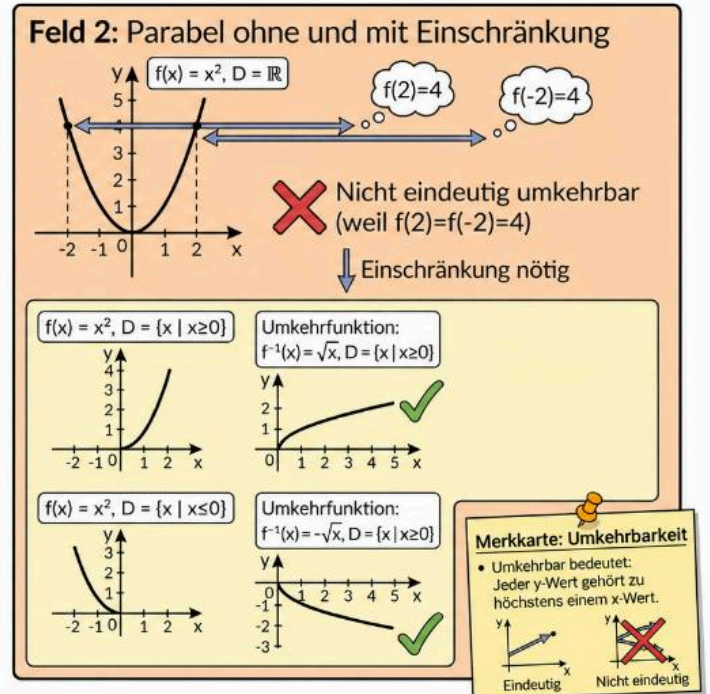
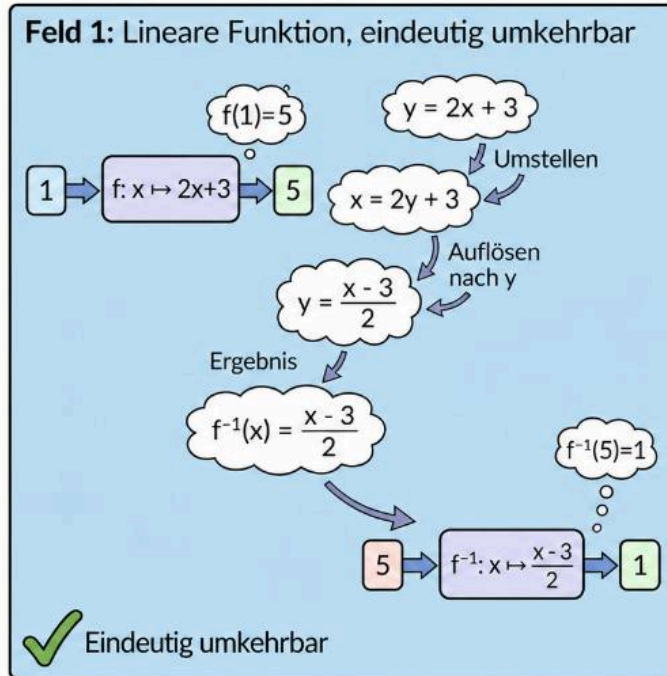
[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Umkehrbarkeit untersuchen und Umkehrfunktionen bestimmen

Lernziel-ID c15fe32d-1c83-4127-b1a4-9125af3d8f5d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis

Umkehrbarkeit untersuchen und Umkehrfunktionen bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ausgewählte Funktionen auf Umkehrbarkeit untersuchen, einfache Funktionsgleichungen von Umkehrfunktionen aufstellen und dabei Definitions- und Wertemenge von Funktion und Umkehrfunktion berücksichtigen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

[Zusammenhang von Funktionsgraph und Umkehrgraph erläutern](#)
dbc13bb0-963b-49a8-a441-2183f4b64c8e

S. 347

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

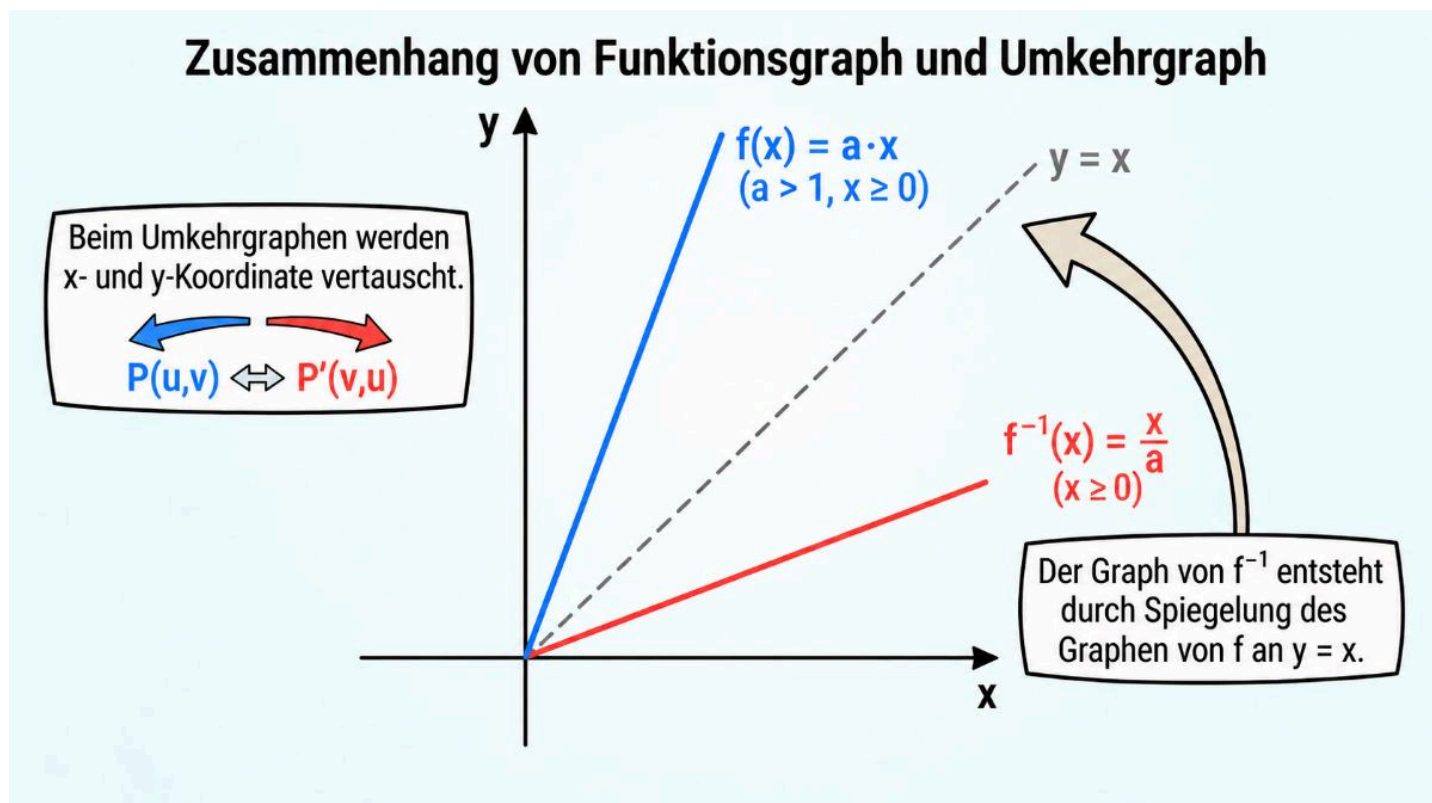
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Eine Umkehrfunktion durch Einschränkung ermöglichen](#) 1429363f-628f-4f42-80e5-8a9a935147cc [Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Zusammenhang von Funktionsgraph und Umkehrgraph erläutern

Lernziel-ID dbc13bb0-963b-49a8-a441-2183f4b64c8e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erläutern, wie durch Vertauschen der x- und y-Koordinaten der Graph einer umkehrbaren Funktion in den Graphen ihrer Umkehrfunktion übergeht und warum dies einer Spiegelung an $y = x$ entspricht.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Umkehrbarkeit untersuchen und Umkehrfunktionen bestimmen

c15fe32d-1c83-4127-b1a4-9125af3d8f5d

S. 346

Wird direkt vorausgesetzt von

Den natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion der e-Funktion erklären (LK)

06ce2b1b-e888-5322-9ed9-dfc6d322956a

S. 348

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Eine Umkehrfunktion durch Einschränkung ermöglichen](#) 1429363f-628f-4f42-80e5-8a9a935147cc [Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Den natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion der e-Funktion erklären (LK)

Lernziel-ID 06ce2b1b-e888-5322-9ed9-dfc6d322956a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis > Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion und Stammfunktion untersuchen (LK) > Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion verstehen (LK)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann $\ln(x)$ als Umkehrfunktion von e^x erklären und die gegenseitige Zuordnung der Graphen durch Spiegelung an der Geraden $y = x$ darstellen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK
HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion begründen 628928a6-4f48-54dc-952d-dec0e69dc856	S. 234	Zusammenhang von Funktionsgraph und Umkehrgraph erläutern dbc13bb0-963b-49a8-a441-2183f4b64c8e	S. 347
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundlegende Eigenschaften der natürlichen Logarithmusfunktion erläutern (LK) 04fe49bf-8c3e-5986-ae83-3c69c0c3e4c8	S. 349	Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $1/x$ nutzen (LK) 3bf1ce9e-f4d3-502e-9d6e-94f7b7f697d4	S. 351
---	--------	--	--------

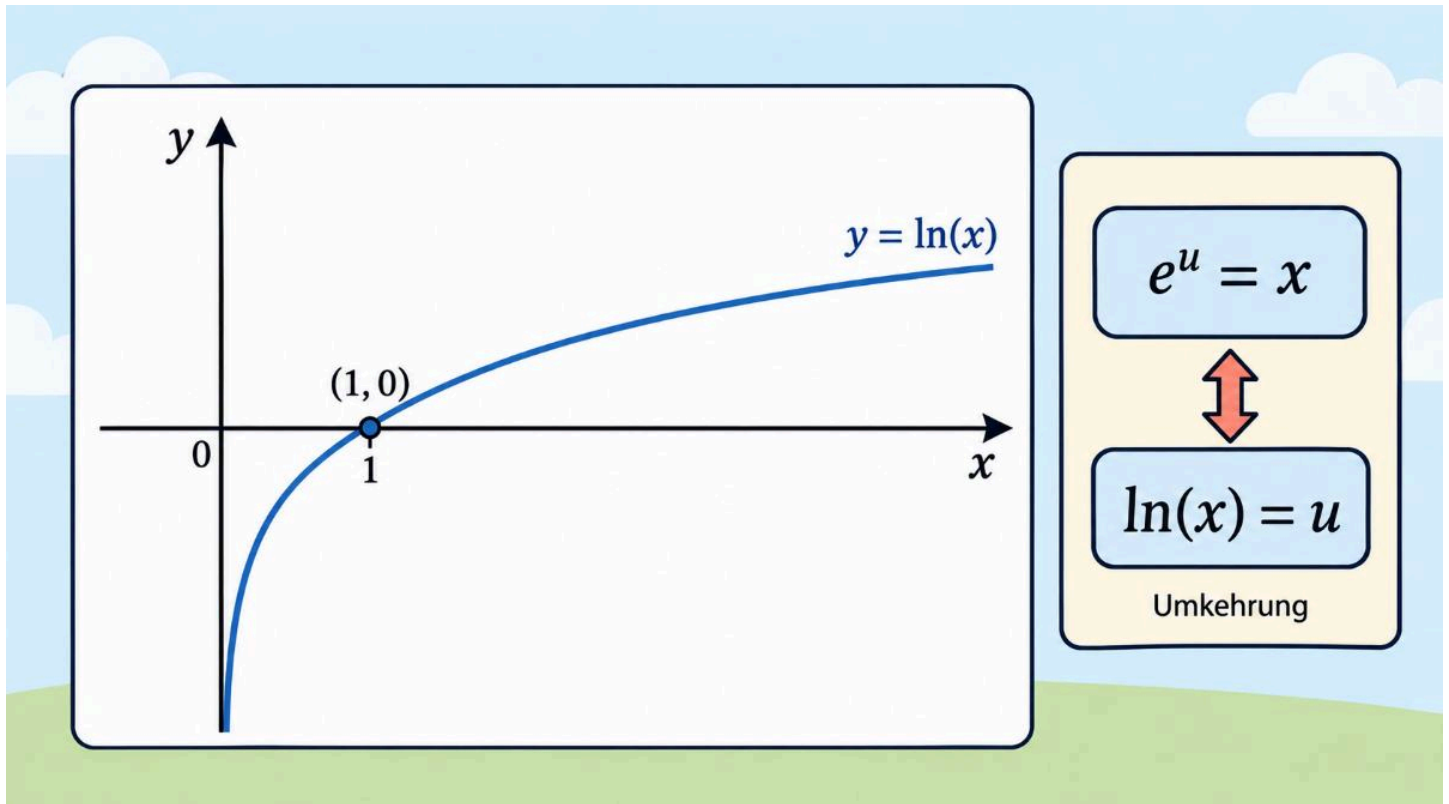
Grundlegende Eigenschaften der natürlichen Logarithmusfunktion erläutern (LK)

Lernziel-ID 04fe49bf-8c3e-5986-ae83-3c69c0c3e4c8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion und Stammfunktion untersuchen (LK) >

Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion verstehen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Definitions- und Wertemenge, Nullstelle, Monotonie und Randverhalten der natürlichen Logarithmusfunktion aus ihrer Umkehrbeziehung zur e-Funktion begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Den natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion der e-Funktion erklären (LK)

06ce2b1b-e888-5322-9ed9-dfc6d322956a

S. 348

Wird direkt vorausgesetzt von

Transformationen von Logarithmusgraphen deuten (LK)

8b3ce429-e6bb-5d33-b6aa-6ded41afc74c

S. 350

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Eigenschaften und Transformationen der natürlichen Logarithmusfunktion erläutern \(LK\)](#) 66d75e35-bcbc-5ec9-95f9-8e0558e75f14

Transformationen von Logarithmusgraphen deuten (LK)

Lernziel-ID 8b3ce429-e6bb-5d33-b6aa-6ded41afc74c

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis](#) > [Vertiefung der Analysis](#) > [Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion und Stammfunktion untersuchen \(LK\)](#) > [Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion verstehen \(LK\)](#)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Streckungen und Verschiebungen des Graphen einer Logarithmusfunktion in x- und y-Richtung aus dem Funktionsterm erkennen und deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundlegende Eigenschaften der natürlichen Logarithmusfunktion erläutern (LK)

S. 349

04fe49bf-8c3e-5986-ae83-3c69c0c3e4c8

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Eigenschaften und Transformationen der natürlichen Logarithmusfunktion erläutern \(LK\)](#) 66d75e35-bcbc-5ec9-95f9-8e0558e75f14

Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $1/x$ nutzen (LK)

Lernziel-ID 3bf1ce9e-f4d3-502e-9d6e-94f7b7f697d4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion und Stammfunktion untersuchen (LK)

Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $\frac{1}{x}$

Grundbeziehung für $x > 0$:

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Daher das Integral:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C \quad \text{für } x > 0$$

! WARNBOX: $\int \frac{1}{x^2} dx$ ist NICHT $\ln x + C$, sondern $-\frac{1}{x} + C$

Bestimmtes Integral & Graph von $y = \frac{1}{x}$

$\int_1^e \frac{1}{x} dx = [\ln x]_1^e = \ln(e) - \ln(1) = 1 - 0 = 1$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für $x > 0$ die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $1/x$ verwenden und diese Beziehung in einfachen Integralrechnungen und Begründungen sicher nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen und vorgegebene Stammfunktionen nutzen

S. 302

Den natürlichen Logarithmus als Umkehrfunktion der e-Funktion erklären (LK)

S. 348

Wird direkt vorausgesetzt von

Verkettete Exponential- und Logarithmusfunktionen analysieren (LK)

S. 362

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen [bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad](#)

Parameter in Analysisaufgaben nutzen, bestimmen und begründen

Lernziel-ID 972cc7e8-be9c-444c-ba45-98e817b3cf14

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Parameter in Analysisaufgaben untersuchen

PARAMETER IN ANALYSISAUFGABEN NUTZEN, BESTIMMEN UND BEGRÜNDEN

1. PARAMETER NUTZEN & EINFLUSS

$f_{a,b}(x) = a(x-2)^2 + b$

$b > 0$: nach oben
 $b < 0$: nach unten

$a > 1$: gestreckt
 $0 < a < 1$: gestaucht
 $a < 0$: nach unten geöffnet

2. PARAMETER BESTIMMEN (RECHNUNG)

Bedingung 1: Scheitelpunkt $S(2,1)$ liegt auf dem Graphen.
Bedingung 2: Punkt $P(4,9)$ liegt auf dem Graphen.

Schritt 1: b bestimmen
Aus $S(2,1)$ und $f_{a,b}(x) = a(x-2)^2 + b$ folgt direkt: $b = 1$

Schritt 2: a bestimmen
Setze $P(4,9)$ und $b=1$ in die Funktion ein:

$$\begin{array}{rcl} 9 & = & a(4-2)^2 + 1 \\ 9 & = & a(2)^2 + 1 \\ 9 & = & 4a + 1 \quad | -1 \\ 8 & = & 4a \quad | :4 \\ a & = & 2 \end{array}$$

ERGEBNIS: $a=2, b=1$

3. BEGRÜNDEN & ERGEBNIS

BEGRÜNDUNG
Parameterwerte müssen alle gegebenen Bedingungen erfüllen.

Spezifische Funktion:
 $f(x) = 2(x-2)^2 + 1$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parameter in Funktionen nutzen, um Lage und Form des Graphen zu beeinflussen, Parameterwerte aus Bedingungen ableiten und Ergebnisse begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Einfache gebrochene rationale Funktionen untersuchen](#)

61686d85-0381-550e-bab9-bd9411c3e7ce

S. 338

Wird direkt vorausgesetzt von

[Sachsituationen mit einer erweiterten Funktionsklasse modellieren](#)

bf17cada-3ccd-5d9a-b9e3-42065cfdbb01

S. 355

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

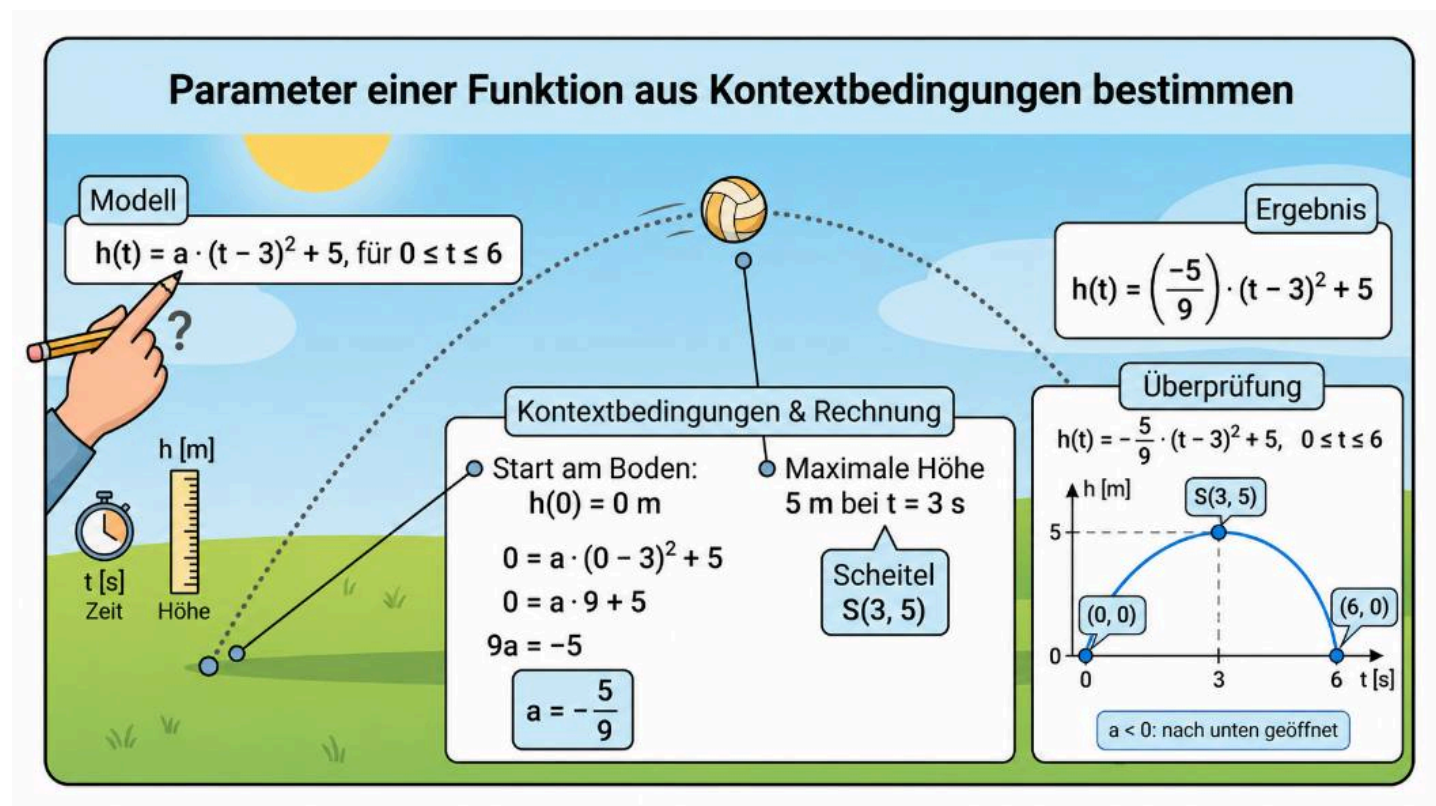
[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Parameter einer Funktion aus Kontextbedingungen bestimmen

Lernziel-ID 71683f37-24de-4e0f-badd-858b56fa4d64

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Parameter in Analysisaufgaben untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen bestimmen, die sich aus einer Fragestellung oder einem Sachkontext ergeben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

[Parameter von Funktionen und Funktionsscharen im Kontext untersuchen](#)
91e2f564-3bc8-4924-af85-2a3fa84c1471

S. 354

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

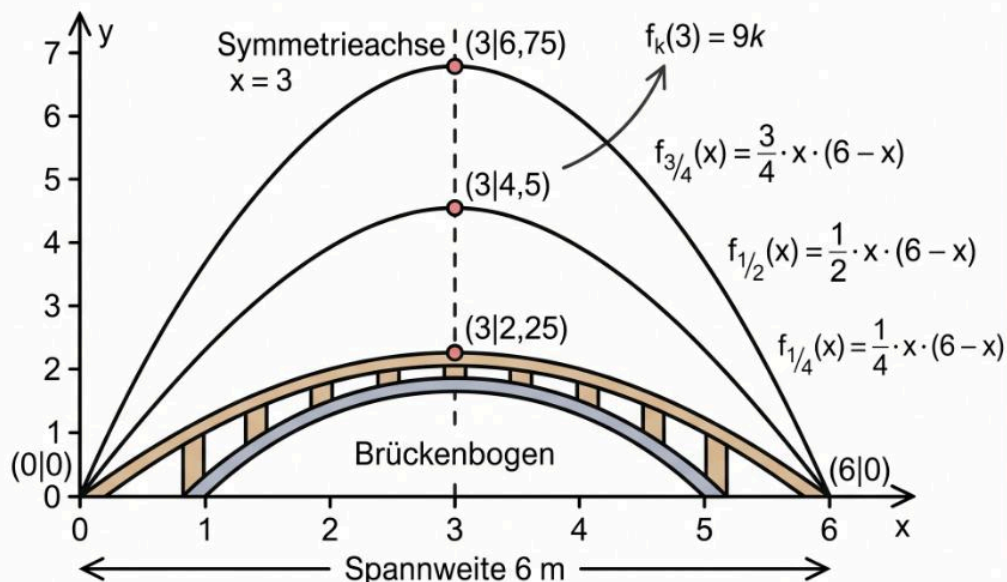
Parameter von Funktionen und Funktionsscharen im Kontext untersuchen

Lernziel-ID 91e2f564-3bc8-4924-af85-2a3fa84c1471

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Parameter in Analysisaufgaben untersuchen

Parameter von Funktionen und Funktionsscharen im Kontext untersuchen



Deutung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parameter von Funktionen und Funktionsscharen im Kontext einer Fragestellung interpretieren und ihren Einfluss auf charakteristische Eigenschaften untersuchen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Parameter einer Funktion aus Kontextbedingungen bestimmen](#)

71683f37-24de-4e0f-badd-858b56fa4d64

S. 353

Wird direkt vorausgesetzt von

[Sachsituationen mit einer erweiterten Funktionsklasse modellieren](#)

bf17cada-3ccd-5d9a-b9e3-42065cfdbb01

S. 355

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbfbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

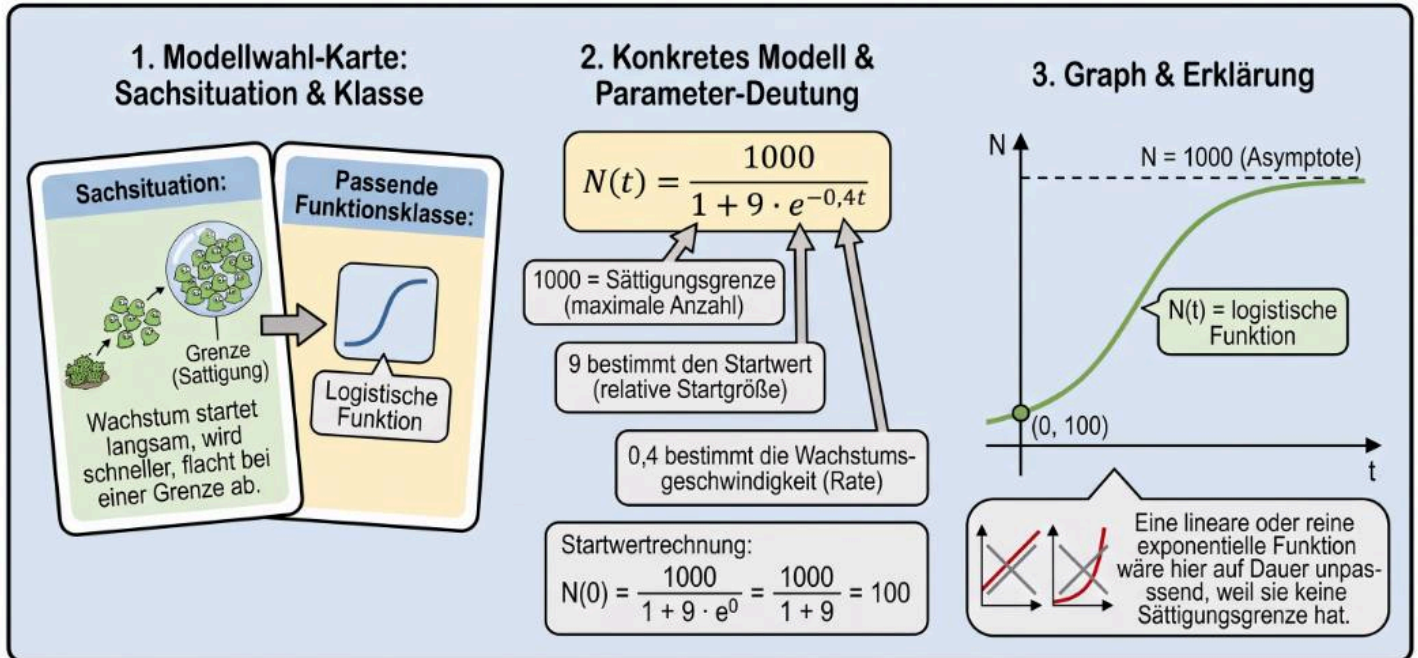
[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Sachsituationen mit einer erweiterten Funktionsklasse modellieren

Lernziel-ID bf17cada-3ccd-5d9a-b9e3-42065cfdbb01

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis

Sachsituationen mit einer erweiterten Funktionsklasse modellieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Sachsituation eine passende erweiterte Funktionsklasse auswählen und die Parameter des Modells im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter in Analysisaufgaben nutzen, bestimmen und begründen

S. 352

972cc7e8-be9c-444c-ba45-98e817b3cf14

Parameter von Funktionen und Funktionsscharen im Kontext untersuchen

S. 354

91e2f564-3bc8-4924-af85-2a3fa84c1471

Wird direkt vorausgesetzt von

Verkettete Exponential- und Logarithmusfunktionen analysieren (LK)

S. 362

c72a8032-71f6-56ed-a896-06ae435ff2ec

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

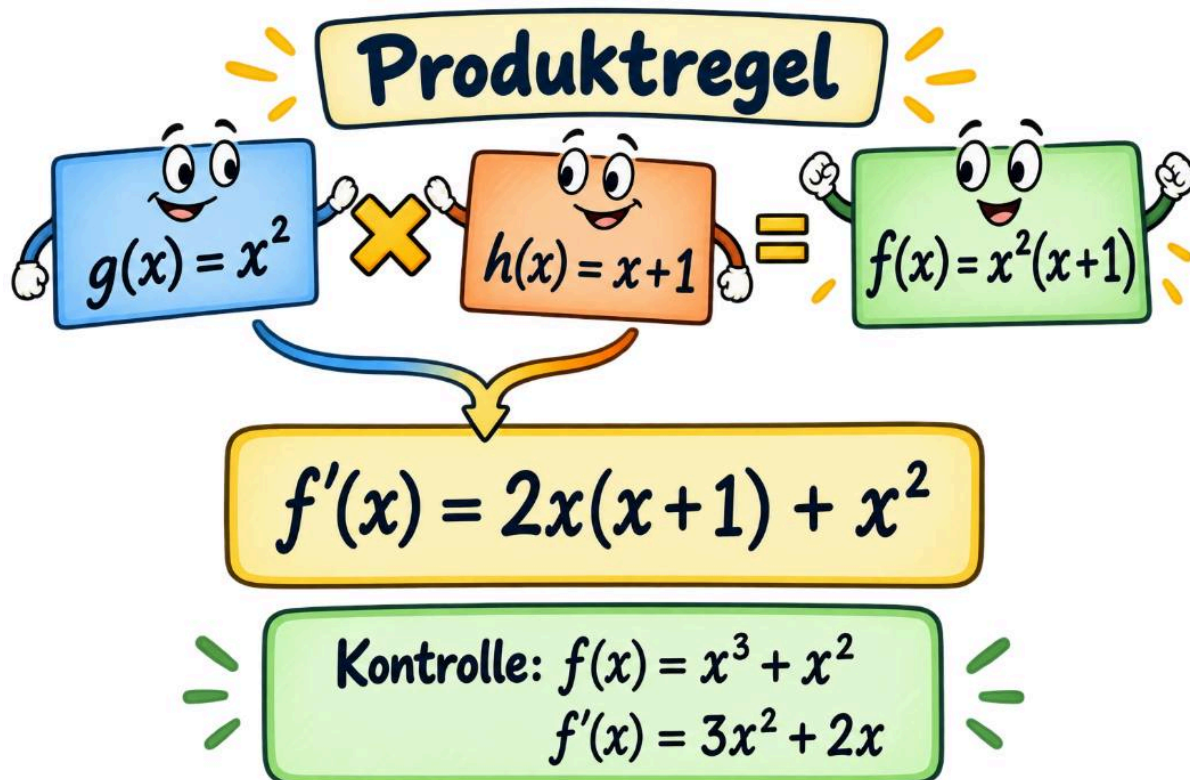
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Produktregel beim Ableiten anwenden (LK)

Lernziel-ID cf48c918-f6c1-5429-8da6-14df43f2f550

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Produktregel, Kettenregel und zusammengesetzte Funktionen nutzen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Produkte differenzierbarer Funktionen mit der Produktregel ableiten und die Ableitung durch einen geeigneten Kontrollweg überprüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ableitungen elementarer Funktionen berechnen](#)

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c9ddcb6f

S. 211

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

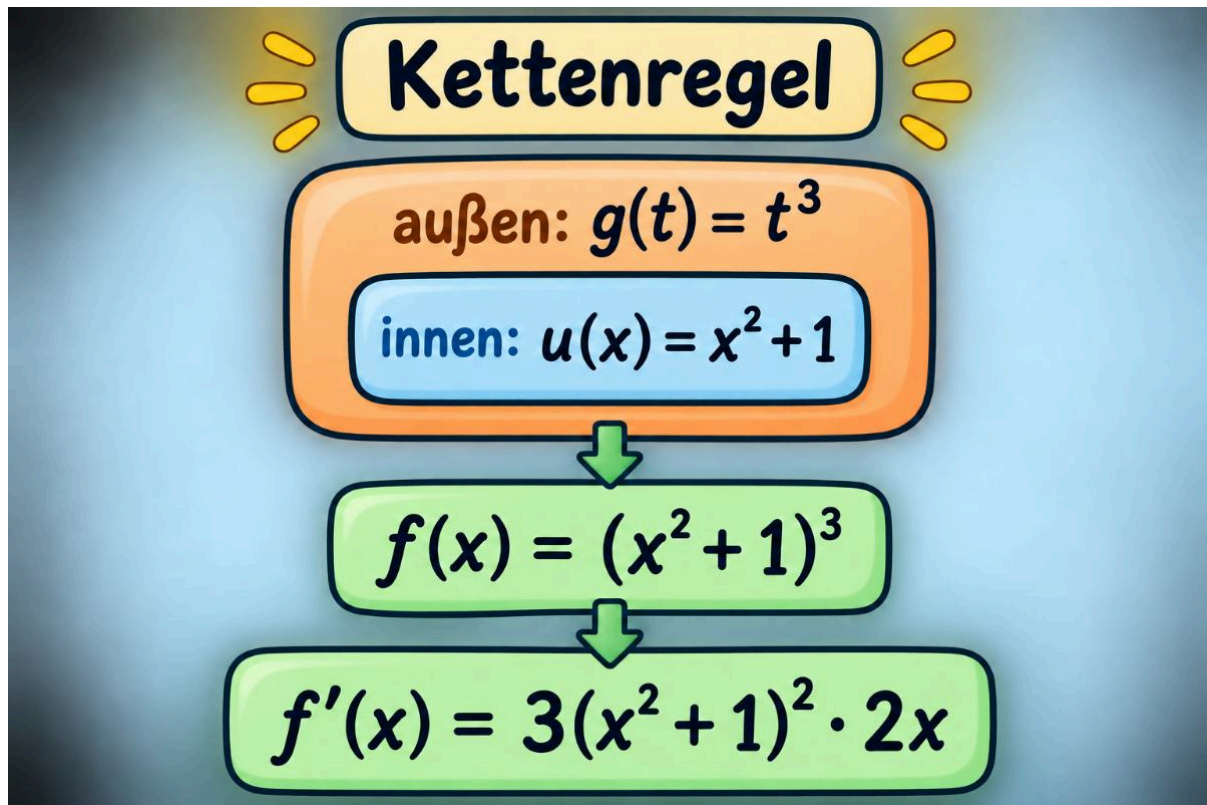
[Produkt- und Kettenregel sicher anwenden \(LK\)](#) 3db949bd-3091-5a25-a1a0-c8ff0369db94

Kettenregel beim Ableiten anwenden (LK)

Lernziel-ID ae5010cc-ea8d-5b14-aa4a-b0f2b5846a75

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Produktregel, Kettenregel und zusammengesetzte Funktionen nutzen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verkettungen differenzierbarer Funktionen mit der Kettenregel ableiten und äußere sowie innere Funktion im Ableitungsweg nachvollziehbar kennzeichnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ableitungen elementarer Funktionen berechnen](#)

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Produkt- und Kettenregel sicher anwenden \(LK\)](#) 3db949bd-3091-5a25-a1a0-c8ff0369db94

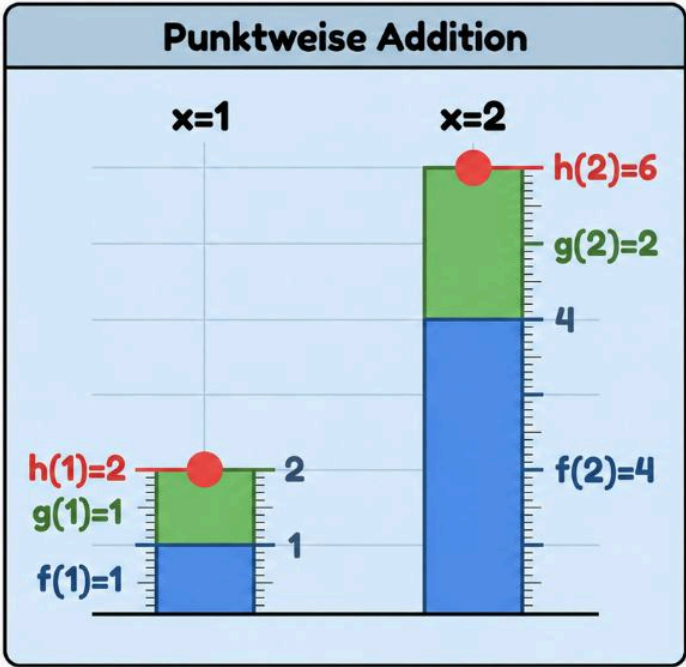
Eigenschaften von Funktionssummen graphisch begründen (LK)

Lernziel-ID ebc41c8b-5754-5161-9b07-f4525b9fd9b4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Eigenschaften verknüpfter und verketteter Funktionen graphisch begründen (LK)

Eigenschaften von Funktionssummen graphisch begründen (LK)



x	f(x)	g(x)	h(x) = f(x) + g(x)
1	1	1	2
2	4	2	6

**h-Wert =
f-Wert + g-Wert**

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus den Graphen von f und g den Graphen der Summenfunktion $h(x) = f(x) + g(x)$ skizzieren und seine Eigenschaften durch die punktweise Addition der Funktionswerte begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729	S. 344	Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen 62a1c6f2-1775-5a19-98e0-ed3dd722039f	S. 345
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften von Funktionsprodukten graphisch begründen (LK) 0c5e2ed1-4efb-5bdb-a8e5-fe830eb92c85	S. 359
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

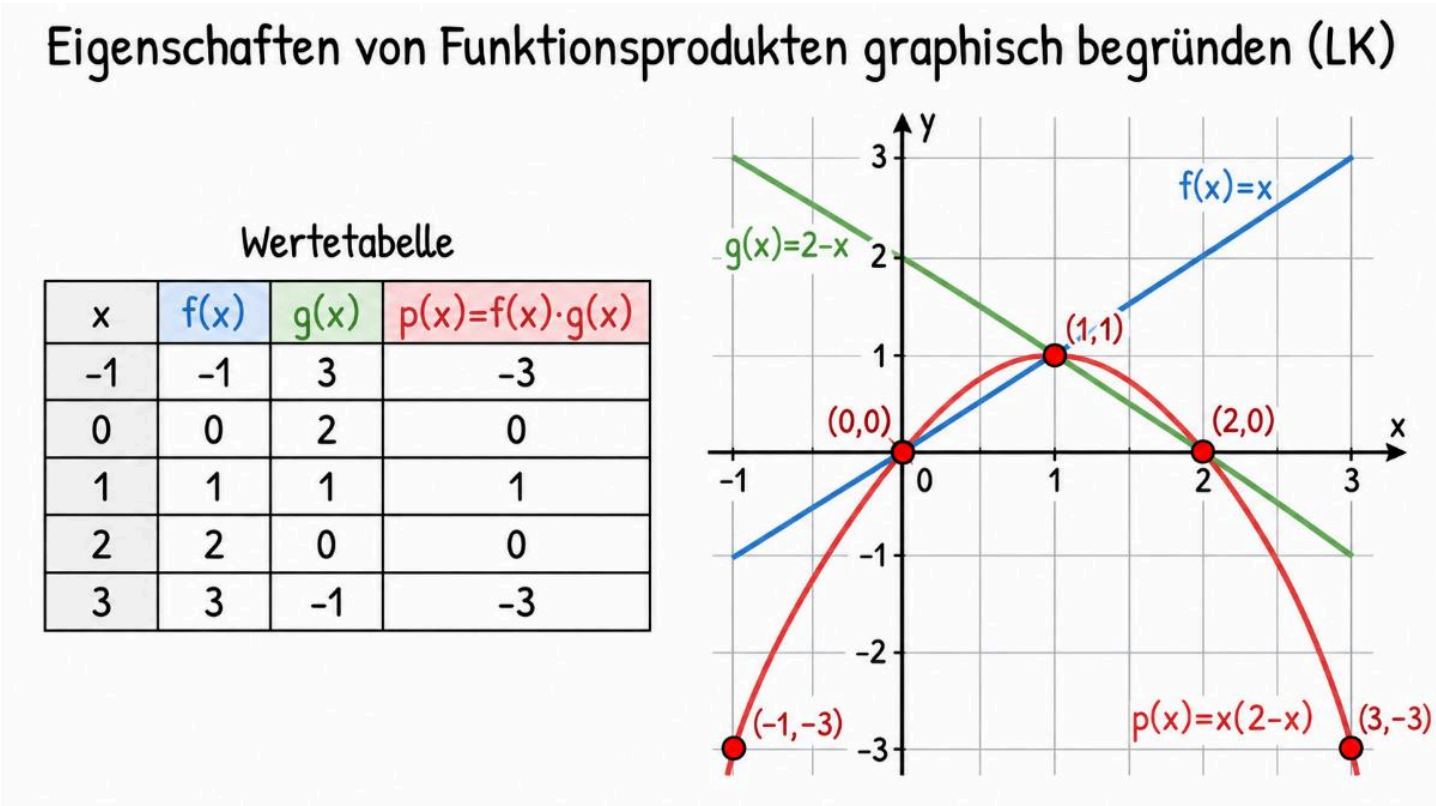
[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Eigenschaften von Funktionsprodukten graphisch begründen (LK)

Lernziel-ID 0c5e2ed1-4efb-5bdb-a8e5-fe830eb92c85

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Eigenschaften verknüpfter und verketteter Funktionen graphisch begründen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften von Funktionsprodukten wie $f(x) \cdot g(x)$ anhand der Graphen von f und g skizzieren und begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729	S. 344	Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen 62a1c6f2-1775-5a19-98e0-ed3dd722039f	S. 345	Eigenschaften von Funktionssummen graphisch begründen (LK) ebc41c8b-5754-5161-9b07-f4525b9fd9b4	S. 358
---	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften von Funktionsverkettungen graphisch begründen (LK) 91311908-9209-58e4-8429-99da09df546d	S. 360
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Eigenschaften von Funktionsverkettungen graphisch begründen (LK)

Lernziel-ID 91311908-9209-58e4-8429-99dad9df546d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Eigenschaften verknüpfter und verketteter Funktionen graphisch begründen (LK)

Eigenschaften von Funktionsverkettungen graphisch begründen (LK)

Lernziel: Die lernende Person kann Eigenschaften von Funktionsverkettungen wie $f(g(x))$ anhand geeigneter Graphen skizzieren und begründen.

1. Innere Funktion:
 $g(x) = x + 1$

2. Äußere Funktion:
 $f(u) = u^2$

Merksatz:
Bei $f(g(x))$ wird zuerst g angewendet, danach f .

Wertetabelle

x	$g(x) = x + 1$	$h(x) = f(g(x)) = (x+1)^2$
-2	-1	1
-1	0	0
0	1	1
1	2	4

$h(x) = f(g(x)) = (x+1)^2$

$g(x) = x + 1$ verschiebt den Graphen von f um 1 nach links.

$h(x) = (x+1)^2$

S(-1,0)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften von Funktionsverkettungen wie $f(g(x))$ anhand geeigneter Graphen skizzieren und begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren

a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729

S. 344

Symmetrieeigenschaften verschobener Funktions- und Ableitungsgraphen begründen

62a1c6f2-1775-5a19-98e0-ed3dd722039f

S. 345

Eigenschaften von Funktionsprodukten graphisch begründen (LK)

0c5e2ed1-4efb-5b0b-a8e5-fe830eb92c85

S. 359

Wird direkt vorausgesetzt von

Zusammengesetzte Funktionen für quantifizierbare Zusammenhänge nutzen (LK)

d8f1fd06-785e-5d15-a8e5-7d8b36f91287

S. 361

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

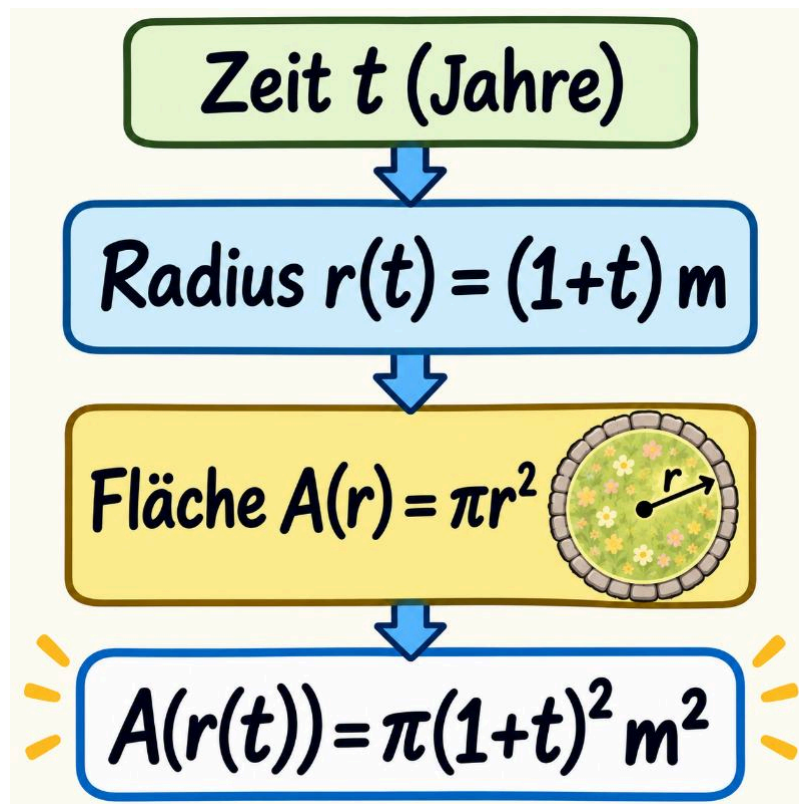
Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Zusammengesetzte Funktionen für quantifizierbare Zusammenhänge nutzen (LK)

Lernziel-ID d8f1fd06-785e-5d15-a8e5-7d8b36f91287

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Vertiefung der Analysis > Produktregel, Kettenregel und zusammengesetzte Funktionen nutzen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen quantifizierbaren Zusammenhang durch eine geeignete Funktionsverkettung modellieren und die Bedeutung von innerer und äußerer Funktion im Sachkontext erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Eigenschaften von Funktionsverkettungen graphisch begründen \(LK\)](#)

S. 360

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

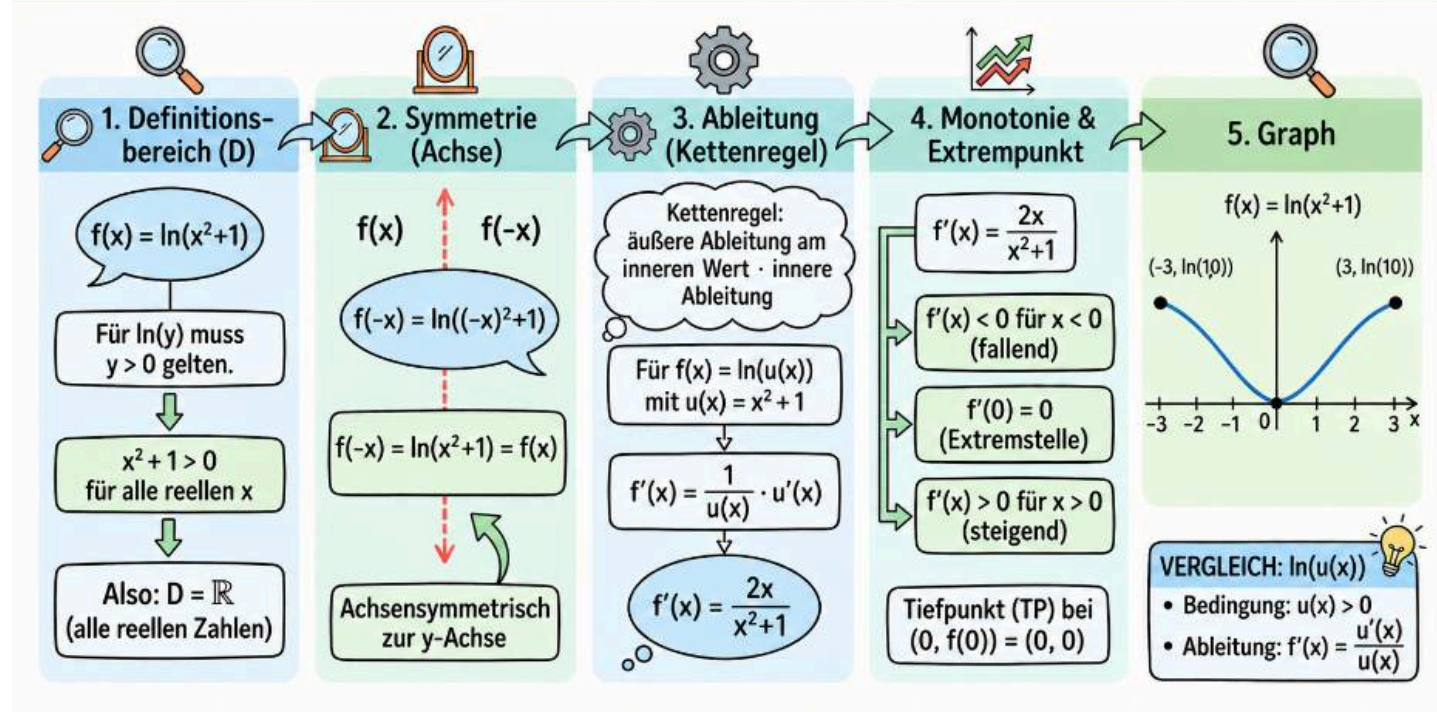
[Einen quantifizierbaren Zusammenhang durch Verkettung modellieren \(LK\)](#) e457af0b-e87f-5d61-9177-41daa6361dd3

Verkettete Exponential- und Logarithmusfunktionen analysieren (LK)

Lernziel-ID c72a8032-71f6-56ed-a896-06ae435ff2ec

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Vertiefung der Analysis

Verkettete Exponential- und Logarithmusfunktionen analysieren (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine verkettete Funktion mit Exponential- oder Logarithmusanteil untersuchen und ihr Verhalten argumentativ begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $1/x$ nutzen (LK)

S. 351

Sachsituationen mit einer erweiterten Funktionsklasse modellieren

S. 355

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionsverknüpfungen und Transformationen untersuchen](#) bd2c5e29-31c6-58bf-9858-d08e9c8a32ad

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren

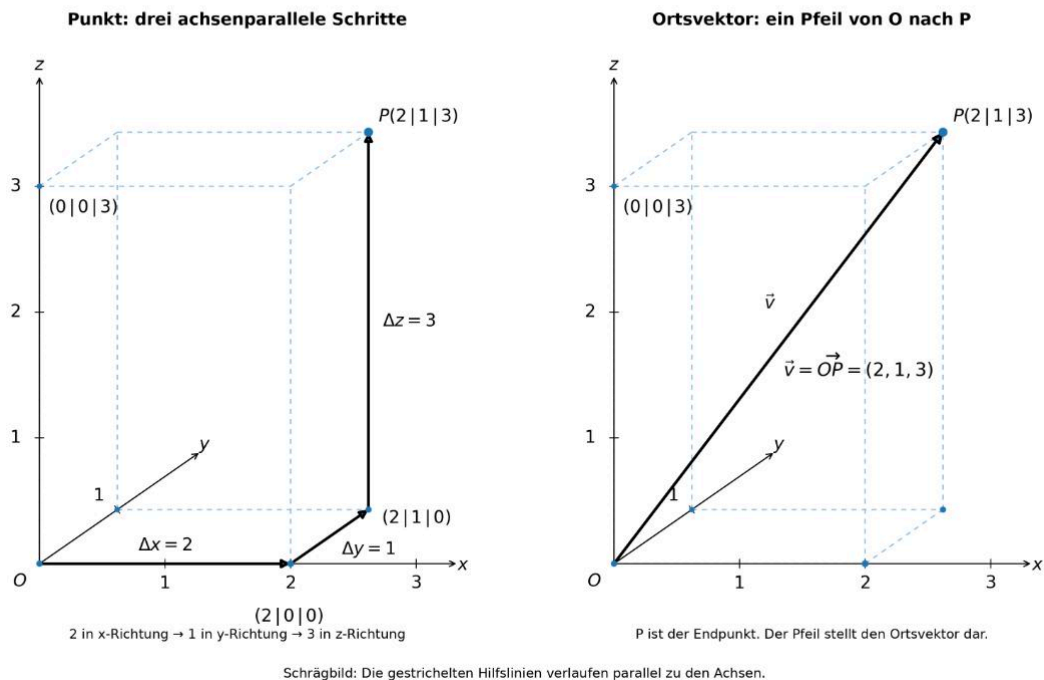
Lernziel-ID 075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Punkt und Ortsvektor

Gleiche Koordinaten – derselbe Endpunkt $P(2|1|3)$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkte und Vektoren im dreidimensionalen Koordinatensystem eintragen, ablesen und als Orts- bzw. Richtungsvektoren deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten f242a3e8-55a3-492e-8354-b81b24cddb78	S. 170	Vektoren im räumlichen Koordinatensystem als Tupel angeben und deuten 19f170e4-b88f-4c06-b72a-ce6923748bb4	S. 171
Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben be0e8715-3c3a-5ffb-937a-0b6bce4f01d8	S. 364	Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863	S. 370
Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen 7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756	S. 371	Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071	S. 372

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

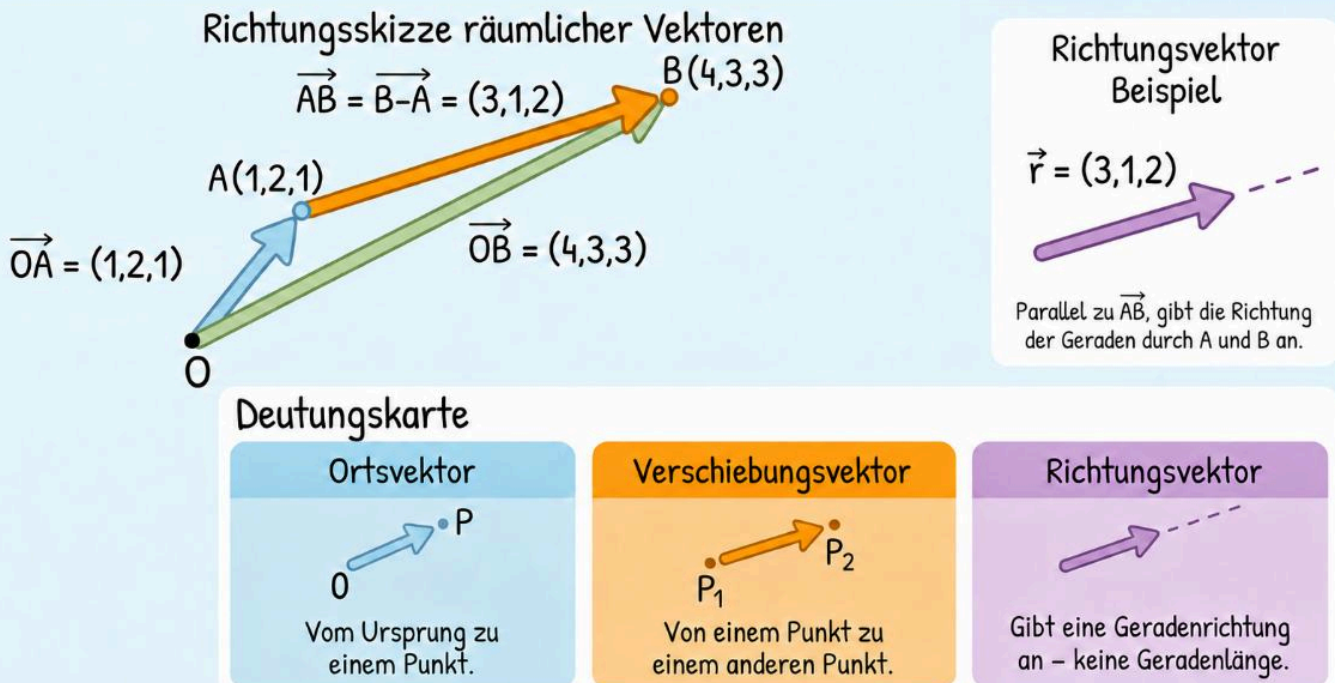
Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

Lernziel-ID be0e8715-3c3a-5ffb-937a-0b6bce4f01d8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vektoren im Raum als Verschiebungs-, Orts- oder Richtungsvektoren darstellen, ihre Komponenten in kartesischen Koordinatensystemen angeben und ihre geometrische Bedeutung fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren 075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e		S. 363
Vektoren im Raum addieren und vervielfachen f37b0a72-9e23-51c7-aad5-438c17a56899	S. 375	Betrag eines Vektors im Raum bestimmen f07a4fa0-03b5-53b4-bd86-606480b748a1
Ebenen in Parameterform angeben und interpretieren d785943c-d61b-51a1-a9c2-c36a9e0cc97d	S. 384	Geraden im Raum parametrisch darstellen effe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1
Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen 265af6af-8eac-5632-b730-800aafcde26a	S. 712	Geraden und Strecken im Raum in Parameterform darstellen und Parameter deuten 525b1da9-7fdd-4a70-9f30-ff01d7511b04
Geometrische Abbildungen als linear erkennen 69243680-c2c1-5661-80c0-c95a2be1dabf	S. 404	Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen 9460c3ff-e72d-4107-bc73-087d217200aa
Skalarprodukt von Vektoren definieren 2ac2e902-a6ad-53c9-b139-d1c63d823023	S. 706	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

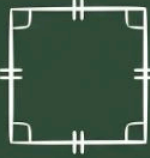
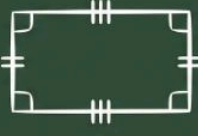
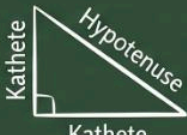
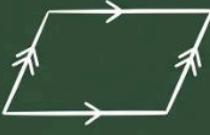
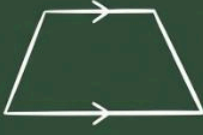
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Einfache geometrische Figuren beschreiben

Lernziel-ID 4af3dfb9-7e15-5da5-8b86-0aac6c80e266

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren

Einfache geometrische Figuren beschreiben

DREIECKE		VIERECKE		
Gleichseitiges Dreieck  drei gleich lange Seiten.	Gleichschenkliges Dreieck  zwei gleich lange Schenkel.	Quadrat  vier gleich lange Seiten, vier rechte Winkel.	Rechteck  gegenüberliegende Seiten gleich lang, vier rechte Winkel.	Raute  vier gleich lange Seiten.
Gleichschenkliges Dreieck  zwei gleich lange Schenkel.	Rechtwinkliges Dreieck  ein rechter Winkel.	Parallelogramm  gegenüberliegende Seiten parallel.	Trapez  mindestens ein Paar paralleler Seiten.	Drachenviereck  zwei Paare benachbarter gleich langer Seiten.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache geometrische Figuren, insbesondere gleichschenklige, gleichseitige und rechtwinklige Dreiecke sowie Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez und Drachenviereck, fachsprachlich beschreiben.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen nutzen 5390691d-1b7c-5572-9589-a69c2bba9a27	S. 366	Kongruenzbeziehungen ebener Figuren untersuchen b04bd2d6-21d4-5ac5-9a77-b5f950a41c24	S. 367	Ähnlichkeitsbeziehungen ebener Figuren untersuchen d6b74b15-1cbc-512b-a160-0f40aeca8c	S. 368
--	--------	--	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen nutzen

Lernziel-ID 5390691d-1b7c-5572-9589-a69c2bba9a27

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren >

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen untersuchen

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen nutzen

Rechteck

Höhe: 4 cm
Breite: 6 cm

$A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

Fläche = Breite $\times$ Höhe

Parallelogramm

keine Höhe!
senkrechte Höhe (h): 4 cm
Grundseite (g): 6 cm

$A = g \cdot h = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

Fläche = Grundseite $\times$ senkrechte Höhe

Dreieck

senkrechte Höhe (h): 4 cm
Grundseite (g): 6 cm

$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$

Fläche = $\frac{\text{Grundseite} \times \text{senkrechte Höhe}}{2}$

Merksatz: Für Flächen zählt die senkrechte Höhe, nicht die schräge Seitenlänge.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften einfacher ebener Figuren untersuchen und für geeignete Flächenberechnungen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II $\cdot$ GK; Sek. II $\cdot$ LK

BY: Sek. II $\cdot$ G9 $\cdot$ GK; Sek. II $\cdot$ G9 $\cdot$ LK

HE: Sek. I $\cdot$ G9; Sek. II $\cdot$ GK; Sek. II $\cdot$ LK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache geometrische Figuren beschreiben
4af3dfb9-7e15-5da5-8b86-0aac6c80e266

S. 365

Wird direkt vorausgesetzt von

Kongruenzbeziehungen ebener Figuren untersuchen
b04bd2d6-21d4-5ac5-9a77-b5f950a41c24 S. 367

Eigenschaften geometrischer Figuren begründen
ef1524f1-0b2f-59f7-a001-5ab3e3dececb S. 369

Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen
d8e56cfc-a58d-5529-ab9f-e5187e31dd34 S. 705

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

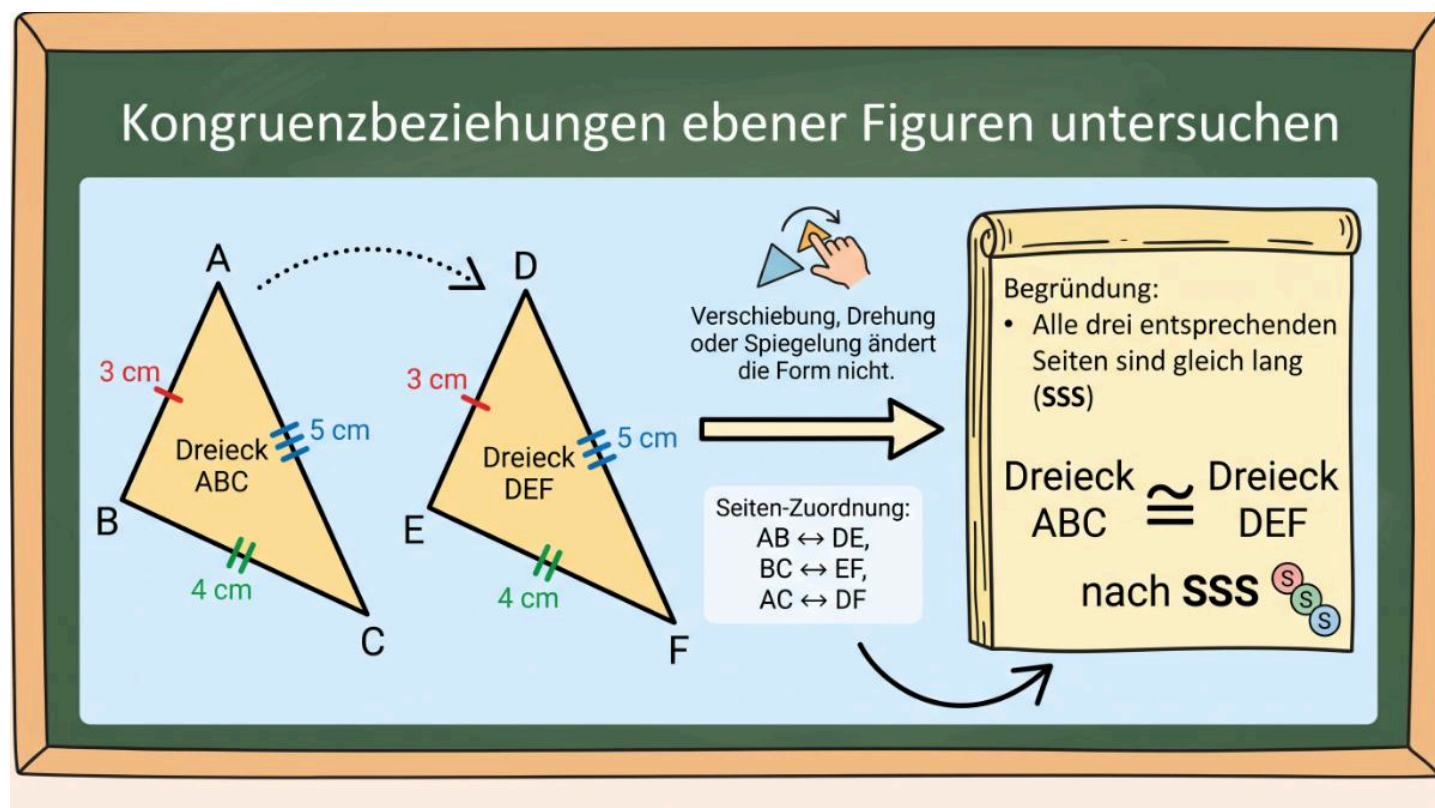
Kongruenzbeziehungen ebener Figuren untersuchen

Lernziel-ID b04bd2d6-21d4-5ac5-9a77-b5f950a41c24

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren >

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Kongruenzbeziehungen einfacher ebener Figuren untersuchen und die verwendeten Kriterien fachsprachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache geometrische Figuren beschreiben
4af3dfb9-7e15-5da5-8b86-0aac6c80e266

S. 365

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen nutzen
5390691d-1b7c-5572-9589-a69c2bba9a27

S. 366

Wird direkt vorausgesetzt von

Ähnlichkeitsbeziehungen ebener Figuren untersuchen
d6b74b15-1cbc-512b-a160-0f40aecafe8c

S. 368

Eigenschaften geometrischer Figuren begründen
ef1524f1-0b2f-59f7-a001-5ab3e3dececb

S. 369

Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen
d8e56cfc-a58d-5529-ab9f-e5187e31dd34

S. 705

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Ähnlichkeitsbeziehungen ebener Figuren untersuchen

Lernziel-ID d6b74b15-1cbc-512b-a160-0f40aeca8c

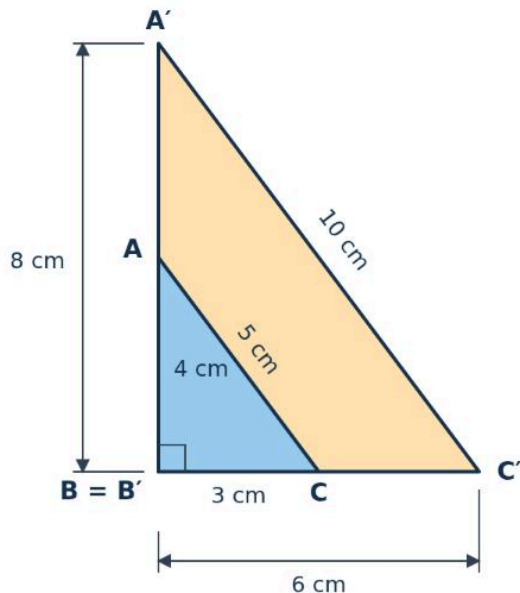
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren >

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen untersuchen

Ähnlichkeit: Längen und Flächen

Alle entsprechenden Seiten wachsen mit demselben Faktor.



A und C halbieren die großen Katheten.

$$6/3 = 8/4 = 10/5 = 2$$

Streckfaktor $k = 2$

Jede Seite wird doppelt so lang.

$$A_{\text{klein}} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6\text{ cm}^2$$

$$A_{\text{groß}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24\text{ cm}^2$$

$$24/6 = 4 = 2^2$$

Längenfaktor 2 $\rightarrow$ Flächenfaktor 4

Klein: blaue Fläche.

Groß: gesamte blaue und orange Fläche.

Die maßstäblichen Dreiecke haben einen gemeinsamen rechten Winkel bei $B = B'$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ähnlichkeitsbeziehungen einfacher ebener Figuren untersuchen und daraus passende Längen- oder Flächenbeziehungen ableiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache geometrische Figuren beschreiben

4af3dfb9-7e15-5da5-8b86-0aac6c80e266

S. 365

Kongruenzbeziehungen ebener Figuren untersuchen

b04bd2d6-21d4-5ac5-9a77-b5f950a41c24

S. 367

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigenschaften geometrischer Figuren begründen

ef1524f1-0b2f-59f7-a001-5ab3e3dececb

S. 369

Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen

d8e56cfc-a58d-5529-ab9f-e5187e31dd34

S. 705

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

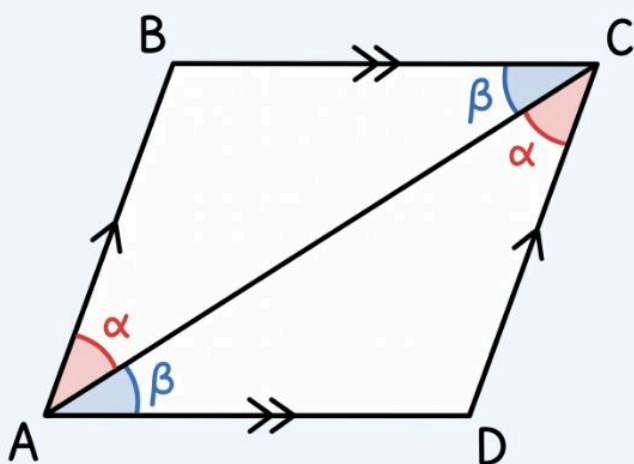
Eigenschaften geometrischer Figuren begründen

Lernziel-ID ef1524f1-0b2f-59f7-a001-5ab3e3dececb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren

Eigenschaften geometrischer Figuren begründen



1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ und $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ (Voraussetzung)
2. $\alpha: \angle BAC = \angle DCA$ (Wechselwinkel)
3. $\beta: \angle BCA = \angle CAD$ (Wechselwinkel)
4. $\overline{AC}$ ist gemeinsame Seite
5. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (WSW-Kongruenz)
6. Also: $\overline{AB} = \overline{CD}$ und $\overline{BC} = \overline{AD}$ (Eigenschaft)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften einfacher geometrischer Figuren begründen und die verwendeten Kongruenz-, Ähnlichkeits-, Parallelitäts- oder Winkelargumente nachvollziehbar darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eigenschaften ebener Figuren für
Flächenberechnungen nutzen

S. 366

5390691d-1b7c-5572-9589-a69c2bba9a27

Kongruenzbeziehungen ebener Figuren
untersuchen

S. 367

b04bd2d6-21d4-5ac5-9a77-b5f950a41c24

Ähnlichkeitsbeziehungen ebener Figuren
untersuchen

S. 368

d6b74b15-1cbc-512b-a160-0f40aeca8c

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

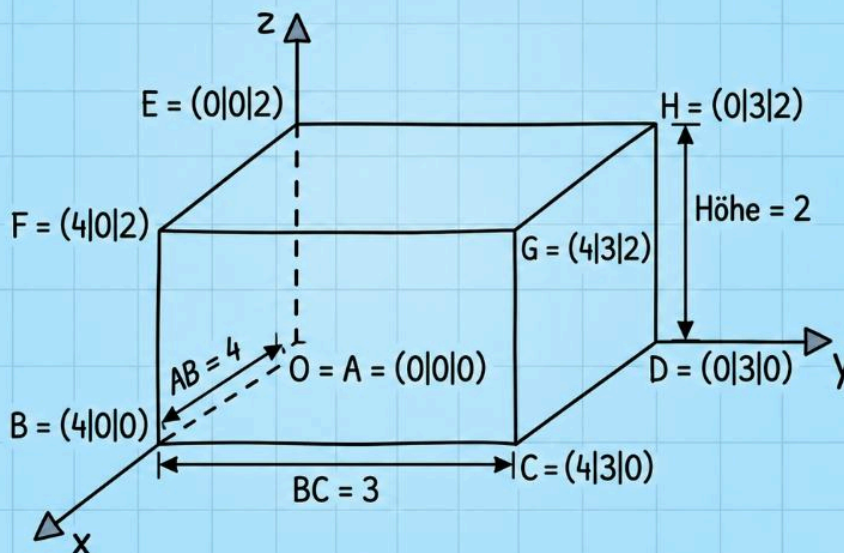
Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten

Lernziel-ID aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Räumliche Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem darstellen

Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann räumliche Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem verorten und geeignete Koordinatenbezüge wählen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren

075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e

S. 363

Wird direkt vorausgesetzt von

Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen

7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756

S. 371

Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben

d379e28b-d9d5-5cab-b383-318e0499c0c7

S. 373

Geometriesoftware zur Raumorientierung nutzen

eb6bfd9-3cbe-51b5-9798-a741bdc2782e

S. 374

Abstand zweier Punkte im Raum berechnen

68d4faef-1a56-5898-9c31-80b7d5d2e430

S. 380

Projektionen auf Koordinatenebenen untersuchen

5748633c-113f-5ea8-9041-24da55919de7

S. 742

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen

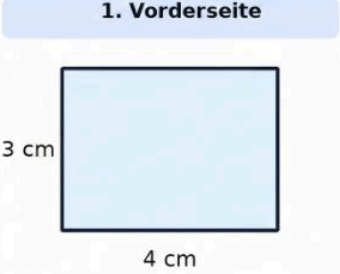
Lernziel-ID 7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Räumliche Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem darstellen

Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen

Quader: Breite 4 cm, Höhe 3 cm, Tiefe 2 cm (gezeichnet 1 cm)

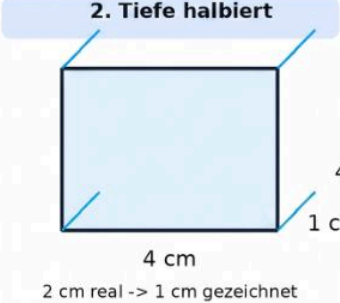
1. Vorderseite



3 cm

4 cm

2. Tiefe halbiert



4 cm

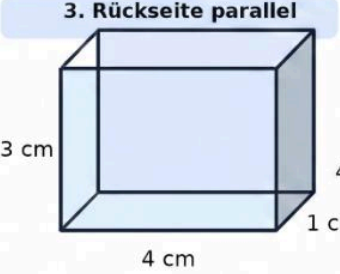
3 cm

1 cm

45°

2 cm real -> 1 cm gezeichnet

3. Rückseite parallel



3 cm

4 cm

1 cm

45°

Kontrolle: Rückseite parallel zur Vorderseite; Tiefenkanten nur ein Viertel der 4-cm-Vorderkante.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geeignete Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen und die Darstellung fachsprachlich erläutern.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK
HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren 075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e	S. 363	Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863	S. 370
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071	S. 372	Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben d379e28b-d9d5-5cab-b383-318e0499c0c7	S. 373	Geometriesoftware zur Raumorientierung nutzen eb6bfd9-3cbe-51b5-9798-a741bdc2782e	S. 374	Abstand zweier Punkte im Raum berechnen 68d4faef-1a56-5898-9c31-80b7d5d2e430	S. 380
Projektionen auf Koordinatenebenen untersuchen 5748633c-113f-5ea8-9041-24da55919de7	S. 742						

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

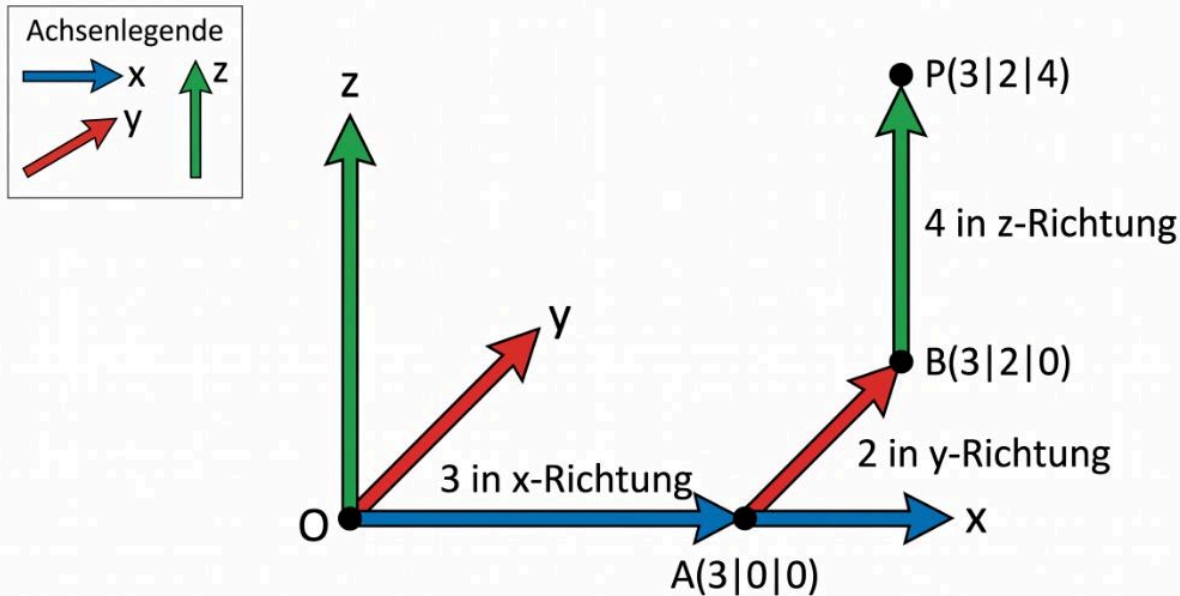
Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben

Lernziel-ID d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Räumliche Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem darstellen

Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkte im Raum mithilfe von Koordinaten fachsprachlich beschreiben und in Darstellungen verorten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte und Vektoren im Raum koordinatisieren 075f1ef2-6860-4b20-9df2-878157eb395e	S. 363	Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen 7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756	S. 371
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben d379e28b-d9d5-5cab-b383-338e0499c0c7	S. 373	Geometriesoftware zur Raumorientierung nutzen eb6bfd9d-3cbe-51b5-9798-a741bdc2782e	S. 374	Abstand zweier Punkte im Raum berechnen 68d4faef-1a56-5898-9c31-80b7d5d2e430	S. 380	Projektionen auf Koordinatenebenen untersuchen 5748633c-113f-5ea8-9041-24da55919de7	S. 742
---	--------	--	--------	--	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben

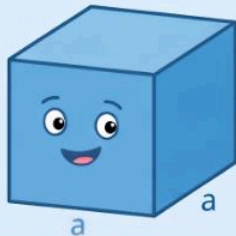
Lernziel-ID d379e28b-d9d5-5cab-b383-318e0499c0c7

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren

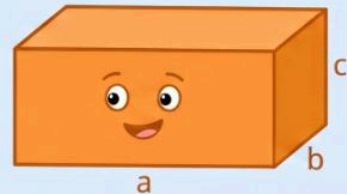
Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben

1. Würfel



alle Kanten
gleich lang

2. Quader

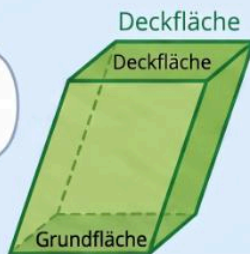


3. Prisma



gerades Prisma

zwei
kongruente
parallele
Flächen



schiefes Prisma

4. Pyramide



gerade Pyramide

eine Grundfläche
und eine Spitze



schiefe Pyramide

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache geometrische Körper wie Würfel, Quader, gerade und schiefe Prismen sowie gerade und schiefe Pyramiden fachsprachlich beschreiben und in räumlichen Darstellungen identifizieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten S. 370
aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863

Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen S. 371
7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756

Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben S. 372
d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071

Wird direkt vorausgesetzt von

Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen S. 683
50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen S. 684
eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af

Symmetrien einfacher Körper untersuchen S. 685
b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

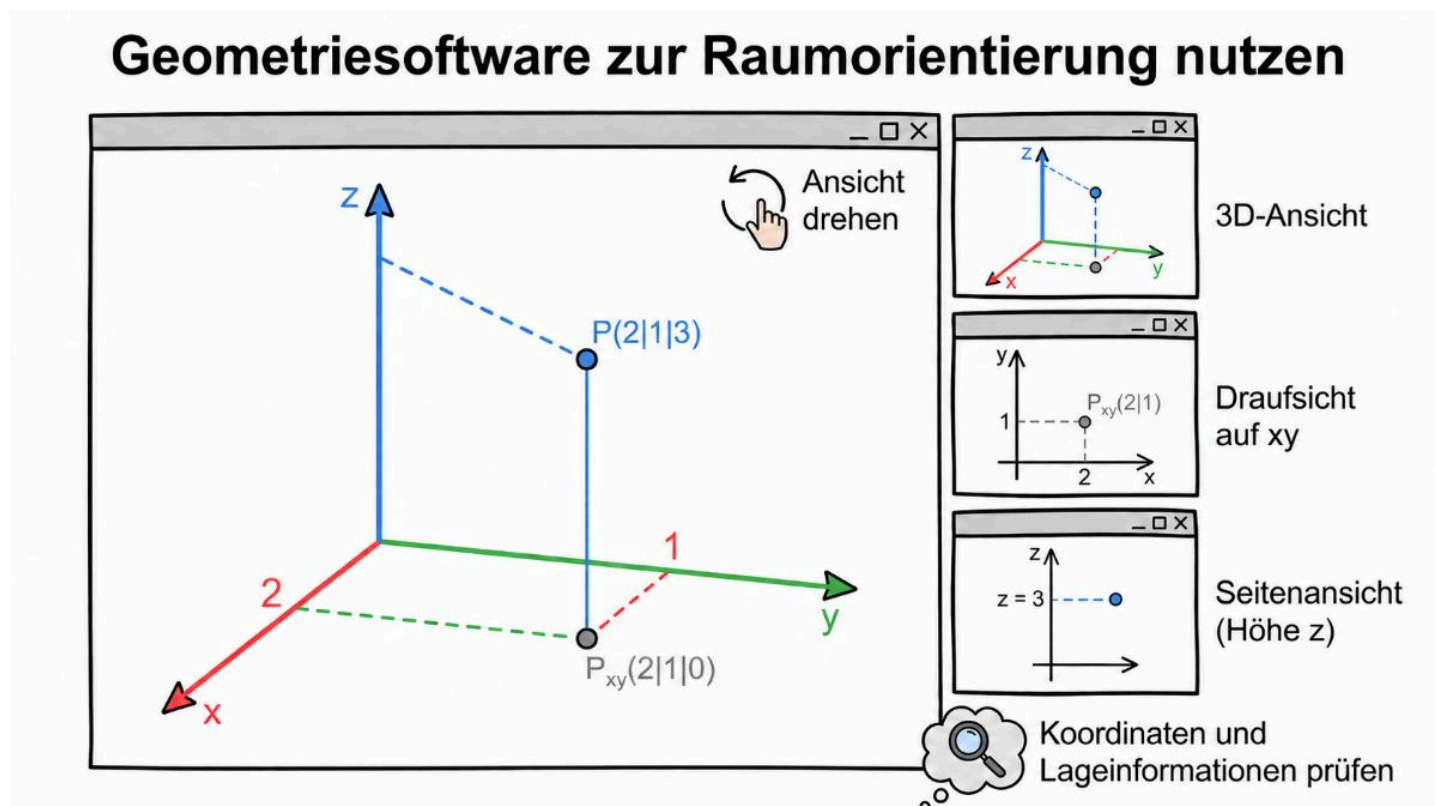
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Geometriesoftware zur Raumorientierung nutzen

Lernziel-ID eb6bfd9-3cbe-51b5-9798-a741bdc2782e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geometriesoftware nutzen, um räumliche Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem darzustellen, Ansichten zu variieren und Koordinaten- bzw. Lageinformationen zu überprüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten
aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863

S. 370

Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen
7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756

S. 371

Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben
d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071

S. 372

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Vektoren im Raum addieren und vervielfachen

Lernziel-ID f37b0a72-9e23-51c7-aad5-438c17a56899

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Vektoren im Raum addieren und vervielfachen

Verschiebungen verketteten

Schematische Pfeilkette – keine maßstabliche Darstellung von Raumkoordinaten!

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a+b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Verschiebung verdoppeln

Zwei gleich lange Verschiebungen hintereinander.

Anfang Mitte Ende

$$2a = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Merksatz:
Addition: Verschiebungen aneinanderhängen. Faktor 2: dieselbe Verschiebung zweimal.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vektoren im Raum komponentenweise addieren und mit Skalaren vervielfachen sowie die Rechenoperationen als Verkettung und Streckung von Verschiebungen geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

S. 364

Wird direkt vorausgesetzt von

Linearkombinationen von Vektoren bilden und deuten
72dfc164-455d-4b63-85f0-96e803c9a1d5 S. 376

Kollinearität von Vektoren im Raum prüfen
54cfe5ce-693e-5d4a-ac1b-009570fbcc11 S. 378

Betrag eines Vektors im Raum bestimmen
fb7a4fa0-03b5-53b4-bd86-608480b748a1 S. 379

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen
27cfai1b3-be6f-5f81-b9a2-ae3bad9c14b6 S. 697

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Linearkombinationen von Vektoren bilden und deuten

Lernziel-ID 72dfc164-455d-4b63-85f0-96e803c9a1d5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Linearkombinationen von Vektoren bilden und deuten

Richtungsskizze der aufgespannten Ebene

Diagram showing a purple parallelogram representing the plane spanned by vectors $u = (1, 0, 1)$ and $v = (0, 2, 1)$ starting from origin O .

Geometrische Deutung

Diagram showing the construction of vector $w = 2u + v = (2, 2, 3)$ as a linear combination of u and v . Vector $2u = (2, 0, 2)$ is shown in blue, and vector $v = (0, 2, 1)$ is shown in green. The resulting vector w is shown in red.

Rechnung:

$$2u + v = 2(1, 0, 1) + (0, 2, 1) = (2, 0, 2) + (0, 2, 1) = (2, 2, 3)$$

Geometrische Deutung (Cartoon):

Two characters discuss the geometric interpretation. One says: "w liegt in der von u und v aufgespannten Ebene." The other says: "Erst zweimal u, dann einmal v anhängen." A box below states: "Linearkombination = Skalierung und Addition".

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vektoren als Linearkombination gegebener Vektoren darstellen, passende Koeffizienten bestimmen und die Darstellung geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren im Raum addieren und vervielfachen

f37b0a72-9e23-51c7-aad5-438c17a56899

S. 375

Wird direkt vorausgesetzt von

Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren prüfen

6fc9246a-9448-4cdb-b627-cf20ea1c65d3

S. 377

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

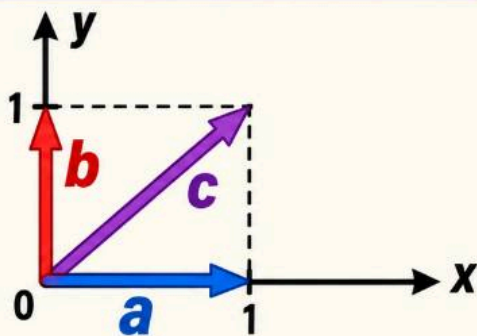
Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren prüfen

Lernziel-ID 6fc9246a-9448-4cdb-b627-cf20ea1c65d3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

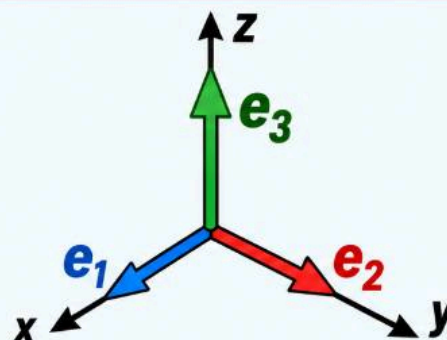
LINEAR ABHÄNGIG



$$\begin{aligned} a &= (1, 0, 0) & b &= (0, 1, 0) & c &= (1, 1, 0) \\ c &= a + b & a + b - c &= 0 \end{aligned}$$

ABHÄNGIG

LINEAR UNABHÄNGIG



$$\begin{aligned} e_1 &= (1, 0, 0) & e_2 &= (0, 1, 0) & e_3 &= (0, 0, 1) \\ x \cdot e_1 + y \cdot e_2 + z \cdot e_3 &= 0 \Rightarrow x = y = z = 0 \end{aligned}$$

UNABHÄNGIG

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann entscheiden, ob Vektoren linear abhängig oder unabhängig sind, die Entscheidung rechnerisch begründen und die geometrische Bedeutung erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Linearkombinationen von Vektoren bilden und deuten](#)

72dfc164-455d-4b63-85f0-96e803c9a1d5

S. 376

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Kollinearität von Vektoren im Raum prüfen

Lernziel-ID 54cfe5ce-693e-5d4a-ac1b-009570fbbc11

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Kollinearität von Vektoren im Raum prüfen

Sind zwei Vektoren parallel oder auf derselben Geraden? – Komponentenvergleich und Geometrie

Beispiel 1: KOLLINEAR ✓

$$\vec{a} = (2, -1, 3) \text{ und } \vec{b} = (4, -2, 6)$$

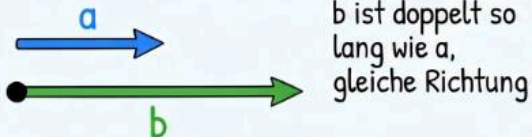
Komponentenvergleich:

$$\frac{4}{2} = 2 \quad \frac{(-2)}{(-1)} = 2 \quad \frac{6}{3} = 2$$



Schluss: Alle Faktoren gleich $\rightarrow \mathbf{b = 2a}$

Richtungsskizze:



Beispiel 2: NICHT KOLLINEAR ✗

$$\vec{a} = (2, -1, 3) \text{ und } \vec{c} = (3, -1, 4)$$

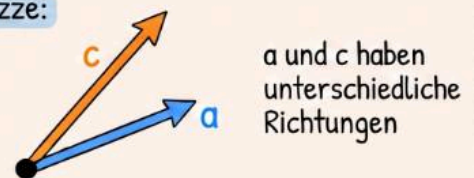
Komponentenvergleich:

$$\frac{3}{2} = 1,5 \quad \frac{(-1)}{(-1)} = 1 \quad \frac{4}{3} \approx 1,33$$



Schluss: Faktoren unterschiedlich
 $\rightarrow$ Kein gemeinsamer Faktor

Richtungsskizze:



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann prüfen, ob zwei Vektoren im Raum kollinear sind, dazu skalare Vielfache oder Komponentenvergleiche nutzen und die Entscheidung geometrisch begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren im Raum addieren und vervielfachen

f37b0a72-9e23-51c7-aad5-438c17a56899

S. 375

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Betrag eines Vektors im Raum bestimmen

Lernziel-ID fb7a4fa0-03b5-53b4-bd86-608480b748a1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Betrag eines Vektors im Raum bestimmen

Der Vektor $v=(3,4,12)$ ist die Raumdiagonale des Quaders.

Rechnung

$$|v| = \sqrt{(3^2 + 4^2 + 12^2)}$$
$$|v| = \sqrt{(9 + 16 + 144)}$$
$$|v| = \sqrt{169}$$
$$|v| = 13$$

Der Betrag ist eine Länge, kein Vektor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Betrag eines Vektors im Raum aus seinen Komponenten berechnen und als Länge der zugehörigen Verschiebung deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben S. 364
be0e8715-3c3a-5ffb-937a-0b6bce4f01d8

Vektoren im Raum addieren und vervielfachen S. 375
f37b0a72-9e23-51c7-aad5-438c17a56899

Wird direkt vorausgesetzt von

Abstand zweier Punkte im Raum berechnen S. 380
68d4faef-1a56-5898-9c31-80b7d5d2e430

Skalarprodukt von Vektoren definieren S. 706
2ac2e902-a6ad-53c9-b139-d1c63d823023

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Abstand zweier Punkte im Raum berechnen

Lernziel-ID 68d4faef-1a56-5898-9c31-80b7d5d2e430

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

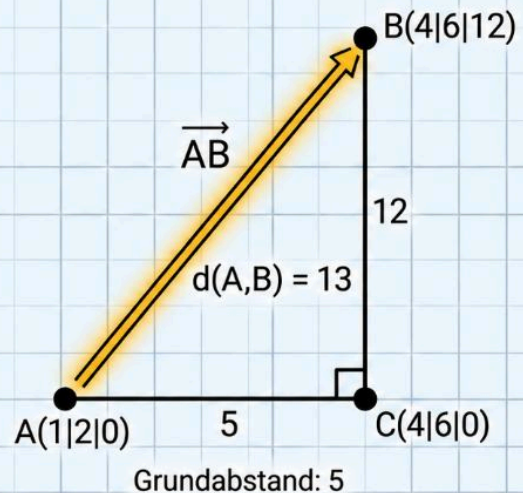
Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Abstand zweier Punkte im Raum berechnen

Schnittdreieck durch A und B (schematisch)

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= B - A \\ &= (4-1, 6-2, 12-0) \\ &= (3, 4, 12)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Abstand } d(A,B) &= |\vec{AB}| \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13\end{aligned}$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus den Koordinaten zweier Punkte im Raum den Verbindungsvektor bilden, dessen Betrag berechnen und den Abstand geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten S. 370
aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863

Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen S. 371
7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756

Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben S. 372
d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071

Betrag eines Vektors im Raum bestimmen S. 379
fb7a4fa0-03b5-53b4-bd86-608480b748a1

Wird direkt vorausgesetzt von

Streckenlängen im Raum bestimmen
69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec839b7af

S. 381

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9088

Streckenlängen im Raum bestimmen

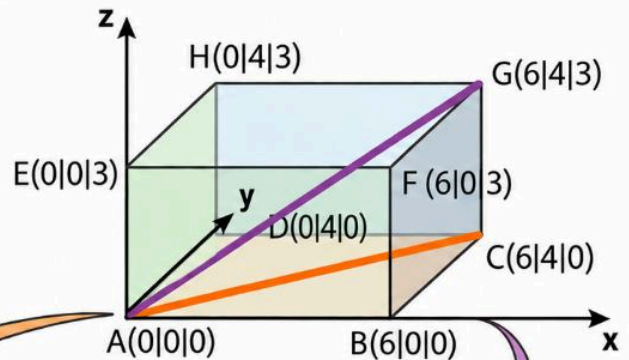
Lernziel-ID 69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec839b7af

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Streckenlängen im Raum bestimmen

**Streckenlänge =
Betrag des passenden
Verbindungsvektors**



Grundflächendiagonale $\overline{AC}$

Vektor $\vec{AC} = C - A = (6, 4, 0)$

Länge $|\vec{AC}| = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} \approx 7,21$

Raumdiagonale $\overline{AG}$

Vektor $\vec{AG} = G - A = (6, 4, 3)$

Länge $|\vec{AG}| = \sqrt{6^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{61} \approx 7,81$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Streckenlängen in räumlichen Figuren aus Punktkoordinaten oder geeigneten Verbindungsvektoren bestimmen und in geometrischen Kontexten verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abstand zweier Punkte im Raum berechnen

68d4faef-1a56-5898-9c31-80b7d5d2e430

S. 380

Wird direkt vorausgesetzt von

Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen

S. 683

59eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen

S. 684

eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af

Symmetrien einfacher Körper untersuchen

S. 685

b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2

Teilungsverhältnisse bei Strecken untersuchen

S. 703

5d9c156b-e5a4-5e91-9da3-22e858eb1f8e

Teilungsverhältnisse bei Volumina untersuchen

S. 704

f2a12269-6bcb-564a-9fdb-45cfdbd704fc

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

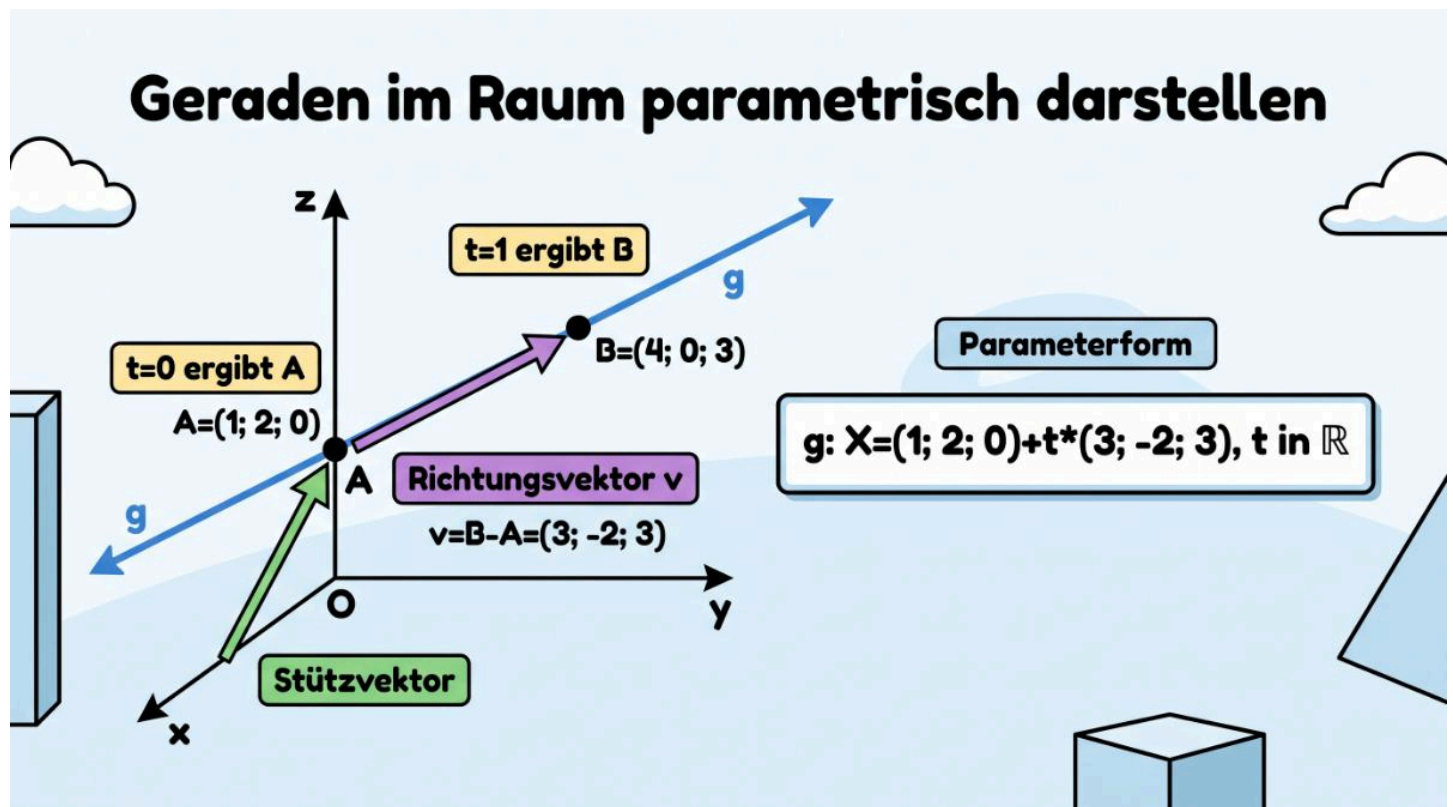
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Geraden im Raum parametrisch darstellen

Lernziel-ID effe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geraden im Raum mithilfe eines Stützvektors und eines Richtungsvektors in Parameterform angeben und aus punktwisen Beschreibungen geeignete Vektorgleichungen aufstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

S. 364

Wird direkt vorausgesetzt von

Parallelelogramme und Dreiecke in Parameterform darstellen f613634b-39fb-5021-9970-790ef34c9932	S. 385	Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen 69beb31d-5d02-4505-9500-3ec81af86f1e	S. 707	Punkt-Gerade-Abstände im Raum bestimmen 3256476b-ec65-4038-9f5a-a8808fbcf207	S. 714	Gerade-Gerade-Abstände im Raum bestimmen 509ae03b-96b1-4bb1-b015-b83d14569dae	S. 718
Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1	S. 729	Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen 57b11e9a-4acf-5ebe-b2b6-c9f99d2b5bb5	S. 731	Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen 24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f	S. 733	Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen baf7276f-60a0-4d96-b959-d63acf929de	S. 750
Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK) 6b2a1c04-8c28-51ff-905b-9c9492a26cc3	S. 755	Schnittgerade zweier Ebenen bestimmen (LK) 857c1c46-5d94-5dfb-9697-9a9fd04103c3	S. 757				

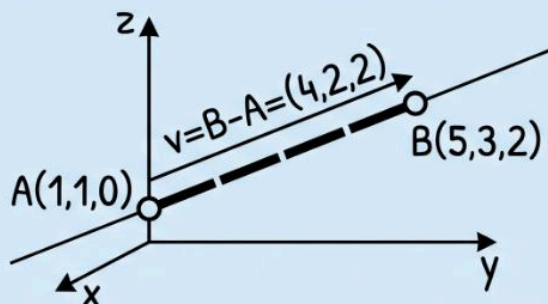
Geraden und Strecken im Raum in Parameterform darstellen und Parameter deuten

Lernziel-ID 525b1da9-7fdd-4a70-9f30-ff01d7511b04

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Geraden und Strecken im Raum in Parameterform darstellen und Parameter deuten



Gerade g

$$g: X = (1,1,0) + t \cdot (4,2,2), t \in \mathbb{R}$$

Strecke AB

$$\overline{AB}: X = (1,1,0) + s \cdot (4,2,2), 0 \leq s \leq 1$$

Parameterdeutung (für Strecke AB)

$s=0$: Punkt A

$s=1$: Punkt B

$s=0,5$: Mittelpunkt $M=(3,2,1)$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geraden und Strecken im Raum aus zwei verschiedenen Punkten parametrisch darstellen, dabei für Geraden den gesamten reellen Parameterbereich und für Strecken einen passenden begrenzten Parameterbereich festlegen sowie Parameterwerte im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

S. 364

Wird direkt vorausgesetzt von

Punktprobe bei Geraden und Strecken in Parameterform durchführen

S. 700

Durchstoßpunkte einer Geraden mit Koordinatenebenen bestimmen

S. 701

Besondere Lagen von Geraden zu Koordinatenachsen und Koordinatenebenen untersuchen

S. 709

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

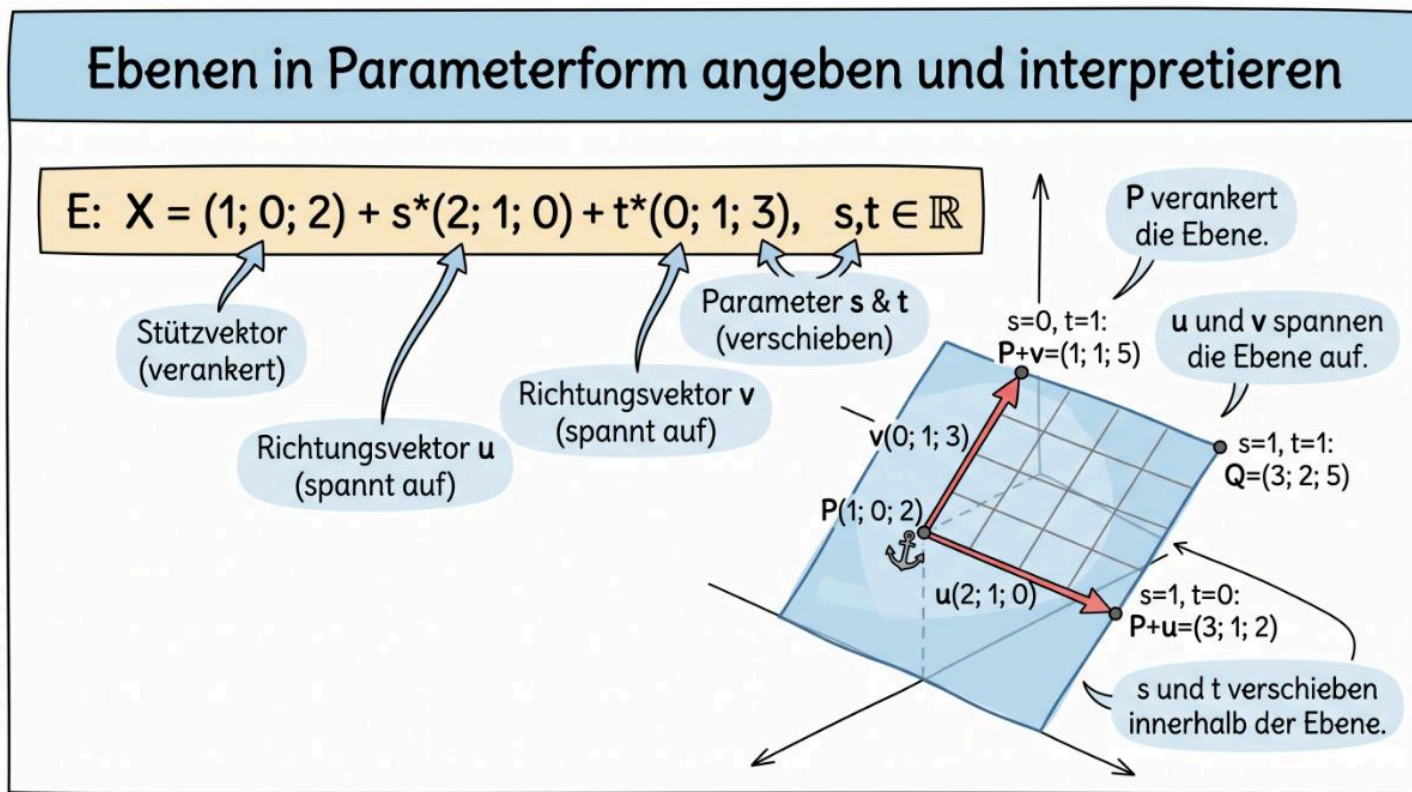
Raumorientierung und Volumenprobleme lösen 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Ebenen in Parameterform angeben und interpretieren

Lernziel-ID d785943c-d61b-51a1-a9c2-c36a9e0cc97d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Ebene durch einen Stützpunkt und zwei linear unabhängige Spannvektoren in Parameterform angeben, den Stützpunkt und die Spannvektoren geometrisch deuten und die Zugehörigkeit von Punkten prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

be0e8715-3c3a-5ffb-937a-0b6bce4f01d8

S. 364

Wird direkt vorausgesetzt von

Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform darstellen

f613634b-39fb-5021-9970-790ef34c9932

S. 385

Zwischen Ebenenformen umformen

d76766a5-ce07-5c7a-987b-157f2998b05e

S. 693

Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen

ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0

S. 695

Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform darstellen

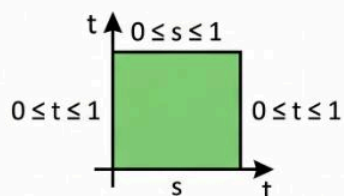
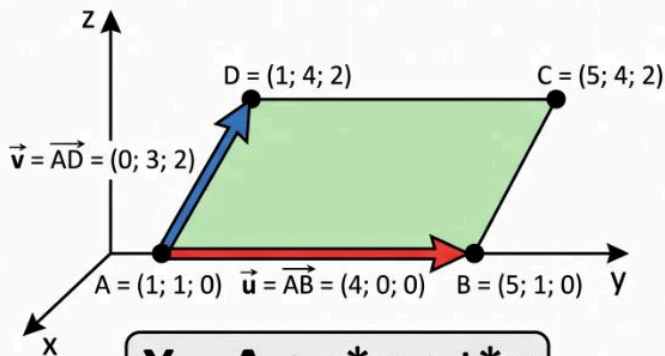
Lernziel-ID f613634b-39fb-5021-9970-790ef34c9932

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

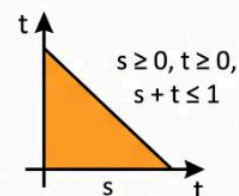
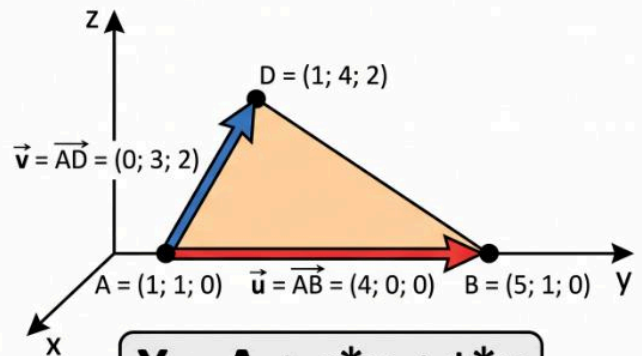
Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform darstellen

Parallelogramm ABCD



Dreieck ABD



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus den Eckpunkten passende Spannvektoren bestimmen, Parallelogramme durch $x = a + su + tv$ mit $0 \leq s, t \leq 1$ und Dreiecke mit $s, t \geq 0$ und $s + t \leq 1$ parametrisch darstellen und die begrenzten Punktmengen geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen

ef7fe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1

S. 382

Ebenen in Parameterform angeben und interpretieren

d785943c-d61b-51a1-a9c2-c36a9e9cc97d

S. 384

Wird direkt vorausgesetzt von

Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen

d8e56cfc-a58d-5529-ab9f-e5187e31dd34

S. 705

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

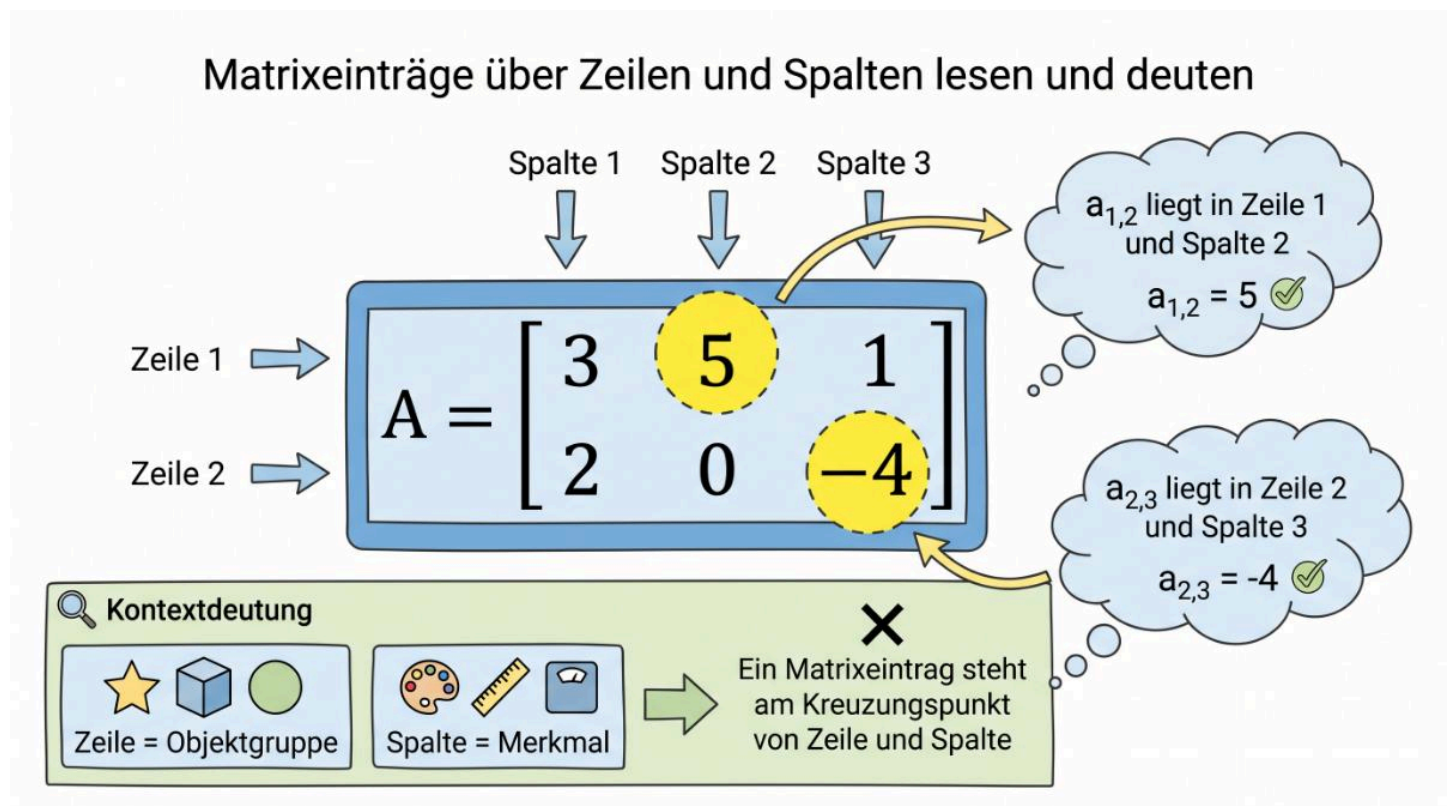
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008c7253

Matrizeinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten

Lernziel-ID b5062446-332f-4a67-aaf7-3bfa3e5aded9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrizen als Darstellungsform verstehen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Einträge in Matrizen oder vergleichbaren tabellarischen Darstellungen über Zeilen und Spalten sicher lokalisieren, ihre Position fachsprachlich beschreiben und die Bedeutung der Einträge im Kontext erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Übergangsprozesse mit Zustands- und Übergangsgraphen beschreiben 5e893892-393e-5df0-b705-fb3b3458122f S. 388	Übergangsprozesse mit Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen beschreiben 93e85f87-7570-5bb3-b1c7-134124abb317 S. 389	Skalare Multiplikation von Matrizen durchführen 4fb40e58-58c1-5964-b58e-3347a8022b97 S. 390	Matrizen addieren und subtrahieren 6ebdc8cc-3393-5eb3-aadb-107e4f6d12b8 S. 391
Matrix-Vektor-Produkte berechnen 6f09c97e-779b-500b-8092-3fb9696aa5bb S. 392	Matrizen multiplizieren 304111dd-426b-520b-a275-3fa37da1b0e0 S. 397	Einfache inverse Matrizen bestimmen ce198bc9-b014-52ba-814f-25cc3e020668 S. 398	

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen

Lernziel-ID f378917f-2ca7-4c68-bd66-3f9457095dd5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrizen als Darstellungsform verstehen

Tupelsachverhalte & Zellbezüge in Tabellen

	A	B	C
1	Punkt	x	y
2	P	2	5
3	Q	4	1
4	R	6	3

Tupel:
P = (2;5)
Q = (4;1)
R = (6;3)

Zellbezug: B3
Spalte: B, Zeile: 3
Bedeutung: x-Koordinate von Q
Wert: 4

Zellbezug: C4
Spalte: C, Zeile: 4
Bedeutung: y-Koordinate von R
Wert: 3

Deutung:
Jede Tabellenzeile beschreibt ein Tupel (z.B. einen Punkt mit Koordinaten).

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache tupelbasierte Sachverhalte in einer Tabellenkalkulation tabellarisch anordnen, Zellbezüge im Kontext lesen und die tabellarische Struktur fachsprachlich erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Übergangsprozesse mit Zustands- und Übergangsgraphen beschreiben 5e893892-393e-5df0-b705-fb3b3458122f S. 388	Skalare Multiplikation von Matrizen durchführen 4fb40e58-58c1-5964-b58e-3347a8022b97 S. 390	Matrizen addieren und subtrahieren 6ebdc8cc-3393-5eb3-aadb-107e4fd6d12b8 S. 391	Matrix-Vektor-Produkte berechnen 6f09c97e-779b-500b-8092-3fb9696aa5bb S. 392
Matrizen multiplizieren 304111dd-426b-520b-a275-3fa37da1b0e0 S. 397	Einfache inverse Matrizen bestimmen ce198bc9-b014-52ba-814f-25cc3e020668 S. 398		

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

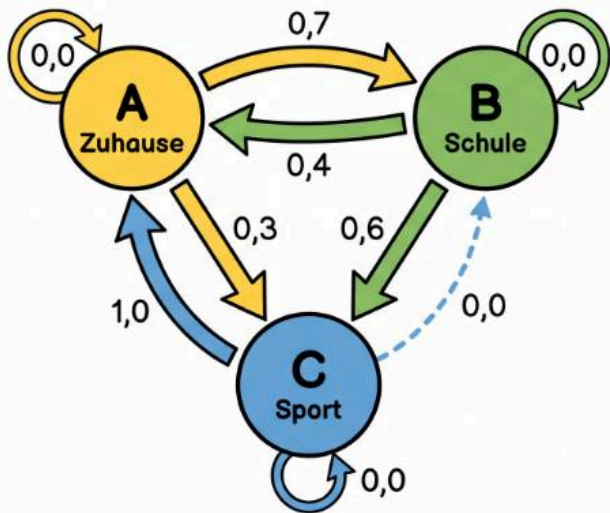
Übergangsprozesse mit Zustands- und Übergangsgraphen beschreiben

Lernziel-ID 5e893892-393e-5df0-b705-fb3b3458122f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen

Übergangsprozesse mit Zustands- und Übergangsgraphen beschreiben

Zustands- und Übergangsgraph (Gerichtet)



Übergangstabelle (Matrix)

		von (Startzustand)		
		A	B	C
nach (Zielzustand)	A	0,0	0,4	1,0
	B	0,7	0,0	0,0
	C	0,3	0,6	0,0
Summe		1,0	1,0	1,0

Kurze Deutung: Spalte = Startzustand.
Zeile = Zielzustand. Jede Spalte summiert sich zu 1,0.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Übergangsprozesse mithilfe von Zustands- beziehungsweise Übergangsgraphen beschreiben, die Knoten und Übergänge im Kontext deuten und passende Graphdarstellungen erstellen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matriceinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten
b5062446-332f-4a67-aa7f-3bfa3e5aded9 S. 386

Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen
f378917f-2ca7-4c68-bd66-3f9457095dd5 S. 387

Wird direkt vorausgesetzt von

Übergangsprozesse mit Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen beschreiben
03685f87-7570-5bb3-b1c7-134124abb317 S. 389

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren (GK) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

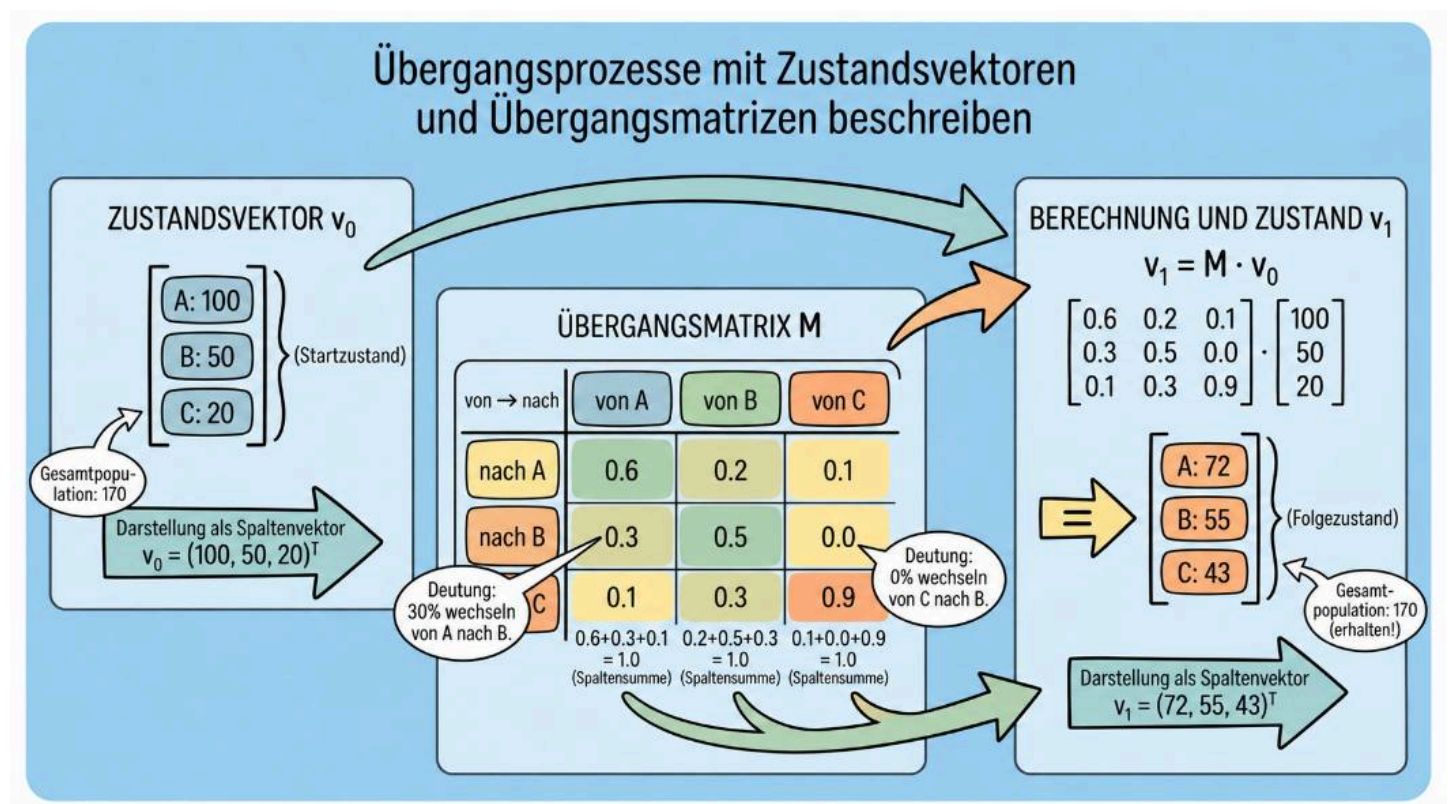
Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen (LK) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Übergangsprozesse mit Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen beschreiben

Lernziel-ID 03685f87-7570-5bb3-b1c7-134124abb317

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Übergangsprozesse, zum Beispiel Populationsentwicklung, Wählerverhalten oder Kundenströme, mit Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen beschreiben und die Einträge im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matriceinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten b5062446-332f-4a67-aa77-3bfa3e5aded9	S. 386	Übergangsprozesse mit Zustands- und Übergangsgraphen beschreiben 5e893892-393e-5df0-b705-fb3b3458122f	S. 388
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Übergangsprozesse mit stochastischen Matrizen modellieren 6aa593a3-6690-581d-9b7d-37cac78187a1	S. 396
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

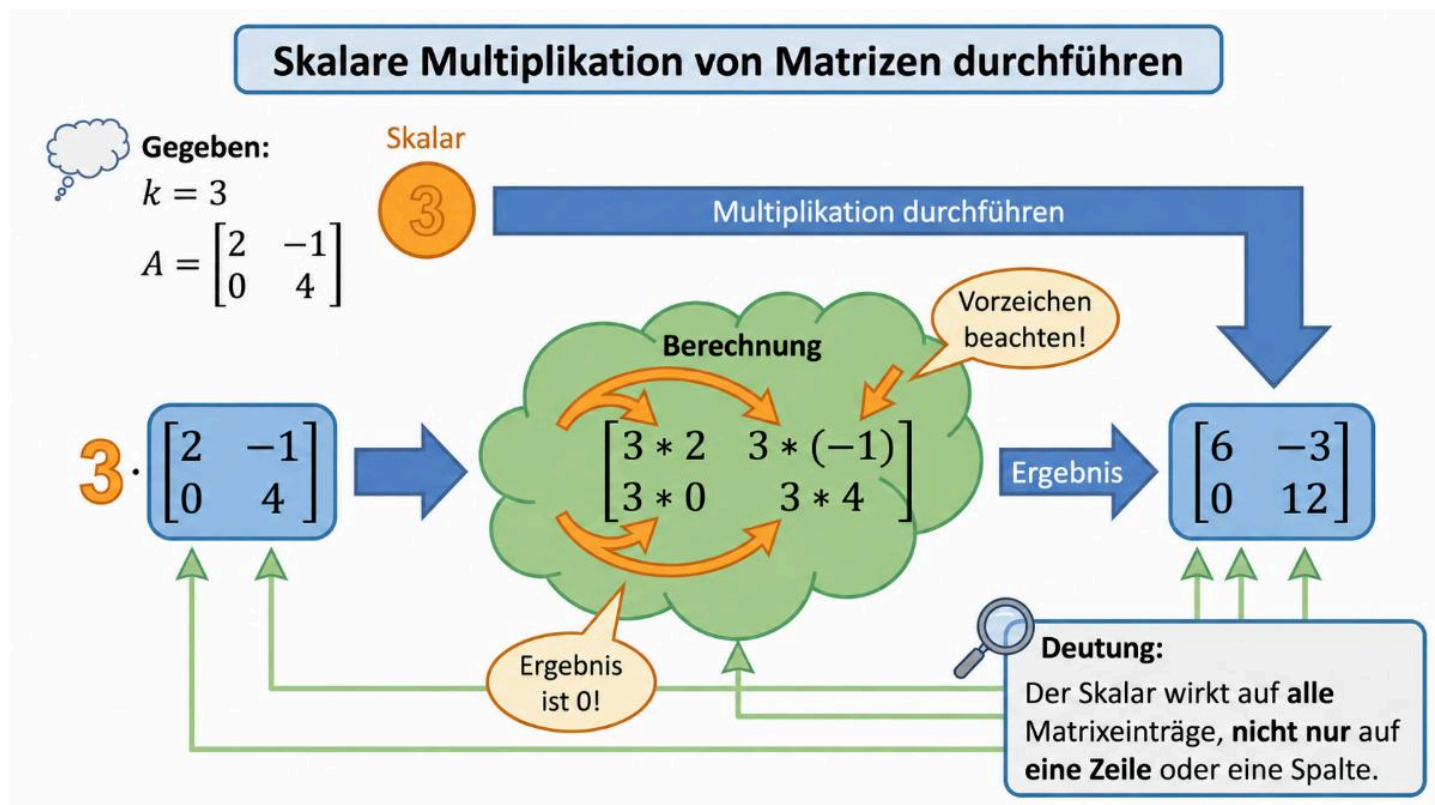
Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren (GK) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca	Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen (LK) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e
--	---

Skalare Multiplikation von Matrizen durchführen

Lernziel-ID 4fb40e58-58c1-5964-b58e-3347a8022b97

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse > Mit Matrizen rechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Matrizen mit einem Skalar multiplizieren und die Wirkung auf alle Einträge korrekt anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matrixeinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten

S. 386

Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen

S. 387

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Matrizen addieren und subtrahieren

Lernziel-ID 6ebdc8cc-3393-5eb3-aadb-107e4f6d12b8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse > Mit Matrizen rechnen

Matrizen addieren und subtrahieren

Eintragsweise Berechnung bei gleicher Größe.

Grundregel & Definition

$$\begin{bmatrix} \text{😊} & \text{★} \\ \text{🌀} & \text{△} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{😊} & \text{🌙} \\ \text{🌊} & \text{◇} \end{bmatrix}$$

Matrix 1 (2x2) Matrix 2 (2x2)

Gleiche Positionen
verrechnen!

Nur für Matrizen **gleicher Größe**
(hier 2x2) definiert!

Beispiel: Addition (A + B)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2+3 & -1+5 \\ 0+(-2) & 4+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

Summen bilden

Beispiel: Subtraktion (A - B)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2-3 & -1-5 \\ 0-(-2) & 4-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Achtung:
 $-(-2) = +2!$

Differenzen bilden



Fazit: Matrixaddition und Matrixsubtraktion erfolgen **eintragsweise**.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann gleich große Matrizen addieren bzw. subtrahieren und die Ergebnisse korrekt berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matriceinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten

b5062446-332f-4a67-aaf7-3bfa3e5aded9

S. 386

Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen

f378917f-2ca7-4c68-bd66-3f9457095dd5

S. 387

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

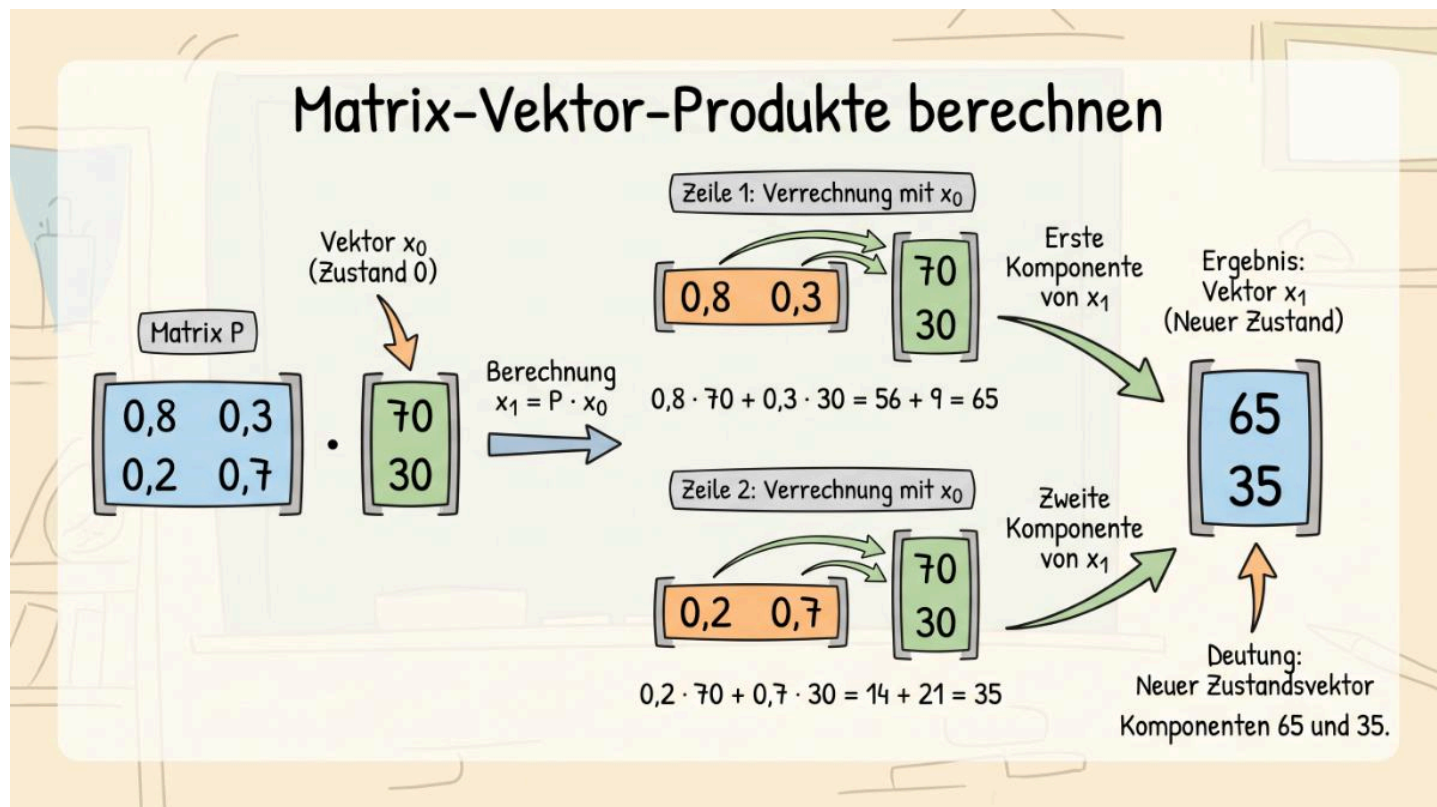
[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Matrix-Vektor-Produkte berechnen

Lernziel-ID 6f09c97e-779b-500b-8092-3fb9696aa5bb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse > Mit Matrizen rechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Produkt einer Matrix mit einem Vektor bestimmen und das Ergebnis als neuen Zustandsvektor interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matriceinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten b5062446-332f-4a67-aaf7-3bfa3e5aded9	S. 386	Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen f378917f-2ca7-4c68-bd66-3f9457095dd5	S. 387
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Stochastische Übergangsmatrizen für Markov-Ketten prüfen 9bf67cce-4c8f-5497-8e64-825b83c6aa40	S. 393	Geometrische Abbildungen mit Matrizen beschreiben 4c494716-567b-59c2-855c-6ea45635c666	S. 405	Bildpunkte mit Matrizen berechnen 4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba	S. 406
---	--------	--	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Stochastische Übergangsmatrizen für Markov-Ketten prüfen

Lernziel-ID 9bf67cce-4c8f-5497-8e64-825b83c6aa40

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen

Stochastische Übergangsmatrizen für Markov-Ketten prüfen

Nächster Zustand (Spalte)

Aktueller Zustand (Zeile)

P

	A	B	C
A	0,6	0,4	0,0
B	0,2	0,5	0,3
C	0,1	0,0	0,9

1) Alle Einträge zwischen 0 und 1 (OK)

2) Jede Zeilensumme ist 1,0 (OK)

Zeile A: $0,6 + 0,4 + 0,0 = 1,0$ (OK)

Zeile B: $0,2 + 0,5 + 0,3 = 1,0$ (OK)

Zeile C: $0,1 + 0,0 + 0,9 = 1,0$ (OK)

Ergebnis: P ist eine gültige stochastische Übergangsmatrix.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann unter Angabe der Zeilen- oder Spaltenkonvention begründen, ob eine Matrix eine stochastische Übergangsmatrix einer Markov-Kette ist: Die Matrix ist quadratisch und ihre Zeilen und Spalten beziehen sich auf denselben Zustandsraum, alle Einträge sind nichtnegativ, und die zu jedem Ausgangszustand gehörenden Einträge summieren sich zu 1.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matrix-Vektor-Produkte berechnen

6f09c97e-779b-500b-8092-3fb9696aa5bb

S. 392

Wird direkt vorausgesetzt von

Zustände in Markov-Ketten vorwärts berechnen und deuten

10a33d93-dc20-5edd-ae3b-32338d05407c

S. 394

Übergangsprozesse mit stochastischen Matrizen modellieren

6aa593a3-6690-581d-9b7d-37cac78187a1

S. 396

Stabile Zustände mithilfe von Fixvektoren bestimmen

8d893e63-d7de-52d9-8bcb-f48f47d1ccb7

S. 400

Zustände in Markov-Ketten vorwärts berechnen und deuten

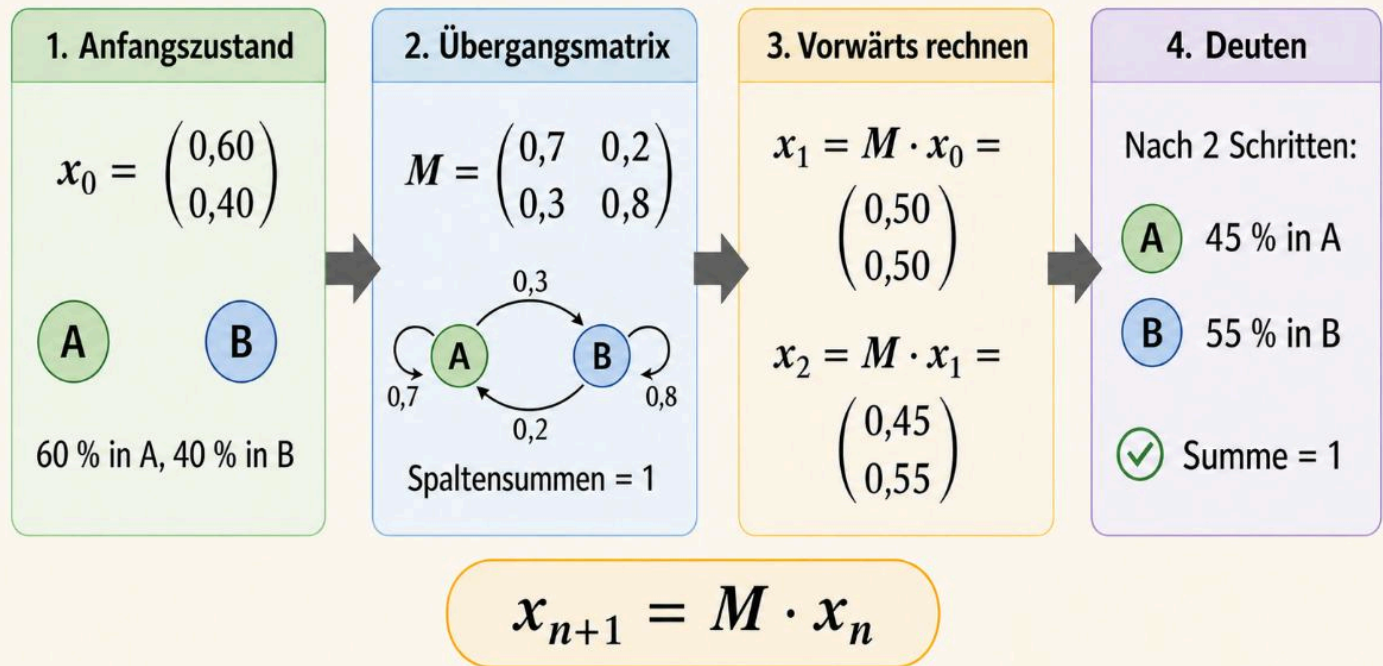
Lernziel-ID 10a33d93-dc20-5edd-ae3b-32338d05407c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen >

Zustände in Markov-Ketten berechnen

Zustände in Markov-Ketten vorwärts berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zustandsentwicklungen in Markov-Ketten mit Anfangsvektor und Übergangsmatrix vorwärts berechnen und die Ergebnisse als Verteilungen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stochastische Übergangsmatrizen für Markov-Ketten prüfen S. 393
9bf67cce-4c8f-5497-8e64-825b83c6aa40

Wird direkt vorausgesetzt von

Rückwärtsrechnen in Markov-Ketten auf Zulässigkeit und Eindeutigkeit prüfen S. 395 3d4d510c-0fd7-55ea-9b79-1db8d640758f	Matrixpotenzen in Übergangsprozessen deuten S. 399 33c6e64c-5955-5b07-85d4-74a97b19dd56	Matrixpotenzen für langfristige Übergangsprozesse nutzen (LK) S. 402 0de1e45c-aea9-5e53-932a-027dcf509e7a
--	--	--

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

[Übergangsprozesse und Grenzwverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

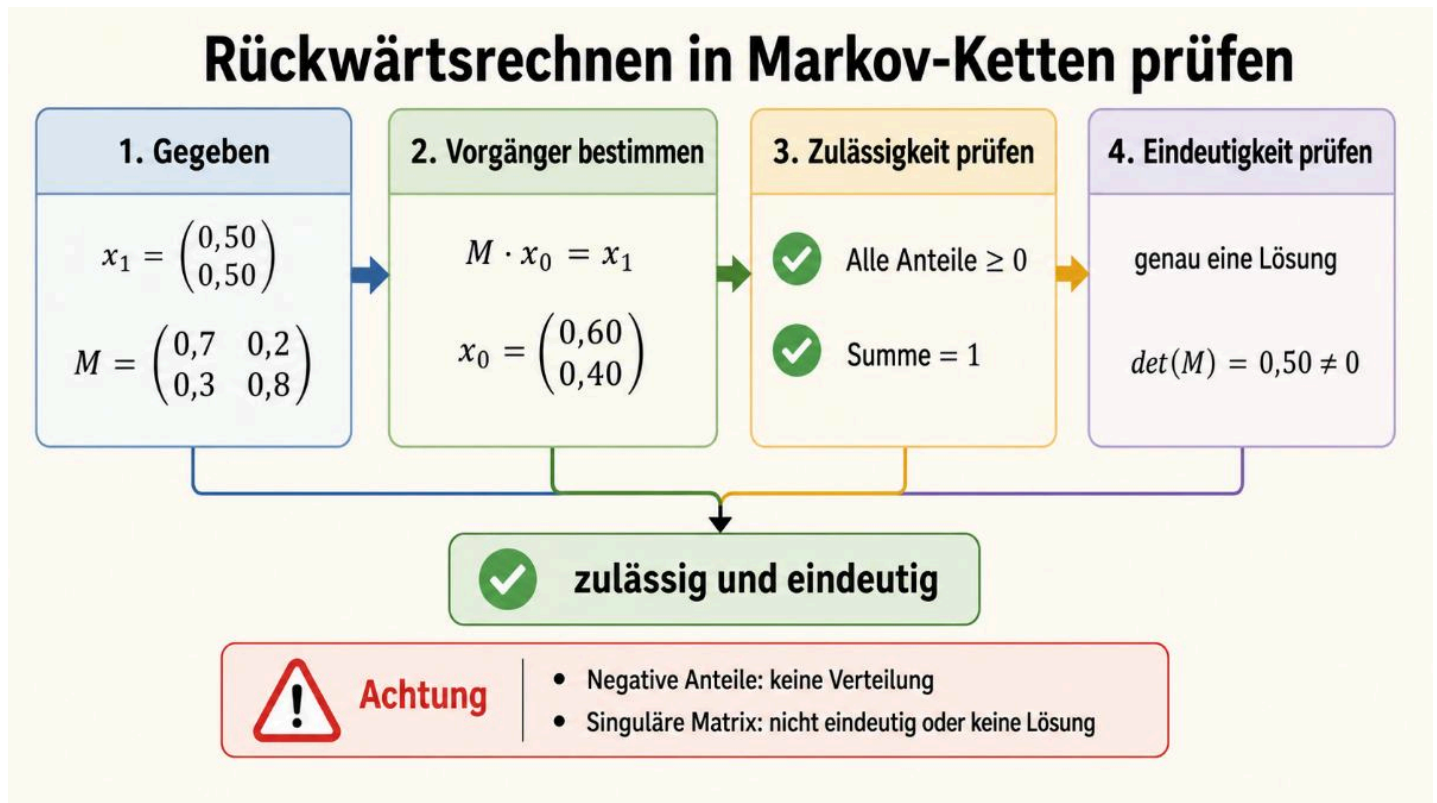
Rückwärtsrechnen in Markov-Ketten auf Zulässigkeit und Eindeutigkeit prüfen

Lernziel-ID 3d4d510c-0fd7-55ea-9b79-1db8d640758f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen >

Zustände in Markov-Ketten berechnen



zulässig und eindeutig

Achtung

- Negative Anteile: keine Verteilung
- Singuläre Matrix: nicht eindeutig oder keine Lösung

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann beurteilen, ob aus einem späteren Zustand einer Markov-Kette ein zulässiger früherer Zustand sinnvoll und eindeutig bestimmt werden kann, und ihre Entscheidung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zustände in Markov-Ketten vorwärts berechnen und deuten

10a33d93-dc20-5edd-ae3b-32338d05407c

S. 394

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Übergangsprozesse mit stochastischen Matrizen modellieren

Lernziel-ID 6aa593a3-6690-581d-9b7d-37cac78187a1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Übergangsprozesse, Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen

Übergangsprozesse mit stochastischen Matrizen modellieren (Markov-Ketten)

Stochastische Übergangsmatrix M

	von A (Anbieter A)	von B (Anbieter B)
nach A (Anbieter A)	0.8 (80% bleiben bei A)	0.3 (30% wechseln zu A)
nach B (Anbieter B)	0.2 (20% wechseln zu B)	0.7 (70% bleiben bei B)

Spaltensummen: $0.8 + 0.2 = 1.0$ $0.3 + 0.7 = 1.0$

Berechnung & Deutung

Anfangszustand v_0 :

$$v_0 = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

(Anbieter A, 90%)
(Anbieter B, 10%)

Berechnung nach einem Schritt:
 $v_1 = M \cdot v_0$

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.72 + 0.03 \\ 0.18 + 0.07 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

Deutung nach einem Schritt v_1

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

(Anbieter A, 75%)
(Anbieter B, 25%)

Anbieter A (75%) 
Anbieter B (25%) 

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Übergangsprozesse als Markov-Ketten mit stochastischen Matrizen modellieren, Übergangswahrscheinlichkeiten begründet festlegen und die Matrix im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Übergangsprozesse mit Zustandsvektoren und Übergangsmatrizen beschreiben](#)

S. 389

[Stochastische Übergangsmatrizen für Markov-Ketten prüfen](#)

S. 393

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) [57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca](#)

[Übergangsprozesse und Grenzwverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) [e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e](#)

Matrizen multiplizieren

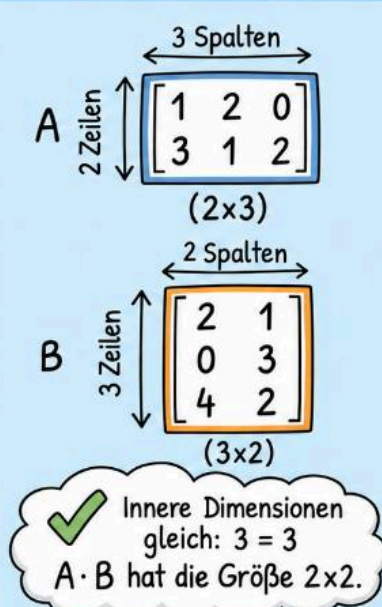
Lernziel-ID 304111dd-426b-520b-a275-3fa37da1b0e0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse > Mit Matrizen rechnen

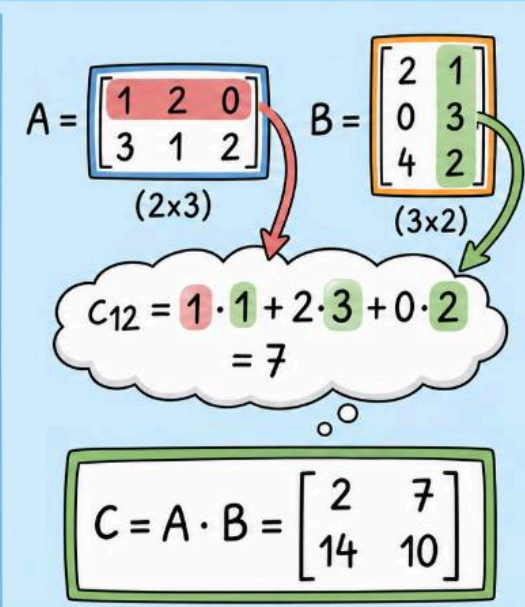
Matrizen multiplizieren

1. Dimensionen prüfen



✓ Innere Dimensionen gleich: $3 = 3$
 $A \cdot B$ hat die Größe 2×2 .

2. Zeile mal Spalte

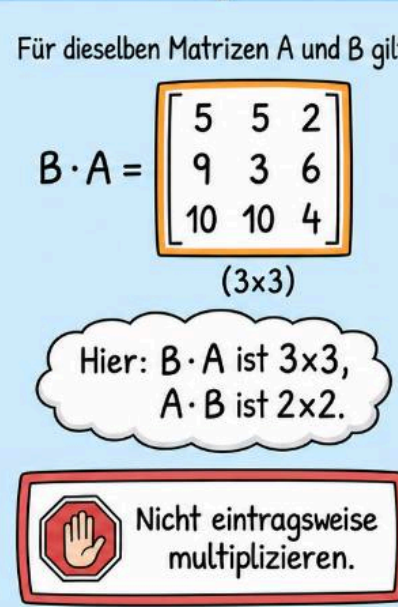


$c_{12} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 0 \cdot 2 = 7$

$C = A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 14 & 10 \end{bmatrix}$

3. Reihenfolge beachten

Für dieselben Matrizen A und B gilt:



$B \cdot A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 9 & 3 & 6 \\ 10 & 10 & 4 \end{bmatrix}$ (3×3)

Hier: $B \cdot A$ ist 3×3 ,
 $A \cdot B$ ist 2×2 .

 Nicht eintragsweise multiplizieren.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Matrizenprodukte berechnen, Dimensionsbedingungen prüfen und typische Fehlerquellen bei der Reihenfolge vermeiden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matriceinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten b5062446-332f-4a67-aaf7-3bfa3e5aded9	S. 386	Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen f378917f-2ca7-4c68-bd66-3f9457095dd5	S. 387
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Einfache inverse Matrizen bestimmen ce198bc9-b014-52ba-814f-25cc3e020668	S. 398	Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen 22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3	S. 612
--	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Einfache inverse Matrizen bestimmen

Lernziel-ID ce198bc9-b014-52ba-814f-25cc3e020668

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse > Mit Matrizen rechnen

Einfache inverse Matrizen bestimmen

Gegebene einfache 2x2-Matrix

Matrix A

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinantencheck (det)

$$\det(A) = (2 \cdot 1) - (1 \cdot 1) = 1$$

invertierbar (da $\det \neq 0$)

Inverse Matrix A^{-1}

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Hauptdiagonale tauschen, Nebendiagonale negieren (bei $\det(A)=1$)

Probe: $A \cdot A^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2 \cdot 1) + (1 \cdot (-1)) & (2 \cdot (-1)) + (1 \cdot 2) \\ (1 \cdot 1) + (1 \cdot (-1)) & (1 \cdot (-1)) + (1 \cdot 2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - 1 & -2 + 2 \\ 1 - 1 & -1 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ergebnis: Einheitsmatrix (E)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für einfache 2x2-Matrizen oder Diagonalmatrizen, sofern sie invertierbar sind, die Inverse bestimmen und durch Multiplikation mit der Ausgangsmatrix prüfen, ob die Einheitsmatrix entsteht.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matriceinträge über Zeilen und Spalten lesen und deuten
b5062446-332f-4a67-aa7f-3bfa3e5aded9

S. 386

Tupelsachverhalte in Tabellenkalkulation organisieren und Zellbezüge lesen
f378917f-2ca7-4c68-bd66-3f9457095dd5

S. 387

Matrizen multiplizieren
304111dd-426b-520b-a275-3fa37da1b0e0

S. 397

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca

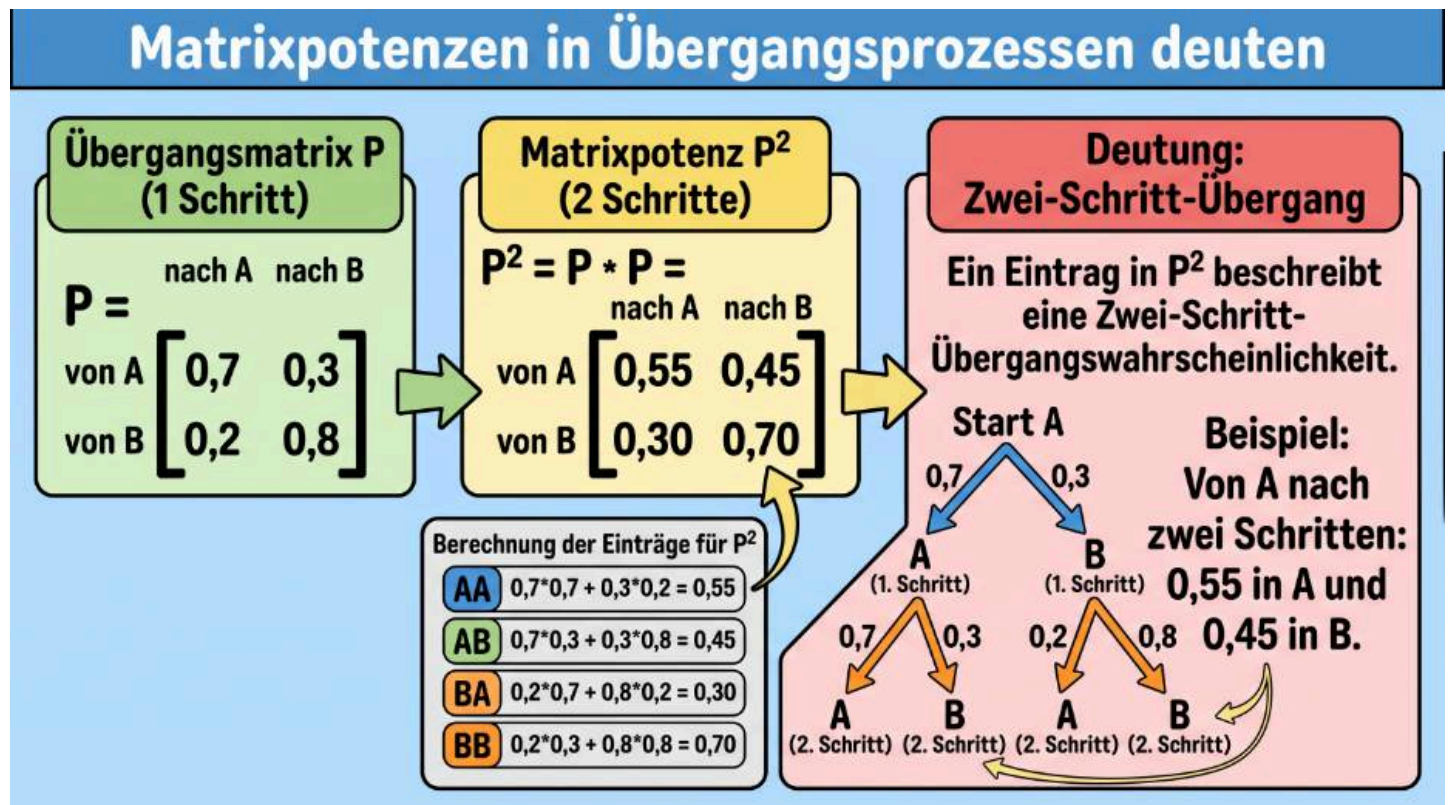
[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Matrixpotenzen in Übergangsprozessen deuten

Lernziel-ID 33c6e64c-5955-5b07-85d4-74a97b19dd56

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Matrixoperationen und Mehrschrittprozesse



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Matrixpotenzen berechnen, Matrixeinträge bei Potenzen wie M^2 bestimmen und interpretieren sowie erläutern, welche Aussagen daraus über mehrschrittige Übergangsprozesse folgen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Zustände in Markov-Ketten vorwärts berechnen und deuten](#)

S. 394

Wird direkt vorausgesetzt von

[Langfristige Entwicklung von Übergangsprozessen \(LK\)](#)

S. 401

[Matrixpotenzen für langfristige Übergangsprozesse nutzen \(LK\)](#)

S. 402

Stabile Zustände mithilfe von Fixvektoren bestimmen

Lernziel-ID 8d893e63-d7de-52d9-8bcb-f48f47d1ccbf

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Fixvektoren, stabile Zustände und Langzeitverhalten

Stabile Zustände mithilfe von Fixvektoren bestimmen

Zustände und Übergang

A-Anteil: a

B-Anteil: b

Übergangsmatrix P

Vor dem Schritt

A-Anteil: $0,7a + 0,2b$

Nach dem Schritt

A-Anteil: $0,7a + 0,2b$

B-Anteil: $0,3a + 0,8b$

$P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,2 & 0,8 \end{bmatrix}$

Stabil bedeutet:

$0,7a + 0,2b = a$
 $0,3a + 0,8b = b$
 $a + b = 1$

Lösungsweg

$0,3a = 0,2b$
 $b = 1,5a$
 $a + b = 1$, also $2,5a = 1$
 $a = 0,4, b = 0,6$

Stabile Verteilung

Zustand	A	B
Anteil	0,4	0,6

Probe

	A	B
Startanteile:	0,4	0,6
Nach dem Schritt:	$A: 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,4$	$B: 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,8 = 0,6$

Deutung

Die Verteilung 40 Prozent A und 60 Prozent B bleibt unverändert.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Übergangsmatrix Fixvektoren bestimmen, sie als stabile Verteilungen interpretieren und im Kontext des zugrunde liegenden Prozesses deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stochastische Übergangsmatrizen für Markov-Ketten prüfen S. 393
9bf67cce-4c8f-5497-8e64-825b83c6aa40

Wird direkt vorausgesetzt von

Langfristige Entwicklung von Übergangsprozessen (LK) S. 401 **Grenzprozesse und Grenzmatrizen interpretieren (LK)** S. 403
4bc6cc77-3d20-5d27-a74a-8efb0a038d17 922d89fc-1cbd-56e9-ac5d-5cb59085de6c

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

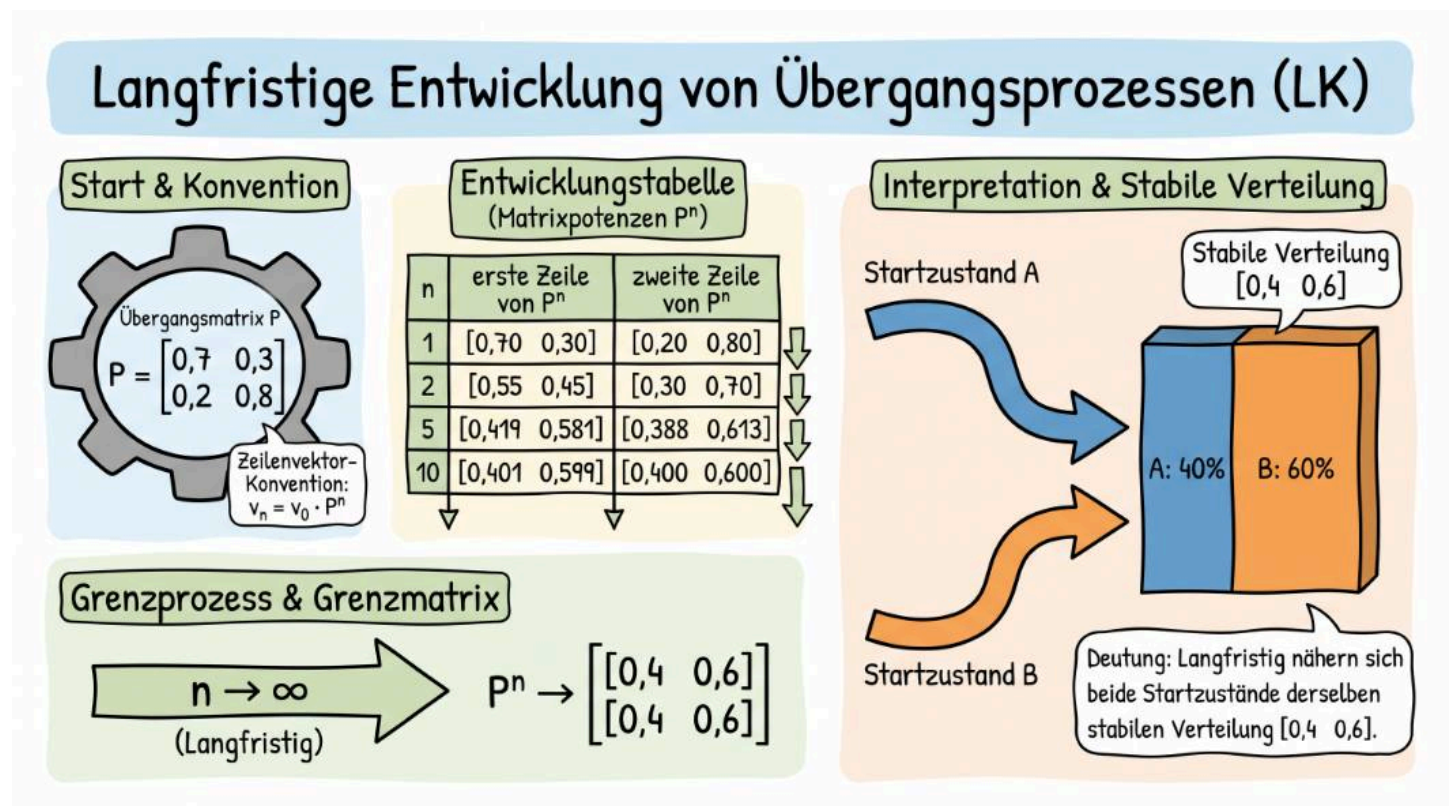
[Übergangsprozesse mit Matrizen modellieren \(GK\)](#) 57aff94e-91b8-5cc6-9f85-3f317ecf36ca [Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Langfristige Entwicklung von Übergangsprozessen (LK)

Lernziel-ID 4bc6cc77-3d20-5d27-a74a-8efb0a038d17

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Fixvektoren, stabile Zustände und Langzeitverhalten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die langfristige Entwicklung von Übergangsprozessen mithilfe von Matrixpotenzen, Grenzprozessen und Grenzmatrizen untersuchen und die Ergebnisse im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matrixpotenzen in Übergangsprozessen deuten

S. 399

Stabile Zustände mithilfe von Fixvektoren bestimmen

S. 400

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Matrixpotenzen für langfristige Übergangsprozesse nutzen (LK)

Lernziel-ID 0de1e45c-aea9-5e53-932a-027dcf509efa

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Fixvektoren, stabile Zustände und Langzeitverhalten

Matrixpotenzen: viele Schritte auf einmal

Übergangsmatrix M

	von A	von B
nach A	0,8	0,3
nach B	0,2	0,7

Gleiche Übergänge in jedem Monat.

Startvektor v_0

$$\begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,2 \end{pmatrix}$$

Start: 80 % A, 20 % B.

M^2 bündelt zwei Übergänge.

$v_2 = M^2 \cdot v_0$

	von A	von B
nach A	0,70	0,45
nach B	0,30	0,55

$$v_2 = \begin{pmatrix} 0,65 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

Start: 80 % / 20 %

Nach 2 Monaten: 65 % / 35 %

Langfristig in diesem Modell: 60 % / 40 %

$v_n = M^n \cdot v_0$

A: 80 % B: 20 % A: 65 % B: 35 % A: 60 % B: 40 %

Zwischenstand und langfristige Entwicklung im Kontext deuten.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Potenzen von Übergangsmatrizen nutzen, um langfristige Entwicklungen von Übergangsprozessen zu untersuchen und Zwischenergebnisse im Kontext zu deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zustände in Markov-Ketten vorwärts berechnen und deuten 10a33d93-dc20-5edd-ae3b-32338d05407c	S. 394	Matrixpotenzen in Übergangsprozessen deuten 33c6e64c-5955-5b07-85d4-74a97b19dd56	S. 399
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Grenzprozesse und Grenzmatrizen interpretieren (LK) 922d89fc-1cbd-56e9-ac5d-5cb59085de6c	S. 403
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

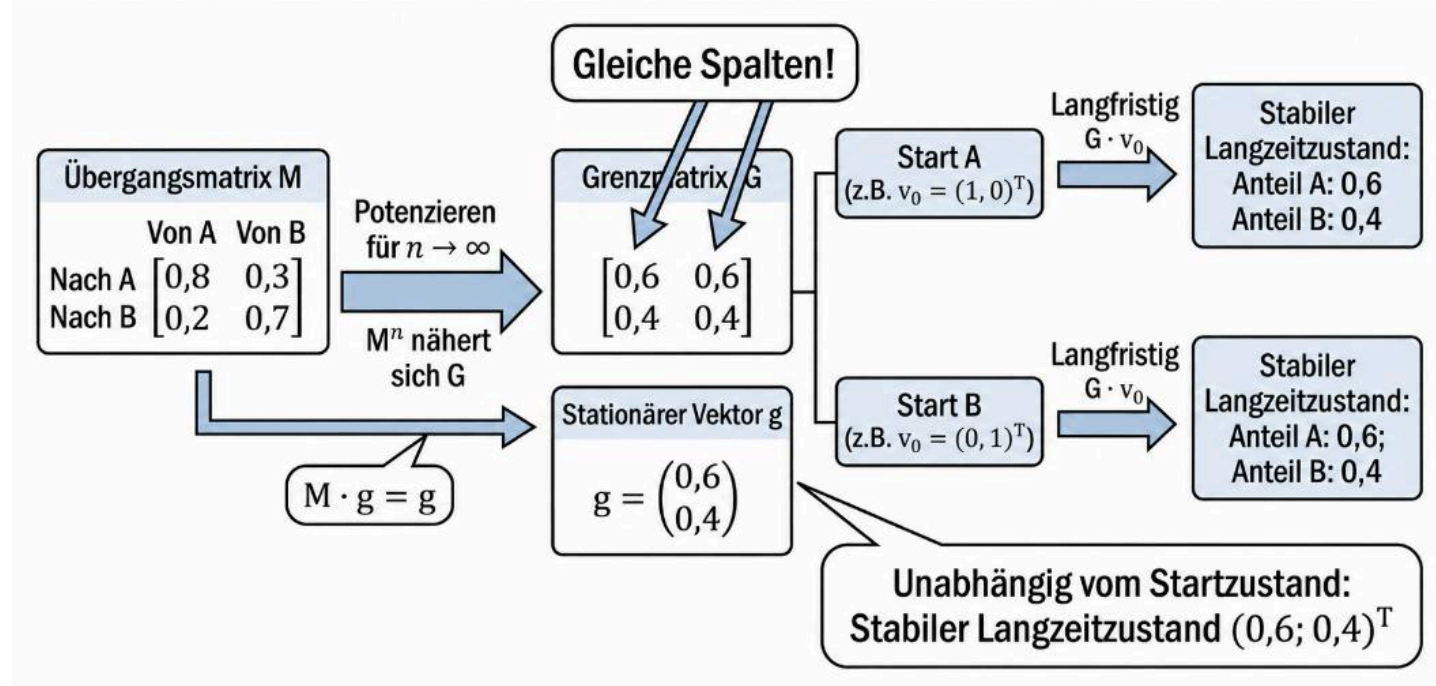
Grenzprozesse und Grenzmatrizen interpretieren (LK)

Lernziel-ID 922d89fc-1cbd-56e9-ac5d-5cb59085de6c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Matrizen, Übergangsprozesse und lineare Modelle (Sek II) > Fixvektoren, stabile Zustände und Langzeitverhalten

Langfristiges Verhalten einer Markov-Kette deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Grenzprozesse bei Potenzen von Übergangsmatrizen untersuchen, Grenzmatrizen interpretieren und ihre Bedeutung für stabile Langzeitentwicklungen erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stabile Zustände mithilfe von Fixvektoren bestimmen
8d893e63-d7de-52d9-8bcb-f48f47d1ccbf

S. 400

Matrixpotenzen für langfristige Übergangsprozesse nutzen (LK)
0de1e45c-aea9-5e53-932a-027dcf509e7a

S. 402

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Übergangsprozesse und Grenzverhalten mit Matrizen untersuchen \(LK\)](#) e4656e83-3f33-5bda-b0bc-d4b63ec4653e

Geometrische Abbildungen als linear erkennen

Lernziel-ID 69243680-c2c1-5661-80c0-c95a2be1dabf

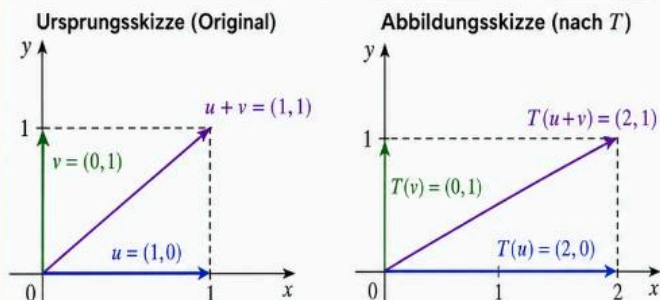
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Geometrische Abbildungen als linear erkennen

1 Additivität

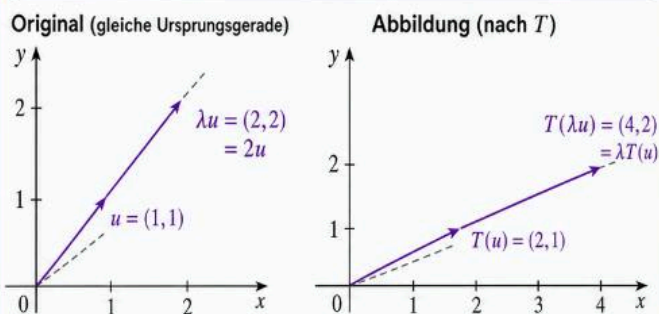
Beispielabbildung: $T(x, y) = (2x, y)$



$$T(u + v) = T(u) + T(v)$$

2 Homogenität

Beispielabbildung: $T(x, y) = (2x, y)$ $u = (1, 1)$, $\lambda = 2$



$$T(\lambda u) = \lambda T(u)$$

LINEAR $\Leftrightarrow$ beide Regeln gelten für alle u, v und λ



Nur $T(0) = 0$ oder Ursprungsgeraden zu erhalten reicht nicht.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einer einfachen geometrischen Abbildung anhand der Verträglichkeit mit Vektoraddition und skalarer Multiplikation prüfen, ob sie linear ist.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

be0e8715-3c3a-5f7b-937a-0b6bce4f01d8

S. 364

Wird direkt vorausgesetzt von

Geometrische Abbildungen mit Matrizen beschreiben

4c494716-567b-59c2-855c-6ea45635c666

S. 405

Bildpunkte mit Matrizen berechnen

4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

S. 406

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

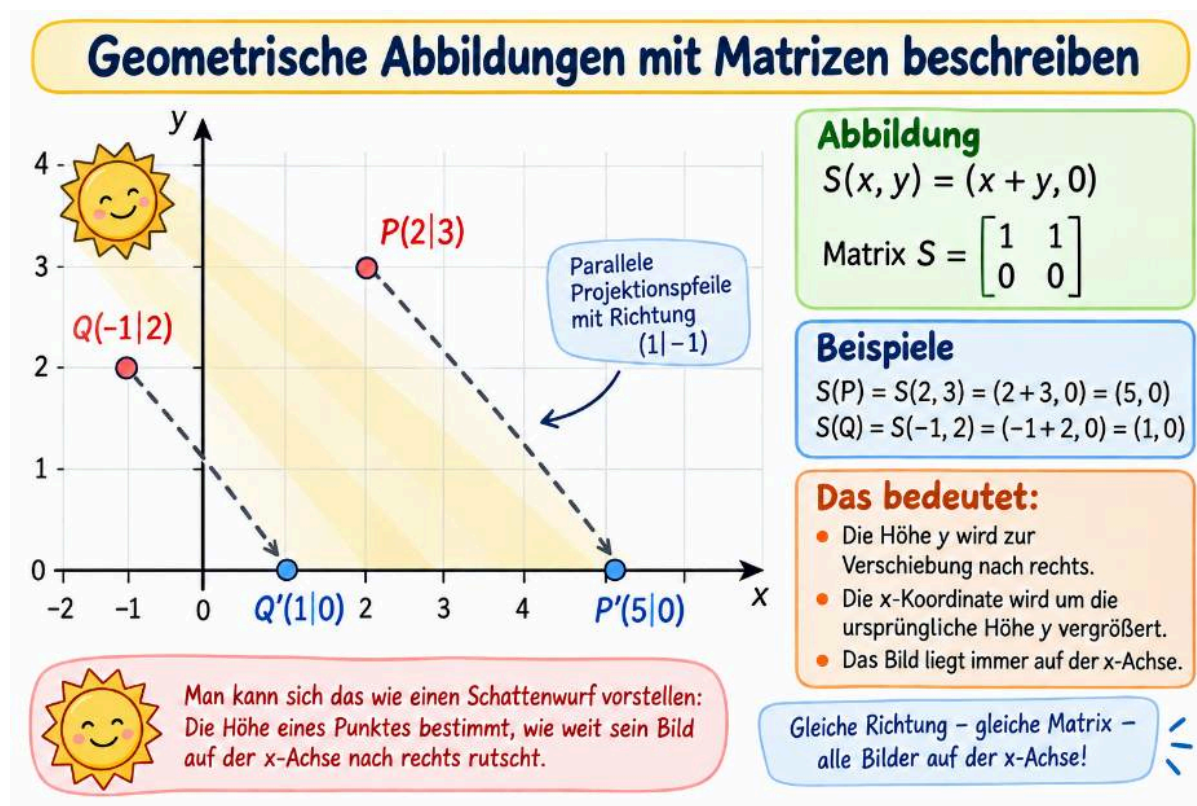
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Geometrische Abbildungen mit Matrizen beschreiben

Lernziel-ID 4c494716-567b-59c2-855c-6ea45635c666

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare geometrische Abbildungen, etwa als Parallelprojektion modellierte Schattenwürfe, mithilfe von Matrizen beschreiben und ihre geometrische Wirkung deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matrix-Vektor-Produkte berechnen
6f09c97e-779b-500b-8092-3fb9696aa5bb

S. 392

Geometrische Abbildungen als linear erkennen
69243680-c2c1-5661-80c0-c95a2be1dabf

S. 404

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-9c92-5444-ac4e-32b83169f318

Bildpunkte mit Matrizen berechnen

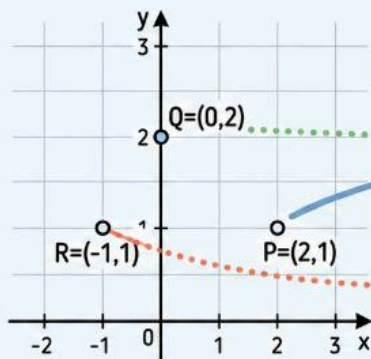
Lernziel-ID 4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen

ORIGINALPUNKTE (P, Q, R)



Punkte als Spaltenvektoren:
 $P = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

ABBILDUNGSMATRIX & BERECHNUNG

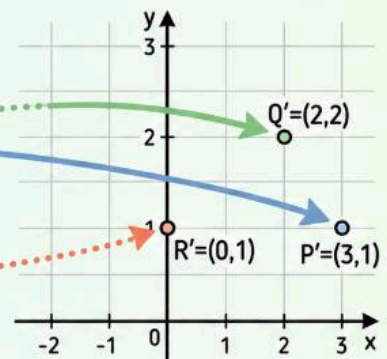
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow P' = (3,1)$$

$$A \cdot Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow Q' = (2,2)$$

$$A \cdot R = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow R' = (0,1)$$

BILDpunkte (P', Q', R')



DEUTUNG: Die Matrix berechnet zu jedem Punkt seinen Bildpunkt. Die y-Koordinaten bleiben gleich.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer gegebenen Abbildungsmatrix Bildpunkte berechnen, indem sie Vektoren mit der Matrix multipliziert.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Matrix-Vektor-Produkte berechnen 6f09c97e-779b-500b-8092-3fb9696aa5bb	S. 392	Geometrische Abbildungen als linear erkennen 69243680-c2c1-5661-80c0-c95a2be1dabf	S. 404
Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen 8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7	S. 407	Orthogonale Spiegelungen an Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen b72d87d4-763e-54aa-940d-31f195b51700	S. 408
Zusammensetzungen als Matrixprodukt darstellen ccd1d108-5d9a-50dc-bfb8-6fa6e0bc503c	S. 411	Parallelsprojektionen auf Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen 55039f9c-4ebc-5115-add5-fae95b915e46	S. 409
Drehungen um Koordinatenachsen mit Matrizen darstellen (LK) 7bd8f022-5002-5610-994c-a9cec1890558	S. 413	Zentrische Streckungen am Koordinatenursprung mit Matrizen darstellen 35558905-753d-5fcb-b25e-7f85fddbf56	S. 410
Fixpunkte linearer Abbildungen bestimmen (LK) d3c42193-f1b7-5c6d-a991-bf034d99359f	S. 702		

Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen

Lernziel-ID 8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen

Basis & Bildvektoren
Standardbasis $e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow f(e_1) = u = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
Standardbasis $e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow f(e_2) = v = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$
Bildvektoren

**Merksatz**
Die Bildvektoren der Basisvektoren werden als **Spalten** in die Matrix eingetragen.

Abbildungsmatrix A
 $A = \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

Testrechnung
 $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad A \cdot x = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + (-1) \cdot 2 \\ 1 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Abbildungsmatrix einer linearen Abbildung bezüglich der Standardbasis bestimmen, indem sie die Koordinatenvektoren der Bilder der geordneten Standardbasis in derselben Reihenfolge als Spalten anordnet.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen S. 406
4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

Wird direkt vorausgesetzt von

Orthogonale Spiegelungen an Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen S. 408 b72d87d4-763e-54aa-949d-31f195b51700	Parallelprojektionen auf Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen S. 409 55039f9c-4ebc-5115-add5-fae95b915e46	Zentrische Streckungen am Koordinatenursprung mit Matrizen darstellen S. 410 35558905-753d-5fcb-b25e-7f85ffdbbff56	Drehungen um Koordinatenachsen mit Matrizen darstellen (LK) S. 413 7bd8f022-5002-5610-994c-a9cec1890558
Komplexe Zahlen als 2x2-Matrizen darstellen (LK) S. 618 eda8580e-1f10-5dbd-9aaf-92367f40a6bd	Parallelprojektionen auf Ursprungsebenen mit Matrizen darstellen (LK) S. 732 803d910d-96d1-5118-b9ca-29e93d0da76d		

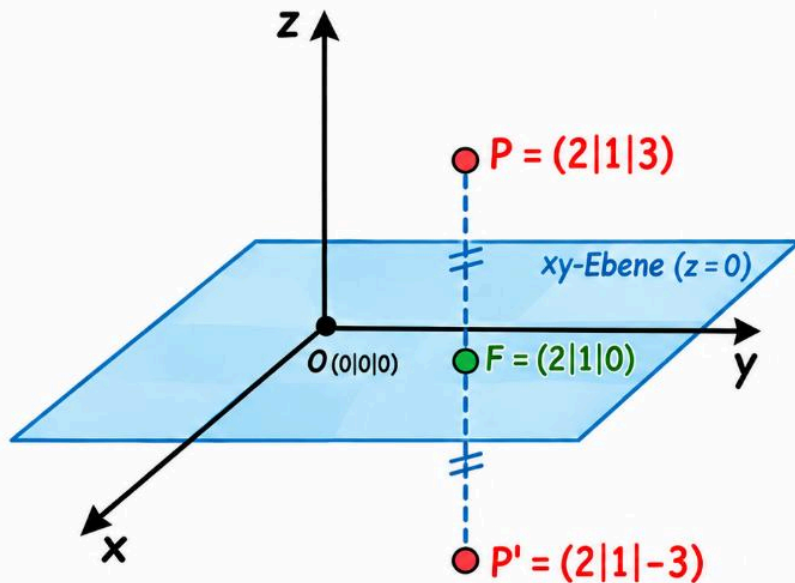
Orthogonale Spiegelungen an Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen

Lernziel-ID b72d87d4-763e-54aa-940d-31f195b51700

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Spiegelung an der xy-Ebene



Abbildungsmatrix der Spiegelung:

$$S_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Berechnung des Bildpunktes:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

x und **y** bleiben gleich;
z wechselt das Vorzeichen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Abbildungsmatrizen für orthogonale Spiegelungen an den Koordinatenebenen bestimmen, untersuchen und Bildpunkte berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen

4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

S. 406

Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen

8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7

S. 407

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigene Abbildungen modellieren und interpretieren

168d8879-0412-5524-94c5-c108169dbd65

S. 412

Parallelprojektionen auf Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen

Lernziel-ID 55039f9c-4ebc-5115-add5-fae95b915e46

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Parallelprojektionen auf Koordinatenebenen

Beispiele: Projektion parallel zu einer Koordinatenachse

xy-Projektion:

Seitenansicht in x-z-Richtung

Projektion parallel zu z
 $y = -1$ bleibt gleich.

auf xy: z wird 0

$$P_{xy} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ \rightarrow & & \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

auf xz: y wird 0

$$P_{xz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ \rightarrow & & \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

auf yz: x wird 0

$$P_{yz} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ \rightarrow & & \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Merksatz: In diesen achsenparallelen Beispielen wird eine Koordinate null; die beiden anderen bleiben gleich.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Abbildungsmatrizen für Parallelprojektionen auf die Koordinatenebenen bestimmen, untersuchen und Bildpunkte berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen 4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba	S. 406	Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen 8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7	S. 407
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-0c92-5444-ac4e-32b83169f318

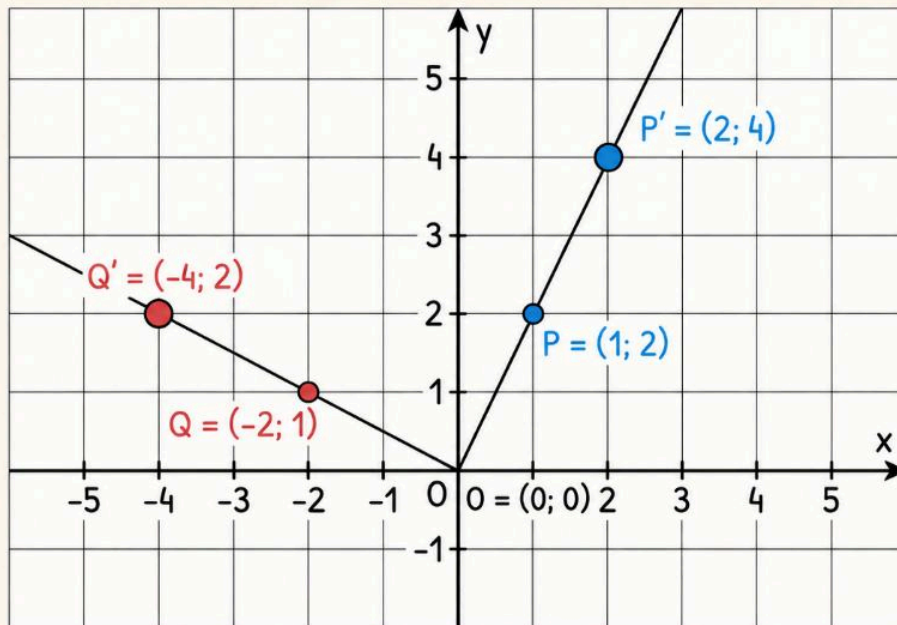
Zentrische Streckungen am Koordinatenursprung mit Matrizen darstellen

Lernziel-ID 35558905-753d-5fcb-b25e-7f85ffdbff56

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Zentrische Streckungen am Koordinatenursprung mit Matrizen darstellen



Abbildungsmatrix und Wirkung

$$Z = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$
$$Z \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$Z \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Streckungsfaktor $k = 2$

0 bleibt Fixpunkt

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Abbildungsmatrizen zentrischer Streckungen am Koordinatenursprung bestimmen, untersuchen und die Wirkung auf Bildpunkte berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen
4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

S. 406

Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen
8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7

S. 407

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

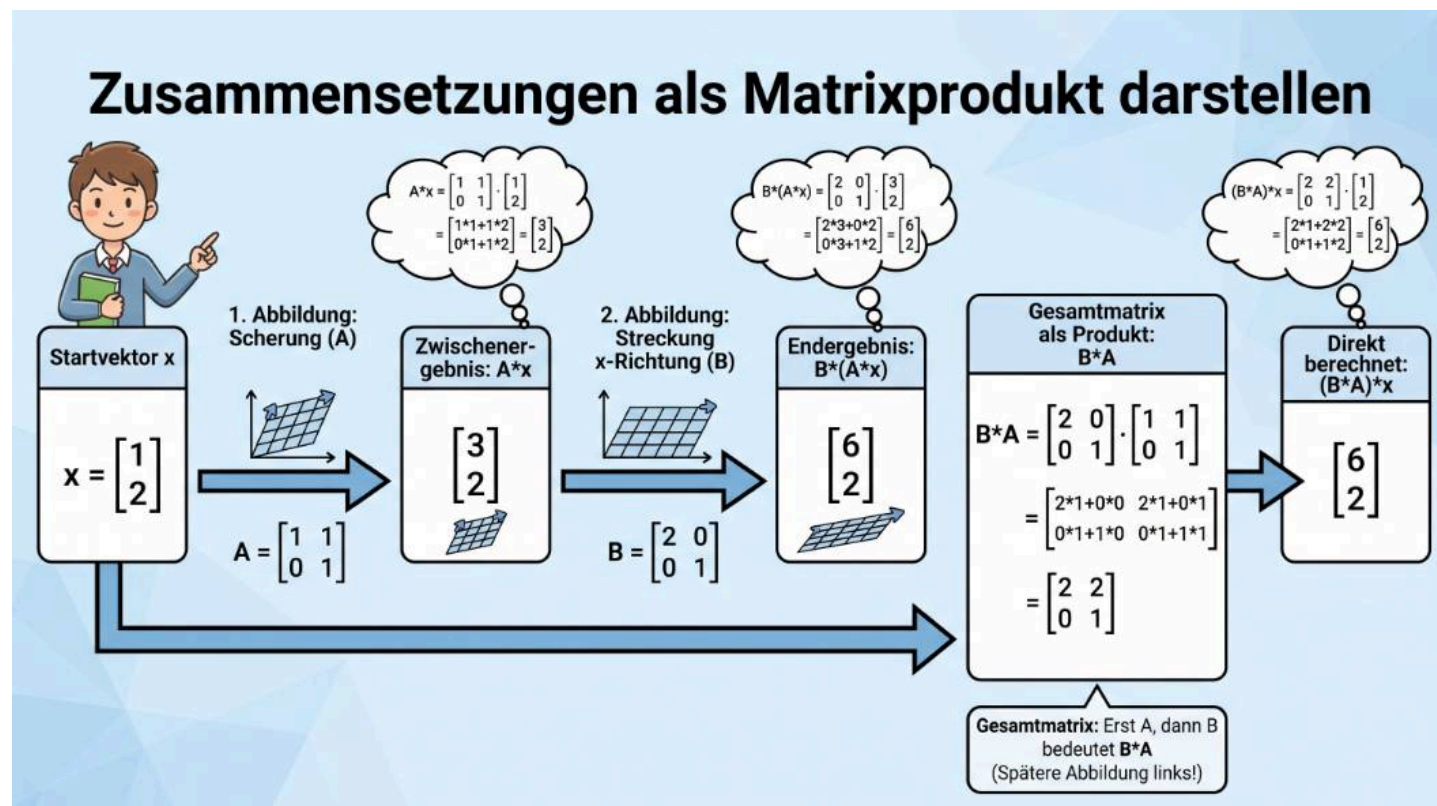
[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-0c92-5444-ac4e-32b83169f318

Zusammensetzungen als Matrixprodukt darstellen

Lernziel-ID ccd1d108-5d9a-50dc-bfb8-6fa6e0bc503c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann hintereinander ausgeführte lineare Abbildungen als Matrixprodukt in der korrekten Reihenfolge darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen

4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

S. 406

Wird direkt vorausgesetzt von

Eigene Abbildungen modellieren und interpretieren

168d8879-0412-5524-94c5-c108169dbd65

S. 412

Eigene Abbildungen modellieren und interpretieren

Lernziel-ID 168d8879-0412-5524-94c5-c1d8169dbd65

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Eigene Abbildungen modellieren und interpretieren

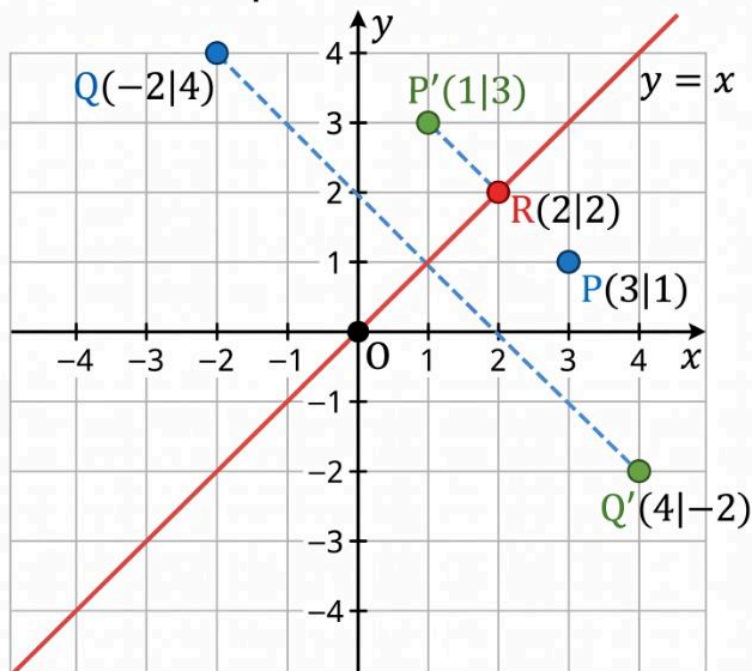
Regel und Matrix

Regel: $(x|y) \rightarrow (y|x)$

Abbildungsmatrix:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Spiegelung an der Geraden
 $y = x$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu gegebenen geometrischen Anforderungen (z. B. Spiegelung an einer schrägen Ursprungsgeraden, Streckung in einer beliebigen Richtung) passende Abbildungsmatrizen konstruieren, testen und im Kontext begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Orthogonale Spiegelungen an Koordinatenebenen mit Matrizen darstellen

S. 408

Zusammensetzungen als Matrixprodukt darstellen

S. 411

b72d87d4-763e-54aa-940d-31f195b51700

ccd1d108-5d9a-50dc-bfb8-6fa6e0bc503c

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-0c92-5444-ac4e-32b83169f318

Drehungen um Koordinatenachsen mit Matrizen darstellen (LK)

Lernziel-ID 7bd8f022-5002-5610-994c-a9cec1890558

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Drehung um die z-Achse

Eine Drehung in der xy-Ebene.
Die z-Koordinate bleibt unverändert.

Draufsicht auf die xy-Ebene

Blick von +z zum Ursprung

Die positive Drehung führt e_x zu e_y .

Drehmatrix um die z-Achse (90°)

$$R_z(90^\circ) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Beispielrechnung

$$P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad P' = R_z(90^\circ) \cdot P$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 3 \\ 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 3 \\ 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad P' = (-1|2|3)$$

Nur in der xy-Ebene wird gedreht – z bleibt unverändert!

Wirkung auf die Basisvektoren

$e_x \rightarrow e_y$ $e_y \rightarrow -e_x$ $e_z \rightarrow e_z$ (z bleibt unverändert)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Abbildungsmatrizen für Drehungen um die Koordinatenachsen im $\mathbb{R}^3$ untersuchen und bestimmen sowie Bildpunkte berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen 4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba	S. 406	Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen 8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7	S. 407
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Drehmatrizen um Koordinatenachsen eigenständig bestimmen und prüfen \(LK\)](#) 42752317-6022-47f2-8b34-160db5ef01fb

Häufigkeiten bestimmen und Wahrscheinlichkeiten schätzen

Lernziel-ID 8823e26e-694c-581b-9adf-4db7db6f43c9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik >

Statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff anwenden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus selbst durchgeführten oder gegebenen Zufallsexperimenten absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und daraus empirische Wahrscheinlichkeiten schätzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen

91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453

S. 61

Wird direkt vorausgesetzt von

Empirische und theoretische Wahrscheinlichkeit unterscheiden

ce2eb0a8-8f4e-5a94-b81d-8d75920ccf9c

S. 415

Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit relativen Häufigkeiten vergleichen

5a2371fd-74ce-5013-932e-35d3713aeaf7

S. 418

Zufallsexperimente mit Software simulieren

4aa70ad4-171d-5671-a864-c0c7758fa0ed

S. 479

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Laplace-Wahrscheinlichkeit und Versuchsdaten vergleichen](#) 3f884dbe-108c-57eb-80cc-836bc4c79c9e

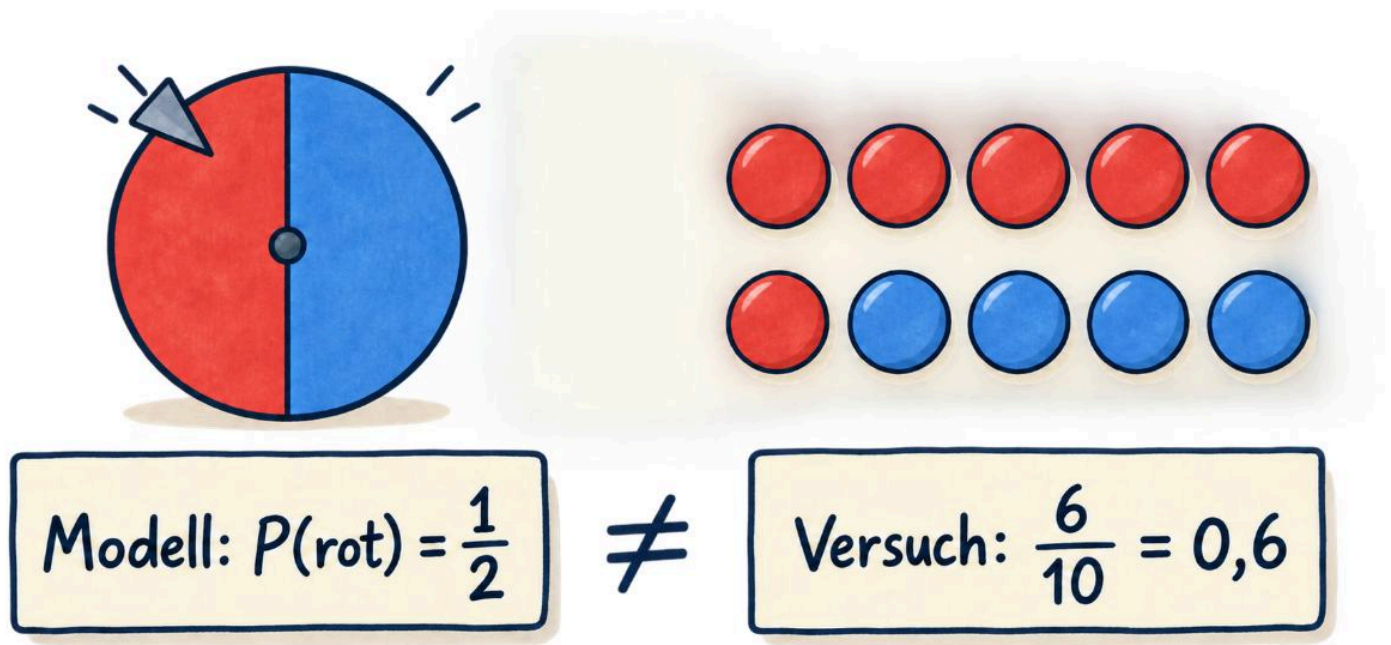
Empirische und theoretische Wahrscheinlichkeit unterscheiden

Lernziel-ID ce2eb0a8-8f4e-5a94-b81d-8d7502dccb9c

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik](#) >

[Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen](#) > [Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik](#) >

[Statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff anwenden](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine aus relativen Häufigkeiten geschätzte empirische Wahrscheinlichkeit von einer aus einem Modell bestimmten theoretischen Wahrscheinlichkeit unterscheiden und beide Aussagen im Kontext einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Häufigkeiten bestimmen und Wahrscheinlichkeiten schätzen](#)

8823e26e-694c-581b-9adf-4db7db6f43c9

S. 414

Wird direkt vorausgesetzt von

[Das empirische Gesetz der großen Zahlen erläutern](#)

b7cc2fc4-c695-5a97-93b0-3a619c632ca8

S. 416

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Laplace-Wahrscheinlichkeit und Versuchsdaten vergleichen](#) 3f884dbe-108c-57eb-80cc-836bc4c79c9e

Das empirische Gesetz der großen Zahlen erläutern

Lernziel-ID b7cc2fc4-c695-5a97-93b0-3a619c632ca8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik >

Statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff anwenden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand von Daten oder Simulationsergebnissen erläutern, dass sich relative Häufigkeiten bei wachsender Versuchszahl typischerweise stabilisieren, ohne daraus eine Garantie für einzelne Versuchsreihen abzuleiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Empirische und theoretische Wahrscheinlichkeit unterscheiden

ce2eb0a8-8f4e-5a94-b81d-8d7502dccc9c

S. 415

Wird direkt vorausgesetzt von

Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit relativen Häufigkeiten vergleichen

5a2371fd-74ce-5013-932e-35d3713aaef7

S. 418

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Laplace-Wahrscheinlichkeit und Versuchsdaten vergleichen](#) 3f884dbe-108c-57eb-80cc-836bc4c79c9e

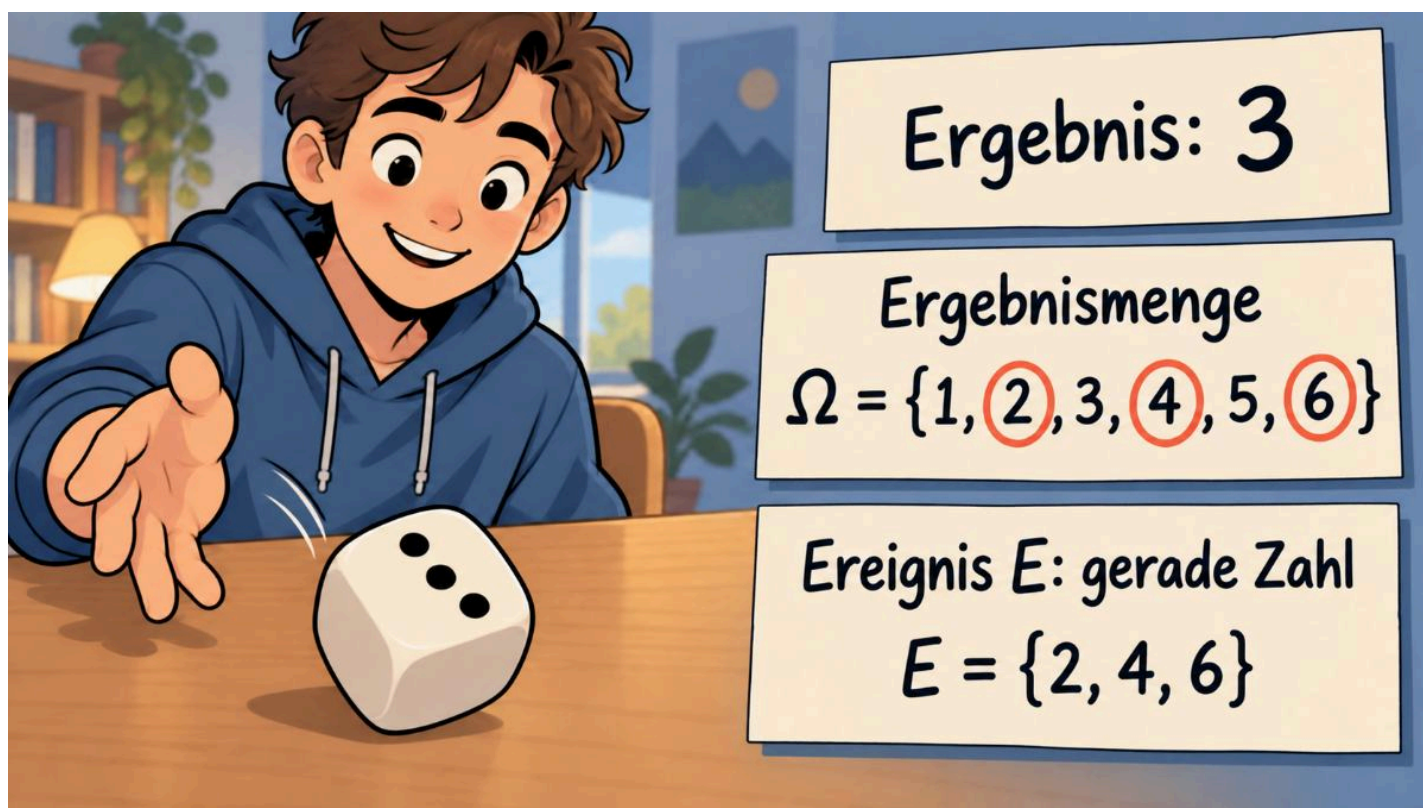
Zufallsexperimente mit Ergebnissen und Ereignissen beschreiben

Lernziel-ID 3019e775-1420-510f-850b-5a29acc47a64

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik](#) >

[Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen](#) > [Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik](#) >

[Zufallsexperimente beschreiben und Laplace-Wahrscheinlichkeiten vergleichen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Zufallsexperiment durch mögliche Ergebnisse, die Ergebnismenge und geeignete Ereignisse eindeutig beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Ereignisse als Mengen verknüpfen

71d1fd4d-8471-5f25-94a0-4c531a74783c

S. 420

Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren

e495fa38-b198-5280-a405-9e41cafd6d17

S. 439

Zufallsexperimente planen und durchführen

e02976ad-71fc-5929-b764-df7630269c47

S. 478

Zufallsexperimente und Ereignisse aus Termen formulieren

21fa0c22-976e-59b3-a871-899f0c0177f3

S. 599

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

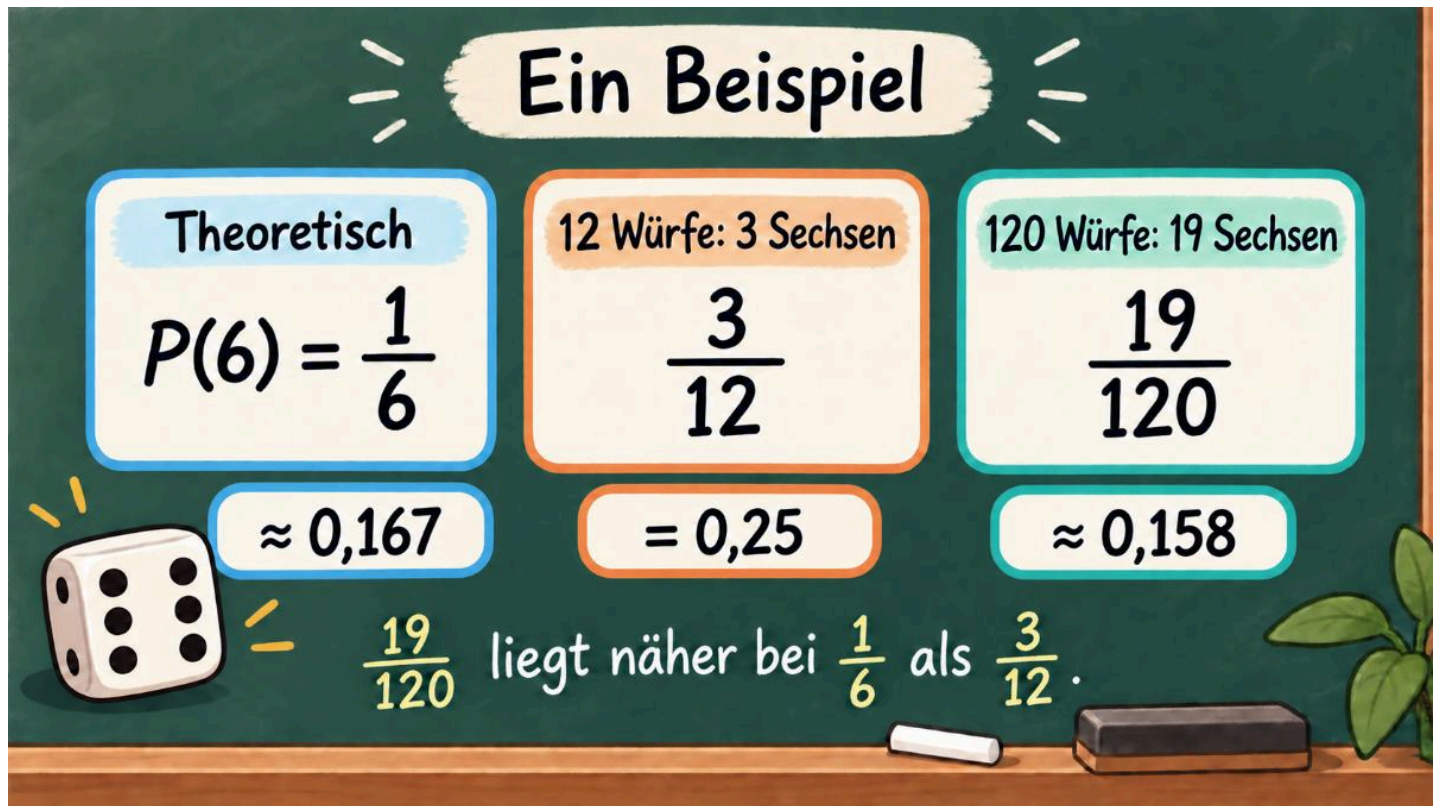
Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit relativen Häufigkeiten vergleichen

Lernziel-ID 5a2371fd-74ce-5013-932e-35d3713aeaf7

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik >

Zufallsexperimente beschreiben und Laplace-Wahrscheinlichkeiten vergleichen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für ein konkretes Zufallsexperiment eine theoretische Laplace-Wahrscheinlichkeit mit beobachteten relativen Häufigkeiten vergleichen und Abweichungen in Abhängigkeit von der Versuchszahl einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Laplace-Experimente auswerten 5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e	S. 110	Häufigkeiten bestimmen und Wahrscheinlichkeiten schätzen 8823e26e-694c-581b-9adf-4db7db6f43c9	S. 414	Das empirische Gesetz der großen Zahlen erläutern b7cc2fc4-c695-5a97-93b0-3a619c632ca8	S. 416
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Laplace-Wahrscheinlichkeit und Versuchsdaten vergleichen](#) 3f884dbe-108c-57eb-80cc-836bc4c79c9e

Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bestimmen

Lernziel-ID 508292f2-671b-4fd3-acbf-53d705e44693

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik](#) >

[Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen](#) > [Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik](#) >

[Baumdiagramme, Vierfeldertafeln und bedingte Wahrscheinlichkeiten](#)

Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bestimmen

Baumdiagramm

Bestimmen durch Verknüpfung & Quotientenbildung

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Vierfeldertafel

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Summe	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

Benötigte Werte für $P(B|A)$

Erkennen und Berechnen in Sachzusammenhängen. Nutzen Sie Baumdiagramme zur Visualisierung bedingter Pfade und Vierfeldertafeln für die Gesamtübersicht.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einer Bedingung den passenden Bezugsraum bestimmen und eine bedingte Wahrscheinlichkeit mit Baumdiagramm oder Vier- beziehungsweise Mehrfeldertafel berechnen und deuten.

Geltung

BB, BE, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Wahrscheinlichkeiten verknüpfter Ereignisse berechnen 4ac925cf-3862-4810-be2a-d92efff7d735	S. 144	Baumdiagramme und Pfadregeln für zusammengesetzte Experimente nutzen efc3506a-5f35-4d77-9498-d70a091a470b	S. 182
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Bedingte und gemeinsame Wahrscheinlichkeiten im Kontext unterscheiden c2831918-26f1-421e-90fb-ce707689594e	S. 424
--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zufallsexperimente und Modelle vergleichen](#) 77940875-ad1e-5272-9002-3ca9db810a18

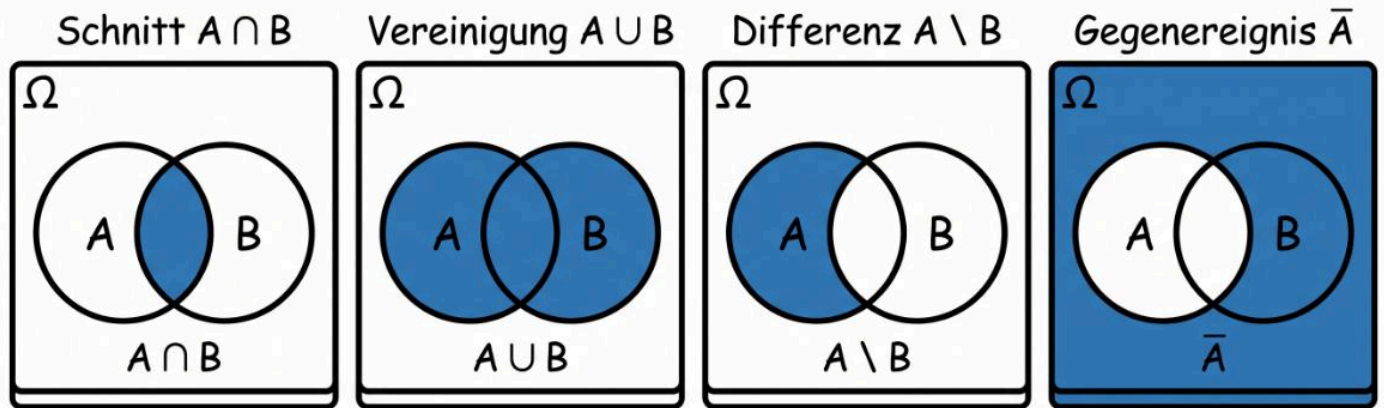
Ereignisse als Mengen verknüpfen

Lernziel-ID 71d1fd4d-8471-5f25-94a0-4c531a74783c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Ereignisse als Mengen verknüpfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ereignisse als Mengen darstellen, Und-, Oder-, Gegen- und Differenzereignisse sowie exklusives Oder in Mengenschreibweise übersetzen und einfache Regeln wie $A \setminus B = A \cap \bar{B}$ oder $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ an Beispielen auswerten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsexperimente mit Ergebnissen und Ereignissen beschreiben

3019e775-1420-510f-850b-5a29acc47a64

S. 417

Wird direkt vorausgesetzt von

Ereignisse darstellen und Baumdiagramme nutzen

2a1158e5-d4ca-51d4-860c-f43bd5a86836

S. 421

Zufallsexperimente und Ereignisse aus Termen formulieren

21fa0c22-976e-59b3-a871-899f0c0177f3

S. 599

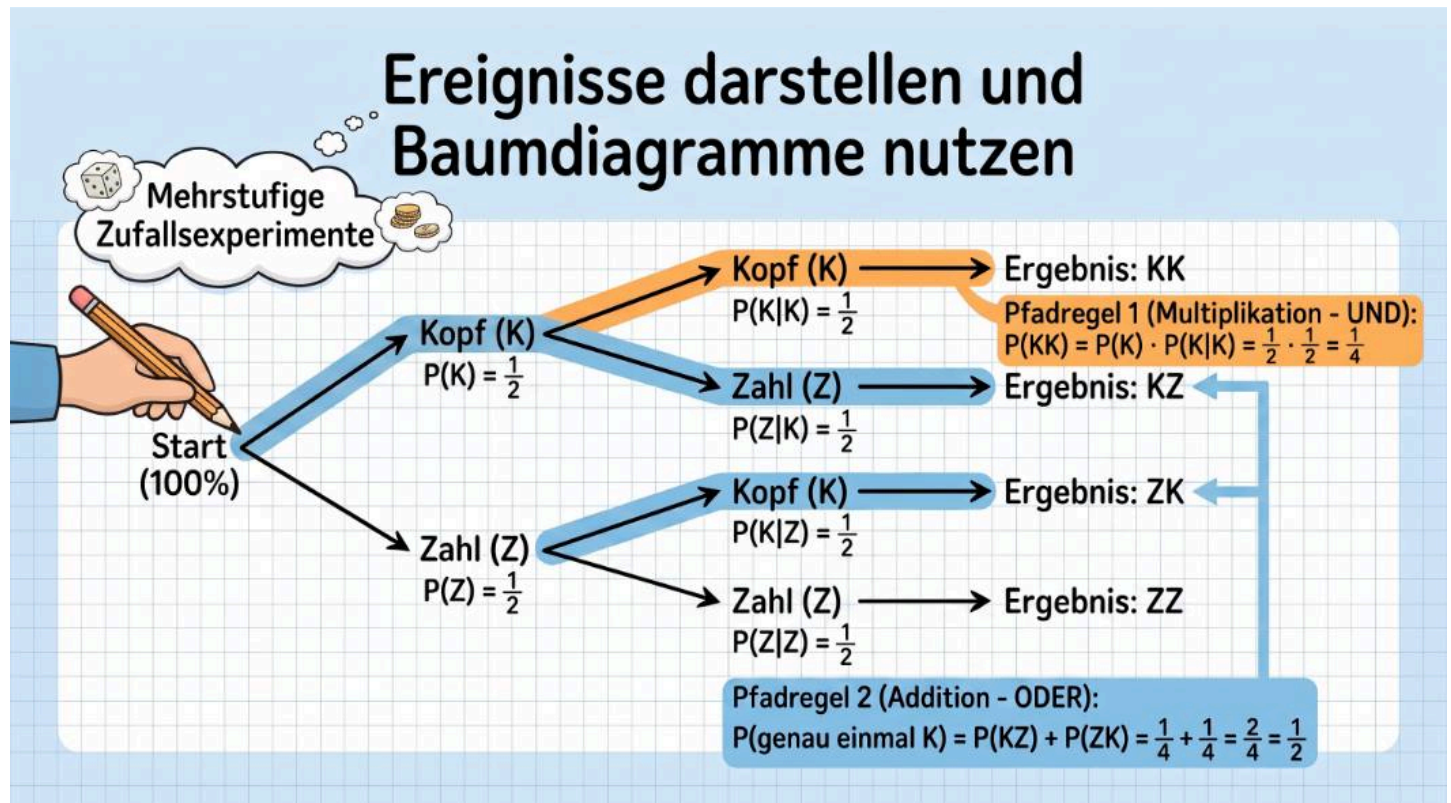
Ereignisse darstellen und Baumdiagramme nutzen

Lernziel-ID 2a1158e5-d4ca-51d4-860c-f43bd5a86836

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik >

Baumdiagramme, Vierfeldertafeln und bedingte Wahrscheinlichkeiten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mehrstufige Zufallsexperimente in Baumdiagrammen darstellen, Pfadregeln anwenden und Wahrscheinlichkeiten an konkreten Beispielrechnungen berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ereignisse als Mengen verknüpfen

71d1fd4d-8471-5f25-94a0-4c531a74783c

S. 420

Wird direkt vorausgesetzt von

Vierfeldertafeln interpretieren

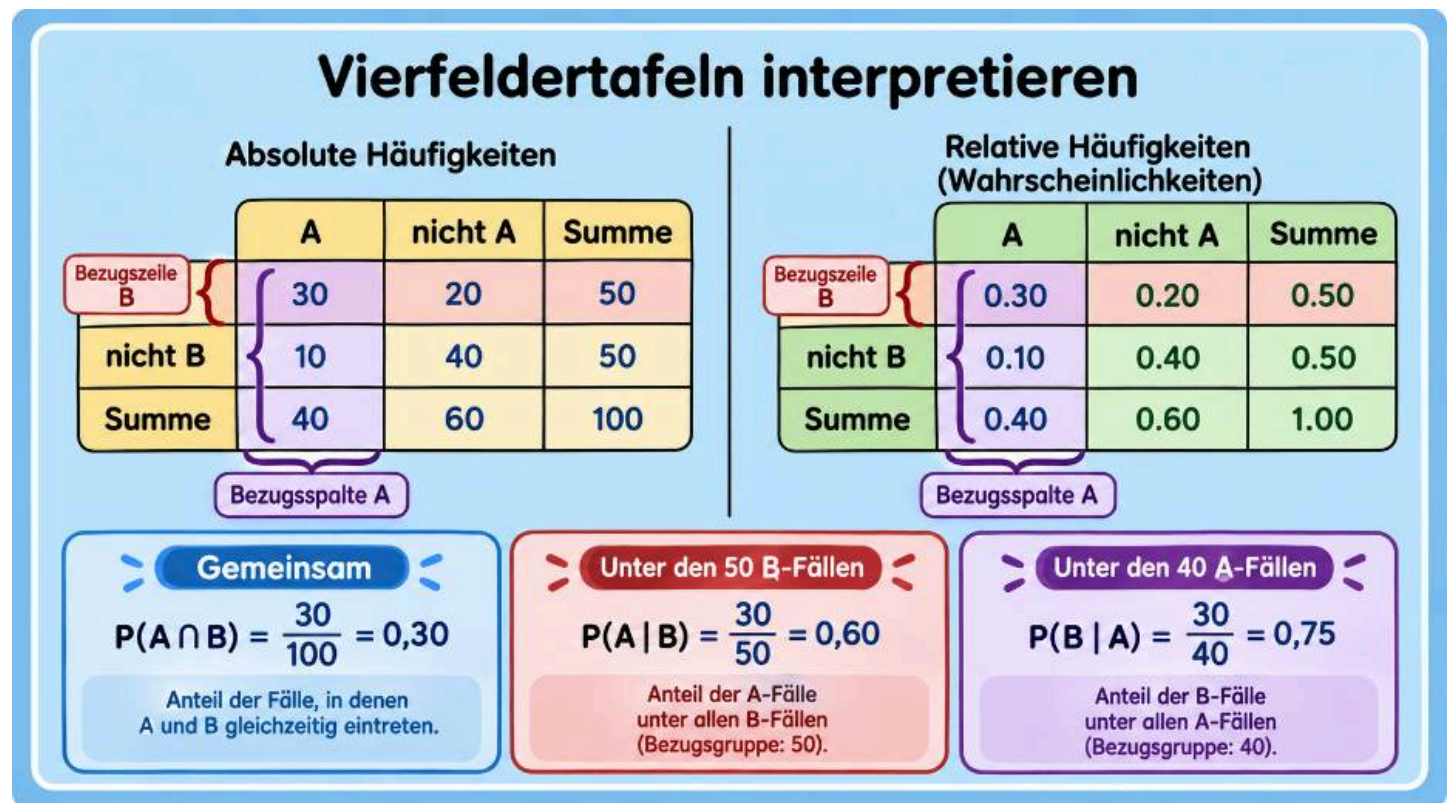
52e57eb5-7cd1-5df0-a8c6-7b090f097d9f

S. 422

Vierfeldertafeln interpretieren

Lernziel-ID 52e57eb5-7cd1-5df0-a8c6-7b090f097d9f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik > Baumdiagramme, Vierfeldertafeln und bedingte Wahrscheinlichkeiten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vier- bzw. Mehrfeldertafeln aus Sachtexten erstellen, absolute und relative Häufigkeiten eintragen, gemeinsame Wahrscheinlichkeiten ablesen und bedingte Wahrscheinlichkeiten als Anteile innerhalb der passenden Bezugsgruppe aus der Tafel ermitteln.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ereignisse darstellen und Baumdiagramme nutzen

2a1158e5-d4ca-51d4-860c-f43bd5a86836

S. 421

Wird direkt vorausgesetzt von

Bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen

c3b9c561-dd83-5903-9ec6-49c7f51bafd5

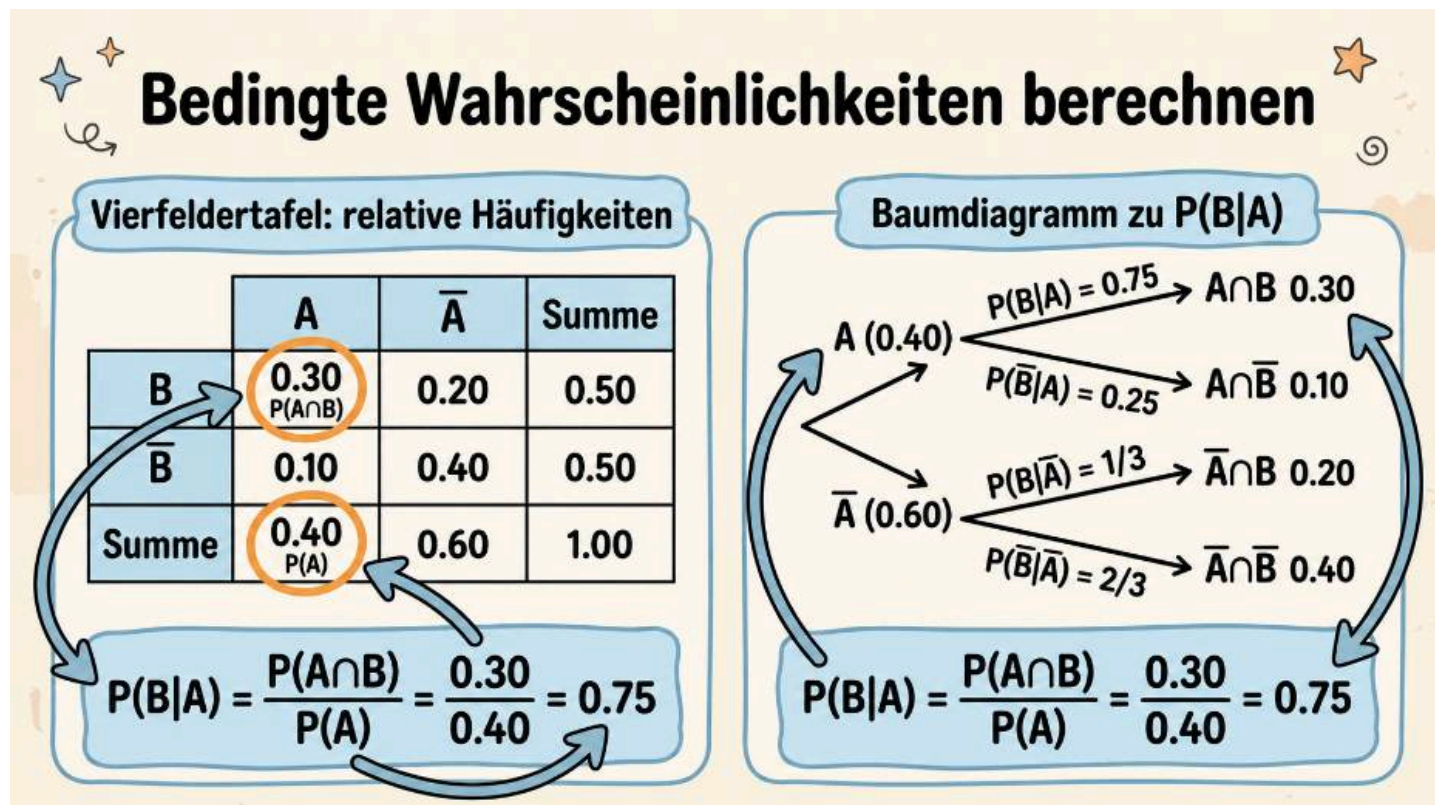
S. 423

Bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen

Lernziel-ID c3b9c561-dd83-5903-9ec6-49c7f51bafd5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bedingte Wahrscheinlichkeiten in Sachzusammenhängen identifizieren und sie mit Baumdiagrammen sowie Vier- oder Mehrfeldertafeln aus absoluten oder relativen Häufigkeiten berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vierfeldertafeln interpretieren

52e57eb5-7cd1-5df0-a8c6-7b090f097d9f

S. 422

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundlegende Zählprinzipien anwenden

122ab909-04ed-572b-a499-754f3bcc8ef0

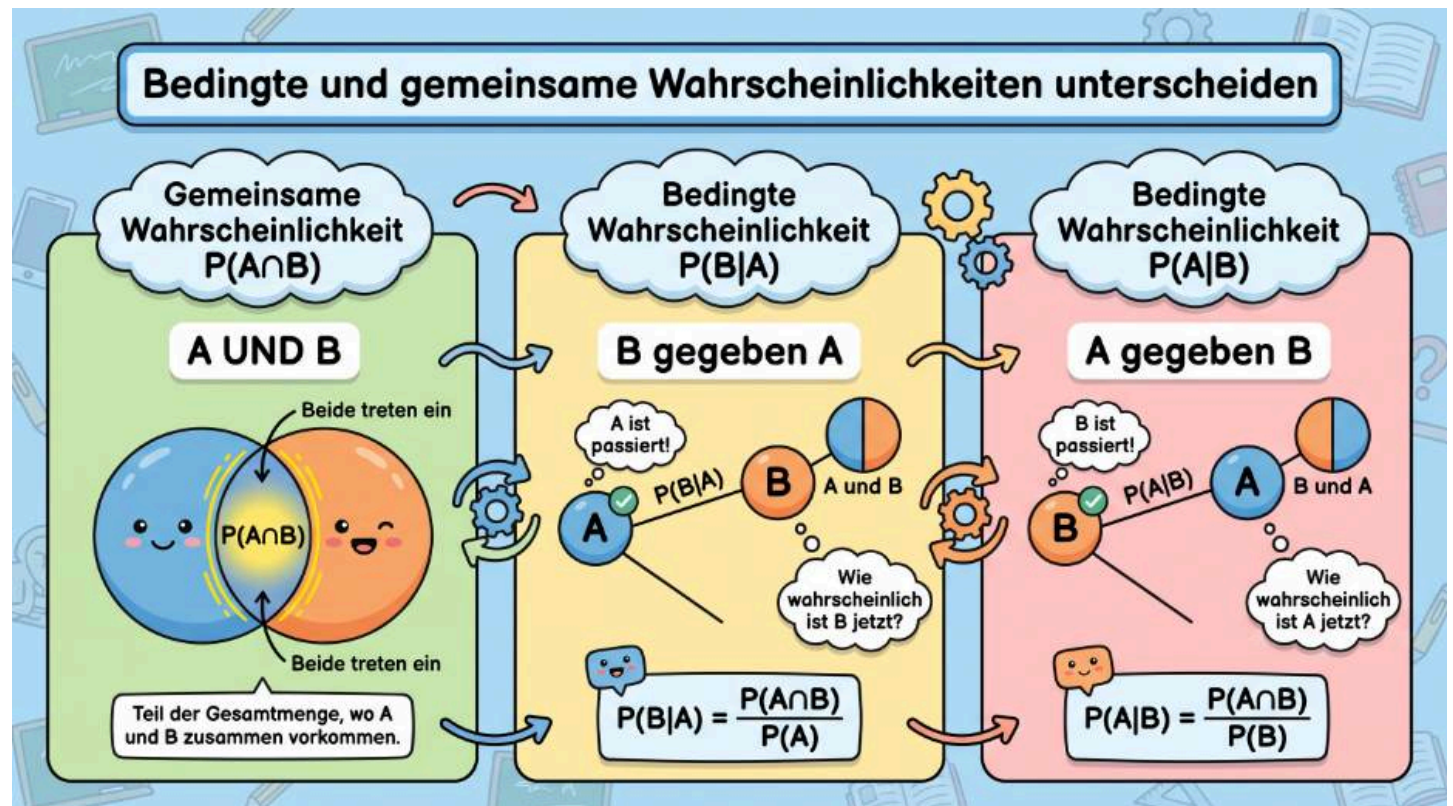
S. 427

Bedingte und gemeinsame Wahrscheinlichkeiten im Kontext unterscheiden

Lernziel-ID c2831918-26f1-421e-90fb-ce707689594e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in Sachzusammenhängen zwischen $P(B|A)$, $P(A|B)$ und $P(A \cap B)$ unterscheiden und mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln von einer Darstellung zur anderen übergehen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bestimmen

508292f2-671b-4fd3-acbf-53d705e44693

S. 419

Wird direkt vorausgesetzt von

Stochastische Unabhängigkeit an Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln prüfen

dabff49b-d40a-4c81-a584-21408b2d4219

S. 425

Datenaussagen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten kritisch prüfen

3e974075-b2fd-43e6-88d9-5f596ad053ec

S. 426

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zufallsexperimente und Modelle vergleichen](#) 77940875-ad1e-5272-9002-3ca9db810a18

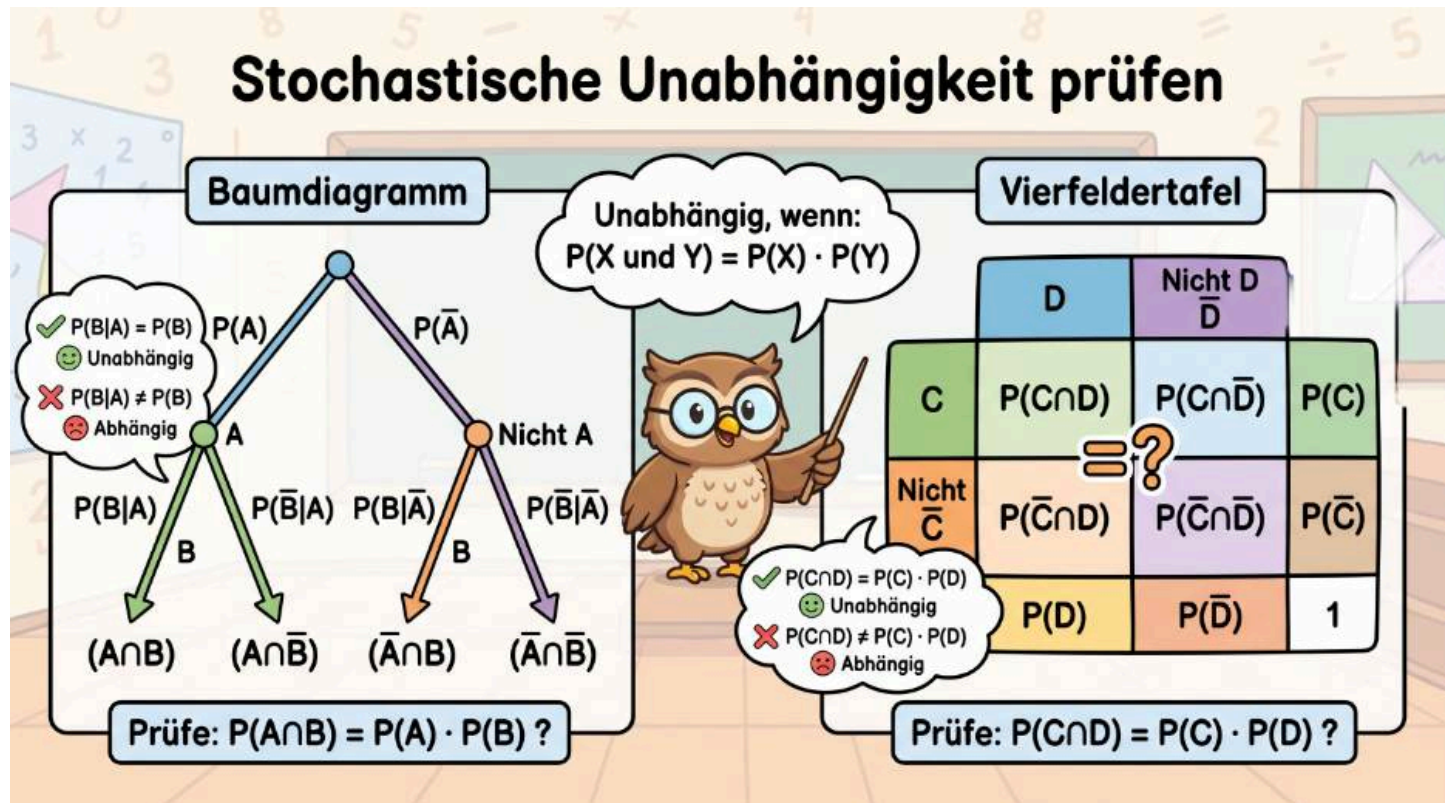
Stochastische Unabhängigkeit an Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln prüfen

Lernziel-ID dabff49b-d40a-4c81-a584-21408b2d4219

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik >

Baumdiagramme, Vierfeldertafeln und bedingte Wahrscheinlichkeiten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann stochastische Unabhängigkeit bzw. Abhängigkeit an konkreten Beispielen erläutern, in Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln erkennen und rechnerisch überprüfen.

Geltung

BB, BE, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bedingte und gemeinsame Wahrscheinlichkeiten im Kontext unterscheiden
c2831918-26f1-421e-90fb-ce707689594e

S. 424

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zufallsexperimente und Modelle vergleichen](#) 77940875-ad1e-5272-9002-3ca9db810a18

Datenaussagen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten kritisch prüfen

Lernziel-ID 3e974075-b2fd-43e6-88d9-5f596ad053ec

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus Daten abgeleitete Aussagen kritisch prüfen, indem sie Stichprobenumfang und -zusammensetzung, Veränderungen bedingter Wahrscheinlichkeiten in relevanten Teilmengen, Basisrateneffekte, Art der Datenerhebung und Fragestellung berücksichtigt sowie Korrelation und Kausalität unterscheidet.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bedingte und gemeinsame Wahrscheinlichkeiten im Kontext unterscheiden
c2831918-26f1-421e-90fb-ce707689594e

S. 424

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Zufallsexperimente und Modelle vergleichen](#) 77940875-ad1e-5272-9002-3ca9db810a18

Grundlegende Zählprinzipien anwenden

Lernziel-ID 122ab909-04ed-572b-a499-754f3bcc8ef0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Produktregel und geordnete Stichproben anwenden

1

Produktregel

3 Hemden · 4 Hosen
= 12 verschiedene Outfits
(H=Hemd, P=Hose)

	P1	P2	P3	P4
H1	H1P1	H1P2	H1P3	H1P4
H2	H2P1	H2P2	H2P3	H2P4
H3	H3P1	H3P2	H3P3	H3P4

12 Zellen,
alle verschieden

2

Geordnete Stichproben (mit Wiederholung)

2-stellige Codes aus {1, 2, 3}:
 $3 \cdot 3 = 9$

{1 2 3}

1	⇒	(1,1)	(1,2)	(1,3)
2	⇒	(2,1)	(2,2)	(2,3)
3	⇒	(3,1)	(3,2)	(3,3)

Alle 9 Codes
(mit Wiederholung)

3

Geordnete Stichproben (ohne Zurücklegen)

2 Ziehungen aus {A, B, C, D}:
 $4 \cdot 3 = 12$ (Reihenfolge zählt!)

{A B C D}

		AB ≠ BA		
A	⇒	(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	⇒	(B,A)	(B,C)	(B,D)
C	⇒	(C,A)	(C,B)	(C,D)
D	⇒	(D,A)	(D,B)	(D,C)

Alle 12 Paare
(ohne Zurücklegen)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann kombinatorische Zählprobleme mit der Produktregel lösen und geordnete Stichproben mit oder ohne Zurücklegen an konkreten Beispielen berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen](#)

c3b9c561-dd83-5903-9ec6-49c7f51bafd5

S. 423

Wird direkt vorausgesetzt von

[Fakultäten in kombinatorischen Zählproblemen verwenden](#)

935a68e3-b0c5-5a4a-9b2f-ac43007fdd2e

S. 428

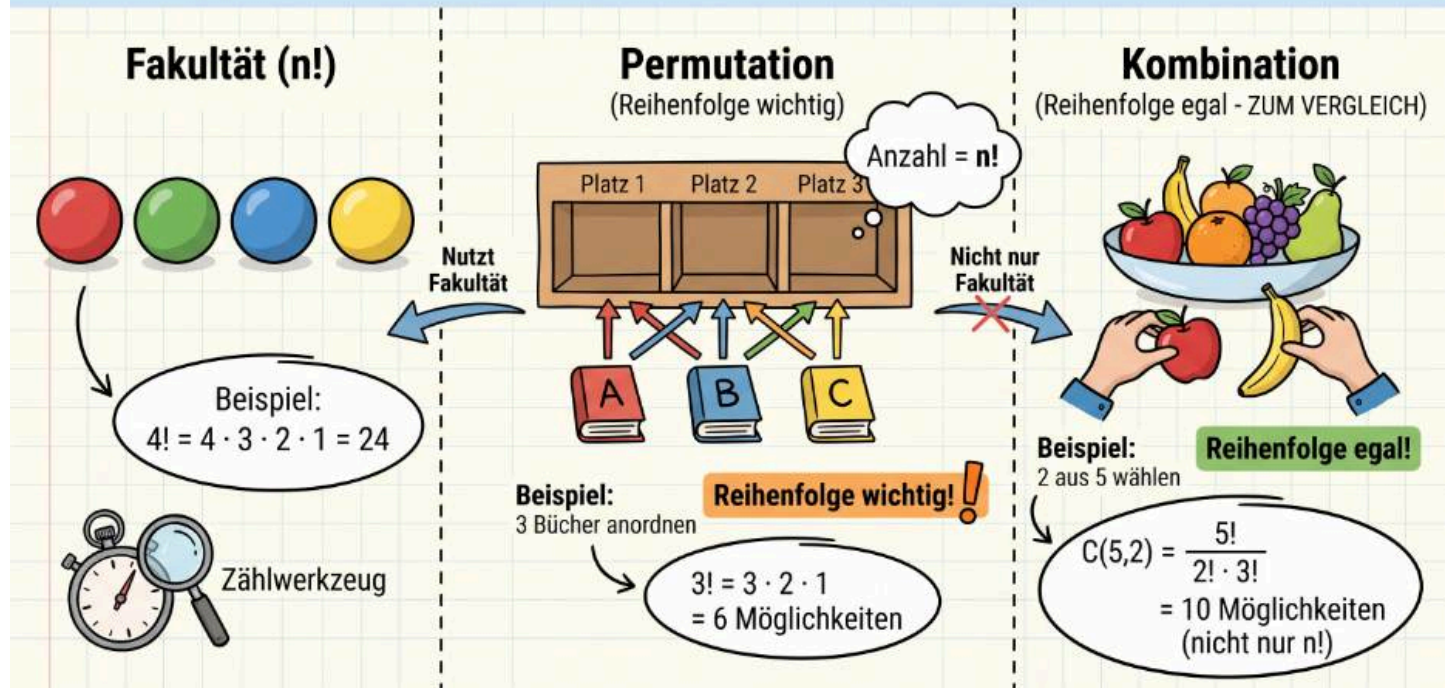
Fakultäten in kombinatorischen Zählproblemen verwenden

Lernziel-ID 935a68e3-b0c5-5a4a-9b2f-ac43007fdd2e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Fakultäten in kombinatorischen Zählproblemen verwenden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Fakultäten als Zählwerkzeug in kombinatorischen Problemen verwenden, insbesondere bei Permutationen und geordneten Anordnungen ohne Wiederholung.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Grundlegende Zählprinzipien anwenden](#)

122ab909-04ed-572b-a499-754f30cc8ef0

S. 427

Wird direkt vorausgesetzt von

[Kombinationen ohne Zurücklegen mit Fakultäten berechnen](#)

70efdec0-110c-5564-849b-bc05cfff0f6a

S. 429

Kombinationen ohne Zurücklegen mit Fakultäten berechnen

Lernziel-ID 70efdec0-110c-5564-849b-bc05cfff0f6a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ungeordnete Stichproben ohne Zurücklegen mithilfe von Fakultäten berechnen (ohne Binomialkoeffizientenbegriff) und Ergebnisse an Beispielen prüfen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Fakultäten in kombinatorischen Zählproblemen verwenden S. 428
935a68e3-b0c5-5a4a-9b2f-ac43007fdd2e

Wird direkt vorausgesetzt von

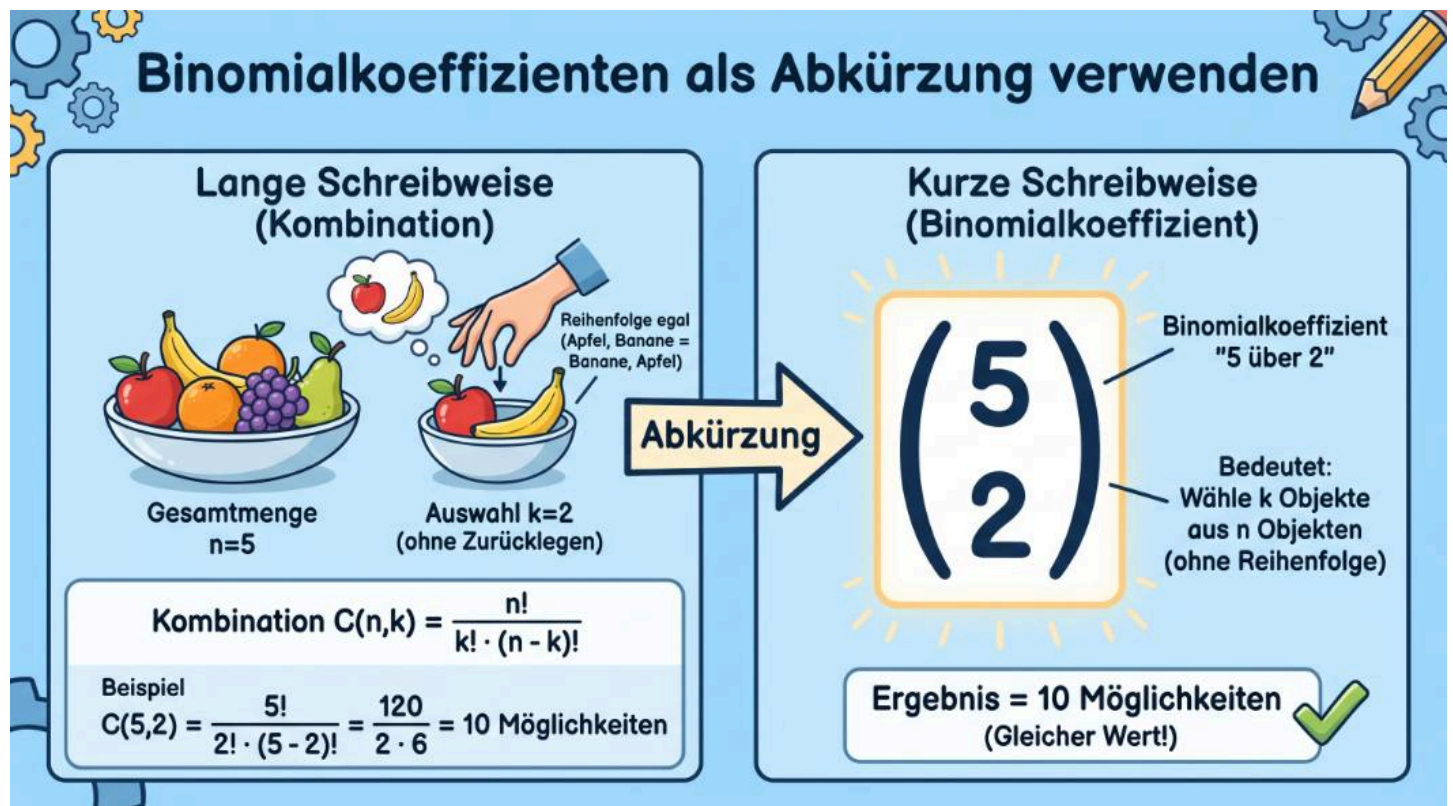
Binomialkoeffizienten als Abkürzung verwenden e8d810de-95ed-52d6-ab1f-0560398e35c0	S. 430	Binomialkoeffizienten kombinatorisch deuten und in einfachen Fällen berechnen d81bc960-4eff-5c87-90b8-fec8e1cb8b3a	S. 432	Heuristik auswählen und begründen bd637a72-6609-54f5-bb33-8a9e898bf7a0	S. 526
--	--------	--	--------	--	--------

Binomialkoeffizienten als Abkürzung verwenden

Lernziel-ID e8d810de-95ed-52d6-ab1f-0560398e35c0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Binomialkoeffizienten „n über k“ als abkürzende Schreibweise für die Anzahl ungeordneter Auswahlen von k aus n unterscheidbaren Elementen ohne Zurücklegen verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kombinationen ohne Zurücklegen mit Fakultäten berechnen
70efdec0-110c-5564-849b-bc05cfff0f6a

S. 429

Wird direkt vorausgesetzt von

Kombinationen mit Binomialkoeffizienten in Anwendungen berechnen
1b67aeb4-2a55-531f-94da-283b4e3df5f1

S. 431

Kombinationen mit Binomialkoeffizienten in Anwendungen berechnen

Lernziel-ID 1b67aeb4-2a55-531f-94da-283b4e3df5f1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Anwendungsfälle ungeordneter Stichproben ohne Zurücklegen (z. B. Lotto) mit Binomialkoeffizienten berechnen und die Ergebnisse interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Binomialkoeffizienten als Abkürzung verwenden
e8d810de-95ed-52d6-ab1f-0560398e35c0

S. 430

Wird direkt vorausgesetzt von

Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit Zurücklegen (Binomialmodell)
0408ac7f-0530-5de5-b248-cf581c9b5a17

S. 433

Variablen und Annahmen festlegen
7e1b43e2-40f9-5751-9735-d97763eb4ea2

S. 530

Binomialkoeffizienten kombinatorisch deuten und in einfachen Fällen berechnen

Lernziel-ID d81bc960-4eff-5c87-90b8-fec8e1cb8b3a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Binomialkoeffizienten kombinatorisch deuten

Beispiel: Wähle 2 aus 5 Objekten A, B, C, D, E



1. Geordnete Ziehungen

Erster Platz: 5 Möglichkeiten
Zweiter Platz: 4 Möglichkeiten

$$\boxed{5} \cdot \boxed{4} = 20$$

$$\text{Allgemein: } n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

2. Anordnungen je Auswahl

Dieselbe Zweiergruppe erscheint mehrfach:
AB und BA sind dieselbe Auswahl



Anordnungen: $2! = 2$

Allgemein: jede Auswahl wird $k!$ mal gezählt

Kombinationen = geordnete Ziehungen / Anordnungen

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = \frac{20}{2} = 10$$

also 10 verschiedene Zweiergruppen

$$\text{Allgemein: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die kombinatorische Bedeutung von Binomialkoeffizienten erklären und sie in einfachen Fällen ohne Hilfsmittel berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kombinationen ohne Zurücklegen mit Fakultäten berechnen

70efdec0-110c-5564-849b-bc85cfff0f6a

S. 429

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit Zurücklegen (Binomialmodell)

Lernziel-ID 0408ac7f-0530-5de5-b248-cf581c9b5a17

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Ziehungen mit Zurücklegen Wahrscheinlichkeiten mit dem Binomialkoeffizienten berechnen (z. B. Urne mit Zurücklegen) und Ergebnisse an konkreten Beispielen nachvollziehen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kombinationen mit Binomialkoeffizienten in Anwendungen berechnen 1b67aeb4-2a55-531f-94da-283b4e3df5f1	S. 431
--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Laplace-Wahrscheinlichkeiten ohne Zurücklegen (hypergeometrisch) 1462c189-8679-5f32-bf58-6e81e99e4635	S. 434
--	--------

Laplace-Wahrscheinlichkeiten ohne Zurücklegen (hypergeometrisch)

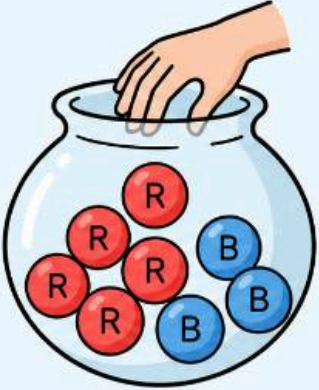
Lernziel-ID 1462c189-8679-5f32-bf58-6e81e99e4635

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik

Laplace-Wahrscheinlichkeiten ohne Zurücklegen (hypergeometrisch)

1. Beispiel: Urnenziehung



5 Rot, 3 Blau.
Ziehe 2 ohne Zurücklegen.

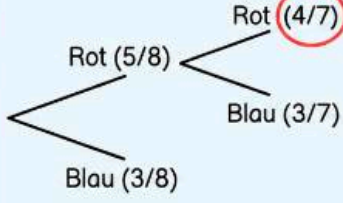
Ziel: $P(2 \text{ Rot})$ berechnen

2. Zählverfahren & Modell

Laplace-Formel (Zählen)

$$P(E) = \frac{\text{Günstige Fälle}}{\text{Mögliche Fälle}}$$
$$P(2 \text{ Rot}) = \frac{C(5,2)}{C(8,2)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

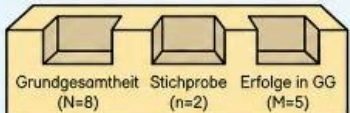
Baumdiagramm (P ändert sich)



Wahrscheinlichkeiten ändern sich nach jedem Zug!

3. Modell begründen & prüfen

Hypergeometrisches Modell



Anzahl Erfolge in Stichprobe (k) ohne Zurücklegen

Ergebnisse prüfen (Summe = 1)

Verteilung X = Anzahl Rote	
X (Rote)	P(X)
0 (2 Blau)	$P(X = 0) = 3/28$
1 (1 Rot, 1 Blau)	$P(X = 1) = 15/28$
2 (2 Rot)	$P(X = 2) = 10/28$

Summe $P(X) = \frac{3}{28} + \frac{15}{28} + \frac{10}{28} = \frac{28}{28} = 1$ ✓

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Laplace-Wahrscheinlichkeiten bei Ziehungen ohne Zurücklegen mit Zählverfahren berechnen (z. B. Urnen- oder Lottoprobleme), das hypergeometrische Modell begründen und Ergebnisse an konkreten Beispielen prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Laplace-Wahrscheinlichkeiten mit Zurücklegen (Binomialmodell)

S. 433

Wird direkt vorausgesetzt von

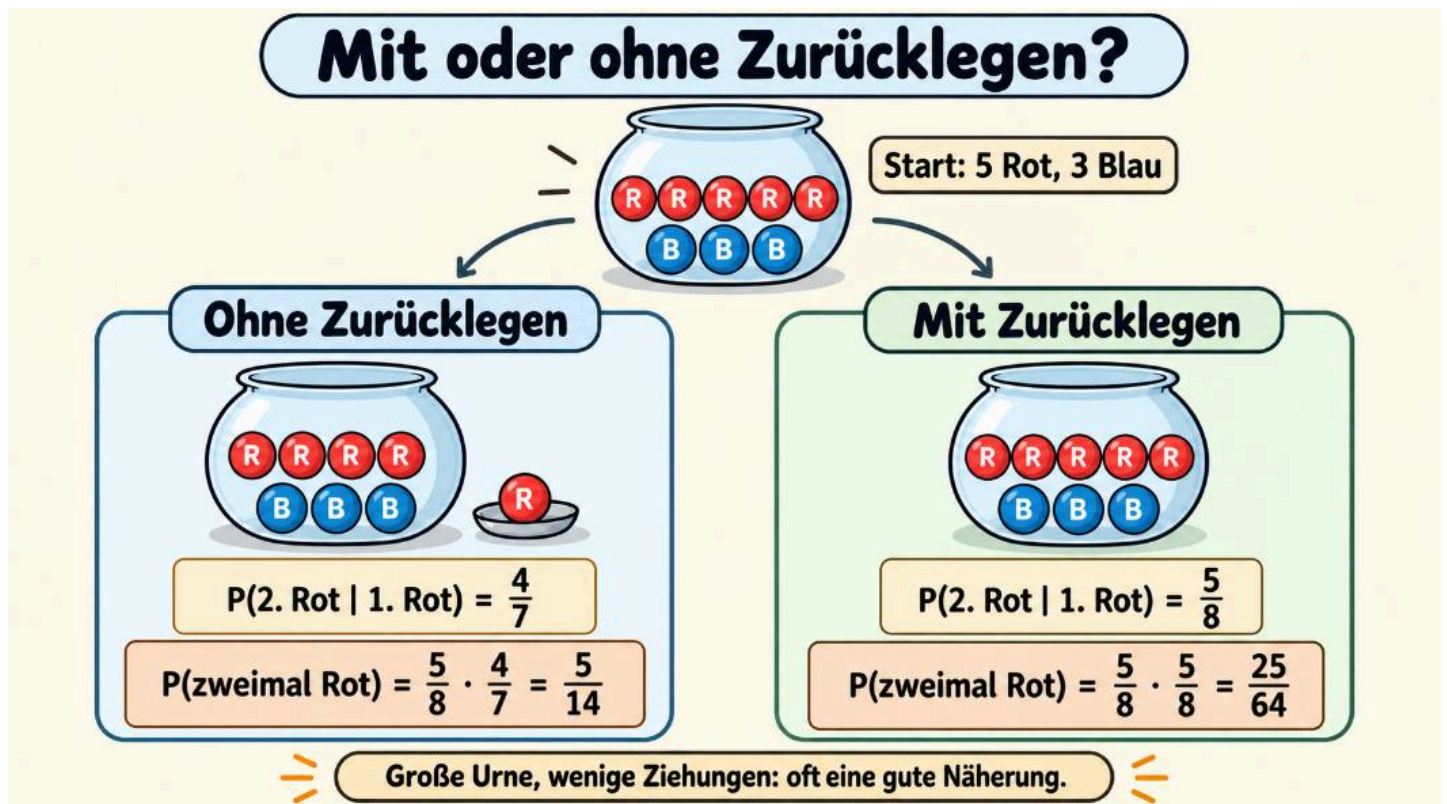
Modelle vergleichen: Ziehen ohne vs. mit Zurücklegen

S. 435

Modelle vergleichen: Ziehen ohne vs. mit Zurücklegen

Lernziel-ID bd63c0fc-50ef-55aa-ae6c-25cf73d02636

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Grundlegende Begriffe und Methoden der Stochastik



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann begründen, wann das Modell "mit Zurücklegen" eine gute Näherung für "ohne Zurücklegen" ist, und dies an konkreten Beispielen (z. B. große Urne) rechnerisch vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Laplace-Wahrscheinlichkeiten ohne Zurücklegen \(hypergeometrisch\)](#)

S. 434

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

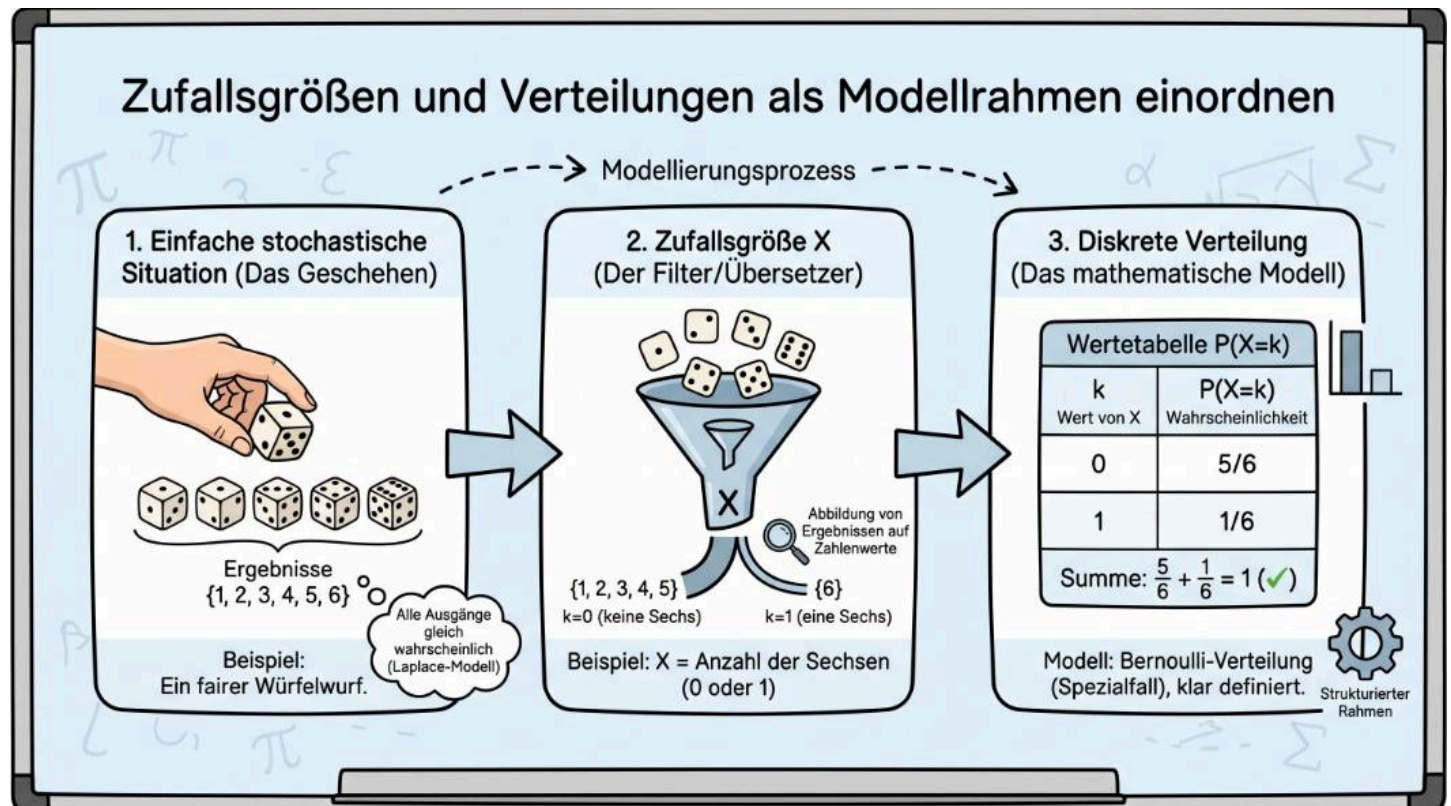
[Zufallsexperimente und Modelle vergleichen](#) 77940875-ad1e-5272-9002-3ca9db810a18

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen

Lernziel-ID da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einfachen stochastischen Situationen eine passende Zufallsgröße und die zugehörige diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung als Modellrahmen beschreiben.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen 09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91	S. 187
Histogramme erstellen und lesen 9df09e4a-d7ea-5ce2-906e-678f8cf978b0	S. 447
Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden (LK) 55d0474b-b82c-59b6-a62a-b6a0a34d9c4b	S. 451
Annähernd normalverteilte Zufallsgrößen in Situationen erkennen (LK) b431148b-526c-4bde-b04b-48d23101d0d3	S. 452
Normalverteilungsdichte über μ, σ und Grapheneigenschaften beschreiben (LK) 7d9c565c-8df1-40ca-b3c6-2d4ec51e9140	S. 453
Dichtefunktion der Normalverteilung angeben und deuten (LK) fd13605e-21d9-523f-bcf4-6824b6cc09e5	S. 454
Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK) 8c320941-b51c-5663-951c-a610f8900f76	S. 456
Statistische Erhebungen exemplarisch planen und dokumentieren 18293a33-a5ff-4a0f-9b6a-085f171cbffe	S. 480
Poisson-Verteilung als Modell seltener Ereignisse nutzen c9a897ca-a0a2-5895-bbc4-23b20640c548	S. 482
Normalverteilung als Approximation binomialer Modelle (LK) 44dba16e-2e86-56be-974b-a62093ef9211	S. 483
Herleitung der Poisson-Verteilung als Grenzfal (LK) 1cef01ad-a250-5a03-8de7-04bdaf465ad8	S. 484

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

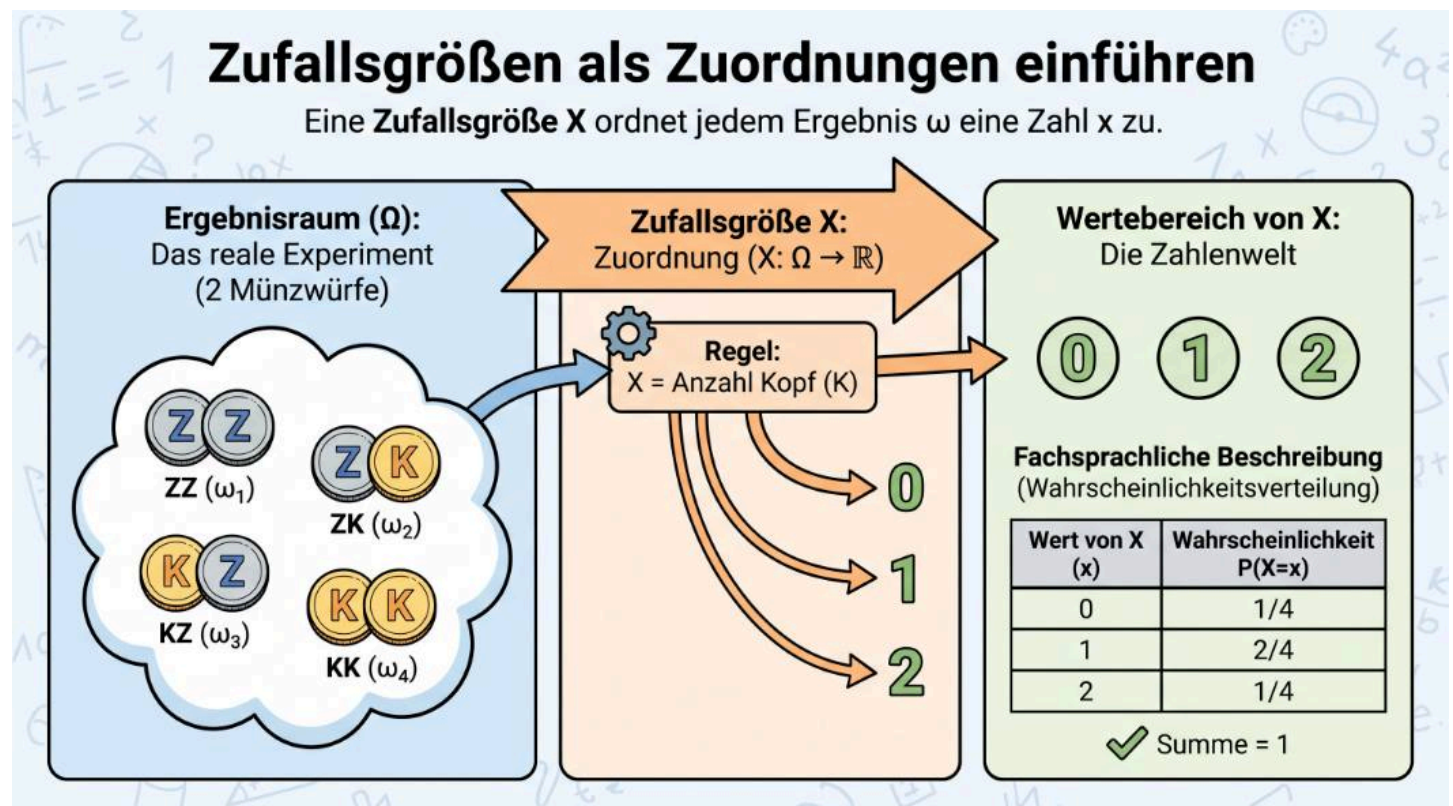
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Zufallsgrößen als Zuordnungen einführen und beschreiben

Lernziel-ID d711bc18-c27c-4739-8289-edac53dc8ba3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zufallsgrößen als Zuordnungen von Ergebnissen auf Zahlen einführen und sie in einfachen diskreten Kontexten fachsprachlich beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einfacher diskreter Zufallsgrößen bestimmen

6053aeda-84f7-4c2c-98d7-1753a7e26dcc

S. 438

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einfacher diskreter Zufallsgrößen bestimmen

Lernziel-ID 6053aeda-84f7-4c2c-98d7-1753a7e26dcc

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)

Erwartungswert und Streuung

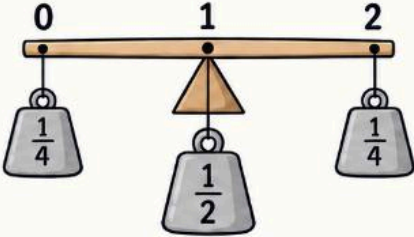
$X = \text{Anzahl Kopf bei zwei fairen Münzwürfen}$

1. Zufallsgröße und Verteilung



x	$P(X = x)$
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$

2. Erwartungswert als Balance



$\mu = E(X) = 1$
Langfristiger Mittelwert

3. Varianz und Standardabweichung

$\text{Var}(X) = \frac{1}{2}$

$\sigma = \sqrt{0,5} \approx 0,71$

σ ist ein Streuungsmaß.

➤ Einzelwerte Können vom Mittelwert abweichen. <=

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für einfache diskrete Zufallsgrößen Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung bestimmen, diese im Kontext deuten und damit einfache Glücksspiele untersuchen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Zufallsgrößen als Zuordnungen einführen und beschreiben](#)

S. 437

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

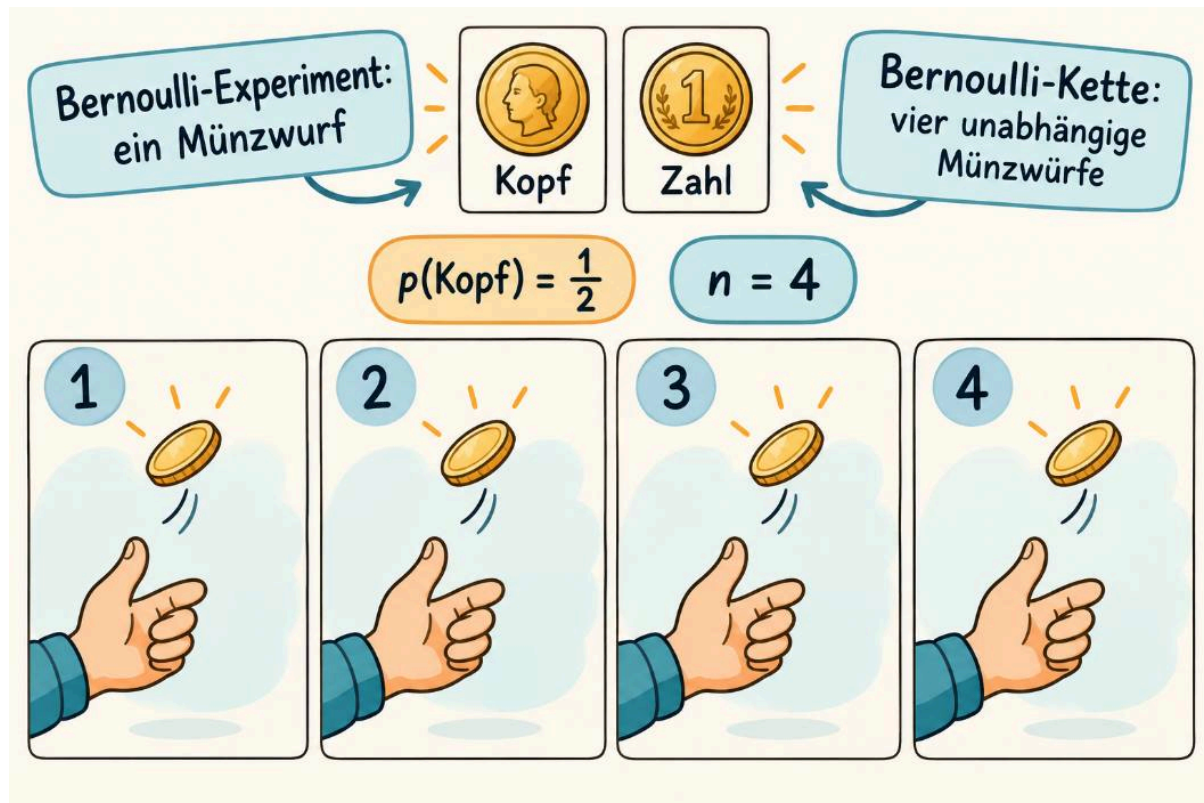
Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren

Lernziel-ID e495fa38-b198-5280-a405-9e41cafd6d17

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) >

Bernoulli-Experimente und -Ketten beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bernoulli-Experimente und Bernoulli-Ketten anhand ihrer Voraussetzungen identifizieren und Länge n sowie Trefferwahrscheinlichkeit p aus dem Kontext angeben.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsexperimente mit Ergebnissen und Ereignissen beschreiben

S. 417

Wird direkt vorausgesetzt von

Die Formel für Binomialwahrscheinlichkeiten an einem Beispiel begründen S. 440
9b6f4d7d-a894-5666-b7ea-85bb3c73da4a

Wahrscheinlichkeiten in Bernoulli-Ketten berechnen S. 441
837b015a-c2a2-5f31-831c-ae16ee2ee6ce

Erwartungswert und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen bestimmen und deuten S. 443
f7879354-1a82-4195-8e3c-a339a820439c

Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten S. 444
aa00edfa-cf8d-500e-994f-7e33a5ebd045

Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen S. 446
7d41b895-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4

Testkennzahlen und Testvariablen bestimmen S. 460
eb2cecd6-5dca-5a2e-988b-a29b24c20345

Die Formel für Binomialwahrscheinlichkeiten an einem Beispiel begründen

Lernziel-ID 9b6f4d7d-a804-5666-b7ea-85bb3c73da4a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) >

Bernoulli-Experimente und -Ketten beschreiben

Genau 2-mal Kopf bei 4 Würfeln
Vier faire, unabhängige Würfe

K K = Kopf **Z** Z = Zahl

1 Muster: 1/16

6 Muster: 6/16

The diagram illustrates the outcomes of 4 independent fair dice rolls (Würfe) where exactly 2 heads (K) and 2 tails (Z) occur. It shows 6 possible patterns (Muster) arranged in two rows of three. The first pattern, K K Z Z, is highlighted with a yellow box and labeled '1 Muster: 1/16'. The other five patterns are shown in blue boxes. At the bottom, a large blue box with arrows on the sides contains the text '6 Muster: 6/16', indicating the total number of favorable outcomes.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an einem passenden Bernoulli-Ketten-Beispiel begründen, warum die Binomialformel für genau k Treffer die Anzahl möglicher Trefferpositionen mit der Wahrscheinlichkeit einer festen Treffer-Niete-Folge multipliziert.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren](#)

S. 439

Wird direkt vorausgesetzt von

[Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten](#)

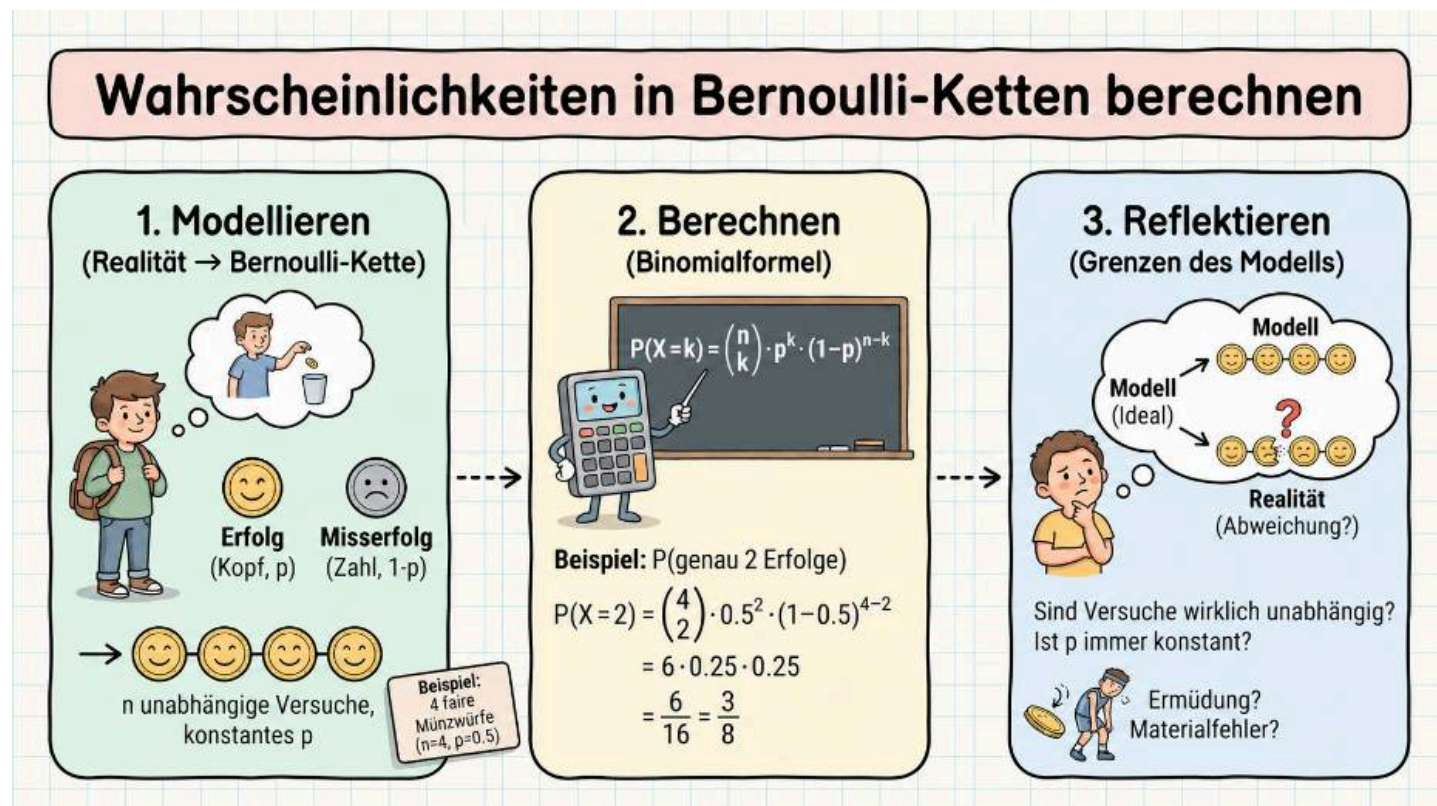
S. 444

Wahrscheinlichkeiten in Bernoulli-Ketten berechnen

Lernziel-ID 837b015a-c2a2-5f31-831c-ae16ee2ee6ce

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Bernoulli-Ketten in Sachzusammenhängen modellieren, mit der Binomialformel Wahrscheinlichkeiten berechnen und die Grenzen solcher Modelle reflektieren.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren](#)

S. 439

Wird direkt vorausgesetzt von

[Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen](#)

S. 462

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#)

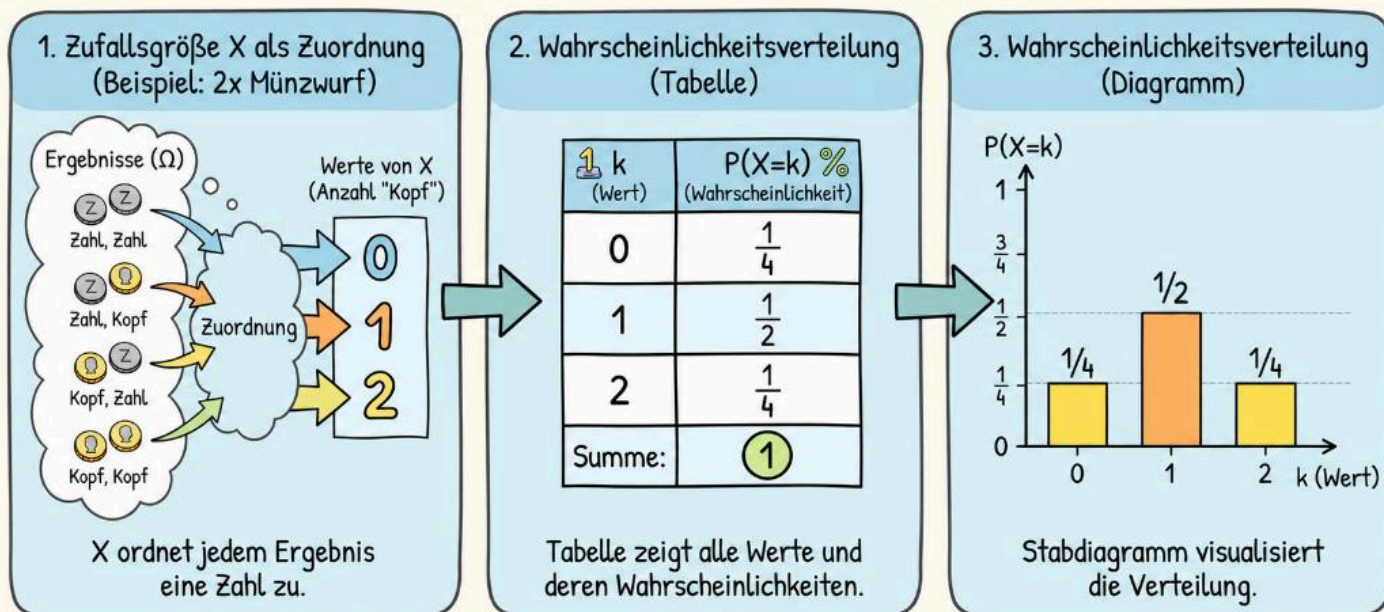
Zufallsgrößen beschreiben und Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Tabellen und Diagrammen nutzen

Lernziel-ID 5927ca6a-91d5-4541-84e9-833bbb2cd7df

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) > Zufallsgrößen und Binomialverteilungen

Zufallsgrößen beschreiben und Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Tabellen und Diagrammen nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zufallsgrößen als Zuordnungen von Ergebnissen beschreiben und diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Tabellen oder Diagrammen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

89f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

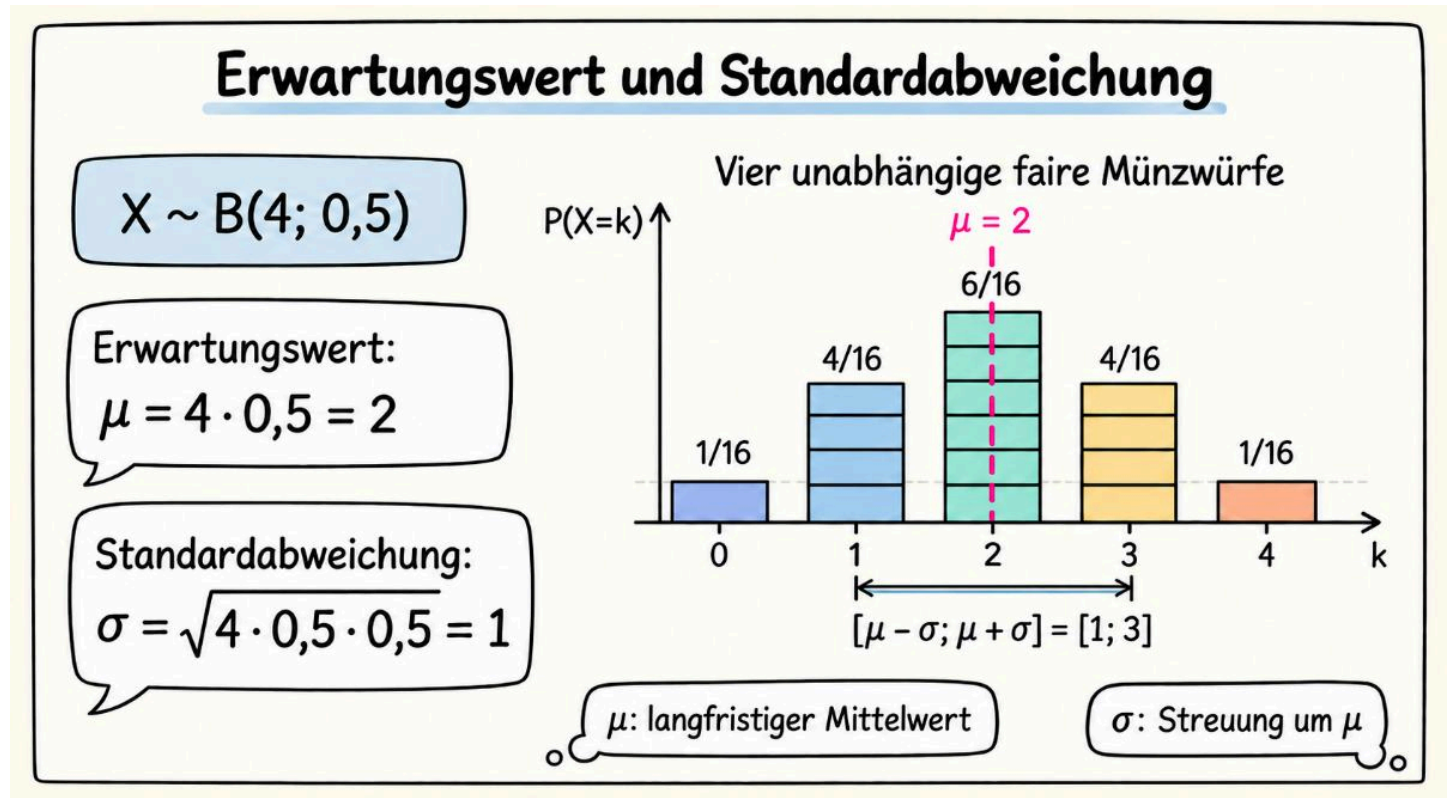
[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Erwartungswert und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen bestimmen und deuten

Lernziel-ID f7879354-1a82-4195-8e3c-a339a820439c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) > Zufallsgrößen und Binomialverteilungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für binomialverteilte Zufallsgrößen Erwartungswert und Standardabweichung berechnen und beide Kenngrößen mit der zugrunde liegenden Situation in Beziehung setzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren](#)

S. 439

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten

Lernziel-ID aa00edfa-cf8d-500e-994f-7e33a5ebd045

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) > Zufallsgrößen und Binomialverteilungen > Punkt-, Intervall- und kumulierte Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine binomialverteilte Zufallsgröße Punkt-, Intervall- und kumulierte Wahrscheinlichkeiten mit Summenschreibweise oder digitalen Werkzeugen bestimmen und die Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren e495fa38-b198-5280-a495-9e41cafd6d17	S. 439	Die Formel für Binomialwahrscheinlichkeiten an einem Beispiel begründen 9b6f4d7d-a804-5666-b7ea-85bb3c73da4a	S. 440
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Inverse Fragestellungen zu Binomialverteilungen lösen 9de07e13-6a5f-5b49-a6d4-0decefb95784	S. 445	Wahrscheinlichkeiten anhand von Termen vergleichen d8395a49-6d45-52aa-ab88-9163c3b9f198	S. 598	Zufallsexperimente und Ereignisse aus Termen formulieren 21fa0c22-976e-59b3-a871-899f0c0177f3	S. 599
--	--------	---	--------	---	--------

Inverse Fragestellungen zu Binomialverteilungen lösen

Lernziel-ID 9de07e13-6a5f-5b49-a6d4-0decefb95784

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik](#) > [Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen \(Überblick\)](#) > [Zufallsgrößen und Binomialverteilungen](#) > [Punkt-, Intervall- und kumulierte Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten](#)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei vorgegebener Binomialwahrscheinlichkeit systematisch einen unbekannten Wert von n , p oder einer Ereignisgrenze k bestimmen und die gefundene Lösung im Kontext prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten

aa00edfa-cf8d-500e-994f-7e33a5ebd045

S. 444

Wird direkt vorausgesetzt von

Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen

677be619-5f0a-59bf-9730-0071c7d3f150

S. 462

Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen

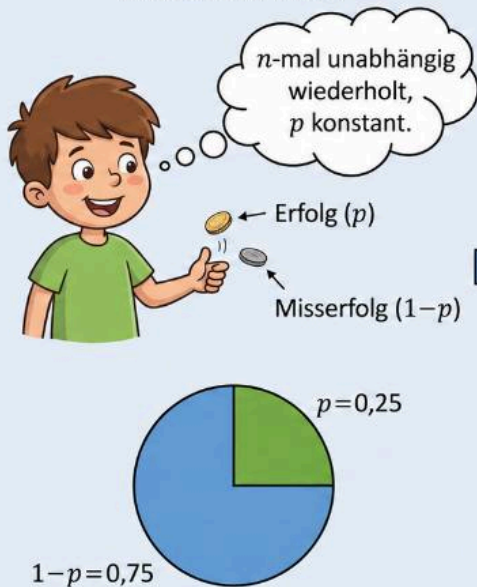
Lernziel-ID 7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

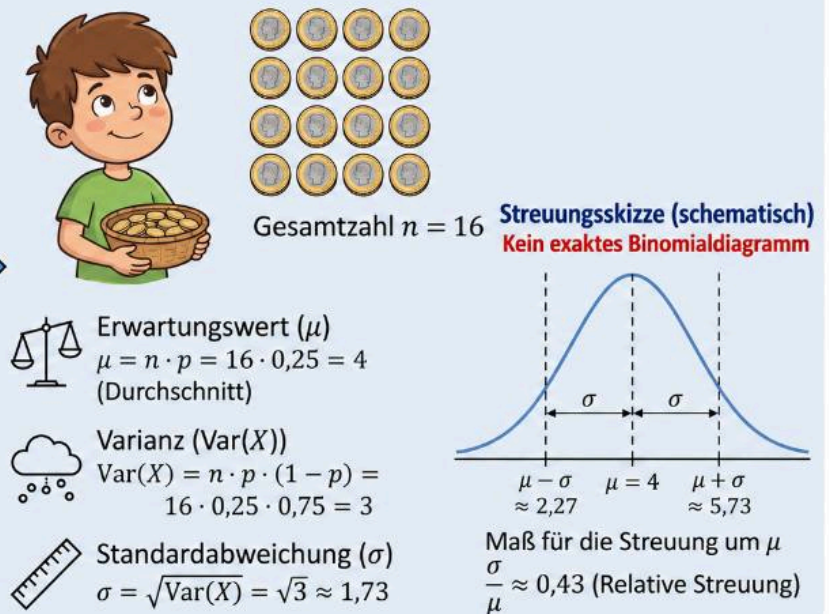
Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)

Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen

Bernoulli-Situation (Einzelexperiment)



Binomialverteilung $X \sim B(n, p)$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für binomialverteilte Zufallsgrößen Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung berechnen und diese mit der zugrunde liegenden Bernoulli-Situation in Beziehung setzen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren

e495fa38-b198-5280-a405-9e41cafd6d17

S. 439

Wird direkt vorausgesetzt von

Histogramme erstellen und lesen 9dfd0e4a-d7ea-5ce2-906e-678f0cf978b0 S. 447	Einfluss von n und p auf Binomialverteilungen analysieren 42d300e3-e982-5889-98d7-fc297f10eff1 S. 448	Relative Streuung binomialverteilter Zufallsgrößen berechnen (LK) 5b54f272-f588-5009-8b42-eb15f846d3e2 S. 449	Binomialverteilungen in Kontexten nutzen 66f432e9-22d3-51a9-8787-35f91db30616 S. 450
Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK) 8c32d941-b51c-5663-951c-a610f8990f76 S. 456	Argumentationsmuster von Hypothesentests erläutern d1910e24-bd21-4b51-9f9a-d8c5c5e63e5b S. 458	Null- und Alternativhypothesen formulieren f14e1643-ad8d-5235-a832-97987fa18489 S. 459	Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden 8ad2c9c4-9362-5cb9-8fc1-e3815bfa504d S. 461
Gütefunktion und Teststärke untersuchen (LK) 82bce6e8-7dc7-501a-a4f6-df8a3b9905e3c S. 467	Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten bestimmen f85419c4-63ac-5d6d-b73b-fcb12a0ff89f S. 469	Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten berechnen 5f328147-619c-568d-9a0d-e1787ca0c01b S. 470	

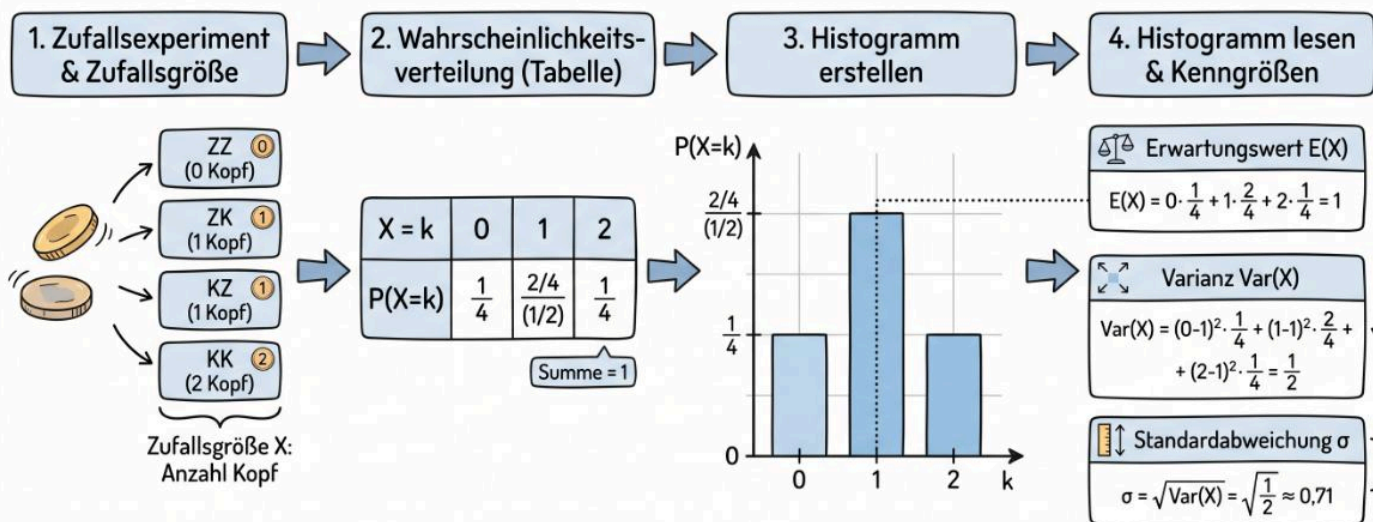
Histogramme erstellen und lesen

Lernziel-ID 9dfd0e4a-d7ea-5ce2-906e-678f0cf978b0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) > Zufallsgrößen und Binomialverteilungen

Histogramme erstellen und lesen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Histogramme diskreter Zufallsgrößen erstellen, lesen und mit Kenngrößen (Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung) in einfachen Beispielen verknüpfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54	S. 436	Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

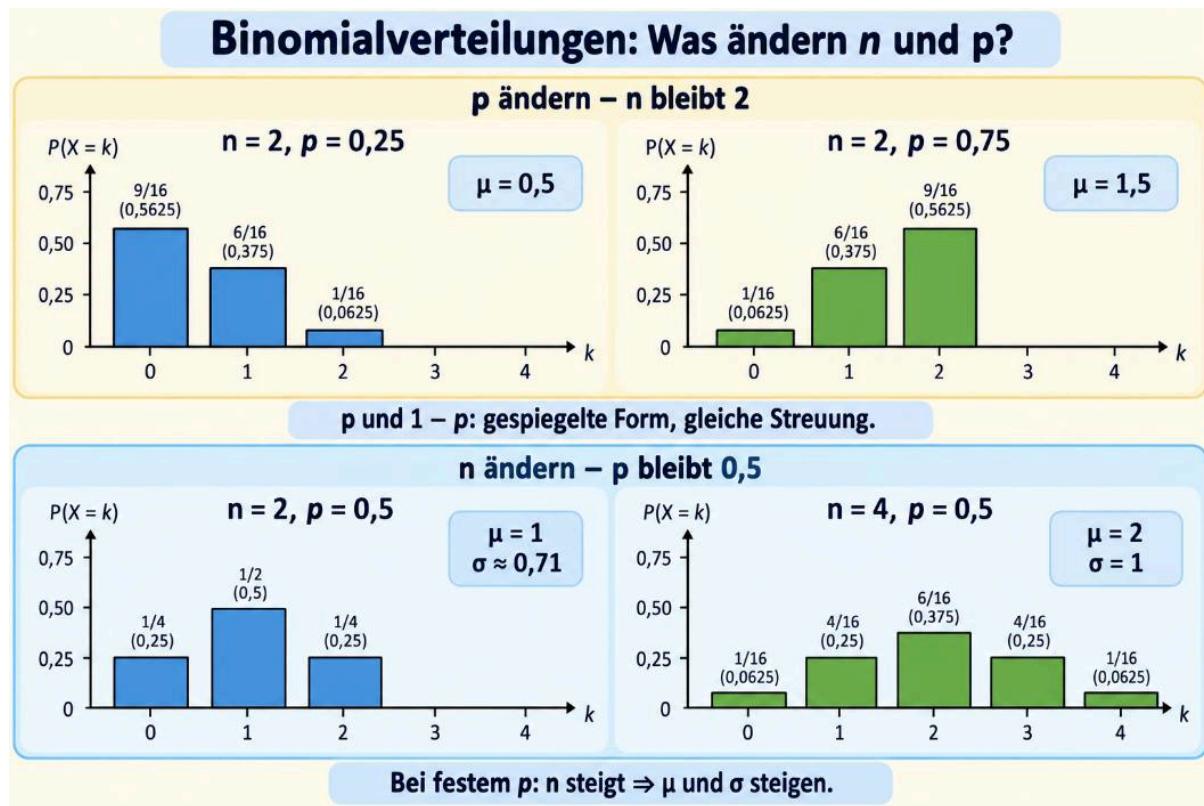
Einfluss von n und p auf Binomialverteilungen analysieren 42d300e3-e982-5889-98d7-fc297f10eff1	S. 448	Binomialverteilungen in Kontexten nutzen 66f432e9-22d3-51a9-8787-35f91db30616	S. 450	Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden 8ad2c9c4-9362-5cb9-8fc1-e3815bfa504d	S. 461	Daten mit Verteilungen vergleichen 84069c5e-5526-57c1-9417-a886ccfd3f66	S. 477
--	--------	---	--------	---	--------	---	--------

Einfluss von n und p auf Binomialverteilungen analysieren

Lernziel-ID 42d300e3-e982-5889-98d7-fc297f10eff1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand von Histogrammen untersuchen, wie sich die Parameter n und p auf Lage, Streuung und Symmetrie binomialverteilter Zufallsgrößen auswirken, und entsprechende Vergleiche an Beispielen begründen.

Geltung

BB, BE, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen

7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4

S. 446

Histogramme erstellen und lesen

9dfd0e4a-d7ea-5ce2-906e-678f0cf978b0

S. 447

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

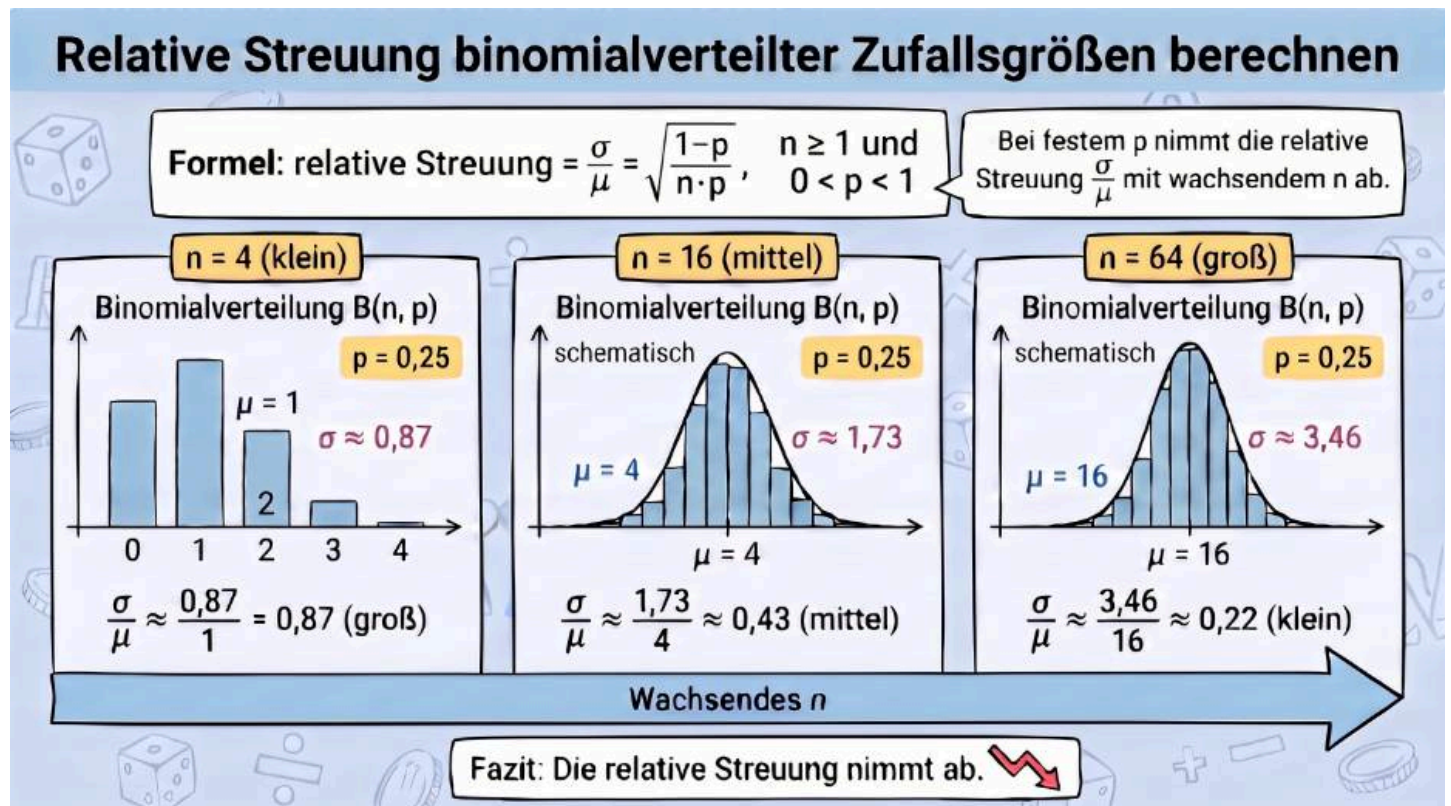
[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Relative Streuung binomialverteilter Zufallsgrößen berechnen (LK)

Lernziel-ID 5b54f272-f588-5009-8b42-eb15f846d3e2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die relative Streuung (Variationskoeffizient) σ/μ einer Binomialverteilung mit $n \geq 1$ und $0 < p < 1$ berechnen und zeigen, dass sie bei festem p mit wachsendem n abnimmt (z. B. $\sigma/\mu = \sqrt{\frac{1-p}{n \cdot p}}$).

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen

7d41b805-9fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4

S. 446

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Binomialverteilungen in Kontexten nutzen

Lernziel-ID 66f432e9-22d3-51a9-8787-35f91db30616

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)

Binomialverteilungen in Kontexten nutzen

1. Situationen modellieren (Voraussetzungen prüfen)

n fix (4 Würfe)
unabhängig (kein Einfluss)
2 Ausgänge (Kopf/Zahl)
p konstant ($p=0.5$)

Modell:
 $X = \text{Anzahl "Kopf"}$

2. Typische Eigenschaften (Histogramm)

Histogramm für $X \sim B(4, 0.5)$

Maximum bei $\mu = n \cdot p = 2$
Symmetrisch für $p=0.5$

k (Anzahl Erfolge)	P(X=k)
0	1/16
1	4/16
2	6/16
3	4/16
4	1/16

Eigenschaft:
Typische Form erkennen

3. Eignung kritisch beurteilen (Modellkritik)

Treffer/Fehlwurf
0 : 0

p wirklich konstant? (Ermüdung?)
Unabhängig? ("Hot Hand")

Fazit: Modell passt nicht perfekt.
Voraussetzungen kritisch hinterfragen!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geeignete Situationen als binomialverteilte Zufallsgrößen modellieren, anhand von Histogrammen typische Eigenschaften erkennen und die Eignung des Modells kritisch beurteilen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kenngroßen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446	Histogramme erstellen und lesen 9dfd0e4a-d7ea-5ce2-906e-678f0cf978b0	S. 447
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Poisson-Verteilung als Modell seltener Ereignisse nutzen c9a897ca-a0a2-5895-bbc4-23b20840c548	S. 482	Normalverteilung als Approximation binomialer Modelle (LK) 44dba16e-2e86-56be-974b-a62093ef9211	S. 483	Herleitung der Poisson-Verteilung als Grenzfall (LK) 1cefdd1ad-a250-5a03-8de7-04bdaf465ad8	S. 484
---	--------	---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

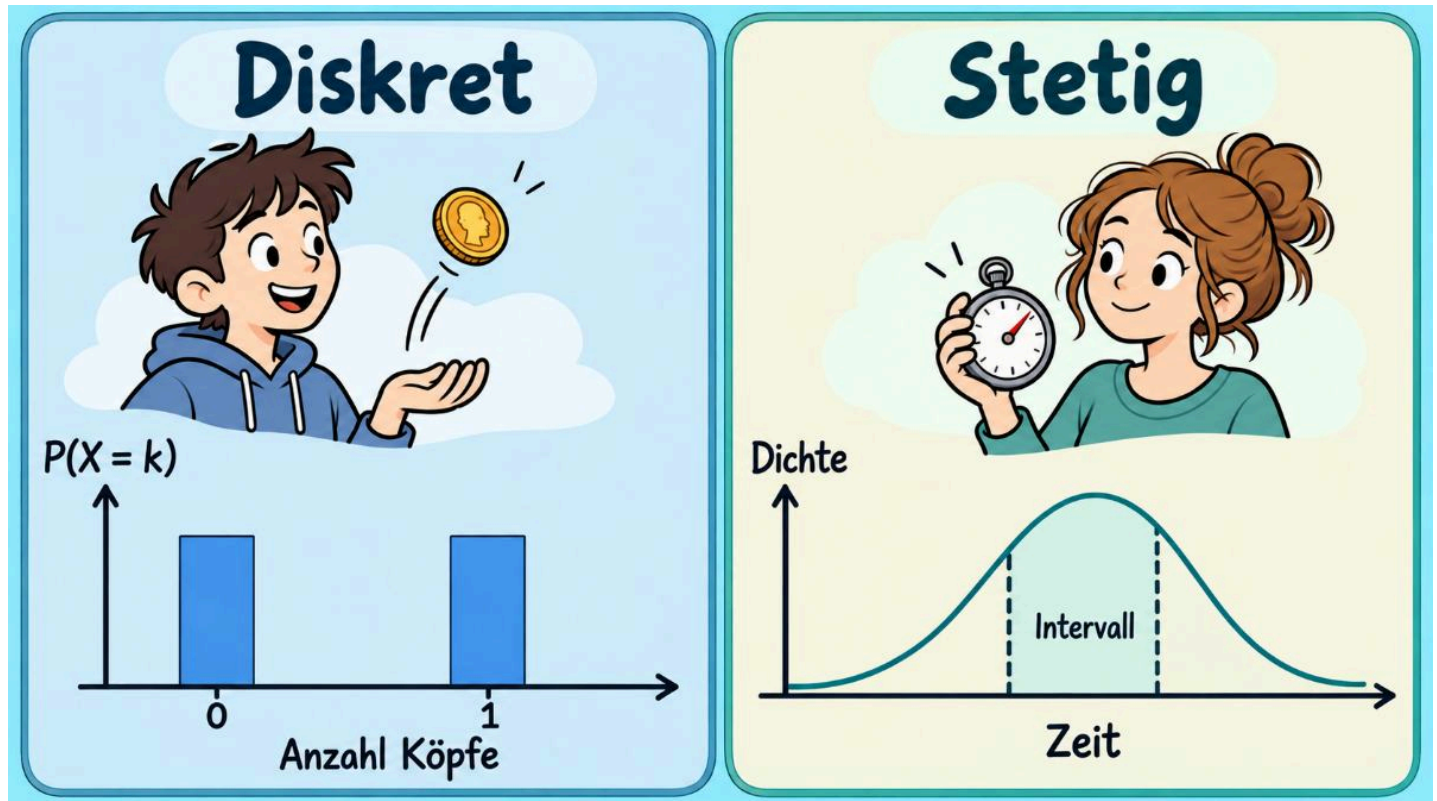
Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden (LK)

Lernziel-ID 55d0474b-b82c-59b6-a62a-b6a0a34d9c4b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) >

Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann diskrete und stetige Zufallsgrößen anhand ihres Wertebereichs und der Art ihrer Wahrscheinlichkeitsbeschreibung unterscheiden und passende Beispiele begründet zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen

da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54

S. 436

Wird direkt vorausgesetzt von

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung als Integralfunktion deuten (LK)

a7778885-17aa-5eeb-a6a7-fbf4c8d55a16

S. 455

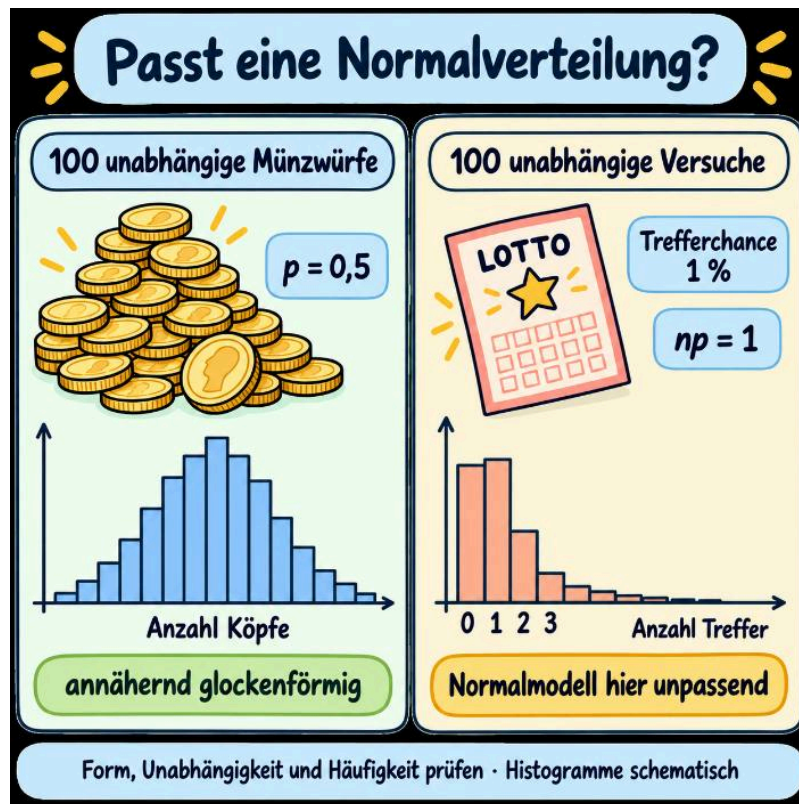
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Diskrete und stetige Zufallsgrößen sowie Normalverteilungsfragen bearbeiten \(LK\)](#) 14e48ac8-9666-5bf5-a011-870d62b8e597

Annähernd normalverteilte Zufallsgrößen in Situationen erkennen (LK)

Lernziel-ID b431148b-526c-4bde-b04b-48d23101d0d3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in stochastischen Situationen begründet einschätzen, ob eine Zufallsgröße annähernd normalverteilt sein kann.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen](#)

da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54

S. 436

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

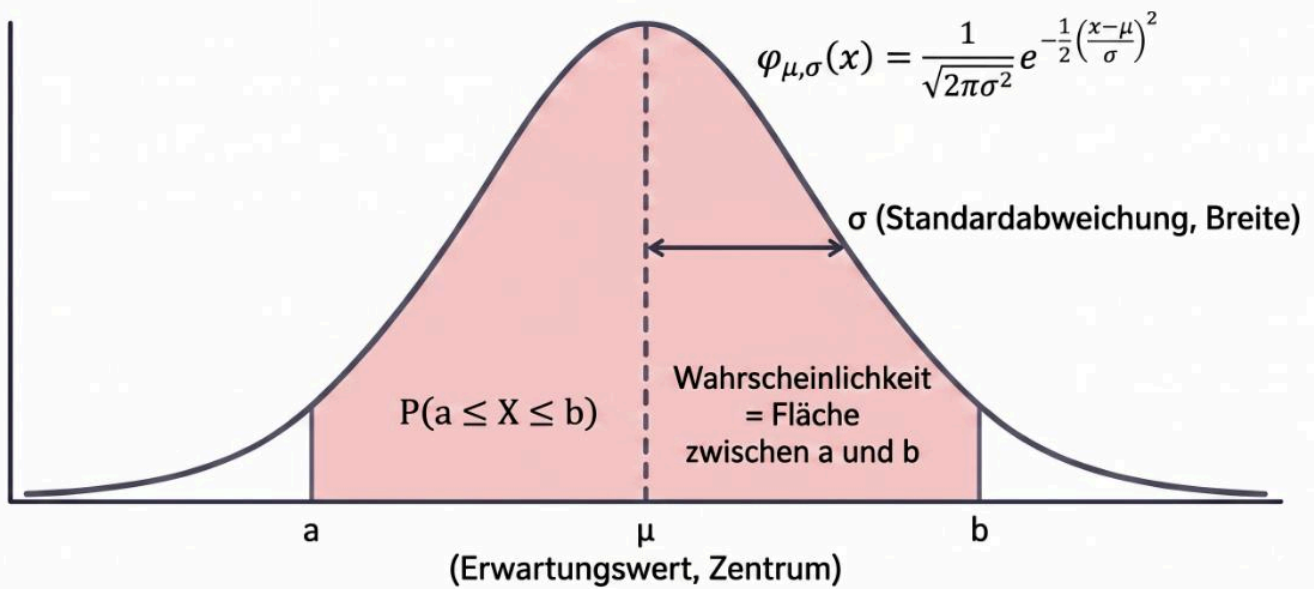
Dichtefunktion der Normalverteilung angeben und deuten (LK)

Lernziel-ID fd13605e-21d9-523f-bcf4-6824b6cc09e5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick)

Dichtefunktion der Normalverteilung angeben und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Dichtefunktion der Normalverteilung $\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ angeben, die Rolle der Parameter μ und σ erläutern und grundlegende Eigenschaften interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen

da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54

S. 436

Wird direkt vorausgesetzt von

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung als Integralfunktion deuten (LK)

a7778885-17aa-5eeb-a6a7-fbf4c8d55a16

S. 455

Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK)

8c32d941-b51c-5663-951c-a610f8900f76

S. 456

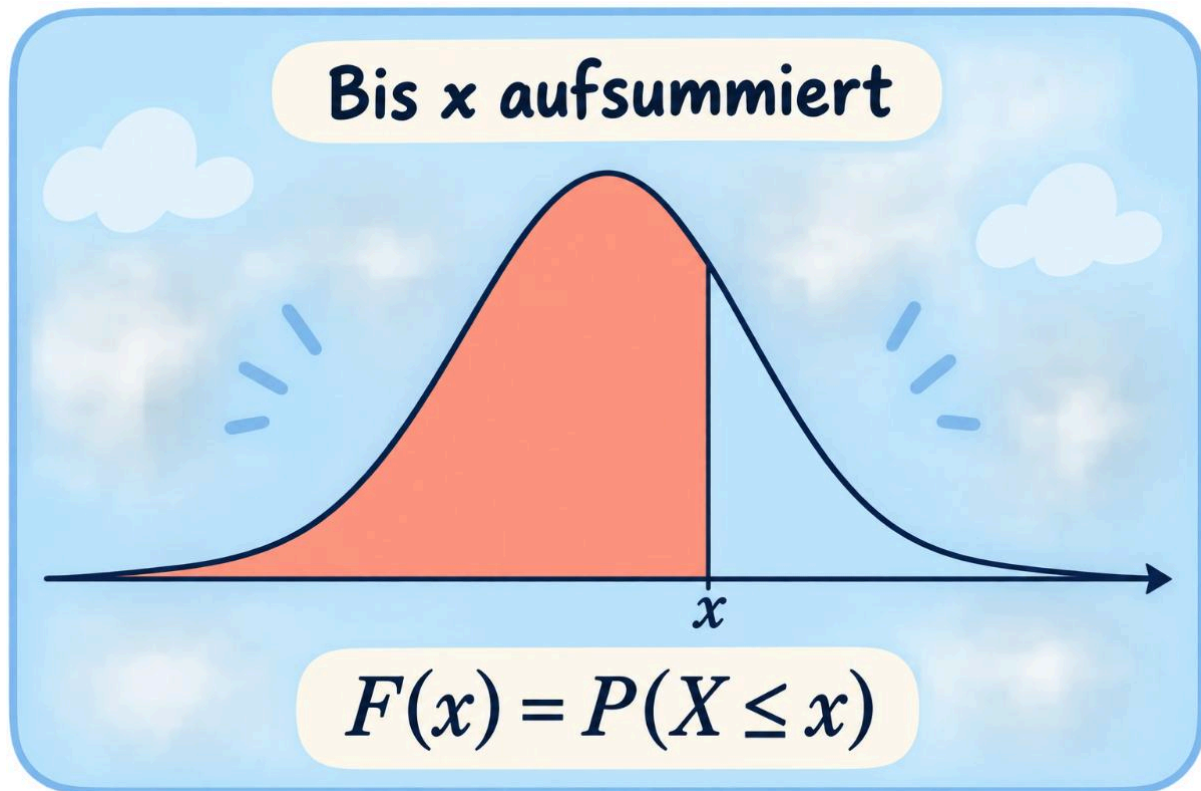
Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung als Integralfunktion deuten (LK)

Lernziel-ID a7778885-17aa-5eeb-a6a7-fbf4c8d55a16

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) >

Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und Verteilungsfunktion als Integralfunktion deuten (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Wert der Verteilungsfunktion einer Normalverteilung bei x als Integral ihrer Dichte von $-\infty$ bis x und damit als bis x aufsummierte Wahrscheinlichkeit deuten und den Zusammenhang zwischen Dichtegrph, Fläche und Verteilungswert erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden (LK)

S. 451

Dichtefunktion der Normalverteilung angeben und deuten (LK)

S. 454

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

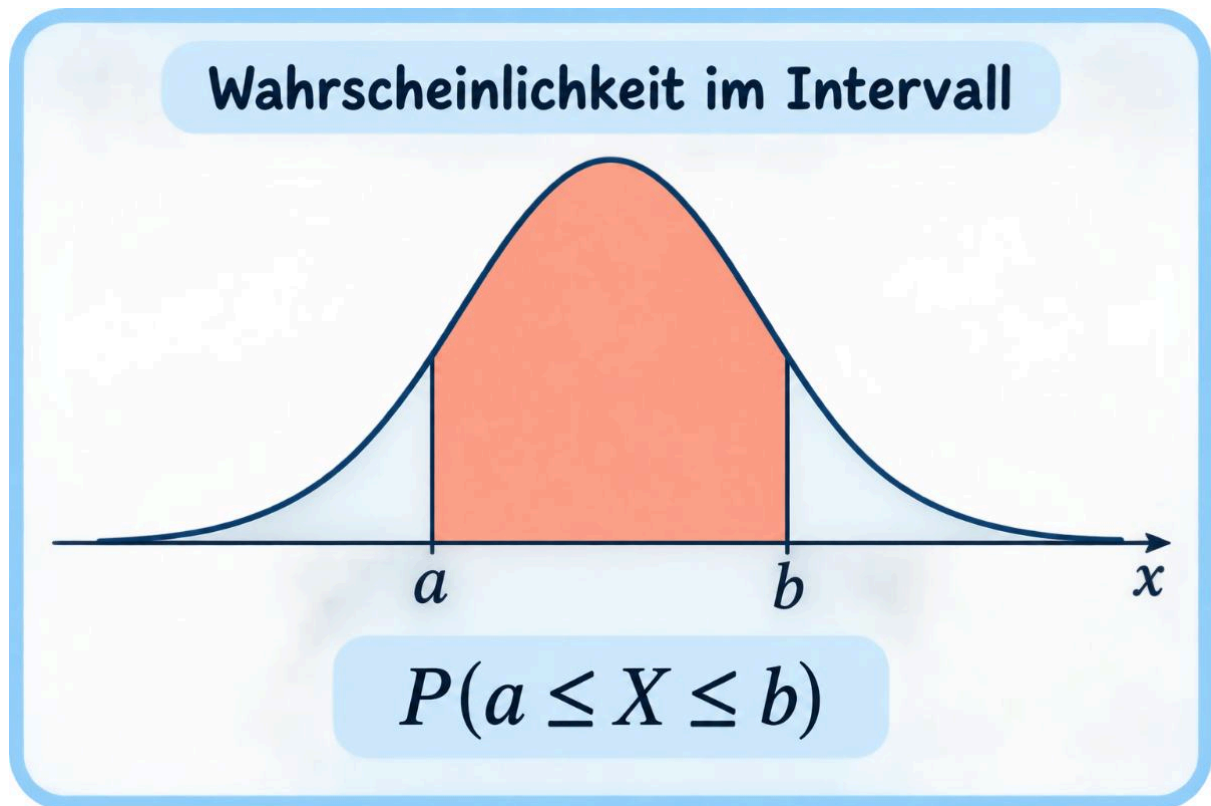
[Diskrete und stetige Zufallsgrößen sowie Normalverteilungsfragen bearbeiten \(LK\)](#) 14e40ac8-9666-5bf5-a011-870d62b8e597

Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK)

Lernziel-ID 8c32d941-b51c-5663-951c-a610f8900f76

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen > Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Überblick) > Mit der Normalverteilung rechnen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen in Sachzusammenhängen mit digitalen Werkzeugen oder als Flächen unter dem Dichtegraphen bestimmen und im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54	S. 436	Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446	Dichtefunktion der Normalverteilung angeben und deuten (LK) fd13605e-21d9-523f-bcf4-6824b6cc09e5	S. 454
---	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Inverse Fragestellungen zur Normalverteilung lösen (LK) c406d5a0-e81d-5ce9-b535-6512a38798de	S. 457	Normalverteilung als Approximation binomialer Modelle (LK) 44dba16e-2e86-56be-974b-a62093ef9211	S. 483	Normalverteilung zur Modellierung von Messdaten verwenden (LK) 5dbf149c-d335-552c-a918-768a12e09201	S. 485
---	--------	--	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Verteilungen in Kontexten nutzen](#) 9cf020ee-4f6b-554e-97d6-eca3e2aabe99

Inverse Fragestellungen zur Normalverteilung lösen (LK)

Lernziel-ID c406d5a0-e81d-5ce9-b535-6512a38798de

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik](#) >

[Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen \(Überblick\)](#) > [Mit der Normalverteilung rechnen \(LK\)](#)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei vorgegebener Normalwahrscheinlichkeit unbekannte Intervallgrenzen oder einen unbekannten Verteilungsparameter systematisch bestimmen und die Lösung im Kontext prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK)

8c32d941-b51c-5663-951c-a610f8900f76

S. 456

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Diskrete und stetige Zufallsgrößen sowie Normalverteilungsfragen bearbeiten \(LK\)](#) 14e40ac8-9666-5bf5-a011-870d62b8e597

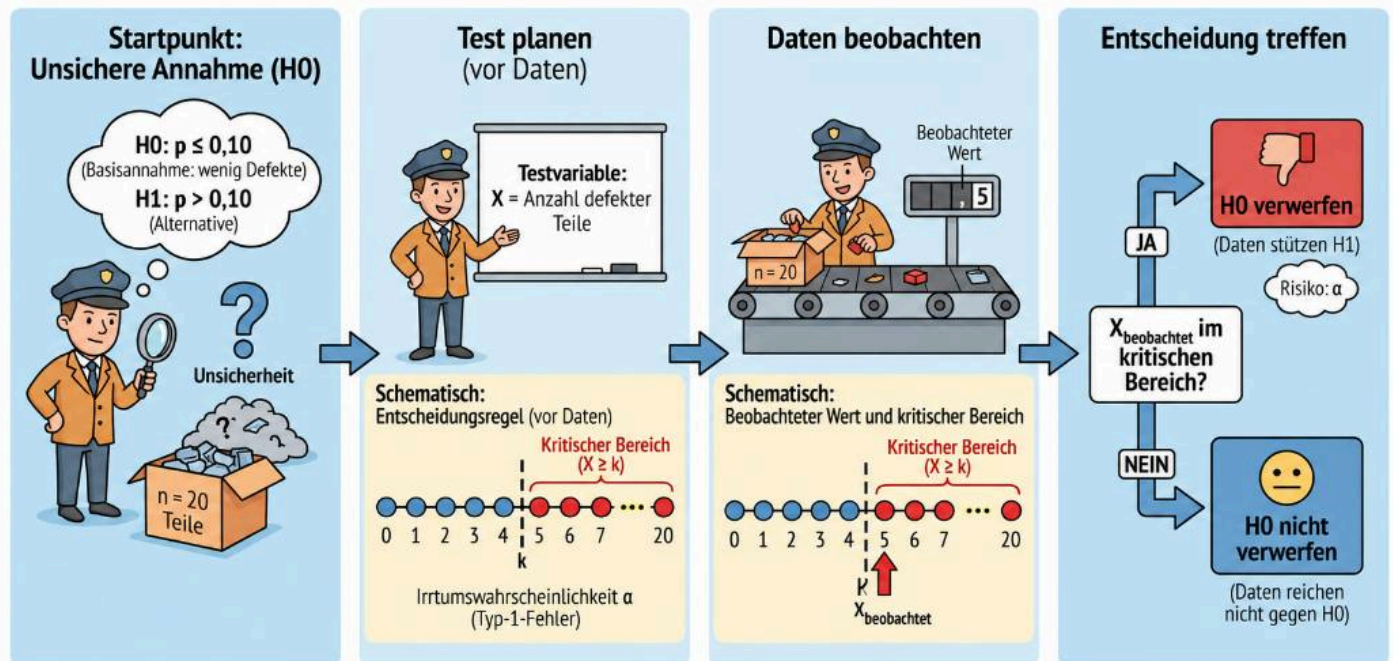
Argumentationsmuster von Hypothesentests erläutern

Lernziel-ID d1910e24-bd21-4b51-9f9a-d8c5c5e63e5b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Hypothesentests und Testbewertung

Argumentationsmuster von Hypothesentests erläutern



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Grundidee eines Hypothesentests erläutern: Eine Nullhypothese wird unter Unsicherheit geprüft, ein kritischer Bereich wird festgelegt und die Entscheidung wird mit einer möglichen Irrtumswahrscheinlichkeit verbunden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen
7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4

S. 446

Wird direkt vorausgesetzt von

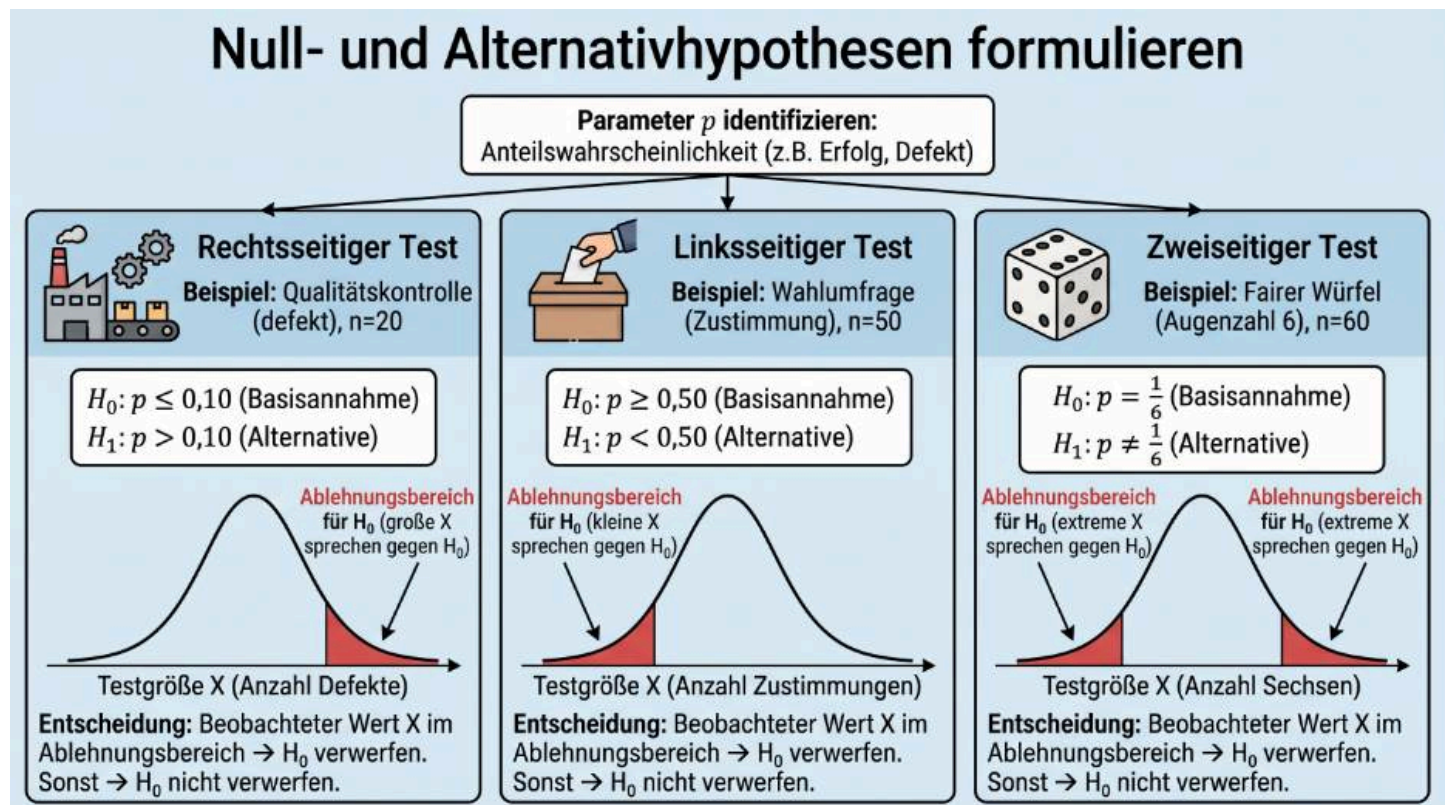
Null- und Alternativhypothesen formulieren
f14e1643-ad8d-5235-a832-97987fa18489

S. 459

Null- und Alternativhypothesen formulieren

Lernziel-ID f14e1643-ad8d-5235-a832-97987fa18489

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Hypothesentests und Testbewertung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu Anteilsfragestellungen eine Nullhypothese und eine passende rechts-, links- oder zweiseitige Alternativhypothese für einen binomialen Signifikanztest formulieren und den Parameter p identifizieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen 09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91	S. 187	Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-0f08-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446	Argumentationsmuster von Hypothesentests erläutern d1910e24-bd21-4b51-9f9a-d8c5c5e63e5b	S. 458
---	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Testkennzahlen und Testvariablen bestimmen eb2cecd6-5dca-5a2e-988b-a29b24c20345	S. 460
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

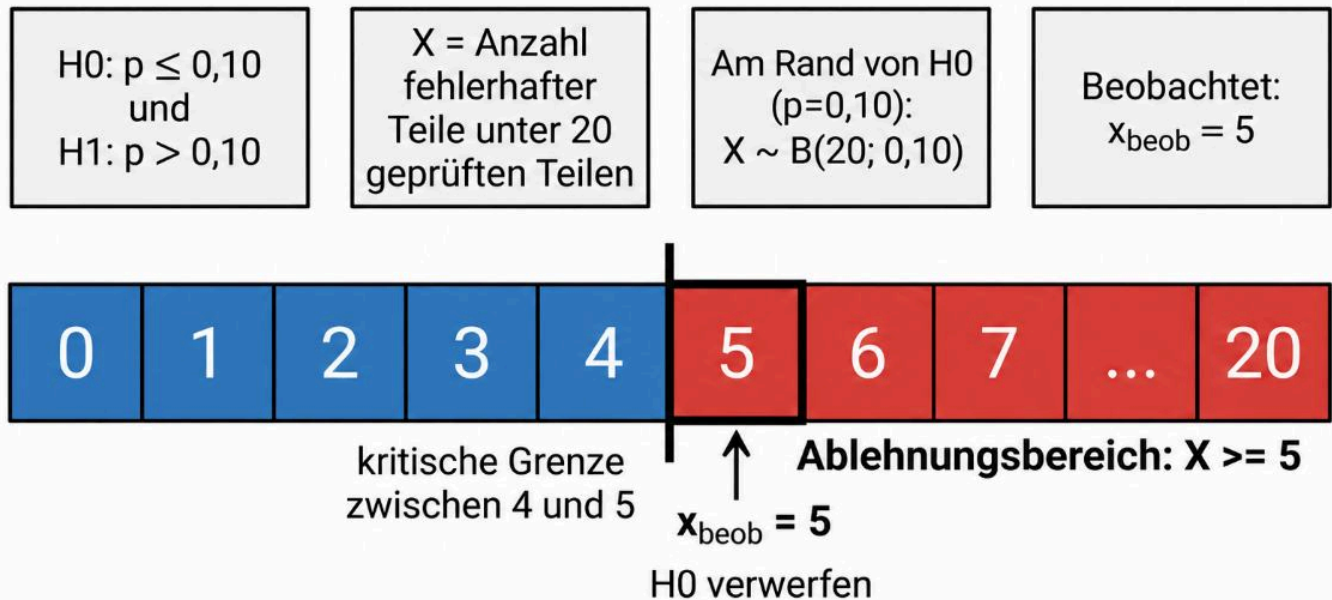
Testkennzahlen und Testvariablen bestimmen

Lernziel-ID eb2cecd6-5dca-5a2e-988b-a29b24c20345

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Hypothesentests und Testbewertung

Testkennzahlen und Testvariablen bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für Hypothesentests bei Anteilen eine geeignete Zufallsgröße definieren, deren Verteilung unter der Nullhypothese angeben und zu Beobachtungen passende Testkennzahlen bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bernoulli-Experimente und -Ketten identifizieren und parametrisieren S. 439
e495fa38-b198-5280-a405-9e41cafd6d17

Null- und Alternativhypothesen formulieren S. 459
f14e1643-ad8d-5235-a832-97987fa18489

Wird direkt vorausgesetzt von

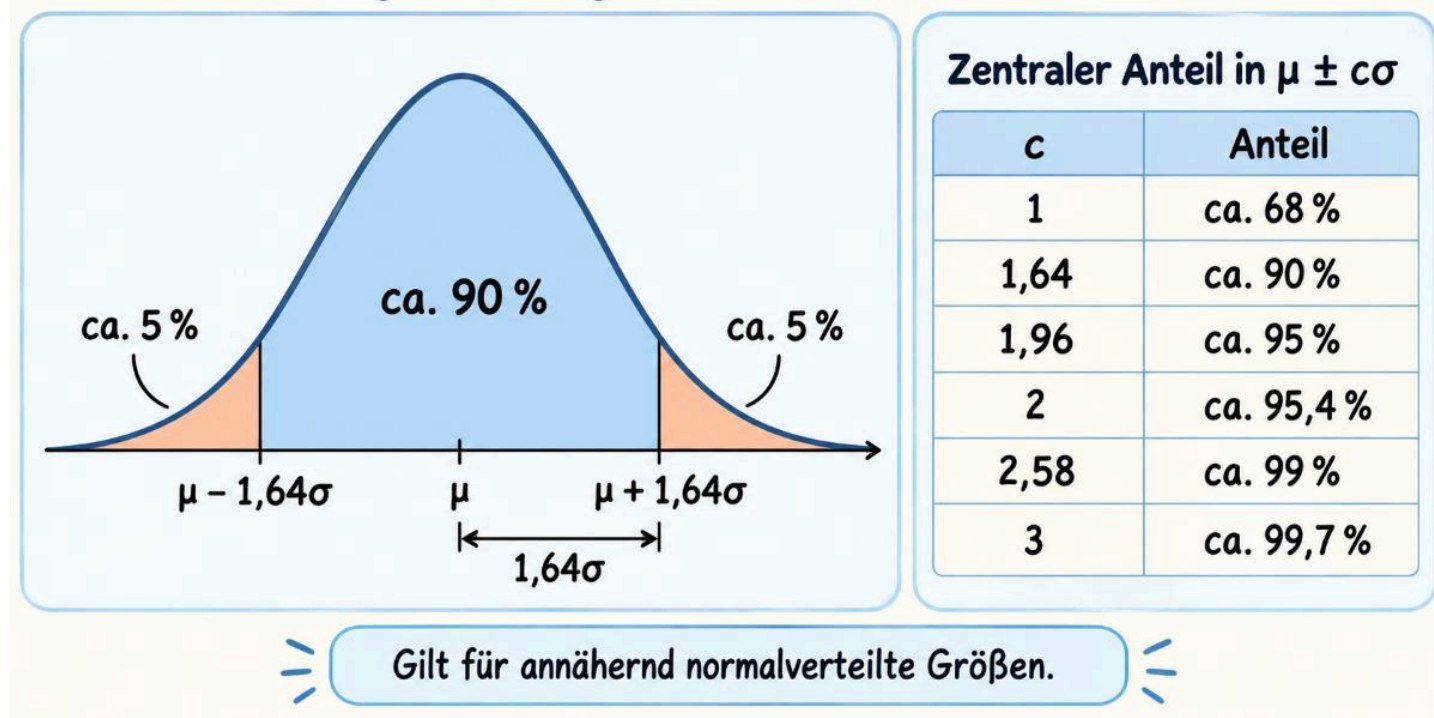
Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen S. 462
677be619-5f0a-590f-9730-0071c7d3f150

Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden

Lernziel-ID 8ad2c9c4-9362-5cb9-8fc1-e3815bfa504d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung

Sigma-Regeln: Mitte und Rand



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an Histogrammen, Dichtegraphen und Diagrammen annähernd normalverteilter Größen ablesen, welcher Anteil der Werte in σ -Umgebungen um den Mittelwert liegt, und die Sigma- beziehungsweise Quantilregeln für 1σ , $1,64\sigma$, $1,96\sigma$, 2σ , $2,58\sigma$ und 3σ qualitativ erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

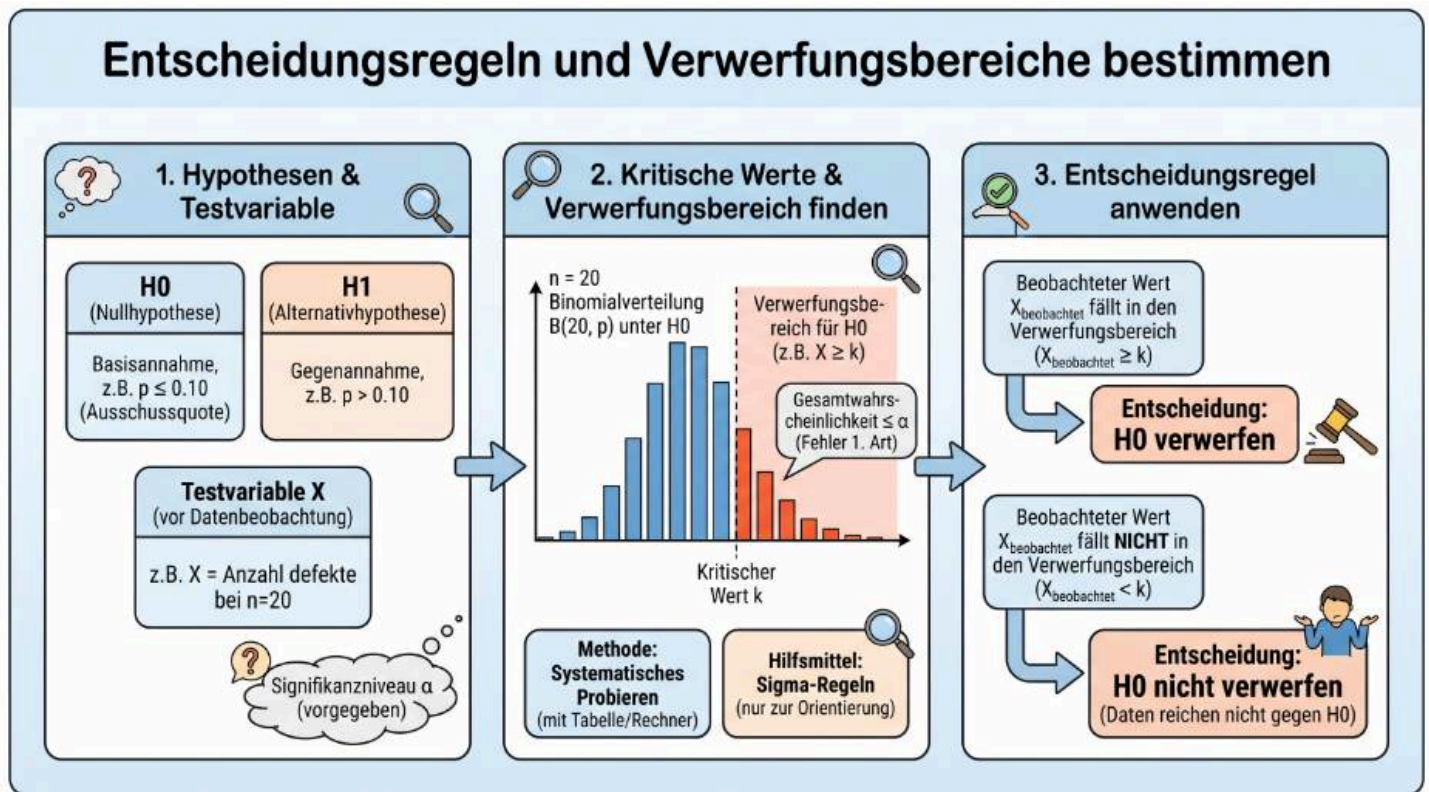
Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446	Histogramme erstellen und lesen 9dfd0e4a-d7ea-5ce2-906e-678f0cf978b0	S. 447
Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen 677be619-5f0a-59bf-9730-0071c7d3f150	S. 462	Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten bestimmen f85419c4-63ac-5d6d-b73b-fcb12a0ff89f	S. 469
		Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten berechnen 5f328147-619c-568d-9a0d-e1787ca0c01b	S. 470
		Normalverteilung zur Modellierung von Messdaten verwenden (LK) 5dbf149c-d335-552c-a918-768a12e09201	S. 485

Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen

Lernziel-ID 677be619-5f0a-59bf-9730-0071c7d3f150

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Hypothesentests und Testbewertung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu vorgegebenen Signifikanzniveaus Entscheidungsregeln sowie kritische Werte beziehungsweise Verwerfungsbereiche für ein- oder zweiseitige binomiale Tests bestimmen und Sigma-Regeln als mögliches Näherungshilfsmittel einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Wahrscheinlichkeiten in Bernoulli-Ketten berechnen S. 441 837b015a-c2a2-5f31-831c-ae16ee2ee6ce	Inverse Fragestellungen zu Binomialverteilungen lösen S. 445 9de07e13-6a5f-5b49-a6d4-0decefb95784	Testkennzahlen und Testvariablen bestimmen S. 460 eb2cecd6-5dca-5a2e-988b-a29b24c20345	Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden S. 461 8ad2c9c4-9362-5cb9-8fc1-e3815bfa504d
--	---	--	--

Wird direkt vorausgesetzt von

Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen S. 463 78bfbd4-8e16-529e-bd53-4e29d960b2b2	Hypothesentests bei verändertem Stichprobenumfang variieren S. 466 ae483d98-54e0-5985-96d2-fc1351d22e4f	Gütefunktion und Teststärke untersuchen (LK) S. 467 82bce6e8-7dc7-501a-a4f6-df8a3b905e3c	Entscheidungsregel oder Stichprobenumfang aus Gütefunktionsgraphen bestimmen (LK) S. 600 ae3483e3-4712-56a1-a881-2e1f8a1a8df9
---	---	--	---

Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen

Lernziel-ID 78bfbd4-8e16-529e-bd53-4e29d960b2b2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Hypothesentests und Testbewertung



Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen (α und β)



1. Entscheidungsregel festlegen



Hypothesen:
 $H_0: p \leq 0,10$ (Ausschuss gering) |
 $H_1: p > 0,10$ (Ausschuss zu hoch)

Testgröße:
 $X = \text{Anzahl defekte Teile}$

Ablehnungsbereich für H_0 :
 $X \geq k$ (z.B. $k=5$)

2. Fehlerwahrscheinlichkeiten bestimmen

Szenario 1: H_0 ist WAHR ($p=0,10$)

Fehlerereignis: $X \geq 5$

$\alpha = P(H_0 \text{ ablehnen} | H_0 \text{ wahr}) = P(X \geq 5)$

Fehler 1. Art (α)

Szenario 2: H_1 ist WAHR (z.B. $p=0,25$)

Fehlerereignis: $X < 5$

$\beta = P(H_0 \text{ nicht verwerfen} | H_1 \text{ wahr}) = P(X < 5)$

Fehler 2. Art (β)

$\alpha \approx 0,043$
 $\beta \approx 0,415$

Digitales Werkzeug nutzen (z.B. Taschenrechner, App): α und β berechnen & prüfen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer gegebenen Entscheidungsregel die Fehlerwahrscheinlichkeit α unter der Nullhypothese und β für einen angegebenen wahren Parameterwert der Alternative berechnen, auch mit digitalen Werkzeugen, und die Berechnung nachvollziehen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen
677be619-5f0a-59bf-9730-0071c7d3f150

S. 462

Wird direkt vorausgesetzt von

Fehler 1. und 2. Art deuten
4b58b855-cd26-538c-8e6f-304f4cfd8ad6

S. 464

Hypothesentests bei verändertem Stichprobenumfang variieren
ae483d98-54e0-5985-96d2-fc1351d22e4f

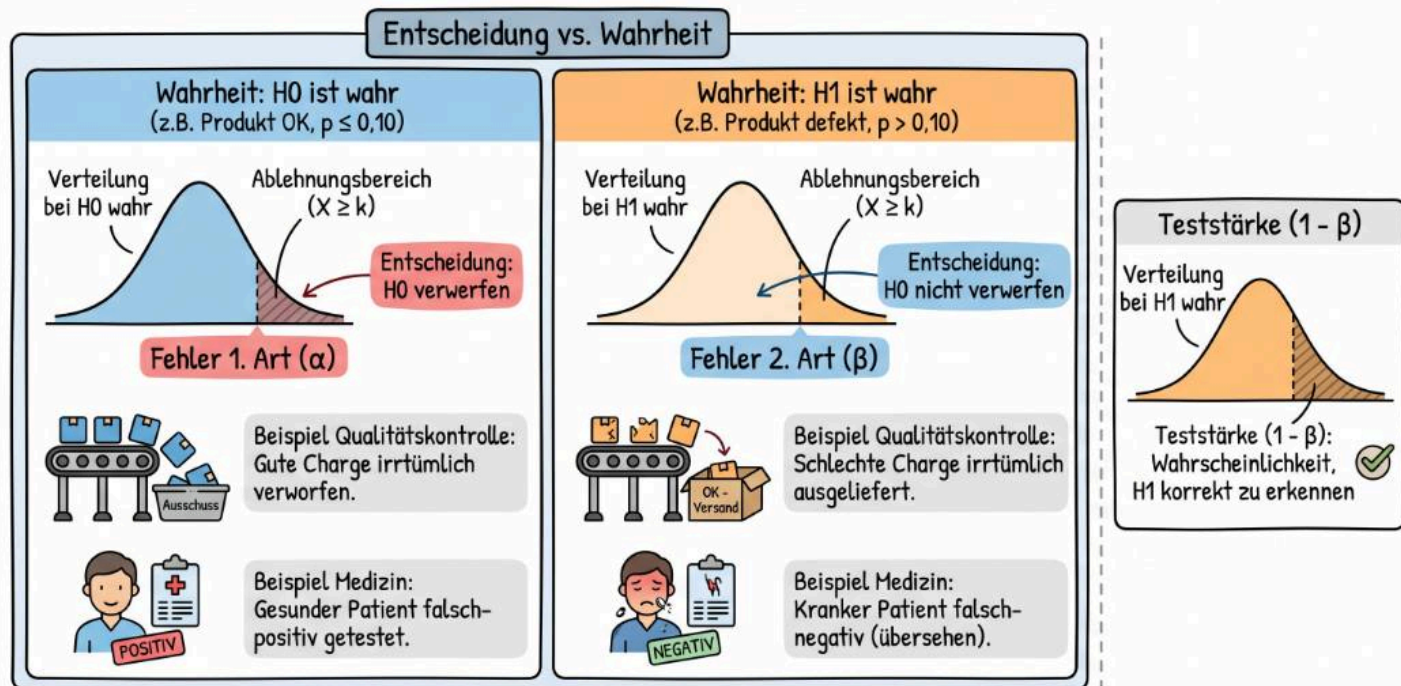
S. 466

Fehler 1. und 2. Art deuten

Lernziel-ID 4b58b855-cd26-538c-8e6f-304f4cfd8ad6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Hypothesentests und Testbewertung

Fehler 1. und 2. Art deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Fehler 1. und 2. Art unterscheiden, ihre Bedeutung in Anwendungen (z. B. medizinische Tests, Qualitätskontrolle) erklären und Beispiele zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen

78bfbde4-8e16-529e-bd53-4e29d960b2b2

S. 463

Wird direkt vorausgesetzt von

Testergebnisse im Kontext interpretieren

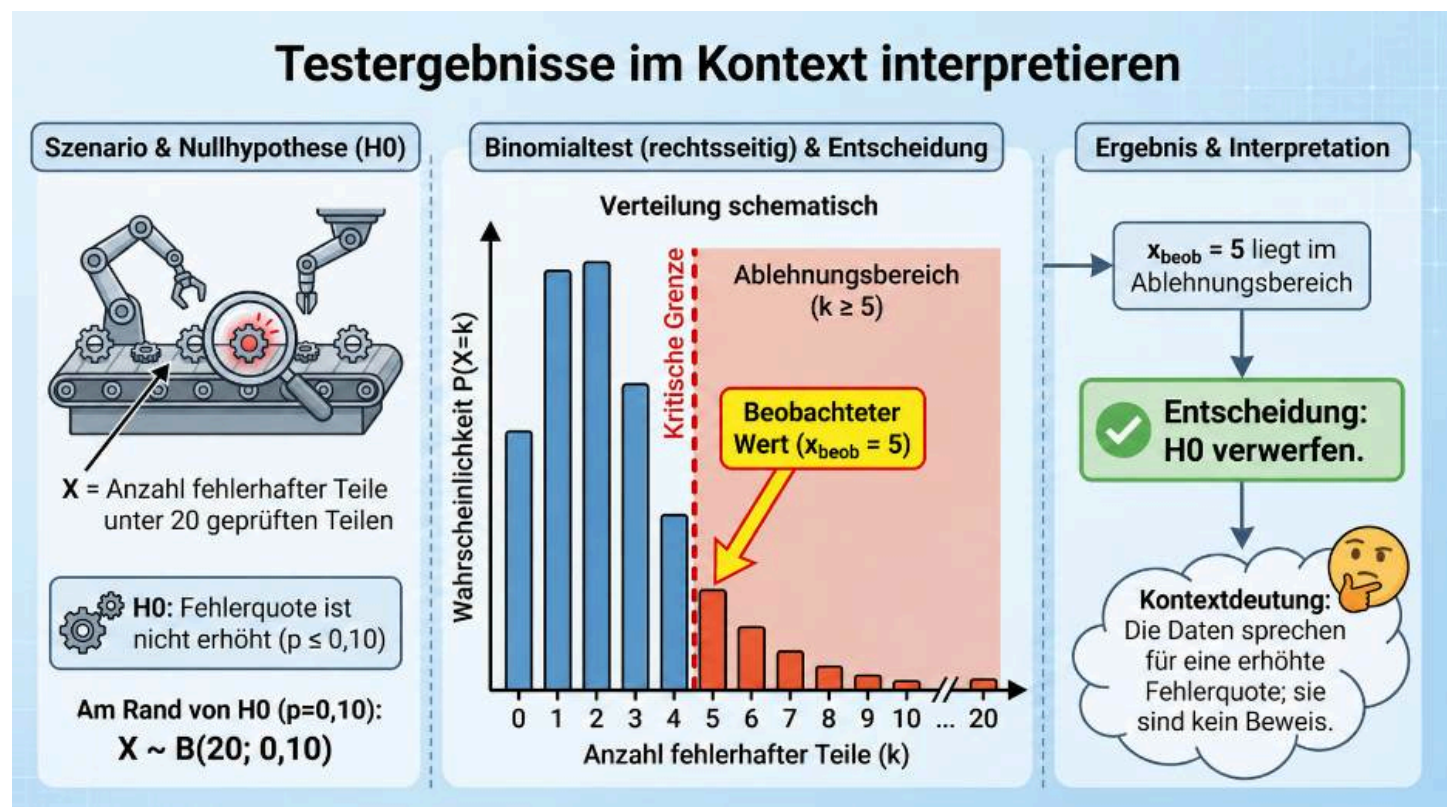
0a77f229-bf90-523c-a6b4-dad2ecd54ed8

S. 465

Testergebnisse im Kontext interpretieren

Lernziel-ID 0a7ff229-bf90-523c-a6b4-dad2ecd54ed8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Hypothesentests und Testbewertung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann entscheiden, ob die Nullhypothese verworfen oder nicht verworfen wird, das Ergebnis verständlich im Sachkontext formulieren und erläutern, welche Aussage der Test erlaubt und welche nicht.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Fehler 1. und 2. Art deuten

4b58b855-cd26-538c-8e6f-304f4cfd8ad6

S. 464

Wird direkt vorausgesetzt von

Tests vergleichen und bewerten (LK)

03357e70-2280-532f-b629-5dFa31dc44eb

S. 468

Hypothesentests bei verändertem Stichprobenumfang variieren

Lernziel-ID ae483d98-54e0-5985-96d2-fc1351d22e4f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Hypothesentests und Testbewertung

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einem binomialen Hypothesentest einfache Variationen der Aufgabenstellung, insbesondere geänderte Stichprobenumfänge, rechnerisch nachvollziehen und Auswirkungen auf Entscheidungsregel, Fehlerwahrscheinlichkeiten oder Testentscheidung beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen

S. 462

677be619-5f0a-590f-9730-0071c7d3f150

Fehlerwahrscheinlichkeiten berechnen

S. 463

78bfbde4-8e16-529e-bd53-4e29d960b2b2

Wird direkt vorausgesetzt von

Entscheidungsregel oder Stichprobenumfang aus Gütefunktionsgraphen bestimmen (LK)

S. 600

ae3483e3-4712-56a1-a881-2e1f8a1a8df9

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

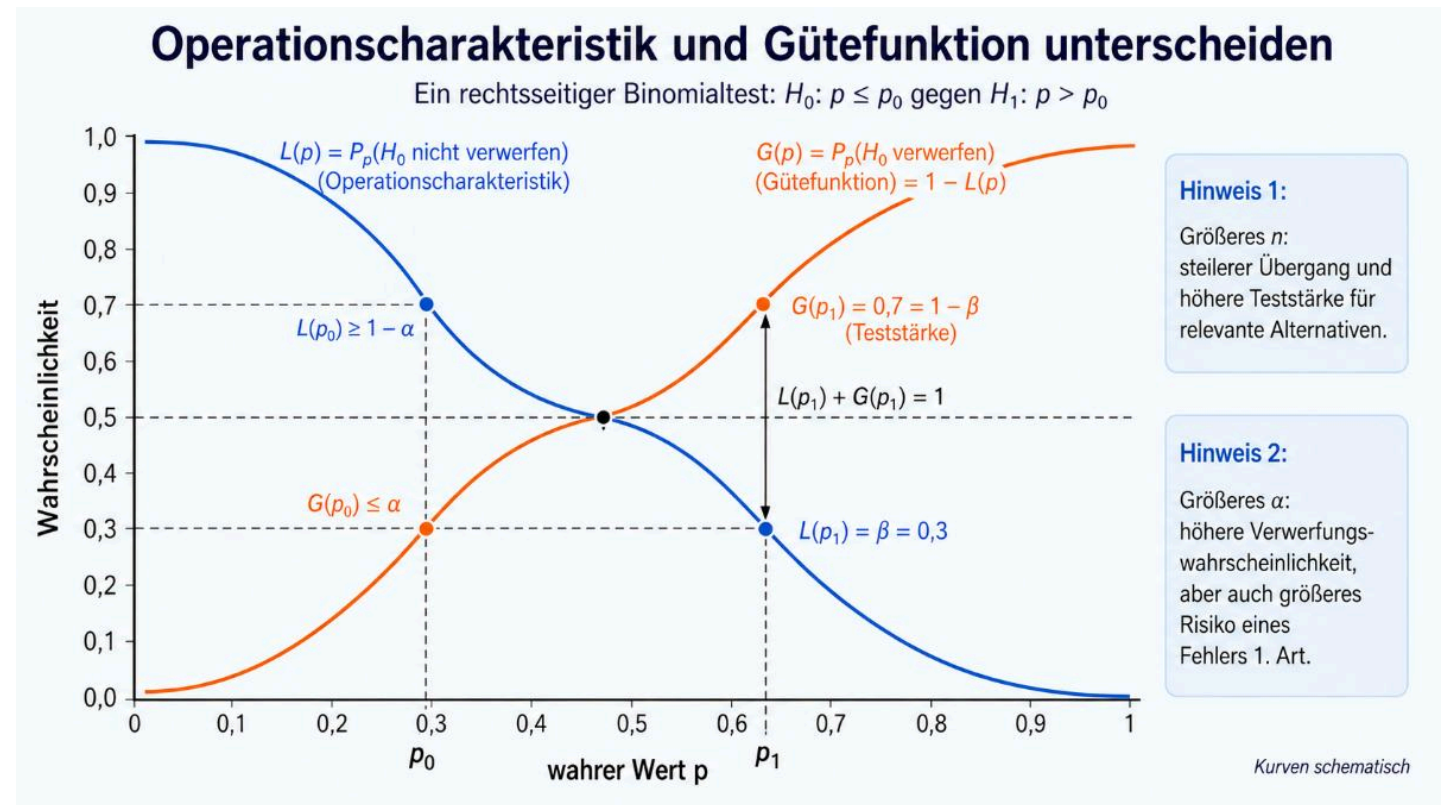
[Hypothesentests durchführen und bewerten](#) 99e45593-8509-5f51-832e-39ed2a9c10d9

Gütefunktion und Teststärke untersuchen (LK)

Lernziel-ID 82bce6e8-7dc7-501a-a4f6-df8a3b905e3c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Hypothesentests und Testbewertung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für einen Hypothesentest die Operationscharakteristik als Wahrscheinlichkeit für das Nichtverwerfen der Nullhypothese und die Gütefunktion als Wahrscheinlichkeit für ihr Verwerfen in Abhängigkeit vom wahren Wert von p unterscheiden, beide grafisch darstellen und den Einfluss von Stichprobenumfang und Signifikanzniveau auf die Teststärke erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

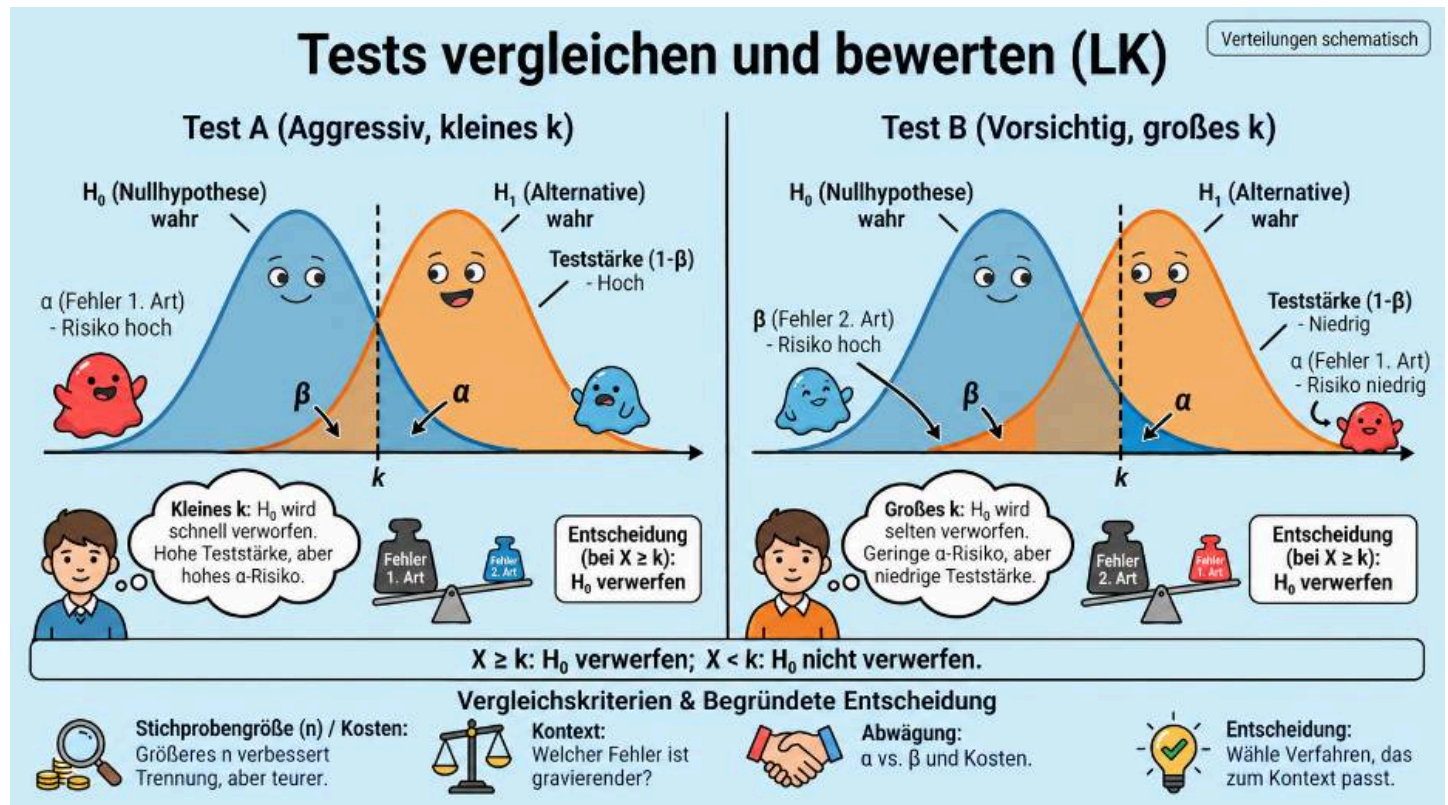
Direkte Vorbedingungen

Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-9fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446	Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen 677be619-5f0a-59bf-9739-0071c7d3f150	S. 462
Wird direkt vorausgesetzt von			
Tests vergleichen und bewerten (LK) 63357e70-2280-532f-b629-5dfa31dc44eb	S. 468	Entscheidungsregel oder Stichprobenumfang aus Gütefunktionsgraphen bestimmen (LK) ae3483e3-4712-56a1-a881-2e1f8a1a8df9	S. 600
		Entscheidungsregel für eine komplexe Problemstellung entwickeln (LK) 613871f6-ccb2-51fe-aba2-0dd17b86a89e	S. 739

Tests vergleichen und bewerten (LK)

Lernziel-ID 03357e70-2280-532f-b629-5dfa31dc44eb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Hypothesentests und Testbewertung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann unterschiedliche Testverfahren oder Parametereinstellungen hinsichtlich Fehlerwahrscheinlichkeiten und Teststärke vergleichen und begründete Entscheidungen treffen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Testergebnisse im Kontext interpretieren

S. 465

Gütefunktion und Teststärke untersuchen (LK)

S. 467

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Hypothesentests durchführen und bewerten](#) 99e45593-8509-5f51-832e-39ed2a9c10d9

Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten bestimmen

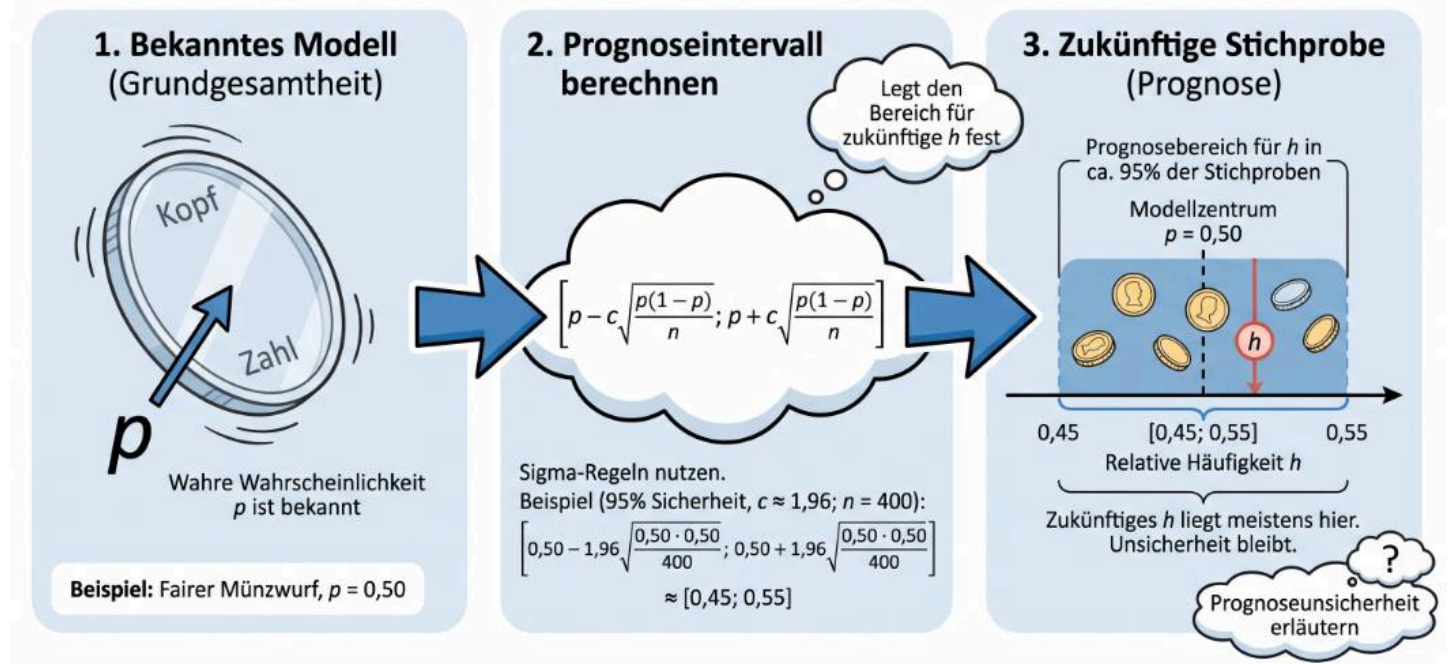
Lernziel-ID f85419c4-63ac-5d6d-b73b-fcb12a0ff89f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung

Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten bestimmen

Von bekannter Wahrscheinlichkeit p auf zukünftige relative Häufigkeit h schließen.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für hinreichend große unabhängige Bernoulli-Stichproben aus einer bekannten Trefferwahrscheinlichkeit näherungsweise Prognoseintervalle der Form $\left[p - c \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + c \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$ für die relative Häufigkeit bestimmen und die Voraussetzungen sowie die verbleibende Prognoseunsicherheit erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen

S. 446

Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden

S. 461

Wird direkt vorausgesetzt von

Prognoseintervalle im Kontext interpretieren

S. 472

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

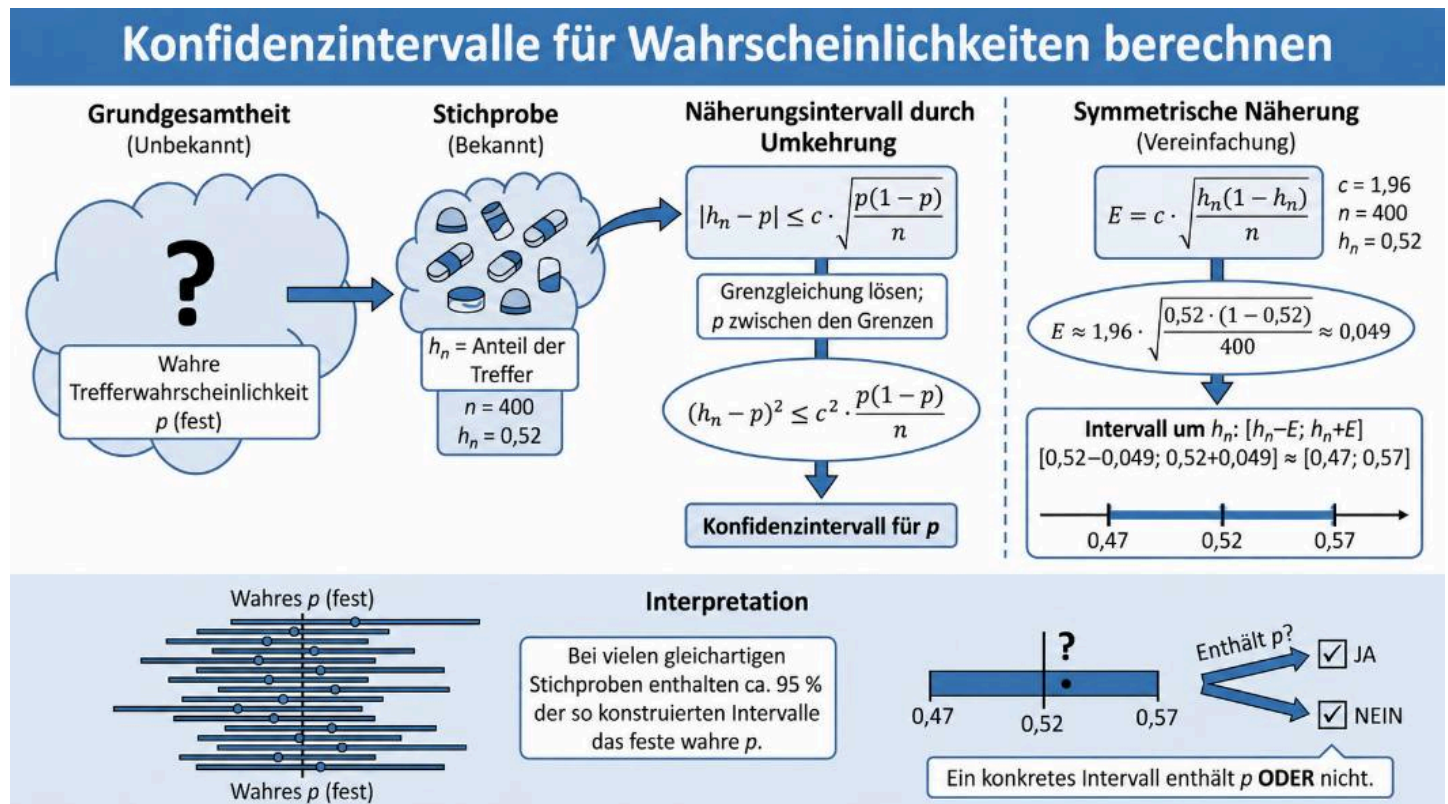
[Prognoseintervalle bestimmen und im Kontext deuten](#) 6644a4dc-a773-525f-a382-5e1e3c592b4f

Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten berechnen

Lernziel-ID 5f328147-619c-568d-9a0d-e1787ca0c01b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann von einer Stichprobe auf die unbekannte Trefferwahrscheinlichkeit der Grundgesamtheit schließen, Konfidenzintervalle in Sachzusammenhängen aus $|h_n - p| \leq c \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ bestimmen und die Näherung $h_n \pm c \sqrt{\frac{h_n(1-h_n)}{n}}$ als symmetrisches Intervall um h_n verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kenngößen binomialverteilter Zufallsgrößen 7d41b805-0fd8-5ac3-980d-79112a27c1b4	S. 446	Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden 8ad2c9c4-9362-5cb9-8fc1-e3815bfa504d	S. 461
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Konfidenzniveau interpretieren aa14d9e4-5790-5094-a245-2ff9a70bf633	S. 471	Konfidenzintervalle im Kontext interpretieren 5c9ac68c-3928-518c-bbe0-e044667035a6	S. 473	Konfidenzdiagramme deuten (LK) 77d607e0-0244-55ca-ba0f-214baa94b0de	S. 474
---	--------	--	--------	---	--------

Konfidenzniveau interpretieren

Lernziel-ID aa14d9e4-5790-5d94-a245-2ff9a70bf633

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung

Konfidenzniveau interpretieren

Konkretes Intervall:
[0,50; 0,54] ($h = 0,52$)

Konkretes Intervall:
[0,50; 0,54] ($h = 0,52$)

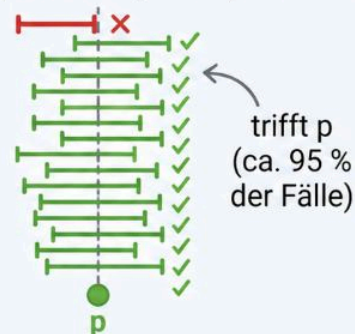
0,52

Wahrer Wert p

0,57

Das Verfahren erzeugt bei vielen Wiederholungen in etwa 95 % der Fälle ein Intervall, das das feste wahre p enthält.

Wiederholungsdarstellung
(viele Stichproben)



⚠ Typische Fehlinterpretation vermeiden:



FALSCH: Dieses Intervall enthält p mit 95 % Wahrscheinlichkeit.

Richtigstellung:



RICHTIG: Ein bereits berechnetes konkretes Intervall enthält p ODER nicht.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Bedeutung des Konfidenzniveaus in Worten erklären, typische Fehlinterpretationen vermeiden und dies an Beispielen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten berechnen

5f328147-619c-568d-9a0d-e1787ca0c01b

S. 470

Wird direkt vorausgesetzt von

Konfidenzintervalle im Kontext interpretieren

5c9ac68c-3928-518c-bbe0-e044667035a6

S. 473

Prognoseintervalle im Kontext interpretieren

Lernziel-ID 4d906967-9f4b-5dc8-af7a-d403b95d61f5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung > Prognose- und Konfidenzintervalle im Kontext interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Prognoseintervall als Bereich für eine zukünftige relative Häufigkeit bei bekannter Trefferwahrscheinlichkeit deuten sowie typische Fehlinterpretationen erkennen und korrigieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten bestimmen

f85419c4-63ac-5d6d-b73b-fcb12a0ff89f

S. 469

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

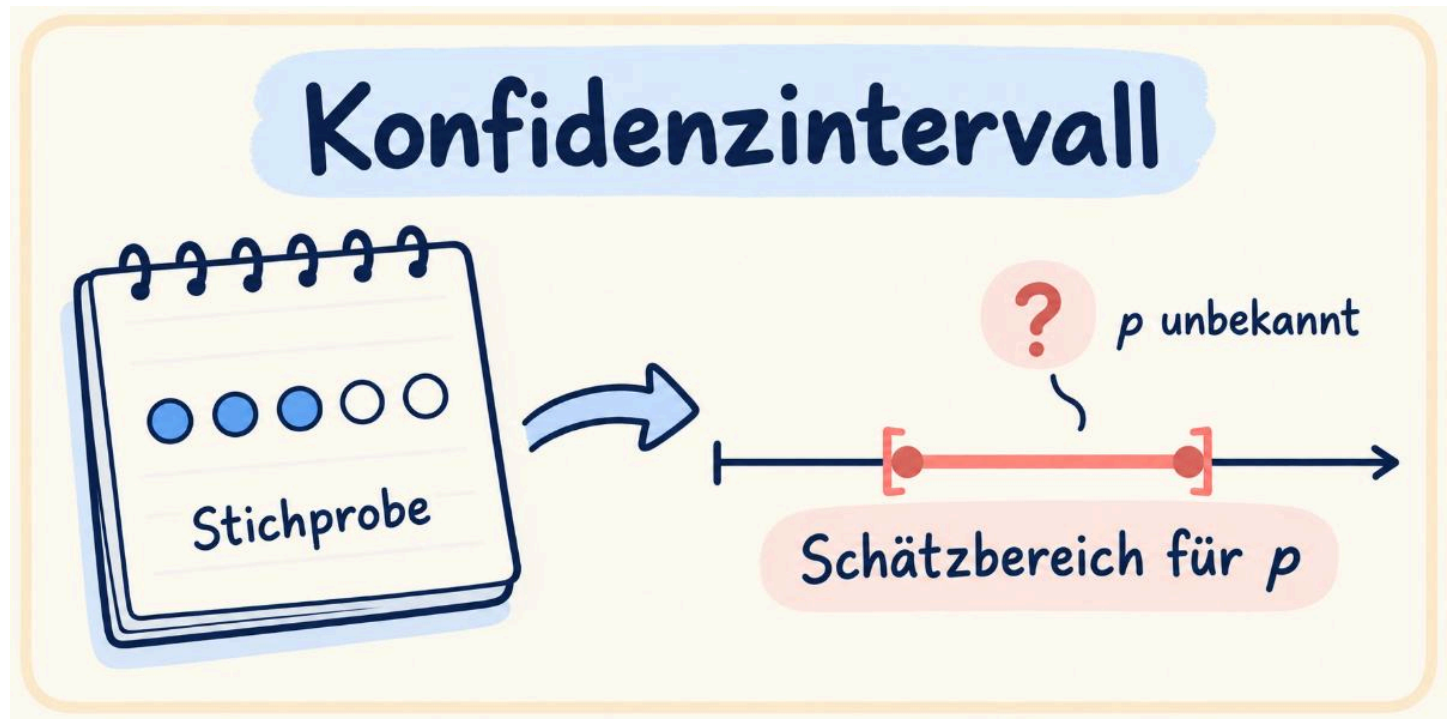
[Prognoseintervalle bestimmen und im Kontext deuten](#) 6644a4dc-a773-525f-a382-5e1e3c592b4f

Konfidenzintervalle im Kontext interpretieren

Lernziel-ID 5c9ac68c-3928-518c-bbe0-e044667035a6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung > Prognose- und Konfidenzintervalle im Kontext interpretieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Konfidenzintervall als aus einer Stichprobe gewonnenen Schätzbereich für eine unbekannte Trefferwahrscheinlichkeit deuten sowie typische Fehlinterpretationen erkennen und korrigieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten berechnen

S. 470

Konfidenzniveau interpretieren

S. 471

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

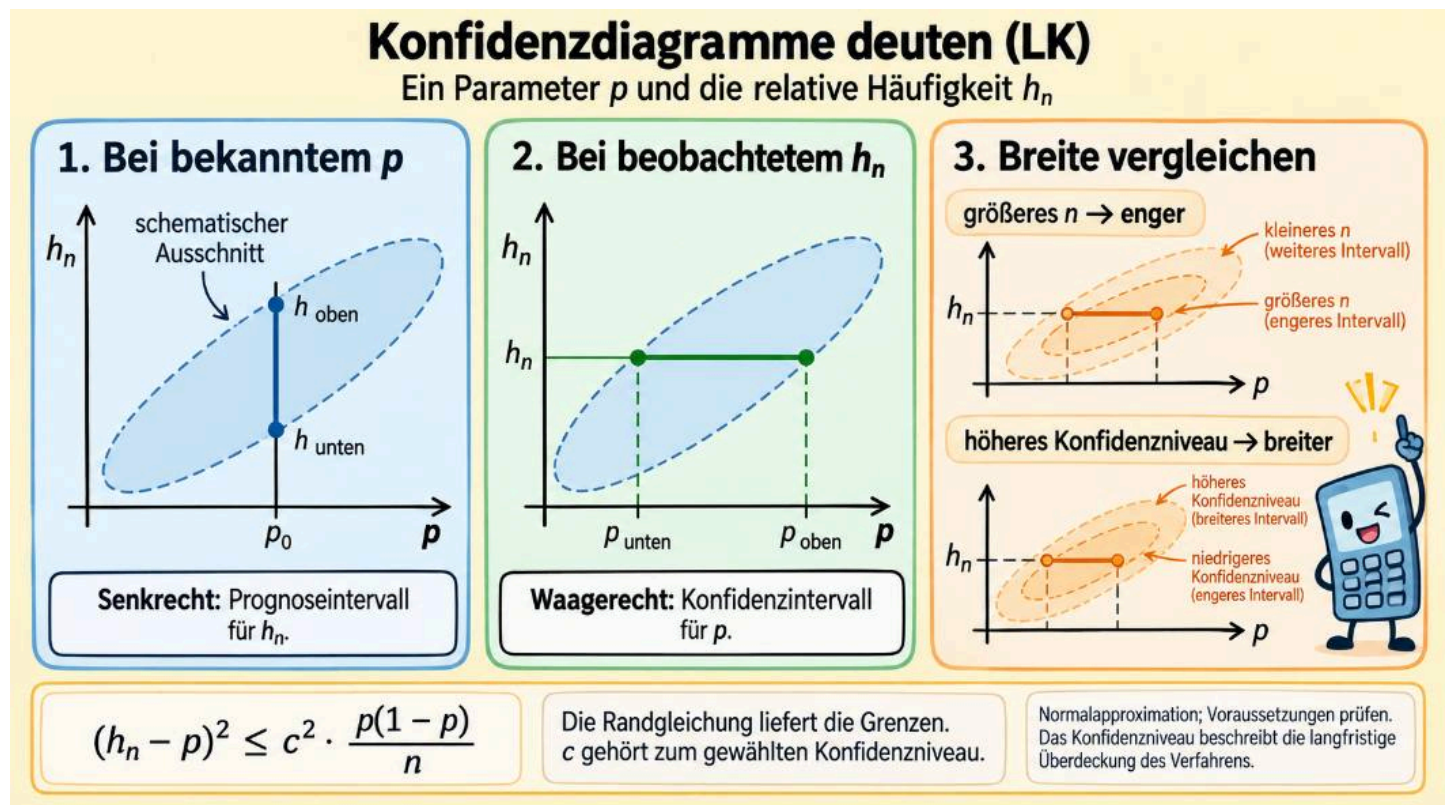
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Konfidenzintervalle interpretieren und Stichproben planen](#) 3c8c4a64-f6d0-5eaf-b35a-d97c8566ee3b

Konfidenzdiagramme deuten (LK)

Lernziel-ID 77d607e0-0244-55ca-ba0f-214baa94b8de

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Konfidenzdiagramme, insbesondere Konfidenzellipsen, für den Zusammenhang von Stichprobenumfang, Konfidenzniveau und Intervallbreite lesen, interpretieren und zur Beurteilung der Aussagekraft von Stichprobenergebnissen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten berechnen
5f328147-619c-568d-9a0d-e1787ca0c01b

S. 470

Wird direkt vorausgesetzt von

Stichprobenumfang für vorgegebene Konfidenzniveaus planen (LK)
410221ed-540c-5daf-8c42-d8dd12e9100a

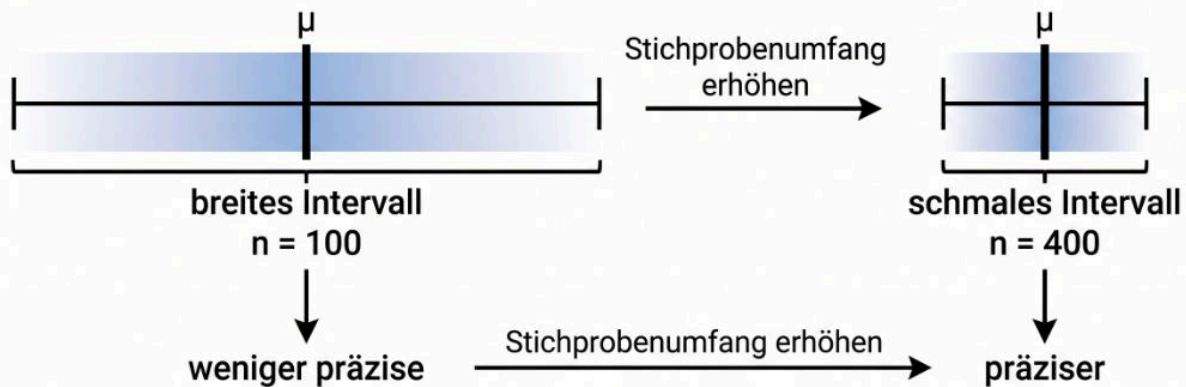
S. 475

Stichprobenumfang für vorgegebene Konfidenzniveaus planen (LK)

Lernziel-ID 410221ed-540c-5daf-8c42-d8dd12e9100a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle und Stichprobenplanung

Stichprobenumfang für vorgegebene Konfidenzniveaus planen



$$n \geq z^2 / (4 e^2)$$

95 % Konfidenz, $e = 0,05$: n ungefähr 385

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann auf Grundlage der Sigma-Regeln für vorgegebene Konfidenzniveaus und gewünschte Genauigkeit den benötigten Stichprobenumfang berechnen oder abschätzen und die Planung im Kontext begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konfidenzdiagramme deuten (LK)

77d607e0-0244-55ca-ba0f-214baa94b8de

S. 474

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

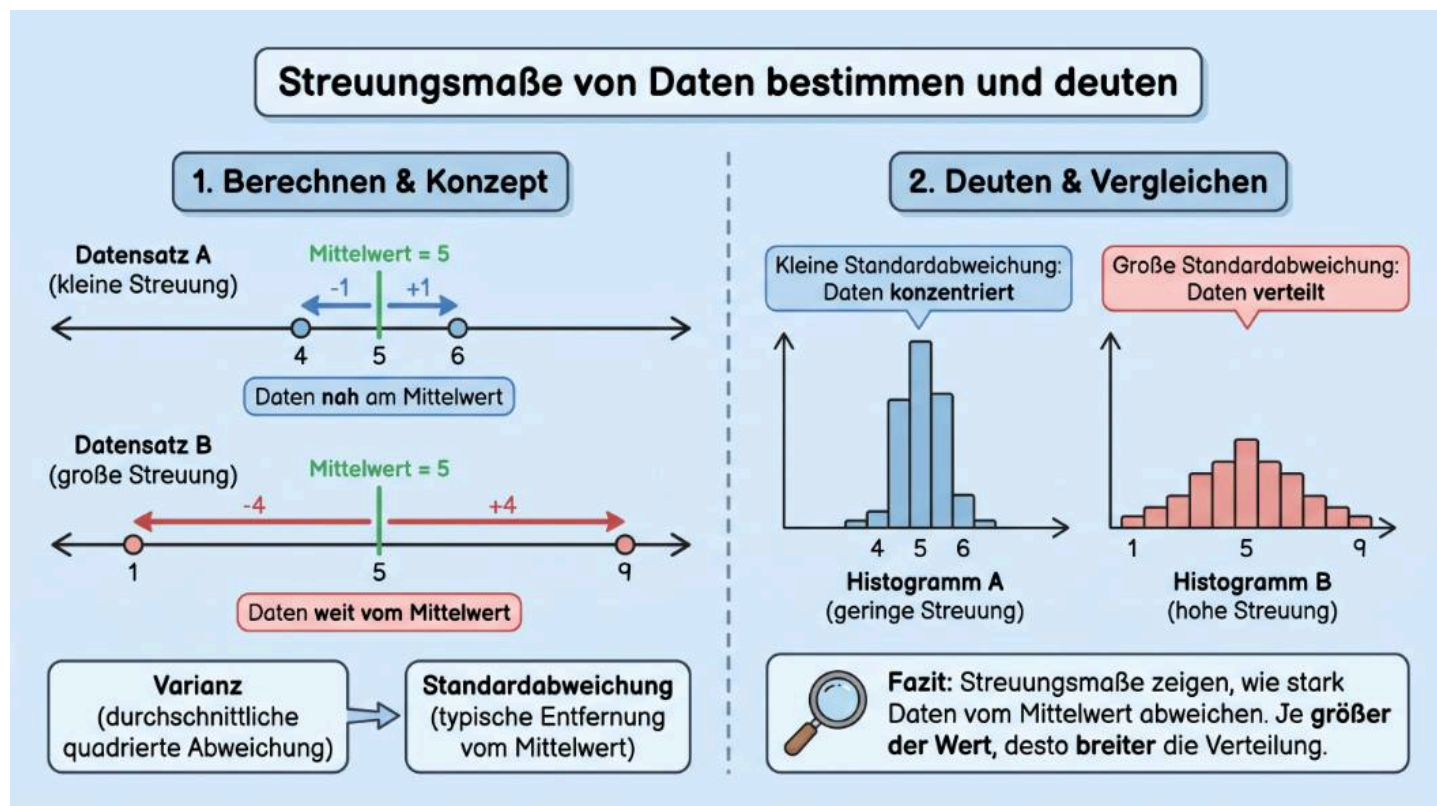
[Konfidenzintervalle interpretieren und Stichproben planen](#) 3c8c4a64-f6d0-5eaf-b35a-d97c8566ee3b

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

Lernziel-ID e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Kenngrößen > Stichprobenkennwerte bestimmen und deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann empirische Varianz und empirische Standardabweichung für Datensätze berechnen, beide Streuungsmaße in Bezug auf die Daten deuten und einfache Vergleiche zwischen Datensätzen anstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Arithmetisches Mittel bestimmen und deuten

15505229-eaec-4d01-8e71-acf15f9c2424

S. 63

Wird direkt vorausgesetzt von

**Daten mit Verteilungen
vergleichen**

84069c5e-5526-57c1-9417-
a886ccfd3f66

S. 477

**Poisson-Verteilung als Modell
seltener Ereignisse nutzen**

c9a897ca-a0a2-5895-bbc4-
23b20840c548

S. 482

**Normalverteilung zur
Modellierung von Messdaten
verwenden (LK)**

5dbf149c-d335-552c-a918-
768a12e09201

S. 485

**Experimentdaten mit
Kenngrößen auswerten**

aeb947a2-2dd4-5017-a429-
0d777e22db6a

S. 648

**Veröffentlichte Erhebungen
kritisch beurteilen**

75efcc7c-3c96-47c6-a681-
1e9337862a20

S. 649

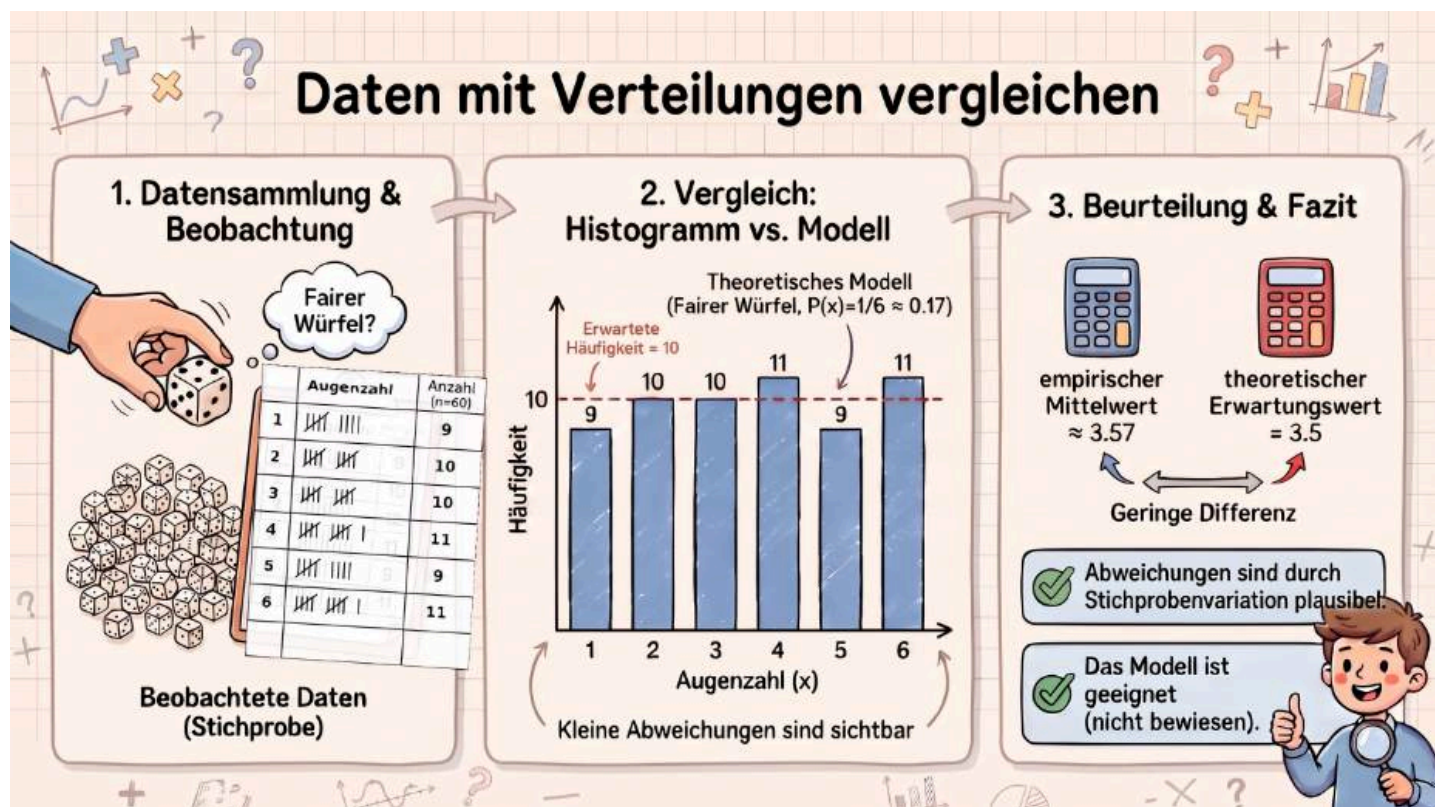
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Daten mit Verteilungen vergleichen

Lernziel-ID 84069c5e-5526-57c1-9417-a886ccfd3f66

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Histogramme und Kennwerte von Datensätzen mit einfachen theoretischen Verteilungen vergleichen, Abweichungen beschreiben und die Eignung eines Modells beurteilen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Histogramme erstellen und lesen

9dfd0e4a-d7ea-5ce2-906e-678f0cf978b0

S. 447

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

S. 476

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Zufallsexperimente planen und durchführen

Lernziel-ID e02976ad-71fc-5929-b764-df7630269c47

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich > Zufallsexperimente statistisch auswerten

Zufallsexperimente planen und durchführen

1. Planen

Ziel: Ereignis "6"

Material: Fairer Würfel

Bedingungen: Gleiche Bedingungen, n = 60 Versuche festgelegt

2. Durchführen und dokumentieren

Ergebnistabelle (n = 60)

Augenzahl	Absolute Häufigkeit
1	9
2	10
3	10
4	9
5	11
6	11
Summe	60

3. Auswerten

Für Ereignis "6":

- Absolute Häufigkeit = 11
- Relative Häufigkeit $h = \frac{11}{60} \approx 0,18$

Vergleich mit theoretischer Wahrscheinlichkeit: $P(6) = \frac{1}{6} \approx 0,17$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Zufallsexperimente planen, durchführen und die Datenerhebung nachvollziehbar dokumentieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Zufallsexperimente mit Ergebnissen und Ereignissen beschreiben](#)

S. 417

Wird direkt vorausgesetzt von

[Zufallsexperimente mit Software simulieren](#)

S. 479

[Daten tabellarisch und grafisch aufbereiten](#)

S. 481

Zufallsexperimente mit Software simulieren

Lernziel-ID 4aa70ad4-171d-5671-a864-c0c7758fa0ed

[Mathematik](#) > [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) > [Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik](#) > [Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen](#) > [Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich](#) > [Zufallsexperimente statistisch auswerten](#)

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zufallsexperimente mit geeigneter Software (z. B. Tabellenkalkulation) simulieren, absolute und relative Häufigkeiten auswerten und die Ergebnisse grafisch darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Häufigkeiten bestimmen und Wahrscheinlichkeiten schätzen

S. 414

Zufallsexperimente planen und durchführen

S. 478

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Statistische Erhebungen exemplarisch planen und dokumentieren

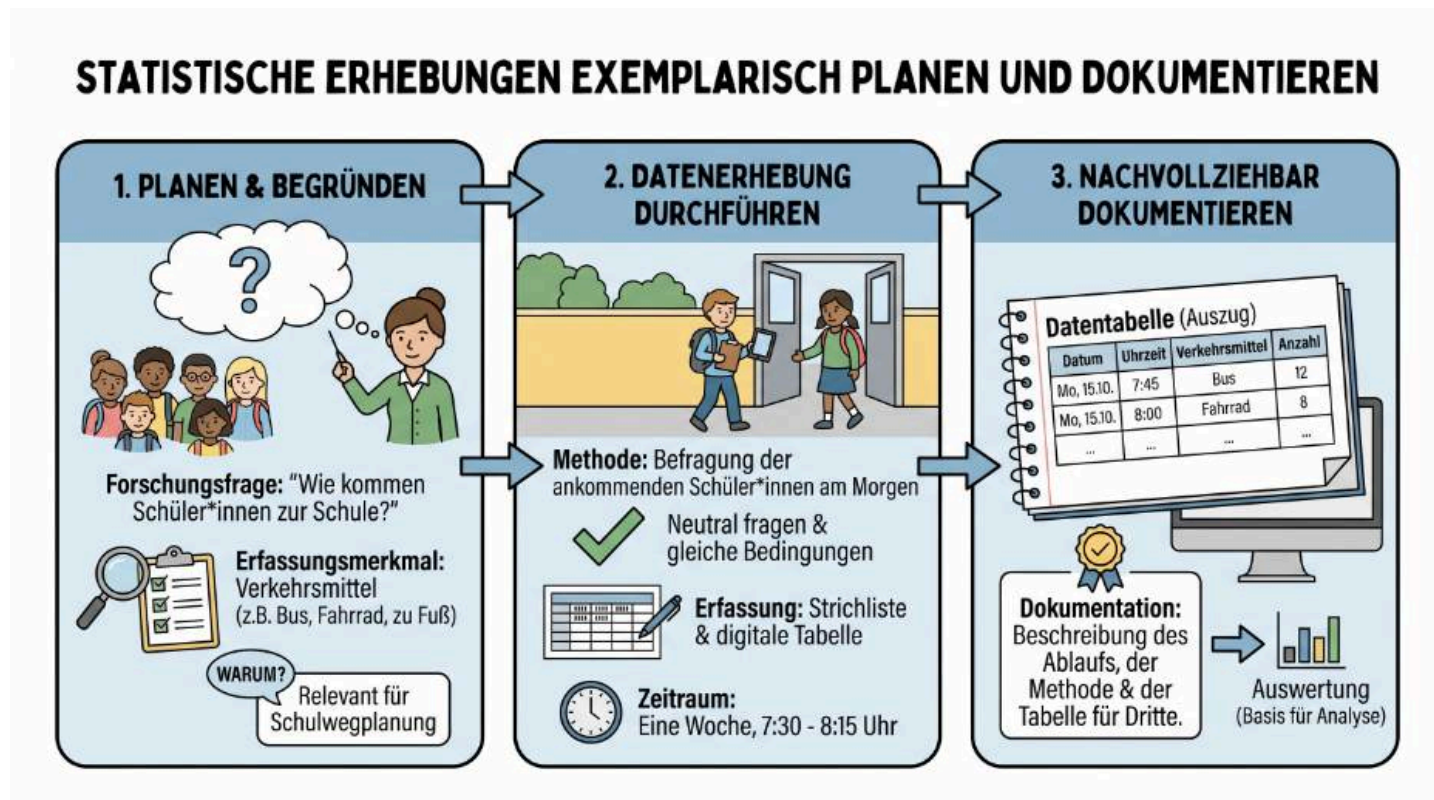
Lernziel-ID 18293a33-a5ff-4a0f-9b6a-085f171cbffe

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich >

Zufallsexperimente statistisch auswerten > Statistische Erhebungen planen, auswerten und kritisch beurteilen >

Statistische Erhebungen planen und Daten aufbereiten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exemplarisch statistische Erhebungen planen, Erfassungsmerkmale begründen und die Datenerhebung nachvollziehbar dokumentieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen

da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54

S. 436

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Daten tabellarisch und grafisch aufbereiten

Lernziel-ID 83a5546e-0ea6-576e-83e2-3387b30872bb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich > Zufallsexperimente statistisch auswerten > Statistische Erhebungen planen, auswerten und kritisch beurteilen > Statistische Erhebungen planen und Daten aufbereiten

Daten tabellarisch und grafisch aufbereiten

1. Rohdaten: Auszug aus 24 Antworten (Beispiel: Schulweg, n=24)



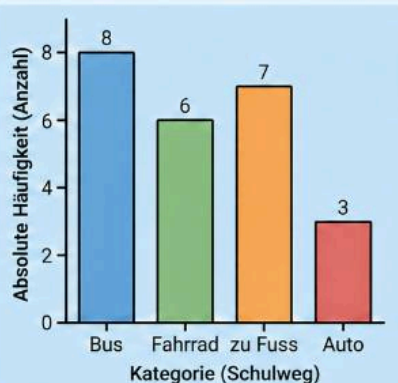
Auszug:
Hier sind 6 von 24 Antworten dargestellt (nicht alle).

Ungeordnet gesammelt

2. Häufigkeitstabelle

Kategorie (Schulweg)	Absolute Häufigkeit (Anzahl)	Relative Häufigkeit (%)
Bus	8	≈ 33 %
Fahrrad	6	≈ 25 %
zu Fuss	7	≈ 29 %
Auto	3	≈ 13 %
Gesamt (n)	24	≈ 100 %

3. Grafische Darstellung (Säulendiagramm)



Absolute Häufigkeit (Anzahl)

Kategorie (Schulweg)

Aufbereiten & Zusammenfassen

Darstellung wählen & erstellen

Entscheidungshinweis:
Für Kategorien: Säulendiagramm; ✓
Für gemessene Intervalle: Histogramm.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erhobene Daten tabellarisch und grafisch aufbereiten (z. B. Häufigkeitstabellen, Histogramme) und passende Darstellungen auswählen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Zufallsexperimente planen und durchführen](#)

S. 478

Wird direkt vorausgesetzt von

[Experimentdaten mit Kenngrößen auswerten](#)

S. 648

[Veröffentlichte Erhebungen kritisch beurteilen](#)

S. 649

Poisson-Verteilung als Modell seltener Ereignisse nutzen

Lernziel-ID c9a897ca-a0a2-5895-bbc4-23b20840c548

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich

Poisson-Verteilung: seltene Ereignisse modellieren

Im Mittel $\lambda = 2$ Ankünfte pro 10 Minuten



$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

Allgemeine Formel

Kein Bus in 10 Minuten



$\lambda = 2$
Ankünfte

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!}$$

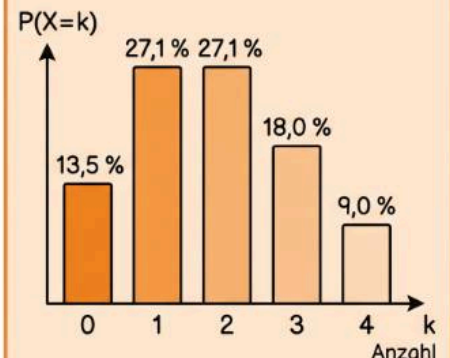
$k = 0$
Ankünfte

$$= e^{-2}$$

$$\approx 13,5 \%$$

Wahrscheinlichkeit

Verteilung der Ankünfte (k)



Wahrscheinlichkeiten für k Ankünfte



Konstante Rate und annähernd **unabhängige** Ereignisse.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Poisson-Verteilung als Näherung der Binomialverteilung für seltene Ereignisse motivieren, Situationen pro Zeit- oder Flächeneinheit modellieren, Parameter bestimmen und zugehörige Wahrscheinlichkeiten in konkreten Beispielen berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen

da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54

S. 436

Binomialverteilungen in Kontexten nutzen

66f432e9-22d3-51a9-8787-35f91db30616

S. 450

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

S. 476

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

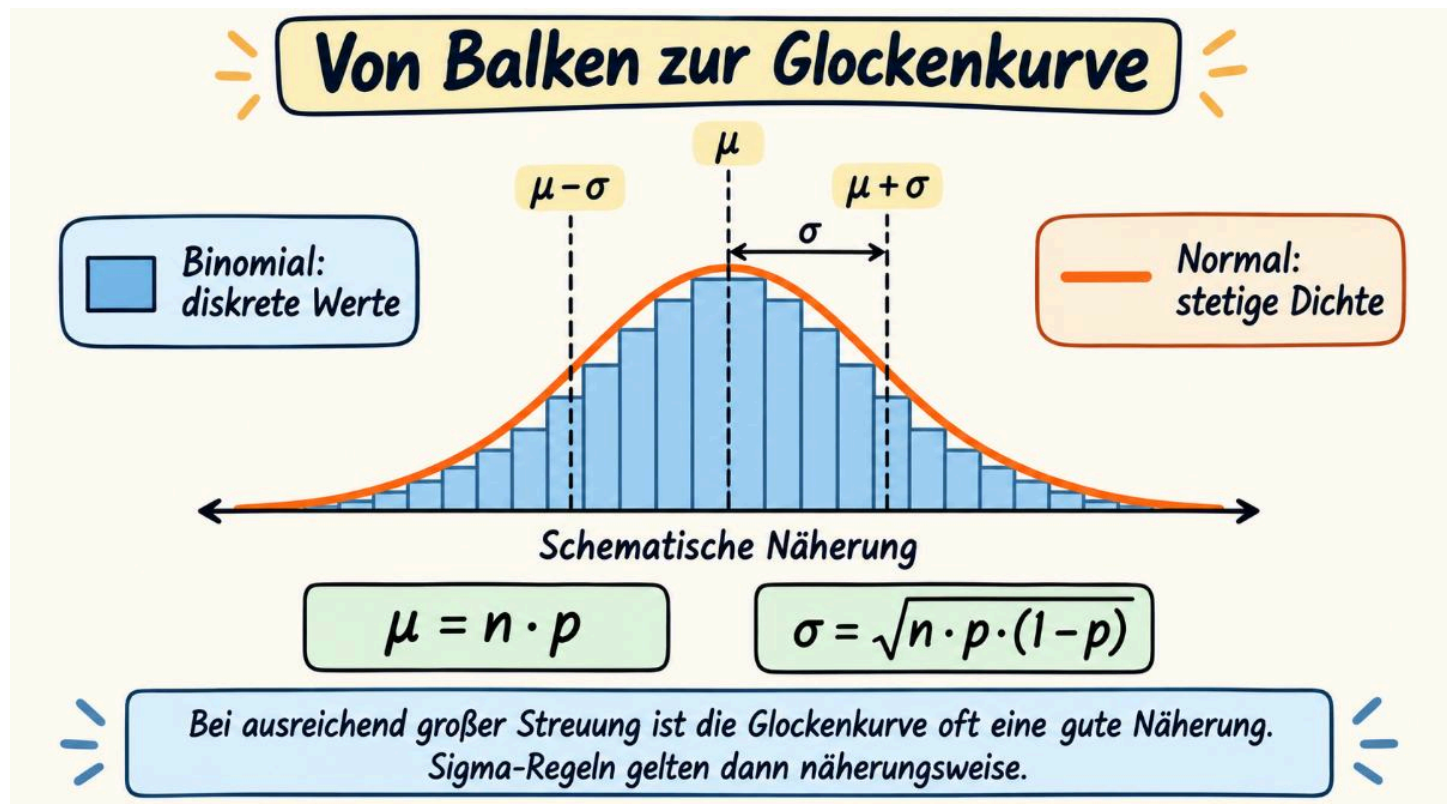
[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Normalverteilung als Approximation binomialer Modelle (LK)

Lernziel-ID 44dba16e-2e86-56be-974b-a62093ef9211

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Histogramme binomialverteilter Zufallsgrößen bei hinreichend großer Standardabweichung durch eine Normalverteilung approximieren, die Näherung fachlich begründen und den Bezug zu den Sigma-Regeln deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrößen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen da95ab35-bac2-54f2-b38f-8b612cde8b54	S. 436	Binomialverteilungen in Kontexten nutzen 66f432e9-22d3-51a9-8787-35f91db30616	S. 450	Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK) 8c32d941-b51c-5663-951c-a610f8900f76	S. 456
--	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Weitere stetige Verteilungen exemplarisch nutzen (LK) 455ef29a-7194-5c5a-b832-1c27fcbf2516	S. 486
--	--------

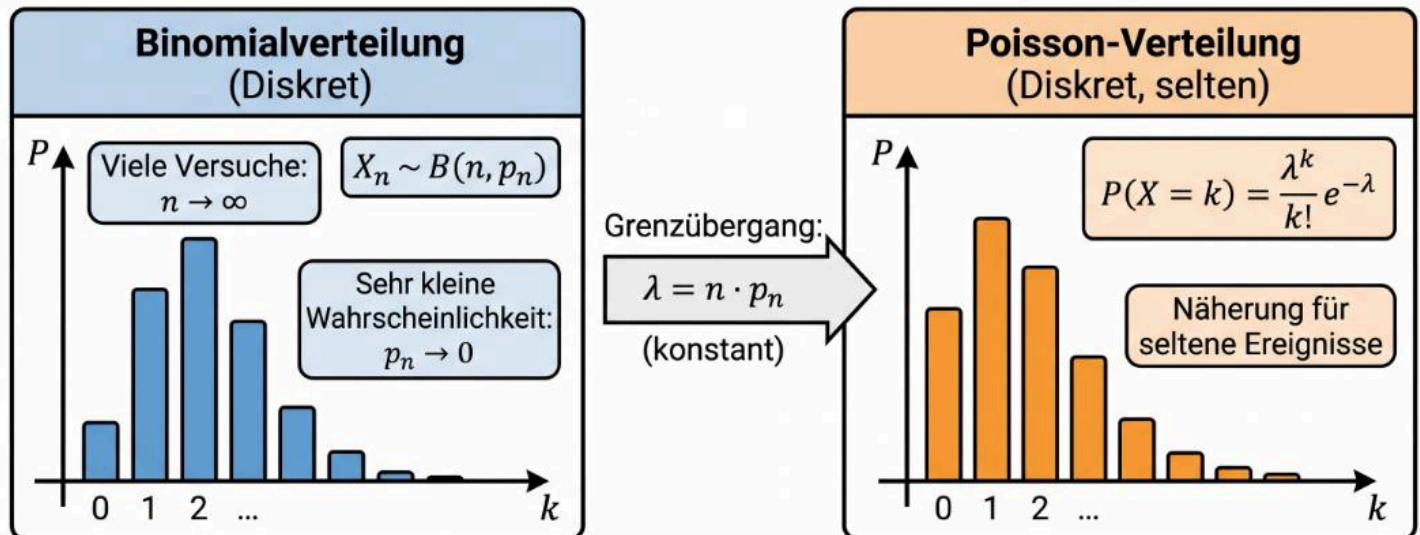
Herleitung der Poisson-Verteilung als Grenzfall (LK)

Lernziel-ID 1cefd1ad-a250-5a03-8de7-04bdaf465ad8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Herleitung der Poisson-Verteilung als Grenzfall (LK)



Für $n \rightarrow \infty$ und $p_n \rightarrow 0$ bei konstantem $\lambda = n \cdot p_n$ nähert sich die Binomialverteilung der Poisson-Verteilung an.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für $n \rightarrow \infty$, $p_n \rightarrow 0$ und $np_n \rightarrow \lambda > 0$ den Grenzübergang von der Binomial- zur Poisson-Verteilung herleiten, die Grenzschr tte fachlich erklären und daraus ihre Eignung für seltene Ereignisse begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsgrössen und Verteilungen als Modellrahmen einordnen

S. 436

Binomialverteilungen in Kontexten nutzen

S. 450

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

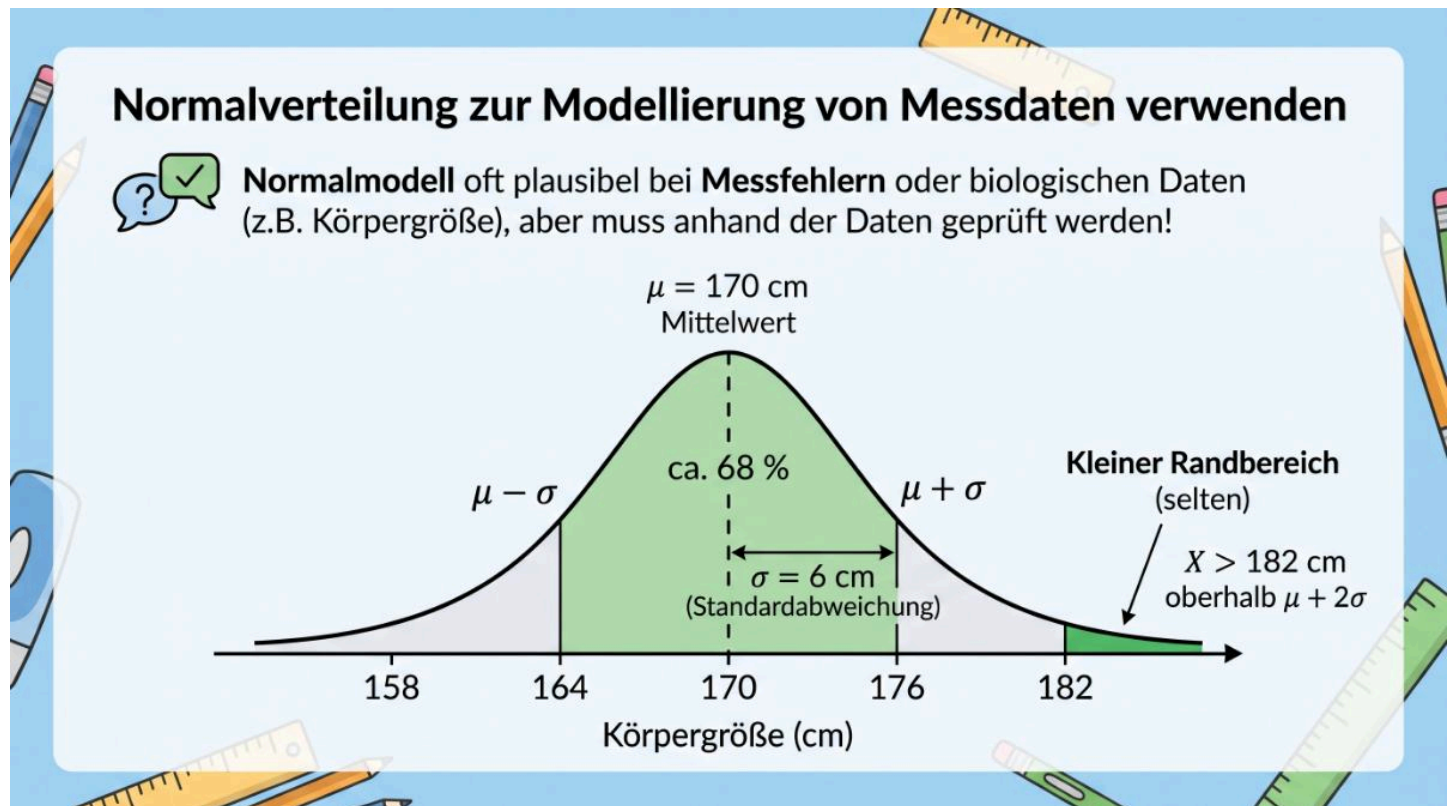
[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Normalverteilung zur Modellierung von Messdaten verwenden (LK)

Lernziel-ID 5dbf149c-d335-552c-a918-768a12e09201

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann annähernd normalverteilte Messdaten mithilfe der Normalverteilung modellieren, aus Mittelwert und Standardabweichung Wahrscheinlichkeiten für Bereiche bestimmen und die Angemessenheit des Modells diskutieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen bestimmen (LK)

8c32d941-b51c-5663-951c-a610f8900f76

S. 456

Sigma-Regeln für Verteilungen anwenden

8ad2c9c4-9362-5cb9-8fc1-e3815bfa504d

S. 461

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

S. 476

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

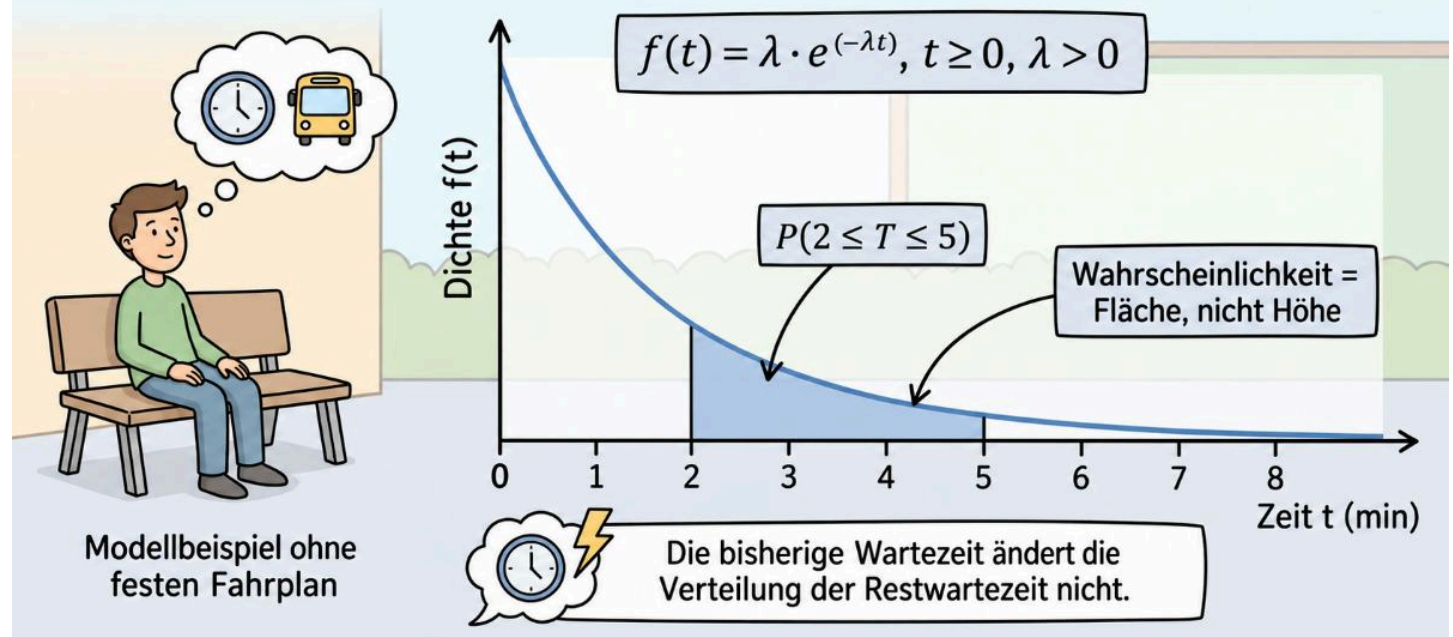
Weitere stetige Verteilungen exemplarisch nutzen (LK)

Lernziel-ID 455ef29a-7194-5c5a-b832-1c27fcfbf2516

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Exponentialverteilung: Wartezeiten als Beispiel



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine weitere stetige Verteilung, zum Beispiel die Exponentialverteilung als Modell für Wartezeiten oder Zuverlässigkeitssituationen, exemplarisch verwenden, zugehörige Wahrscheinlichkeiten bestimmen und zentrale Modelleigenschaften im Kontext erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalverteilung als Approximation binomialer Modelle (LK)

44dba16e-2e86-56be-974b-a62093ef9211

S. 483

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

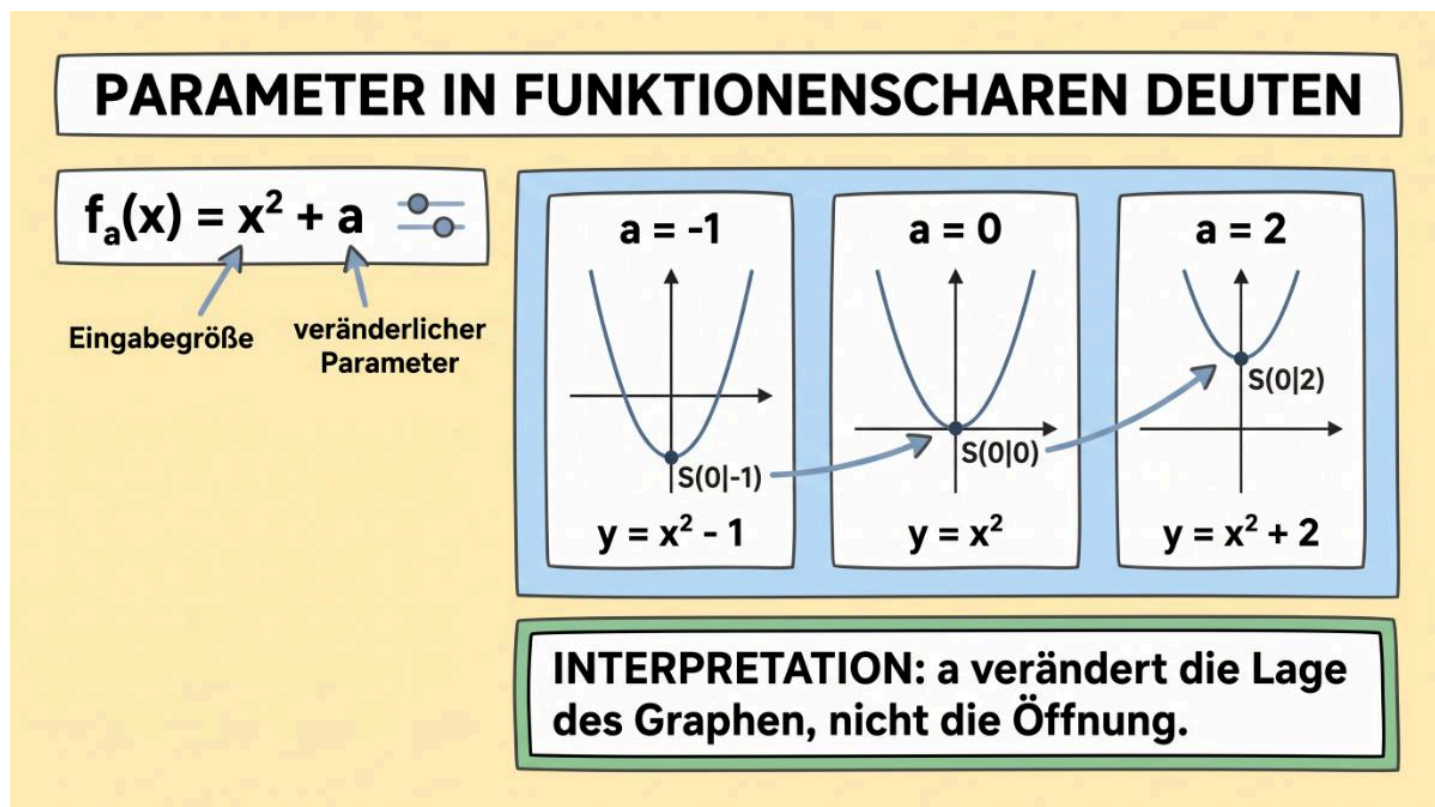
[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Parameter in Funktionenscharen deuten

Lernziel-ID 993a14e8-60f0-5764-9340-b2447a5fa84b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Parameter einer Funktionenschar als veränderliche Größe deuten und seinen Einfluss auf eine ausgewählte Grapheneigenschaft qualitativ erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen 858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f	S. 211	Verschiebungen von Funktionsgraphen beschreiben dd6c5e08-0cc6-53c0-b317-ebaba277c776	S. 341
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameterwirkung auf Schargraphen beschreiben bfa2351c-735e-56eb-a778-2413aa68db42	S. 488	Parameter für vorgegebene Nullstellen bestimmen 5e615e88-25b6-50d5-8f1a-c57e5f9466ed	S. 489	Ganzrationale Funktionenscharen untersuchen fcf9af67-7abd-5f69-a22a-b436297d44c5	S. 491	Funktionenscharen mit Exponential- und ganzrationalen Anteilen untersuchen ccfd4e60-5728-568f-adb7-0b932d8e5aac	S. 493
Transformationsscharen bekannter Funktionsklassen untersuchen e33e75e3-eae5-5a09-862f-d1a11176373f	S. 495						

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

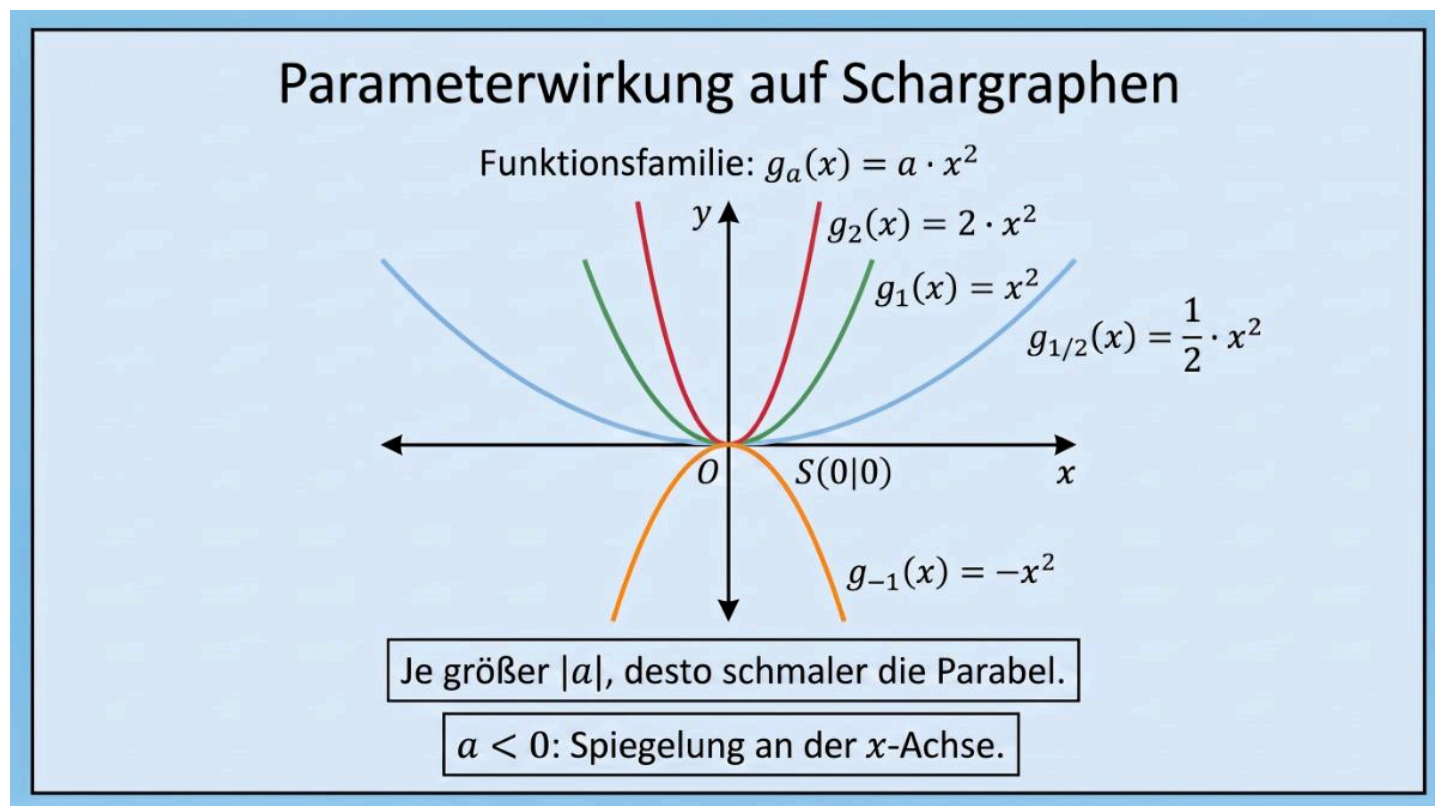
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Parameterwirkung auf Schargraphen beschreiben

Lernziel-ID bfa2351c-735e-56eb-a778-2413aa68db42

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an Schargraphen beschreiben, wie ein Parameter die Lage oder Form des Graphen verändert.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter in Funktionenscharen deuten

993a14e8-69f0-5764-9340-b2447a5fa84b

S. 487

Wird direkt vorausgesetzt von

Extremstellen parameterabhängig untersuchen

7f9aaebd-cc8d-522b-8b3a-ea22675c65dd

S. 490

Ganzrationale Funktionenscharen untersuchen

fcf9af67-7abd-5f69-a22a-b436297d44c5

S. 491

Parameter für vorgegebene Nullstellen bestimmen

Lernziel-ID 5e615e88-25b6-50d5-8f1a-c57e5f9466ed

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen

Parameter für vorgegebene Nullstellen bestimmen

Gegeben

Scharfunktion:
 $f_a(x) = x^2 + a$

Vorgegebene Nullstelle:
 $x = 2$

? Ziel: Parameter a finden?

Berechnung

Bedingung:
 $f_a(2) = 0$

→ Einsetzen:
 $(2)^2 + a = 0$

→ Vereinfachen:
 $4 + a = 0$

Parameter berechnen:
 $a = -4$

Lösung & Kontrolle

Algebraische Kontrolle (für $a = -4$):

$f_{-4}(x) = x^2 - 4$

→ $f_{-4}(2) = 2^2 - 4$
 $= 4 - 4 = 0$ **Korrekt!**

Graphische Kontrolle:

$f_{-4}(x) = x^2 - 4$

Vorgegebene Nullstelle $x = 2$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parameterwerte berechnen, für die eine Scharfunktion eine vorgegebene Nullstelle besitzt, und die Lösung algebraisch begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Parameter in Funktionenscharen deuten](#)

993a14e8-69f0-5764-9340-b2447a5fa84b

S. 487

Wird direkt vorausgesetzt von

[Extremstellen parameterabhängig untersuchen](#)

7f6aaebd-cc8d-522b-8b3a-ea22675c65dd

S. 490

Extremstellen parameterabhängig untersuchen

Lernziel-ID 7feaaebd-cc8d-522b-8b3a-ea22675c65dd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ableitungen verwenden, um Extremstellen einer Funktionenschar in Abhängigkeit vom Parameter zu bestimmen und die Ergebnisse zu prüfen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameterwirkung auf Schargraphen beschreiben bfa2351c-735e-56eb-a778-2413aa68db42	S. 488	Parameter für vorgegebene Nullstellen bestimmen 5e615e88-25b6-50d5-8f1a-c57e5f9466ed	S. 489
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganzrationale Funktionenscharen untersuchen fcf9af67-7abd-5f69-a22a-b436297d44c5	S. 491	Ortskurven von Extrempunkten bestimmen (LK) f0ce0ced-46a0-594a-9b5d-d2dc18e5e473	S. 496	Parameter zur Modellierung von Sachsituationen bestimmen 6ca8ad6b-a770-5d5e-9f91-7211c54c45b0	S. 498
--	--------	--	--------	---	--------

Ganzrationale Funktionenscharen untersuchen

Lernziel-ID fcf9af67-7abd-5f69-a22a-b436297d44c5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen

Ganzrationale Funktionenscharen untersuchen

UNTERSUCHUNGS-CHECKLISTE

Funktionsschar: $p_a(x) = x^2 + ax = x(x+a)$

Parameter-abhängige Eigenschaften:

- Nullstellen (N)**
 $p_a(x) = 0 \Rightarrow x = 0$
und $x = -a$
- Symmetrieachse (SA)**
 $x = -\frac{a}{2}$
- Scheitelpunkt (S_a)**
 $S_a\left(-\frac{a}{2} \mid -\frac{a^2}{4}\right)$

Öffnung: nach oben (für alle a)

BEISPIEL: $a = 2$

Konkrete Funktion: $p_2(x) = x^2 + 2x = x(x+2)$

Spezifische Eigenschaften:

- Nullstellen: 0 und -2
- Symmetrieachse: $x = -1$
- Scheitelpunkt: $S(-1 \mid -1)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ganzrationale Funktionenscharen in Abhängigkeit vom Parameter untersuchen, charakteristische Grapheneigenschaften bestimmen und die Ergebnisse fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter in Funktionenscharen deuten 993a14e8-60f0-5764-9340-b2447a5fa84b	S. 487	Parameterwirkung auf Schargraphen beschreiben bfa2351c-735e-56eb-a778-2413aa68db42	S. 488	Extremstellen parameterabhängig untersuchen 7feaaebd-cc8d-522b-8b3a-ea22675c65dd	S. 490
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Integrale ganzrationaler Funktionenscharen berechnen d144a859-9139-55c7-a801-e8b85dab5f01	S. 492
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Integrale ganzrationaler Funktionenscharen berechnen

Lernziel-ID d144a855-9139-55c7-a801-e8b85dab5f01

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen

Integrale ganzrationaler Funktionenscharen berechnen

Parameterabhängige Berechnung (kurz)

Gegebene Funktionenschar:

$$f_a(x) = a \cdot x + 1 \leftarrow \text{Parameter } a$$

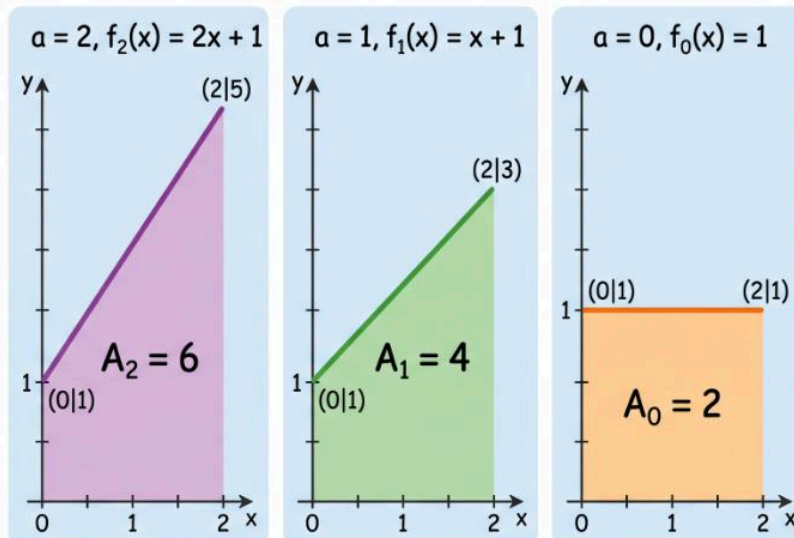
Stammfunktion:

$$F_a(x) = \frac{a}{2} \cdot x^2 + x \leftarrow \text{Stammfunktion}$$

Bestimmtes Integral von 0 bis 2:

$$\begin{aligned} \int_0^2 (a \cdot x + 1) dx &= [F_a(x)]_0^2 \\ &= F_a(2) - F_a(0) \leftarrow \text{Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung} \\ &= \left(\frac{a}{2} \cdot 2^2 + 2 \right) - \left(\frac{a}{2} \cdot 0^2 + 0 \right) \\ &= (2a + 2) - 0 \\ &= 2a + 2 \leftarrow \text{Ergebnis hängt von } a \text{ ab} \end{aligned}$$

Visualisierung & Deutung für verschiedene Parameterwerte a



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Stammfunktionen und bestimmte Integrale ganzrationaler Funktionenscharen parameterabhängig berechnen und die Ergebnisse im Zusammenhang der Schar deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen und vorgegebene Stammfunktionen nutzen

S. 302

Ganzrationale Funktionenscharen untersuchen

S. 491

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

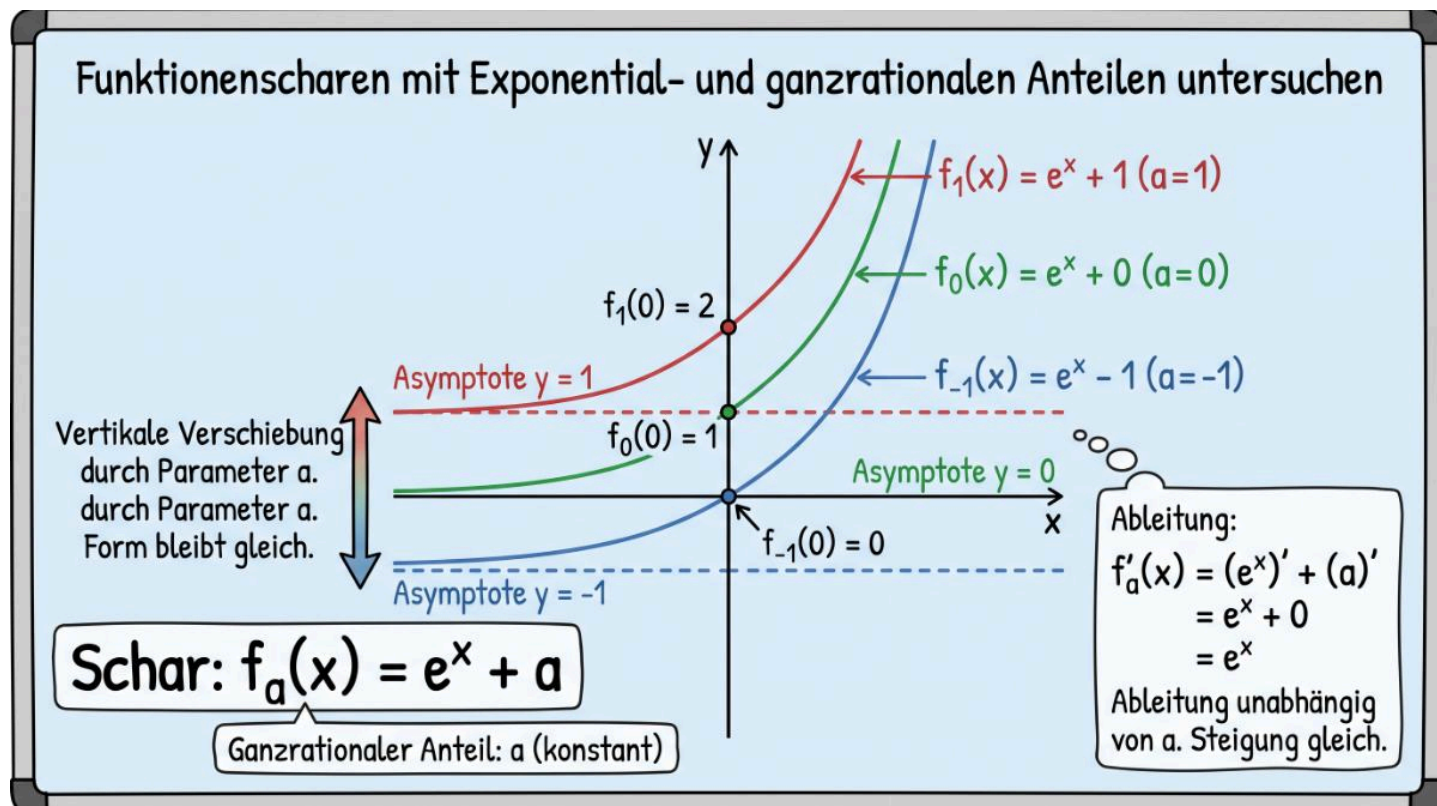
[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Funktionenscharen mit Exponential- und ganzrationalen Anteilen untersuchen

Lernziel-ID ccf44e60-5728-568f-adb7-0b932d8e5aac

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionenscharen untersuchen, in denen Exponentialfunktionen mit ganzrationalen Funktionen durch Addition, Multiplikation oder Verkettung verknüpft sind, und den Parametereinfluss auf den Graphen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verknüpfungen von Exponential- und ganzrationalen Funktionen untersuchen

S. 319

Parameter in Funktionenscharen deuten

S. 487

Wird direkt vorausgesetzt von

Integrale bei verknüpften Exponential- und ganzrationalen Funktionen berechnen

S. 494

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Integrale bei verknüpften Exponential- und ganzrationalen Funktionen berechnen

Lernziel-ID 0e8417d7-effb-5314-93ba-a571b01726ce

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen

Produkt aus Polynom und Exponentialfunktion integrieren



Stammfunktion finden

Funktion $f(x)$

$$f(x) = x \cdot e^x$$



Stammfunktion $F(x)$

$$F(x) = (x - 1) \cdot e^x$$



Durch Ableiten prüfen

$$\begin{aligned} F'(x) &= [(x - 1) \cdot e^x]' \\ &= e^x + (x - 1) \cdot e^x \\ &= x \cdot e^x = f(x) \end{aligned}$$

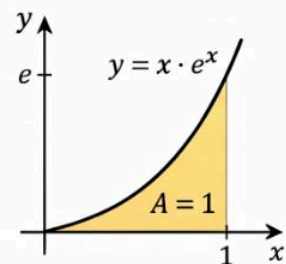


Stimmt!
 $F'(x) = f(x)$



Das bestimmte Integral

$$\int_0^1 x \cdot e^x dx = [F(x)]_0^1 = 1$$



Fläche unter der Kurve von $x=0$ bis $x=1$ beträgt exakt 1.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Integrale bei verknüpften Exponential- und ganzrationalen Funktionen berechnen und Stammfunktionen durch Ableiten nachweisen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Stammfunktionen durch Ableiten nachweisen

93fcf49d-a08c-5aa5-a5b2-cb4ee56fdae4

S. 320

Funktionenscharen mit Exponential- und ganzrationalen Anteilen untersuchen

ccfd4e60-5728-568f-adb7-0b932d8e5aac

S. 493

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Transformationsscharen bekannter Funktionsklassen untersuchen

Lernziel-ID e33e75e3-eae5-5a09-862f-d1a11176373f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionenscharen bekannter Funktionsklassen untersuchen, wenn der Parameter ausschließlich eine Streckung, Stauchung oder Verschiebung bewirkt, und die Parameterwirkung am Graphen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Allgemeinen Transformationsterm interpretieren a12bef54-7595-5f48-a7a8-9cfe1d8e9729	S. 344	Parameter in Funktionenscharen deuten 993a14e8-60f0-5764-9340-b2447a5fa84b	S. 487
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Ortskurven von Extrempunkten bestimmen (LK)

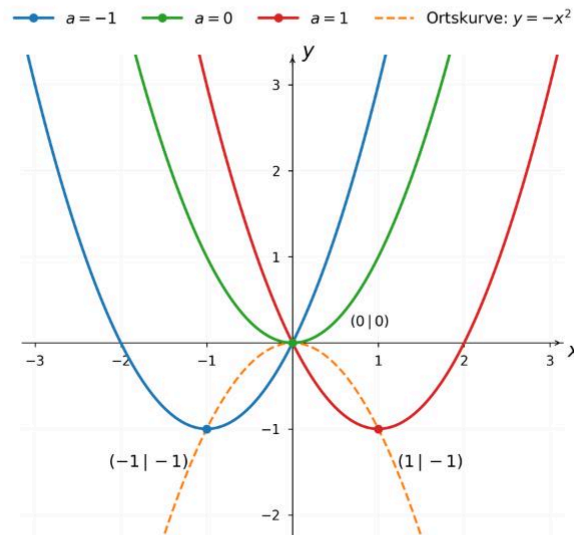
Lernziel-ID fdce0ced-46a0-594a-9b5d-d2dc18e5e473

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen > Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten bestimmen (LK)

Parabelschar und Ortskurve

$$f_a(x) = x^2 - 2ax$$



Scheitelpunkte

$$x_E = a, \quad y_E = -a^2 \quad \Rightarrow \quad y_E = -x_E^2$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Funktionenschar die Koordinaten ihrer Extrempunkte parameterabhängig bestimmen, den Parameter eliminieren und daraus die Gleichung der Ortskurve herleiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Extremstellen parameterabhängig untersuchen

7f6aaebd-cc8d-522b-8b3a-ea22675c65dd

S. 490

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Ortskurven von Wendepunkten bestimmen (LK)

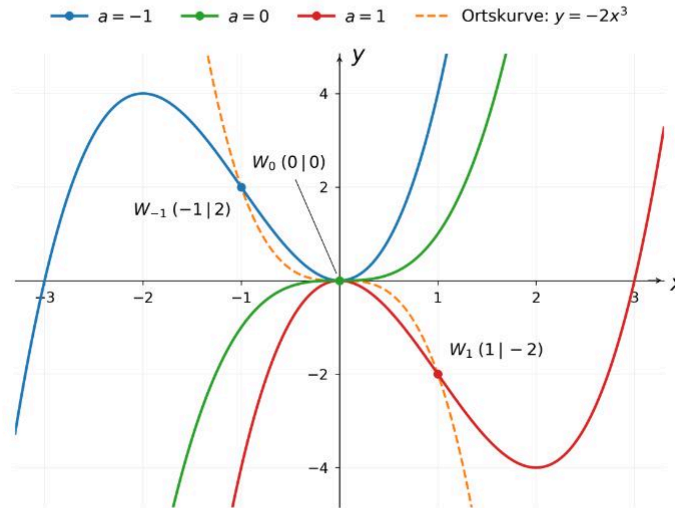
Lernziel-ID 79444ef9-cc85-5ac4-a3bc-f10d3ffbfd16

[Mathematik](#) › [Sekundarstufe II \(GK und LK\)](#) › [Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen](#) ›

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen › Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten bestimmen (LK).

Wendepunkte und ihre Ortskurve

$$f_a(x) = x^3 - 3ax^2$$



Wendepunkte der jeweiligen Kurve

$$x_W = a, \quad y_W = -2a^3 \implies y_W = -2x_W^3$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Funktionenschar die Koordinaten ihrer Wendepunkte parameterabhängig bestimmen, den Parameter eliminieren und daraus die Gleichung der Ortskurve herleiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen

b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3

S. 227

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

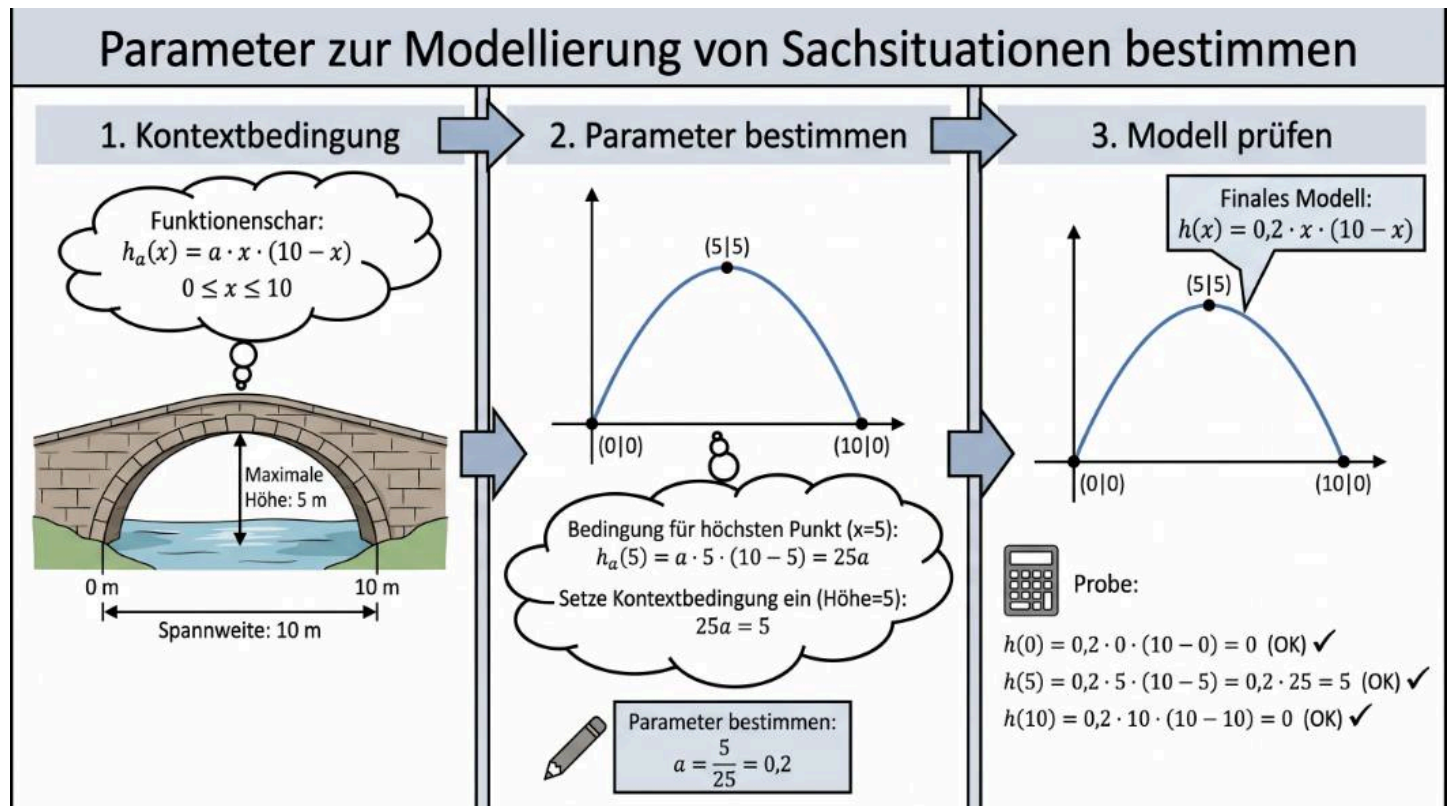
Die Ortskurve von Wendepunkten bestimmen (LK) 74e9a588-cd05-5007-a715-f360fdea9989

Parameter zur Modellierung von Sachsituationen bestimmen

Lernziel-ID 6ca8ad6b-a770-5d5e-9f91-7211c54c45b0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Parameter einer Funktionenschar so bestimmen, dass eine vorgegebene Kontextbedingung erfüllt ist.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Extremstellen parameterabhängig untersuchen](#)

S. 490

Wird direkt vorausgesetzt von

[Parameterbereiche für Lösungsexistenz analysieren \(LK\)](#)

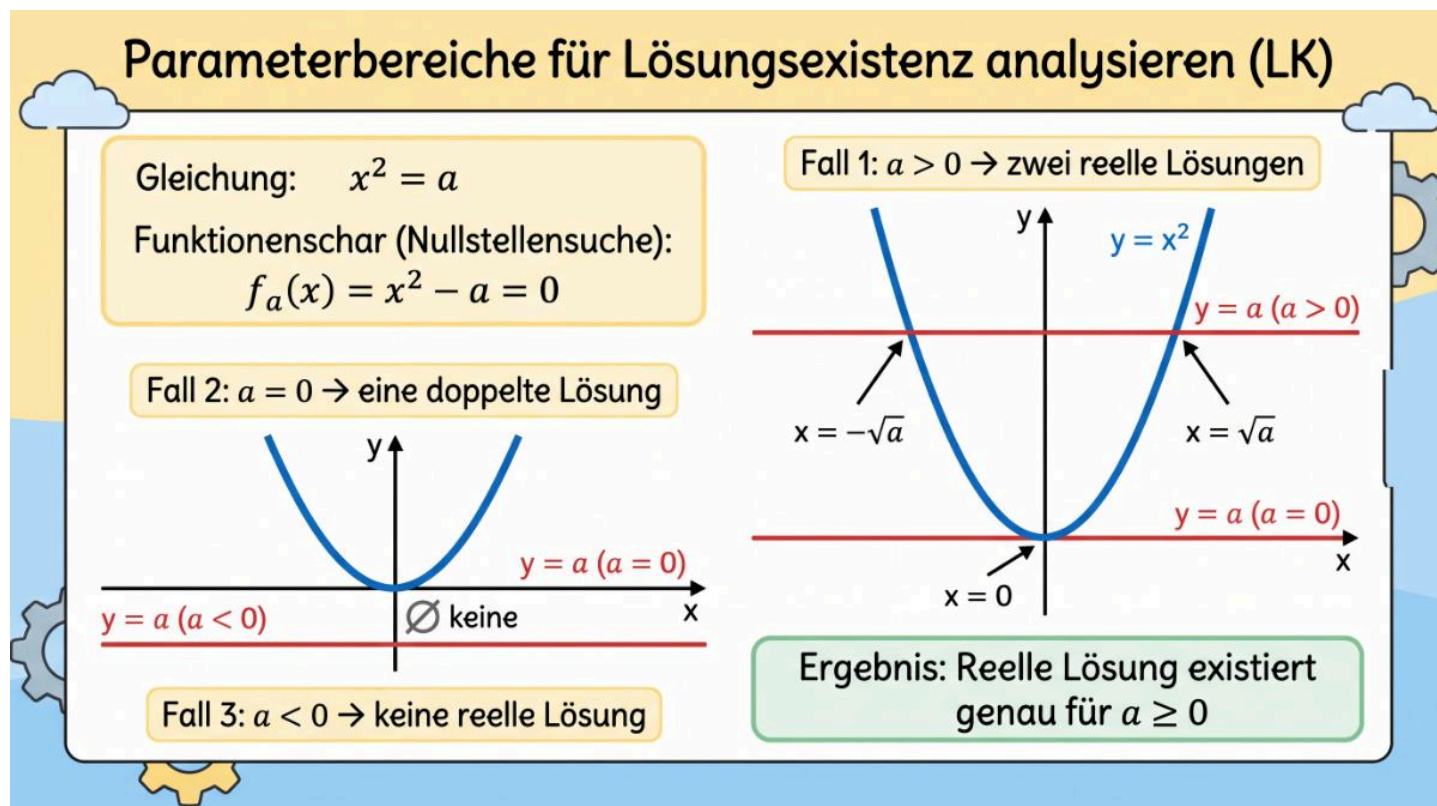
S. 499

Parameterbereiche für Lösungsexistenz analysieren (LK)

Lernziel-ID 1bdac3d8-6b6f-5e27-9c9e-9addf198aa99

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Funktionenscharen und Parameteruntersuchungen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Funktionenschar begründen, für welche Parameterbereiche eine geforderte Lösung existiert.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter zur Modellierung von Sachsituationen bestimmen

6ca8ad6b-a770-5d5e-9f91-7211c54c45b0

S. 498

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

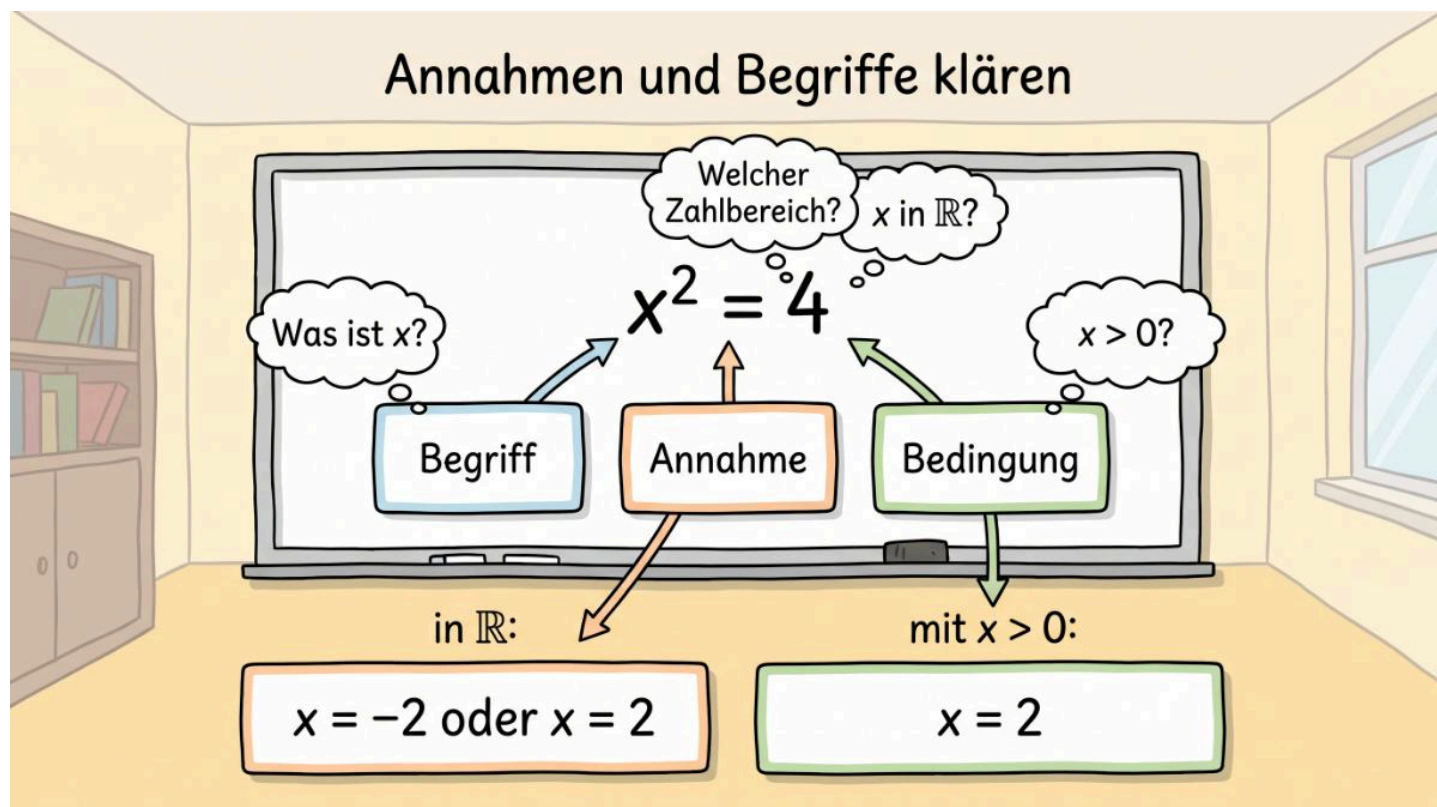
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionenscharen und Ortskurven untersuchen](#) 1969d4dc-2ba6-5c26-ad7c-6e0114ab1fdf

Annahmen und Begriffe klären

Lernziel-ID 50b9426f-ebec-526d-8b9d-e61d9707a46e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Aussagen prüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einer Aussage verwendete Begriffe präzisieren (Definitionen/Notation) und den Geltungsbereich bzw. Bedingungen (z. B. $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$, $x > 0$) explizit angeben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Keine

Wird direkt vorausgesetzt von

Plausibilität mit Beispielen testen 1e164a09-0a2b-55ab-b927-08a4a278f72b	S. 501	Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden 28d098ab-f33f-5ba7-8261-f1c0c0f711fa	S. 504	Vermutungen mit Beispielen testen 09e85220-afc3-5357-b5bc-c4b2c17e85aa	S. 510	Gegebenes und Gesuchtes bestimmen a288231e-e4bb-5c65-b018-b79a51ca87d8	S. 522
--	--------	--	--------	--	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Plausibilität mit Beispielen testen

Lernziel-ID 1e164a09-0a2b-55ab-b927-08a4a278f72b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Aussagen prüfen



Plausibilität mit Beispielen testen

Vermutung: Für jede ganze Zahl n ist $n(n+1)$ gerade.

Negative Zahl	Null	Positive Zahl	Weiteres Beispiel
$n = -2$ $(-2) \cdot (-1) = 2$ ✓ gerade	$n = 0$ $0 \cdot 1 = 0$ ✓ gerade	$n = 1$ $1 \cdot 2 = 2$ ✓ gerade	$n = 5$ $5 \cdot 6 = 30$ ✓ gerade

Die Beispiele passen — ein Beweis ist das noch nicht.
Ein Gegenbeispiel würde die Vermutung widerlegen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Aussage mithilfe geeigneter Beispiele sowie Rand- und Spezialfälle auf Plausibilität prüfen und die Wahl der Beispiele begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Annahmen und Begriffe klären

50b9426f-ebec-526d-8b9d-e61d9707a46e

S. 500

Wird direkt vorausgesetzt von

Geltungsbereich bestimmen

04118376-6dd8-532e-ab38-be22017ba93d

S. 502

Vermutungen mit Beispielen testen

09e85220-afc3-5357-b5bc-c4b2c17e85aa

S. 510

Geltungsbereich bestimmen

Lernziel-ID 04118376-6dd8-532e-ab38-be22017ba93d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Aussagen prüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann entscheiden, ob eine Aussage allgemein oder nur unter Zusatzbedingungen gilt, und diese Bedingungen präzise formulieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität mit Beispielen testen

1e164a09-0a2b-55ab-b927-08a4a278f72b

S. 501

Wird direkt vorausgesetzt von

Begründen oder widerlegen

3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e

S. 503

Vermutungen mit Beispielen testen

09e85220-afc3-5357-b5bc-c4b2c17e85aa

S. 510

Beweis mit Fallunterscheidung

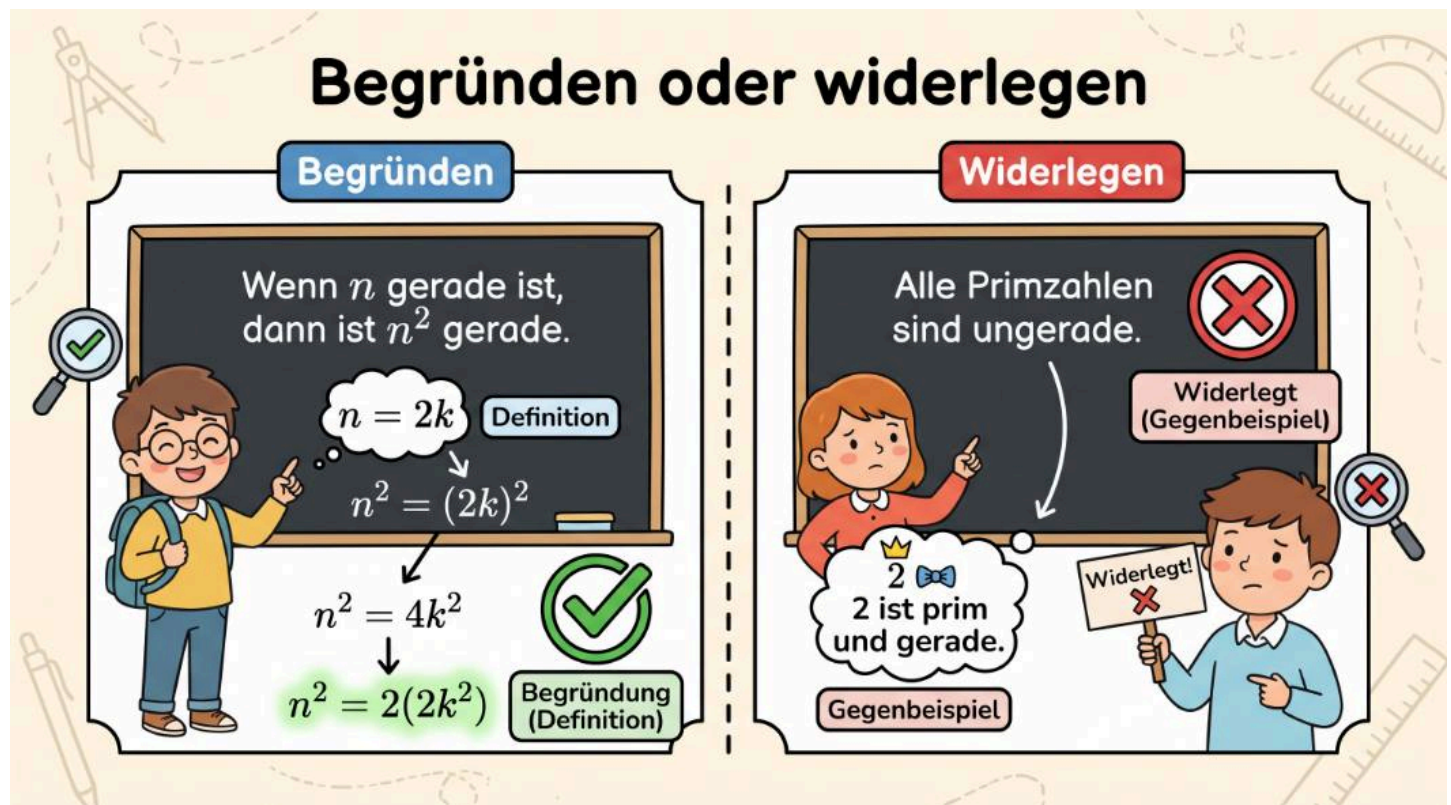
9ea981ed-8b78-502c-b316-01d8cb885814

S. 516

Begründen oder widerlegen

Lernziel-ID 3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Aussagen prüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Aussage knapp begründen (unter Nutzung bekannter Definitionen/Sätze) oder durch ein Gegenbeispiel widerlegen und dies nachvollziehbar erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geltungsbereich bestimmen 04118376-6dd8-532e-ab38-be22017ba93d		S. 502
Wird direkt vorausgesetzt von		
Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden 28d098ab-f33f-5baf-8261-f1c9c0f711fa	S. 504	Äquivalenz durch Begründung oder Gegenbeispiel prüfen e2bf726a-126c-5c66-9fbb-6e04c129bb0f
Variablen und Annahmen festlegen 7e1b43e2-40f9-5751-9735-d97763eb4ea2	S. 530	Ergebnis im Kontext deuten 70f37fda-545f-51dc-a002-c8e435e5c4a5
Gegebenes und Gesuchtes bestimmen a288231e-e4bb-5c65-b018-b79a51ca87d8	S. 522	Heuristik auswählen und begründen bd637a72-6009-54f5-bb33-8a9e898bf7a0
Strategien nach Kriterien vergleichen (LK) f9c24dd8-eaa5-5395-8679-820c1a74e7b7	S. 538	

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden

Lernziel-ID 28d098ab-f33f-5baf-8261-f1c0c0f711fa

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Logische Schlussfolgerungen ziehen > Implikation und Äquivalenz unterscheiden

Wenn ... dann ...

Geltungsbereich: ganze Zahlen n

Wenn n durch 4 teilbar ist, dann ist n gerade.

Voraussetzung
 n ist durch 4 teilbar.

daraus folgt

Folgerung
 n ist gerade.

Beispiel: $n = 12$

$12 = 4 \cdot 3$
Damit ist die Voraussetzung erfüllt (12 ist durch 4 teilbar).

$12 = 2 \cdot 6$
Damit ist die Folgerung erfüllt (12 ist gerade).

Die Aussage gilt für jede ganze Zahl mit dieser Voraussetzung.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einer mathematischen Wenn-Dann-Aussage Voraussetzung und Folgerung eindeutig benennen und den Geltungsbereich der Aussage angeben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Annahmen und Begriffe klären 50b9426f-ebec-526d-8b9d-e61d9707a46e	S. 500	Begründen oder widerlegen 3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e	S. 503
Umkehrung und Kontraposition bilden 749ab443-776a-5c7a-8f1d-2b0b59a5ed32	S. 505	Äquivalenz durch Begründung oder Gegenbeispiel prüfen e2bf726a-126c-5c66-9fbb-6e04c129bb0f	S. 506
Quantoren richtig interpretieren a8d4eb81-b77a-53e3-813a-dbfeed09f1bf	S. 509	Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden 591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b	S. 507
Direkten Beweis führen d21a1303-50fc-5e38-aeda-eeae3392c74b	S. 513	Fehlschlüsse erkennen und korrigieren 2b497114-66ce-5f38-9b4d-dd17a2f4088f	S. 508
Beweis durch Widerspruch c5ea9b97-746f-5e8b-9fe1-26a8406ac3a9	S. 515		

Umkehrung und Kontraposition bilden

Lernziel-ID 740ab443-776a-5c7a-8f1d-2b0b59a5ed32

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Logische Schlussfolgerungen ziehen > Implikation und Äquivalenz unterscheiden

Aussage

$$P \Rightarrow Q$$

Umkehrung

$$Q \Rightarrow P$$

Kontraposition

$$\neg Q \Rightarrow \neg P$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer mathematischen Implikation die Umkehrung und die Kontraposition korrekt formulieren und beide von der Ausgangsaussage unterscheiden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden

S. 504

Wird direkt vorausgesetzt von

Beweis durch Kontraposition

S. 514

Äquivalenz durch Begründung oder Gegenbeispiel prüfen

Lernziel-ID e2bf726a-126c-5c66-9fbb-6e04c129bb0f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Logische Schlussfolgerungen ziehen > Implikation und Äquivalenz unterscheiden

Äquivalenz? Beide Richtungen prüfen!

$\geq$ Für ganze Zahlen n $\leq$

Hinrichtung gilt ✓

Durch 4 teilbar $\Rightarrow$ gerade

$n = 4k = 2 \cdot (2k)$, k ganzzahlig



Ein Vielfaches von 4 ist immer gerade.

Umkehrung prüfen ✗

Gerade $\Rightarrow$ durch 4 teilbar?

$n = 6$

6 ist gerade. ✓

6 ist nicht durch 4 teilbar. ✓



 **Keine Äquivalenz:** Ein Gegenbeispiel widerlegt die Umkehrung.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann prüfen, ob eine mathematische Aussage und ihre Umkehrung beide gelten, und eine behauptete Äquivalenz durch Begründungen bestätigen oder durch ein Gegenbeispiel widerlegen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Begründen oder widerlegen
3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e

S. 503

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden
28d098ab-f33f-5baf-8261-f1c0c0f711fa

S. 504

Wird direkt vorausgesetzt von

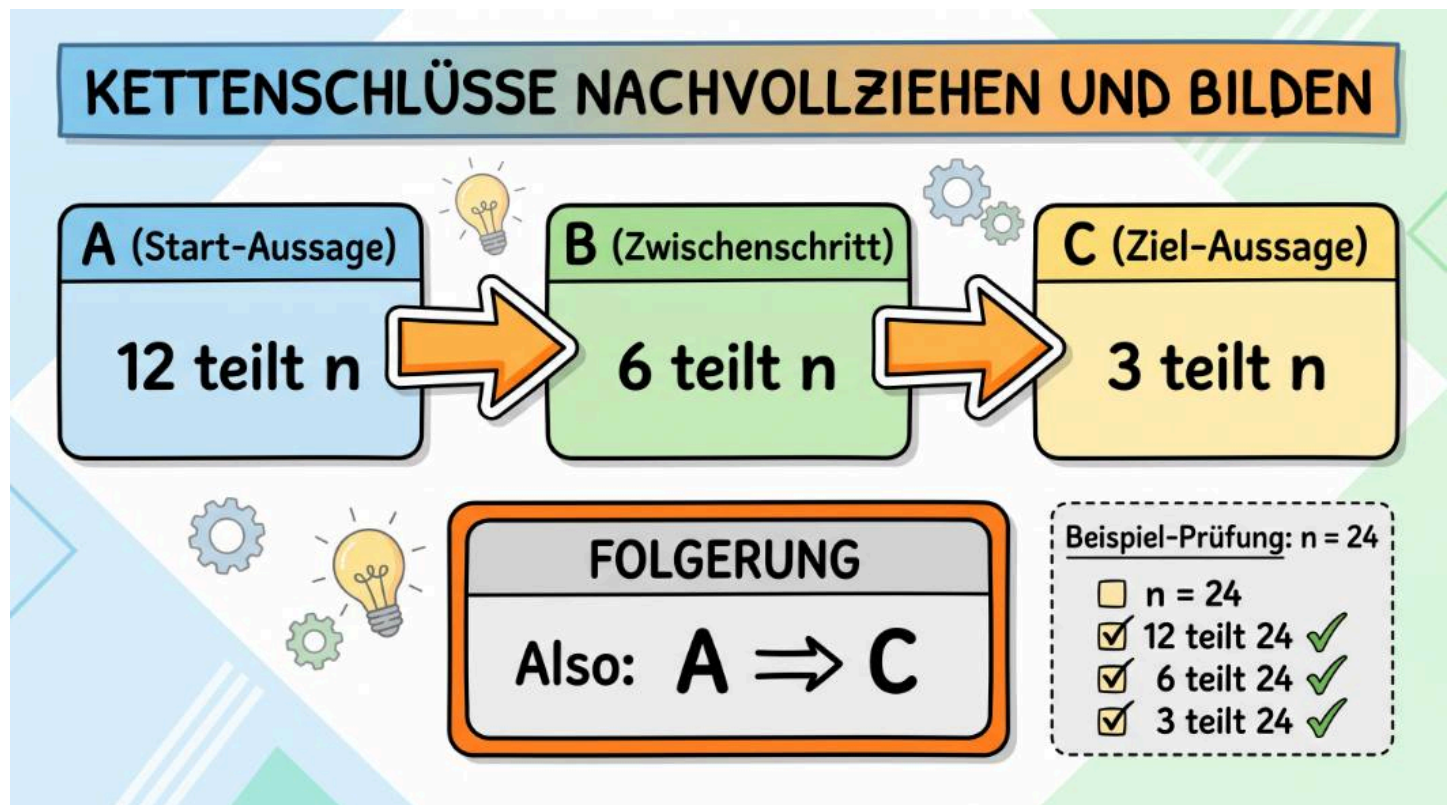
Fehlschlüsse erkennen und korrigieren
2b497114-66ce-5f38-9b4d-dd17a2f4088f

S. 508

Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden

Lernziel-ID 591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Logische Schlussfolgerungen ziehen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus mehreren gegebenen Aussagen einen Kettenschluss (z. B. $A \Rightarrow B \Rightarrow C$) erstellen oder prüfen und die Zwischenschritte begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden

28d098ab-f33f-5ba7-8261-f1c0c0f711fa

S. 504

Wird direkt vorausgesetzt von

Direkten Beweis führen

d21a1303-507c-5e38-aeda-eeae3392c74b

S. 513

Beweis durch Kontraposition

81527aac-1abf-588d-acae-b82a86564b06

S. 514

Beweis durch Widerspruch

c5ea9b97-746f-5e8b-9fe1-26a8406ac3a9

S. 515

Beweis mit Fallunterscheidung

9ea981ed-8b78-502c-b316-01d8cb885814

S. 516

Heuristischen Stetigkeitsbegriff zum Argumentieren nutzen

27bdc580-ba17-5399-bf02-48f354846d1d

S. 597

Fehlschlüsse erkennen und korrigieren

Lernziel-ID 2b497114-66ce-5f38-9b4d-dd17a2f4088f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Logische Schlussfolgerungen ziehen

Fehlschluss

Das kann nicht stimmen!

$$\frac{x-1}{x-1} = 1 \text{ für alle } x$$

Falsche Verallgemeinerung

STOP:
Division durch 0 verboten

Korrektur

Die Bedingung ist entscheidend!

$$\frac{x-1}{x-1} = 1 \text{ nur für } x \neq 1$$

Korrekte Begründung:
Bei $x = 1$ wäre der Nenner 0

RICHTIG:
Bedingung beachten

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann typische Fehlschlüsse (z. B. Division durch 0, falsche Umkehrung) in Argumentationen identifizieren und eine korrekte Begründung angeben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden 28d098ab-f33f-5baf-8261-f1c0c0f711fa	S. 504	Äquivalenz durch Begründung oder Gegenbeispiel prüfen e2b7726a-126c-5c66-9fbb-6e04c129bb0f	S. 506
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Beweis durch Widerspruch c5ea9b97-746f-5e8b-9fe1-26a8406ac3a9	S. 515
---	--------

Quantoren richtig interpretieren

Lernziel-ID a8d4eb81-b77a-53e3-813a-dbfeed09f1bf

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Logische Schlussfolgerungen ziehen

Quantoren richtig interpretieren

Regel 1: Verneinung von "für alle"

$$\neg(\forall x: P(x)) \Leftrightarrow \exists x: \neg P(x)$$

$\neg(\forall x: P(x))$ $\exists x: \neg P(x)$

Regel 2: Verneinung von "es gibt"

$$\neg(\exists x: P(x)) \Leftrightarrow \forall x: \neg P(x)$$

$\neg(\exists x: P(x))$ $\forall x: \neg P(x)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Aussagen mit „für alle“/„es gibt“ in Worten und Symbolen deuten, verneinen und durch Beispiele bzw. Gegenbeispiele prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden

28d098ab-f33f-5ba7-8261-f1c0c0f711fa

S. 504

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

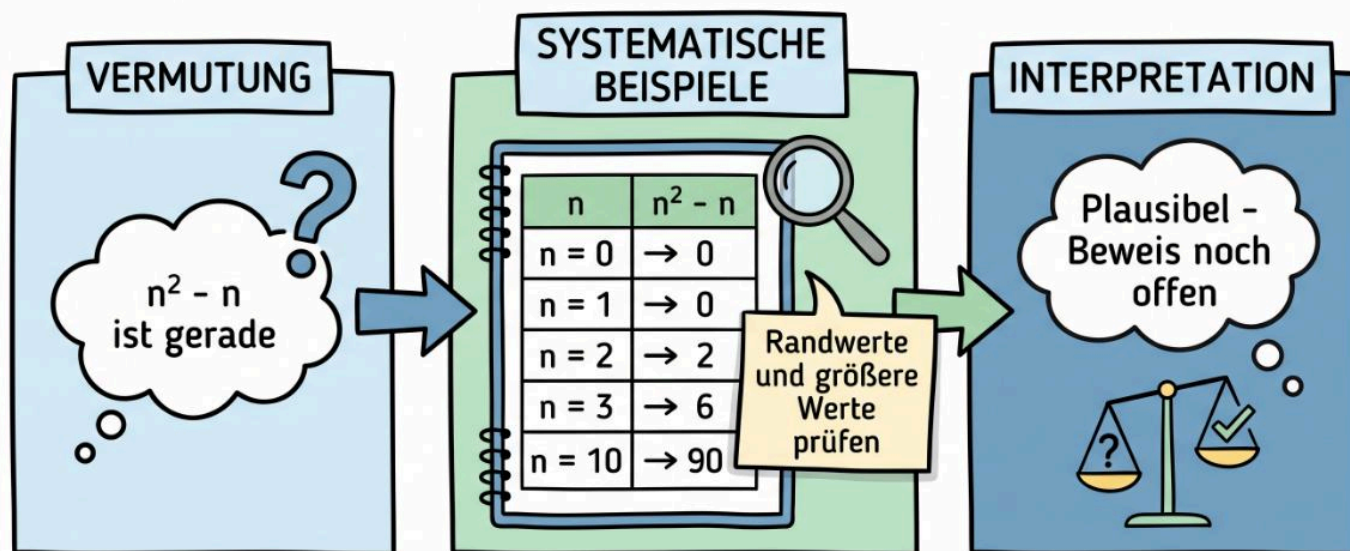
Vermutungen mit Beispielen testen

Lernziel-ID 09e85220-afc3-5357-b5bc-c4b2c17e85aa

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Gegenbeispiele finden und nutzen

Vermutungen mit Beispielen testen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Vermutung durch systematische Beispielwahl (z. B. Randwerte, Symmetrie, Extremfälle) untersuchen und die Ergebnisse interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Annahmen und Begriffe klären
50b9426f-ebec-526d-8b9d-e61d9707a46e

S. 500

Plausibilität mit Beispielen testen
1e164a09-0a2b-55ab-b927-08a4a278f72b

S. 501

Geltungsbereich bestimmen
04118376-6dd8-532e-ab38-be22017ba93d

S. 502

Wird direkt vorausgesetzt von

Gegenbeispiele konstruieren
e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416

S. 511

Gegenbeispiele konstruieren

Lernziel-ID e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Gegenbeispiele finden und nutzen

Gegenbeispiele konstruieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer falschen Aussage gezielt ein Gegenbeispiel konstruieren (z. B. durch Wahl eines Spezialfalls) und begründen, warum es die Aussage widerlegt.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

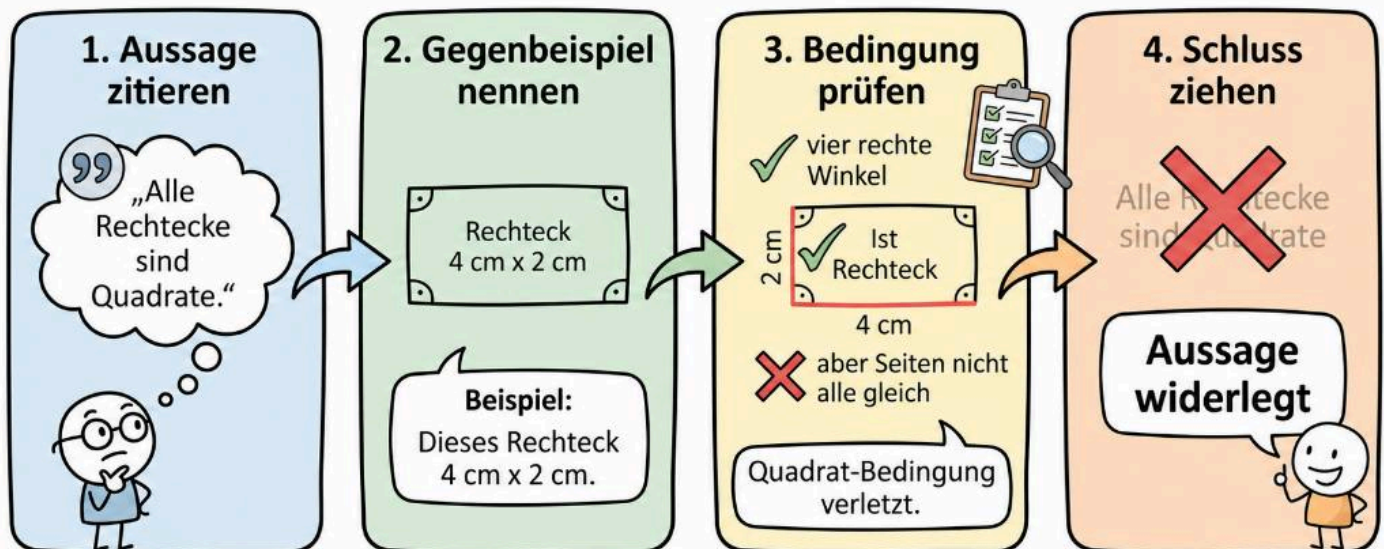
Vermutungen mit Beispielen testen 09e85220-a7c3-5357-b5bc-c4b2c17e85aa	S. 510
Widerlegung verständlich formulieren f84ea3d8-c255-552a-998a-202e42843f56	S. 512
Direkten Beweis führen d21a1303-50fc-5e38-aeda-eeae3392c74b	S. 513
Beweis durch Kontraposition 81527aac-1abf-588d-acae-b82a86564b06	S. 514
Beweis durch Widerspruch c5ea9b97-746f-5e8b-9fe1-26a8406ac3a9	S. 515
Beweis mit Fallunterscheidung 9ea981ed-8b78-502c-b316-01d8cb885814	S. 516
Argumente austauschen und prüfen bab64124-fabf-544c-a2e5-3e6c786531d2	S. 588

Widerlegung verständlich formulieren

Lernziel-ID f84ea3d8-c255-552a-998a-202e42843f56

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Gegenbeispiele finden und nutzen

Widerlegung verständlich formulieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Widerlegung einer allgemeinen Aussage durch ein Gegenbeispiel strukturiert darstellen: die Aussage nennen, zeigen, dass das Beispiel ihre Voraussetzungen erfüllt und der behaupteten Folgerung widerspricht, und den Schluss erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Gegenbeispiele konstruieren

e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416

S. 511

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

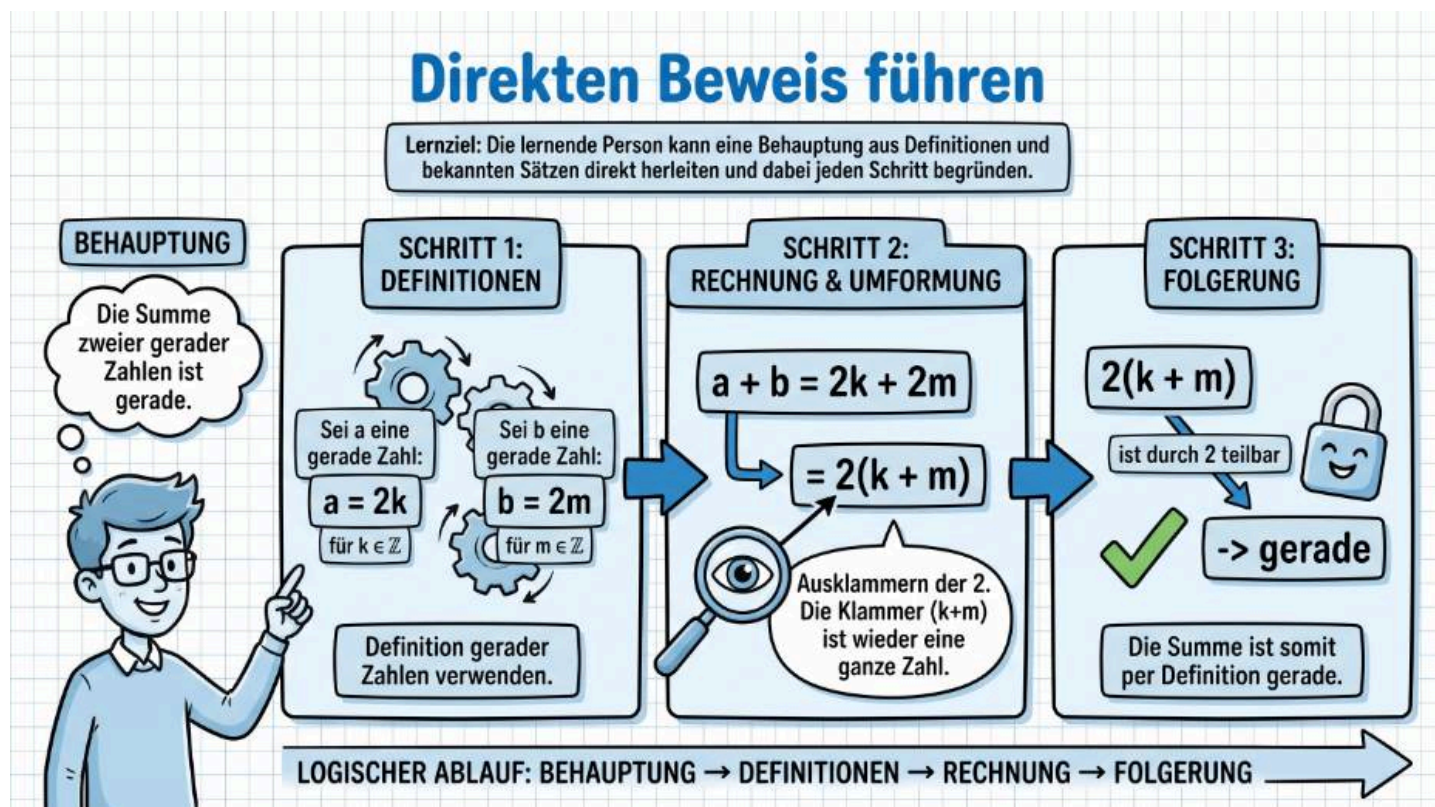
[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Direkten Beweis führen

Lernziel-ID d21a1303-50fc-5e38-aeda-eeae3392c74b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Begründungen und Beweise strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Behauptung aus Definitionen und bekannten Sätzen direkt herleiten und dabei jeden Schritt begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden 28d098ab-f33f-50af-8261-f1c0c0f711fa	S. 504	Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden 591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b	S. 507	Gegenbeispiele konstruieren e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416	S. 511
--	--------	---	--------	--	--------

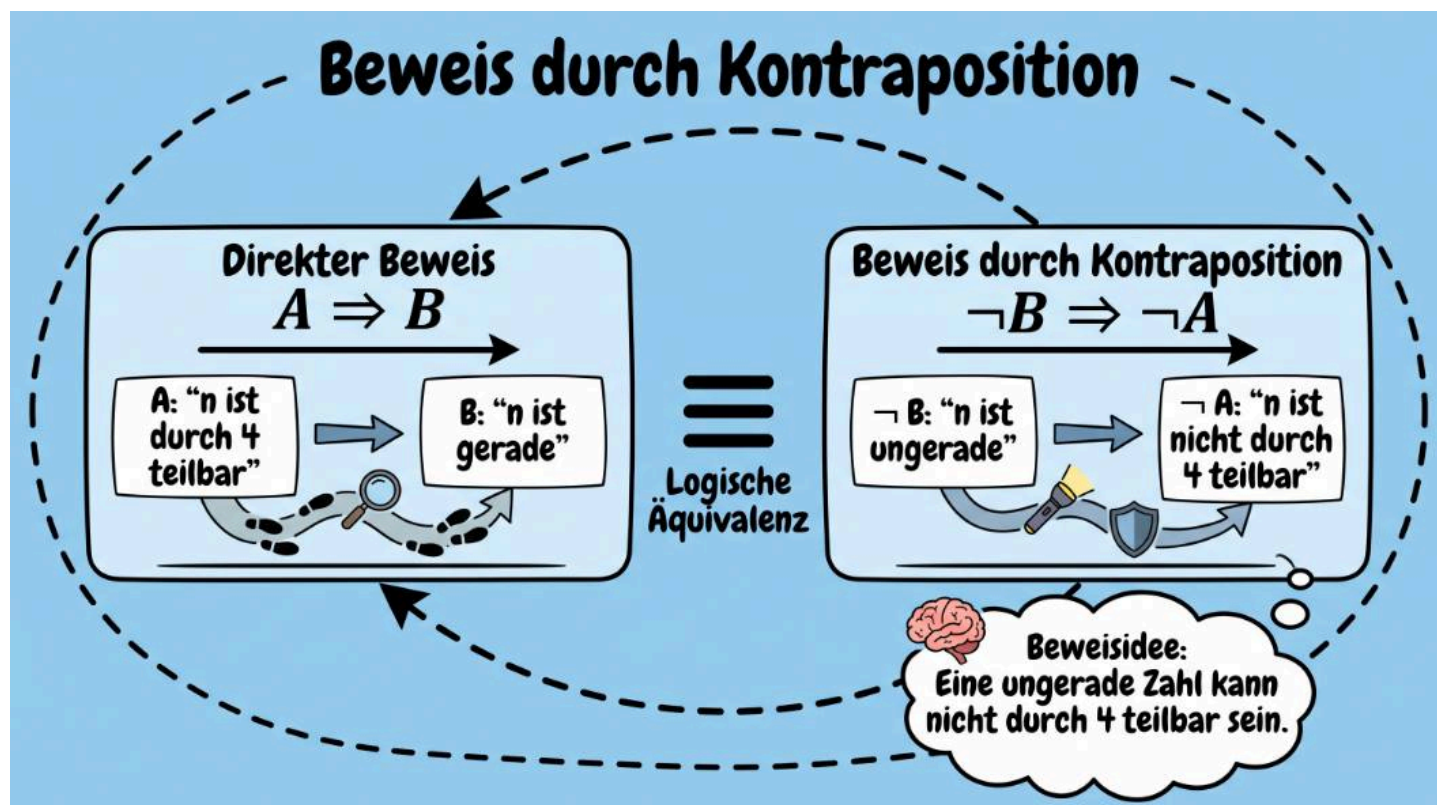
Wird direkt vorausgesetzt von

Induktionsbeweis durchführen 5c632c68-fc34-582e-8581-ae9e55ab538f	S. 517	Beweise verständlich präsentieren f2df01c0-355e-5e51-973f-d31b0eed28ec	S. 518	Ergebnis im Kontext deuten 70f37fda-545f-51dc-a002-c8e435e5c4a5	S. 534
---	--------	--	--------	---	--------

Beweis durch Kontraposition

Lernziel-ID 81527aac-1abf-588d-acae-b82a86564b06

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Begründungen und Beweise strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Implikation $A \Rightarrow B$ durch den Beweis der Kontraposition $\neg B \Rightarrow \neg A$ beweisen und die logische Äquivalenz begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Umkehrung und Kontraposition bilden 740ab443-776a-5c7a-8f1d-2b0b59a5ed32	S. 505	Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden 591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b	S. 507	Gegenbeispiele konstruieren e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416	S. 511
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

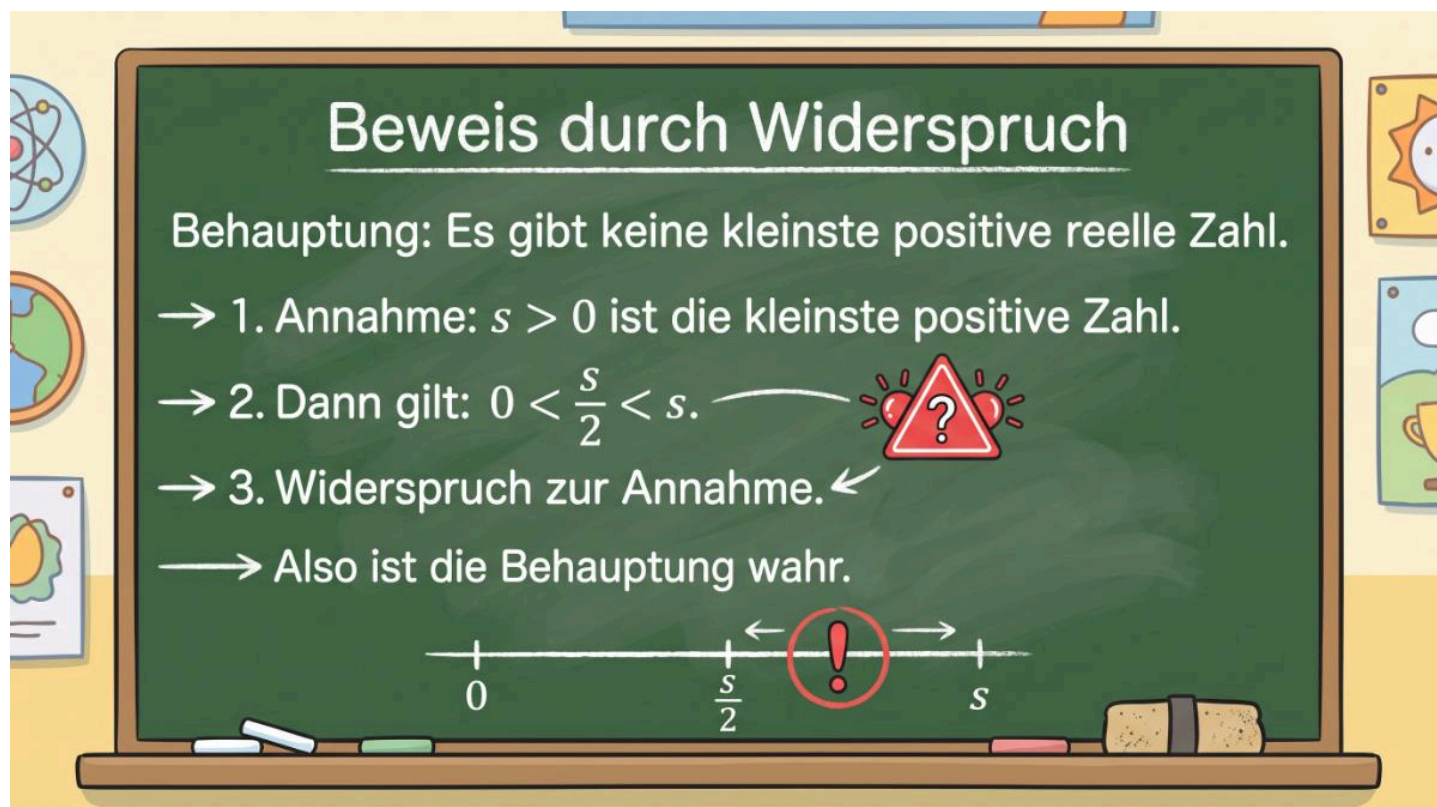
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Beweis durch Widerspruch

Lernziel-ID c5ea9b97-746f-5e8b-9fe1-26a8406ac3a9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Begründungen und Beweise strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Widerspruchsbeweis ansetzen: Negation der Behauptung annehmen, zu einem Widerspruch führen und daraus die Behauptung folgern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Voraussetzung und Folgerung in Wenn-Dann-Aussagen unterscheiden

S. 504

28d098ab-f33f-5ba7-8261-f1c0c0f711fa

Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden

S. 507

591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b

Fehlschlüsse erkennen und korrigieren

S. 508

2b497114-66ce-5f38-9b4d-dd17a2f4088f

Gegenbeispiele konstruieren

S. 511

e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416

Wird direkt vorausgesetzt von

Beweisstrategien vergleichen und wählen (LK)

S. 519

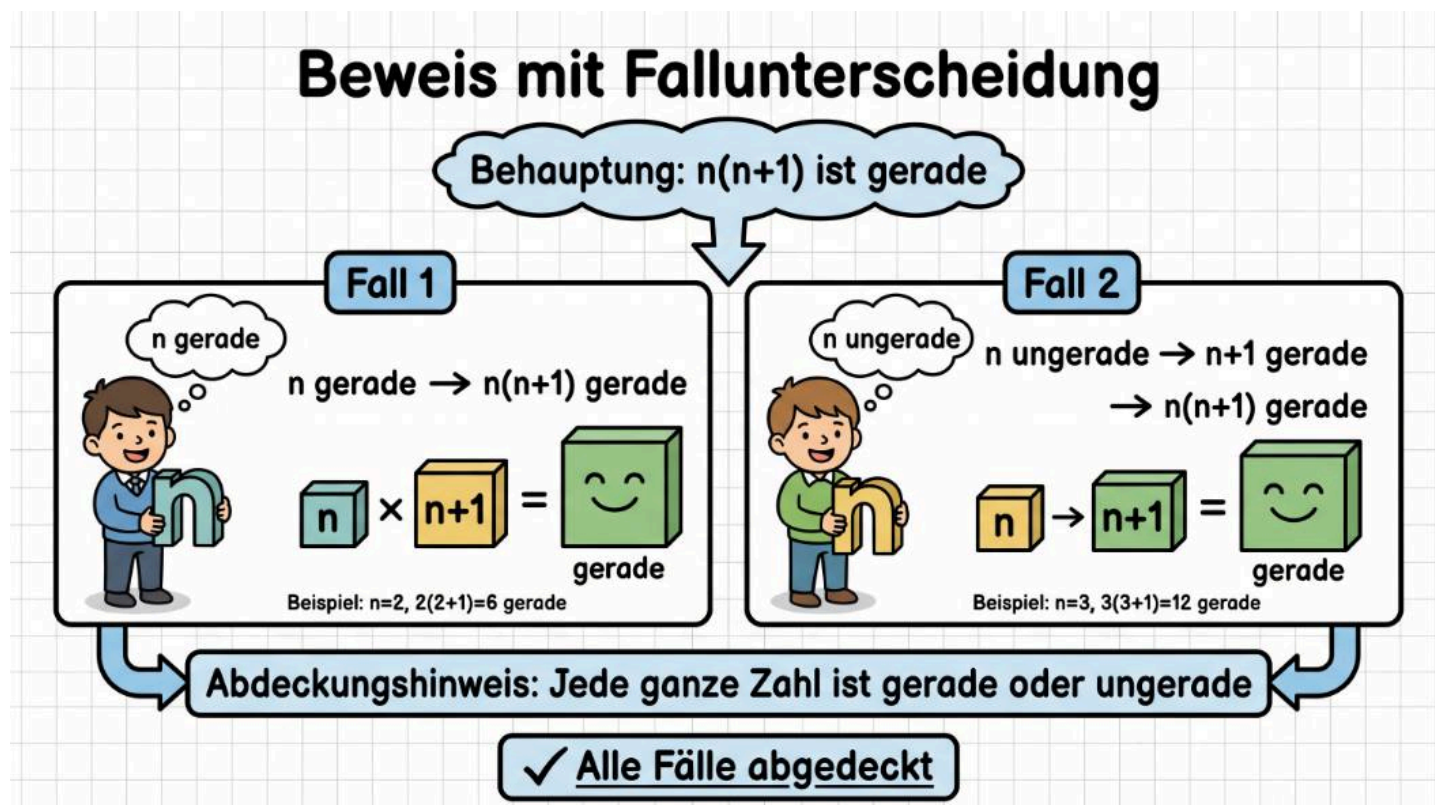
01217f4a-5221-5df9-b379-7b241fccf809

Beweis mit Fallunterscheidung

Lernziel-ID 9ea981ed-8b78-502c-b316-01d8cb885814

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Begründungen und Beweise strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Aussage durch vollständige Fallunterscheidung beweisen und sicherstellen, dass alle Fälle abgedeckt sind.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geltungsbereich bestimmen
04118376-6dd8-532e-ab38-be22017ba93d

S. 502

Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden
591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b

S. 507

Gegenbeispiele konstruieren
e2d56885-a204-54b4-8717-a46d029ef416

S. 511

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Induktionsbeweis durchführen

Lernziel-ID 5c632c68-fc34-582e-8581-ae9e55ab538f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Begründungen und Beweise strukturieren

Induktionsbeweis durchführen

1. Induktionsanfang (n=1)

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Für n = 1:

$$1 = \frac{1(1+1)}{2}$$
$$1 = \frac{2}{2}$$
$$1 = 1 \quad \checkmark$$


1 Würfel

2. Induktionsvoraussetzung (Annahme)

Für ein beliebiges $n \geq 1$ gilt:

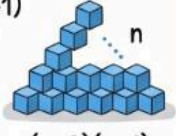
$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$


Dreieckszahl für n Würfel

3. Induktionsschritt (n → n+1)

Zu zeigen: $1 + \dots + n + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Wir nutzen die Voraussetzung:

$$1 + 2 + \dots + n + (n+1)$$
$$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$
$$= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2} = \frac{(n+2)(n+1)}{2}$$
$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad \checkmark$$


Dreieckszahl für n+1 Würfel

Schlussfolgerung: Damit gilt die Formel für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Beweis durch vollständige Induktion führen (Induktionsanfang, -voraussetzung, -schritt) und die Schlussfolgerung korrekt formulieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Direkten Beweis führen

d21a1303-50fc-5e38-aeda-eeae3392c74b

S. 513

Wird direkt vorausgesetzt von

Beweisstrategien vergleichen und wählen (LK)

01217f4a-5221-5df9-b379-7b241fccf809

S. 519

Kleinen Satz von Fermat beweisen (LK)

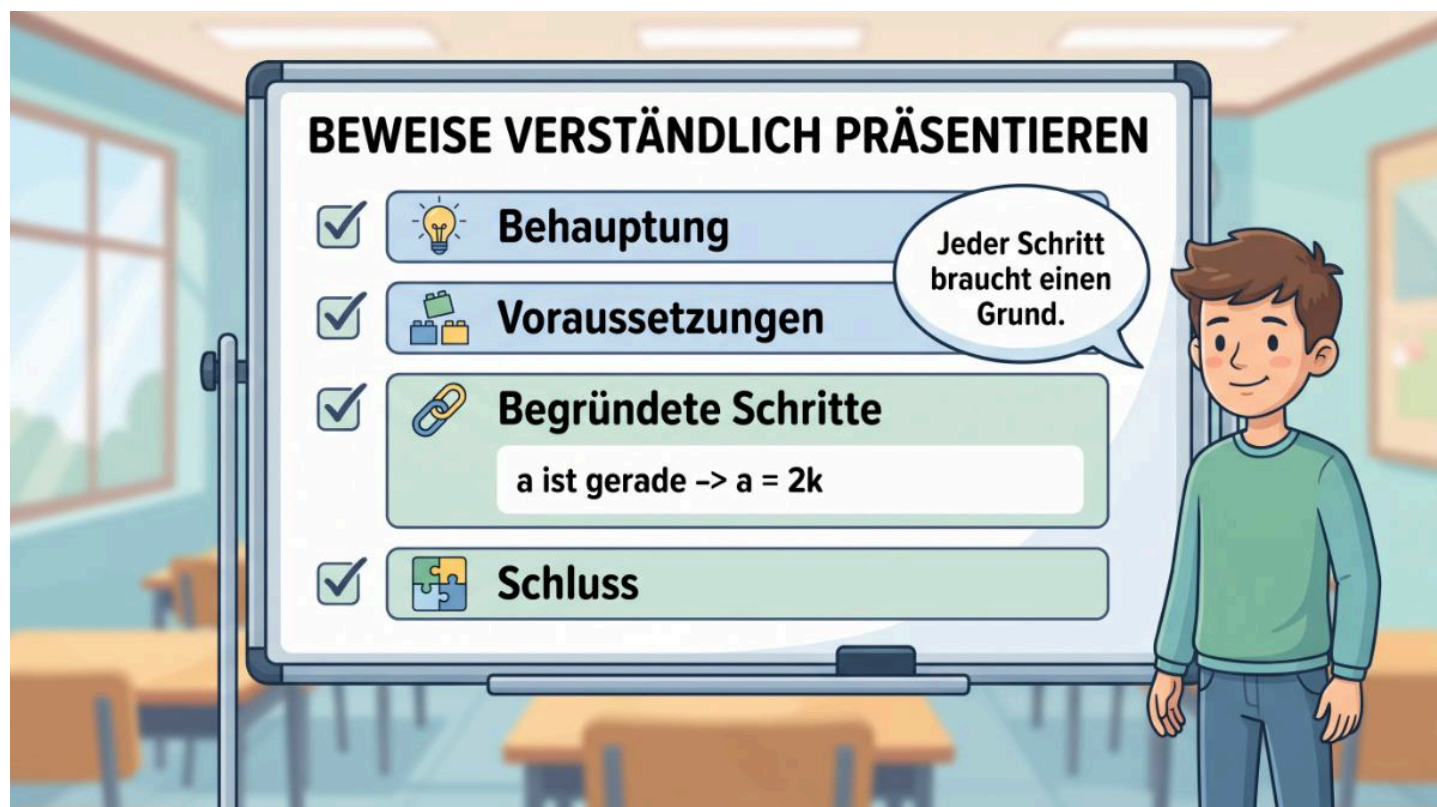
474fe553-d868-50d9-a19b-761e64f21c0d

S. 608

Beweise verständlich präsentieren

Lernziel-ID f2df01c0-355e-5e51-973f-d31b0eed28ec

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Begründungen und Beweise strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Beweis sprachlich und formal verständlich darstellen (Notation, Satzbau, Verweise auf Sätze) und das Ergebnis abschließend einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Direkten Beweis führen

d21a1303-50fc-5e38-aeda-eeae3392c74b

S. 513

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

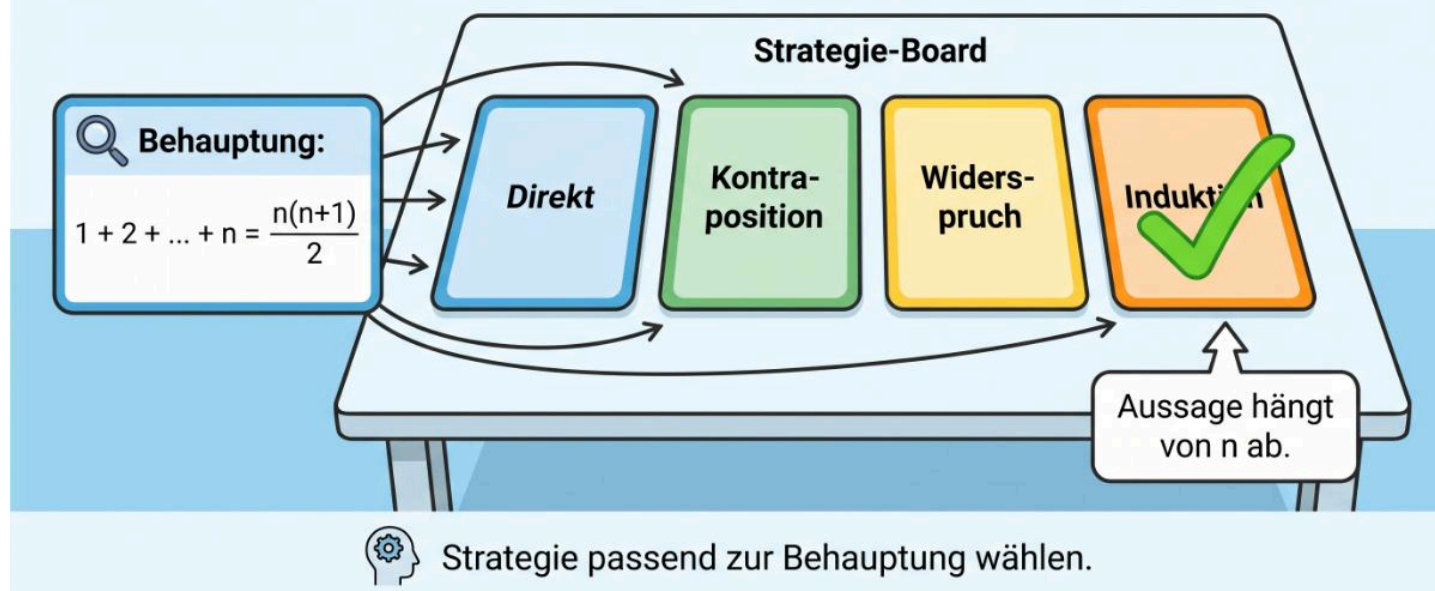
Beweisstrategien vergleichen und wählen (LK)

Lernziel-ID 01217f4a-5221-5df9-b379-7b241fccf809

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Formale Argumentationen im Leistungskurs entwickeln (LK)

Beweisstrategien vergleichen und wählen (LK)

Die lernende Person kann geeignete Strategien für eine Behauptung vergleichen und begründet wählen.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Behauptung geeignete Beweisstrategien (direkt, Kontraposition, Widerspruch, Induktion) vergleichen und eine begründete Wahl treffen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Beweis durch Widerspruch c5ea9b97-746f-5e8b-9fe1-26a8406ac3a9	S. 515	Induktionsbeweis durchführen 5c632c68-fc34-582e-8581-ae9e55ab538f	S. 517
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Argumentation formalisieren und präzisieren (LK) 4ae439c0-ce3c-5c9b-9755-9899bc70e948	S. 520	Beweislücken identifizieren (LK) dd1d9f9c-0a4e-5d01-95d8-f6993163b20c	S. 521
---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

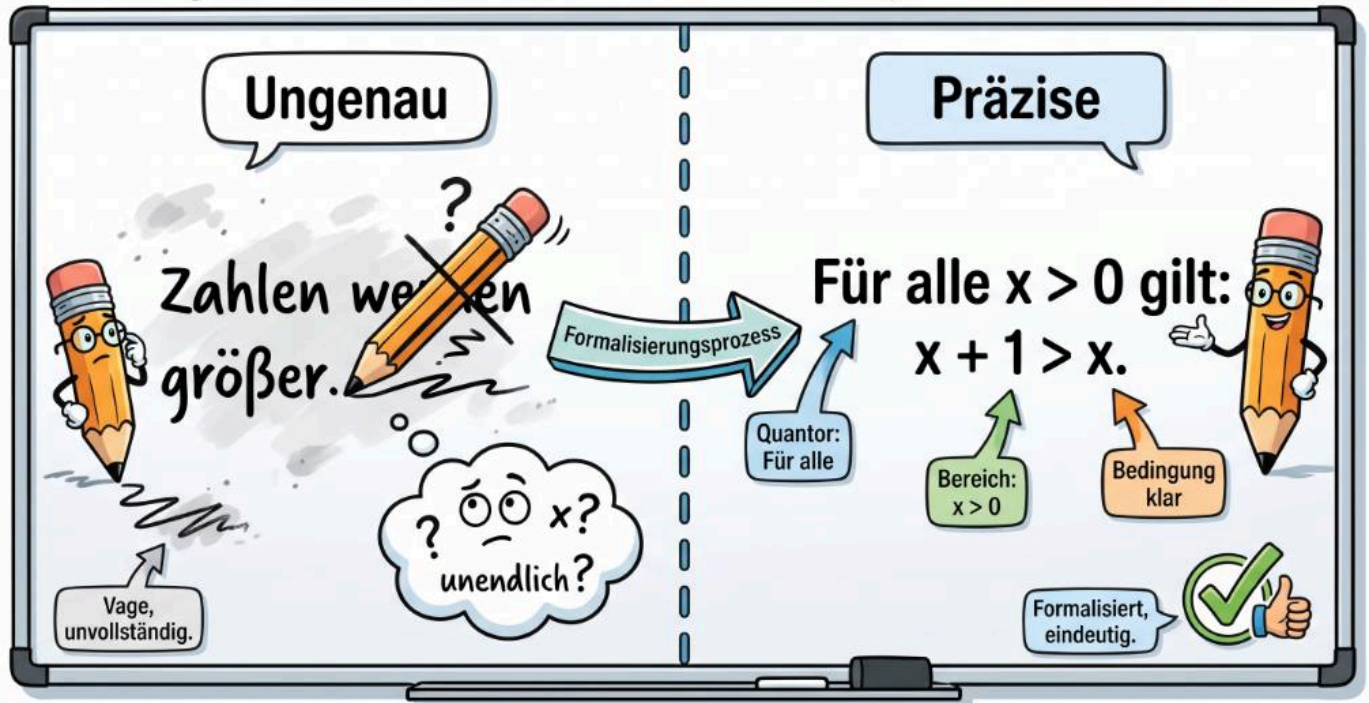
Argumentation formalisieren und präzisieren (LK)

Lernziel-ID 4ae439c0-ce3c-5c96-9755-9899bc70e948

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Formale Argumentationen im Leistungskurs entwickeln (LK)

Argumentation formalisieren und präzisieren (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Argumentationen in präziser mathematischer Sprache formulieren (Quantoren, Bedingungen, Äquivalenzen) und Unklarheiten gezielt vermeiden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Beweisstrategien vergleichen und wählen (LK)

01217f4a-5221-5d09-b379-7b241fccf809

S. 519

Wird direkt vorausgesetzt von

Euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

c1f08d89-d65a-5041-8ff3-37538f771b8c

S. 601

Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

c371b3f0-dd0e-5263-b616-de6c362f70db

S. 602

Euklidische Algorithmen digital nachvollziehen (LK)

16767f5e-5f21-5adb-8365-01b0d64c28f4

S. 603

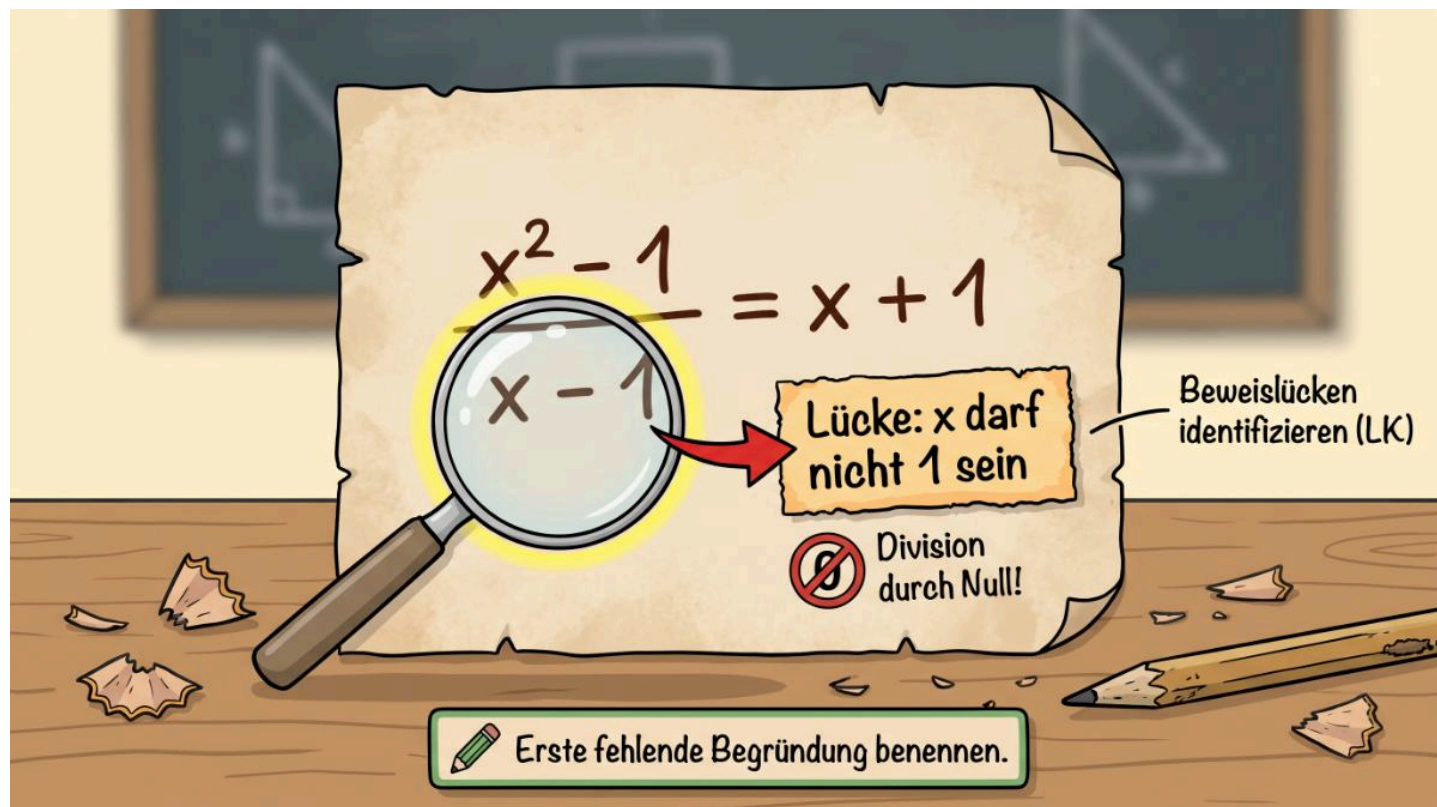
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Beweislücken identifizieren (LK)

Lernziel-ID dd1d9f9c-0a4e-5d01-95d8-f6993163b20c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Formale Argumentationen im Leistungskurs entwickeln (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen vorgelegten Beweis auf Vollständigkeit prüfen und die erste fehlende oder unzureichende Begründung präzise benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Beweisstrategien vergleichen und wählen (LK)

01217f4a-5221-5df9-b379-7b241fccf809

S. 519

Wird direkt vorausgesetzt von

Euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

c1f08d89-d65a-5041-8ff3-37538f771b8c

S. 601

Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

c371b3f0-dd0e-5263-b616-de6c362f70db

S. 602

Euklidische Algorithmen digital nachvollziehen (LK)

16767f5e-5f21-5adb-8365-01b0d64c28f4

S. 603

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

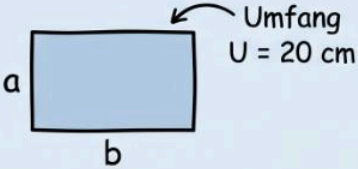
[Aussagen präzise begründen und prüfen](#) e45a39e5-cc9b-577e-a28d-691319410b9a

Gegebenes und Gesuchtes bestimmen

Lernziel-ID a288231e-e4bb-5c65-b018-b79a51ca87d8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Probleme analysieren und strukturieren

Gegebenes und Gesuchtes bestimmen



PROBLEM: Ein Rechteck hat Umfang 20 cm.
Welche Seitenlängen sind möglich?

 Gegeben	 Gesucht	 Nebenbedingungen
• $U = 20 \text{ cm}$ • $2a + 2b = 20$	• a und b	• $a > 0$ • $b > 0$

 **Beispiel:** $a = 4 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ ✓

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einer Problemstellung Gegebenes, Gesuchtes und Nebenbedingungen (z. B. Definitionsbereich, Randwerte) identifizieren und übersichtlich notieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Annahmen und Begriffe klären 50b9426f-ebec-526d-8b9d-e61d9707a46e	S. 500	Begründen oder widerlegen 3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e	S. 503
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Zielfrage mathematisch formulieren 14173f5e-d3ba-51e5-b510-49ecd0abad90	S. 523	Mathematische Probleme erkennen und formulieren c0e34fa8-fde5-5a4e-9b84-c5d5db719b58	S. 734
---	--------	--	--------

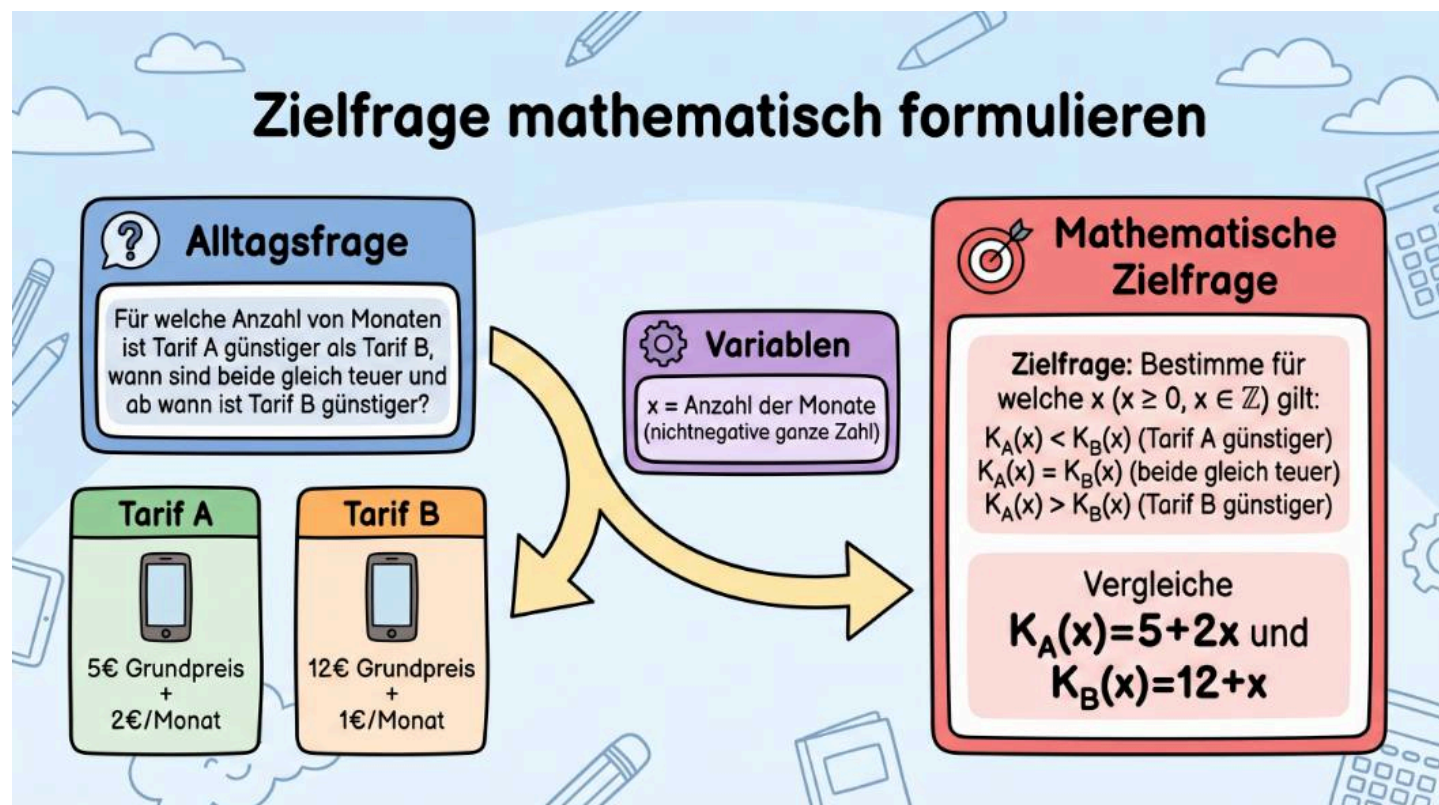
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Zielfrage mathematisch formulieren

Lernziel-ID 14173f5e-d3ba-51e5-b510-49ecd0abad90

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Probleme analysieren und strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Zielfrage in eine präzise mathematische Aufgabe übersetzen (z. B. Bestimme ..., Zeige ..., Optimierte ...) und geeignete Größen/Variablen benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Gegebenes und Gesuchtes bestimmen a288231e-e4bb-5c65-b018-b79a51ca87d8	S. 522
--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

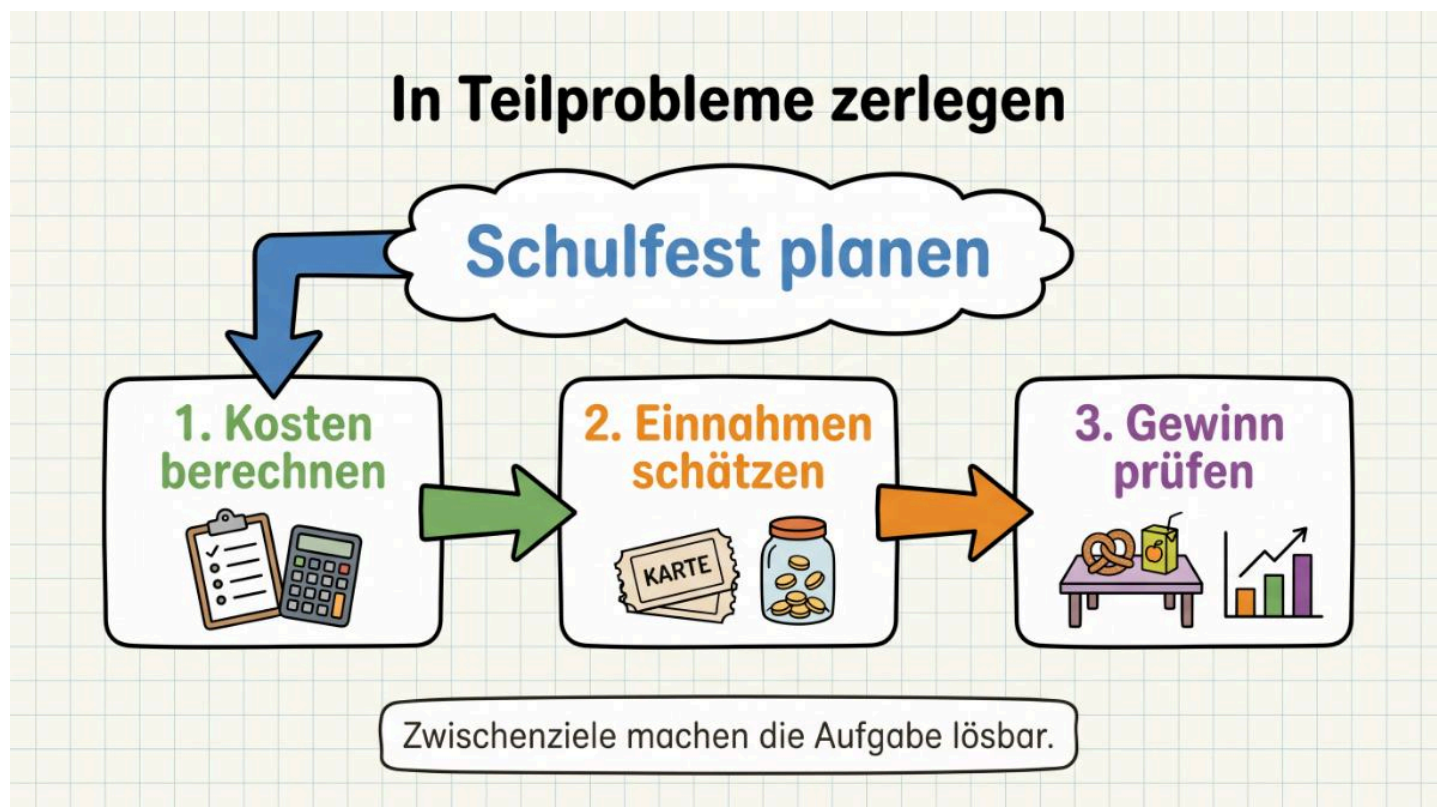
In Teilprobleme zerlegen c1a23239-08c5-5fe2-a68f-f2075fdeb454	S. 524	Größen und Einheiten identifizieren bb4569bc-01ac-5bf9-8c85-05df42d70698	S. 541
---	--------	--	--------

In Teilprobleme zerlegen

Lernziel-ID c1a23239-08c5-5fe2-a68f-f2075fdeb454

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Probleme analysieren und strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine komplexe Aufgabe in sinnvolle Teilprobleme zerlegen, Abhängigkeiten ordnen und Zwischenziele festlegen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zielfrage mathematisch formulieren

14173f5e-d3ba-51e5-b510-49ecd0abad90

S. 523

Wird direkt vorausgesetzt von

Lösungsplan skizzieren

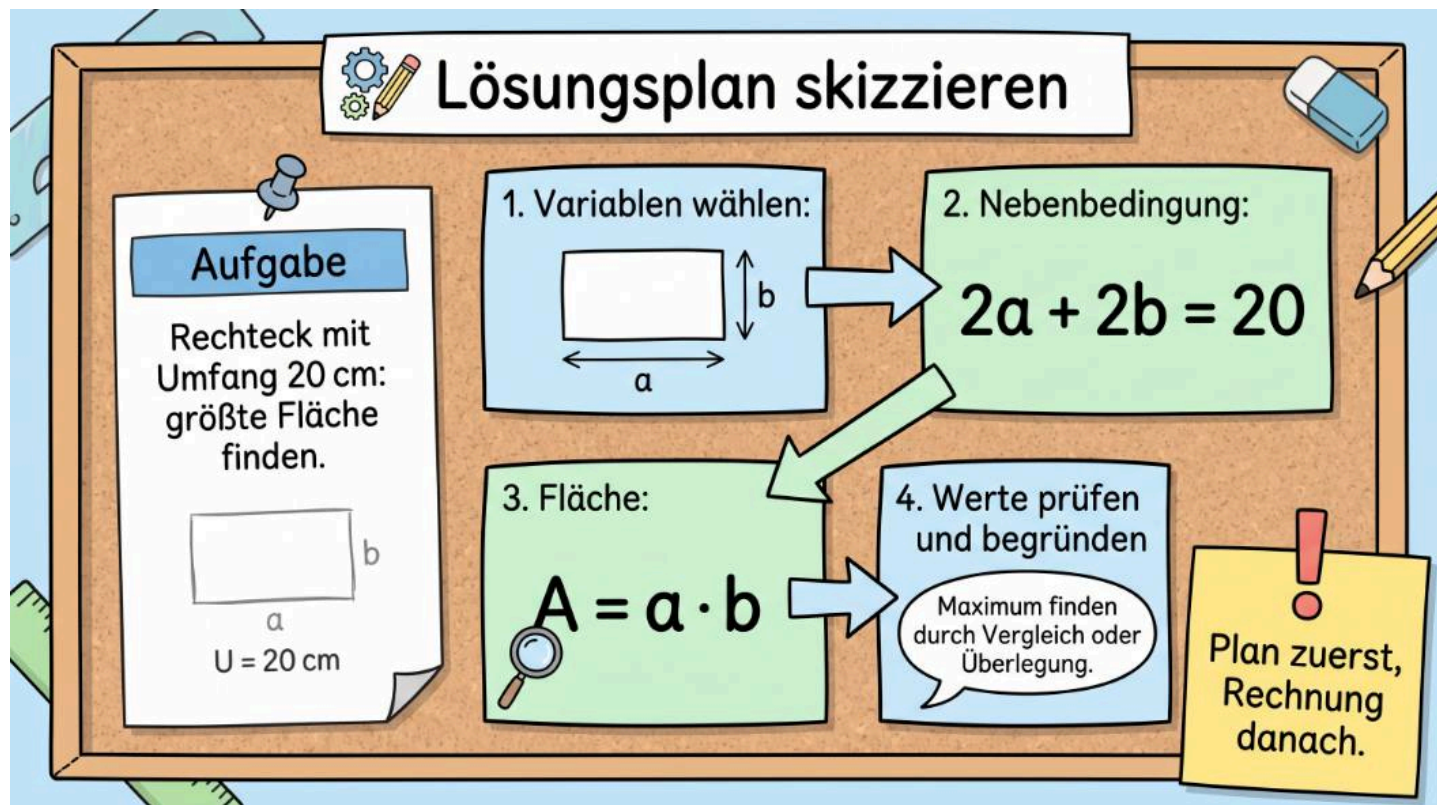
cedbd525-feb-52d3-9bdd-947543ee3f2f

S. 525

Lösungsplan skizzieren

Lernziel-ID cedbd525-fefb-52d3-9bdd-947543ee3f2f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Probleme analysieren und strukturieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Lösungsplan skizzieren (Methoden/Schritte), benötigte Informationen benennen und die Vorgehensweise kurz begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

In Teilprobleme zerlegen

c1a23239-08c5-5fe2-a68f-f2075fdeb454

S. 524

Wird direkt vorausgesetzt von

Heuristik auswählen und begründen

bd637a72-6609-54f5-bb33-8a9e898bf7a0

S. 526

Heuristik auswählen und begründen

Lernziel-ID bd637a72-6609-54f5-bb33-8a9e898bf7a0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Heuristische Strategien auswählen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einer Aufgabe eine passende Heuristik wählen (z. B. Rückwärtsarbeiten, Symmetrie nutzen, Spezialfälle) und die Wahl begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kombinationen ohne Zurücklegen mit Fakultäten berechnen 70efdec0-110c-5564-849b-bc05cfff0f6a	S. 429	Begründen oder widerlegen 3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e	S. 503	Lösungsplan skizzieren cedbd525-7efb-52d3-9bdd-947543ee3f2f	S. 525
--	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten anwenden 295f61e0-0f47-515b-be57-27170a5eee7a	S. 527	Spezial- und Extremfälle nutzen 86022c15-9847-5864-b84f-9ffe5d71556e	S. 528	Variablen und Annahmen festlegen 7e1b43e2-40f9-5751-9735-d97763eb4ea2	S. 530
---	--------	--	--------	---	--------

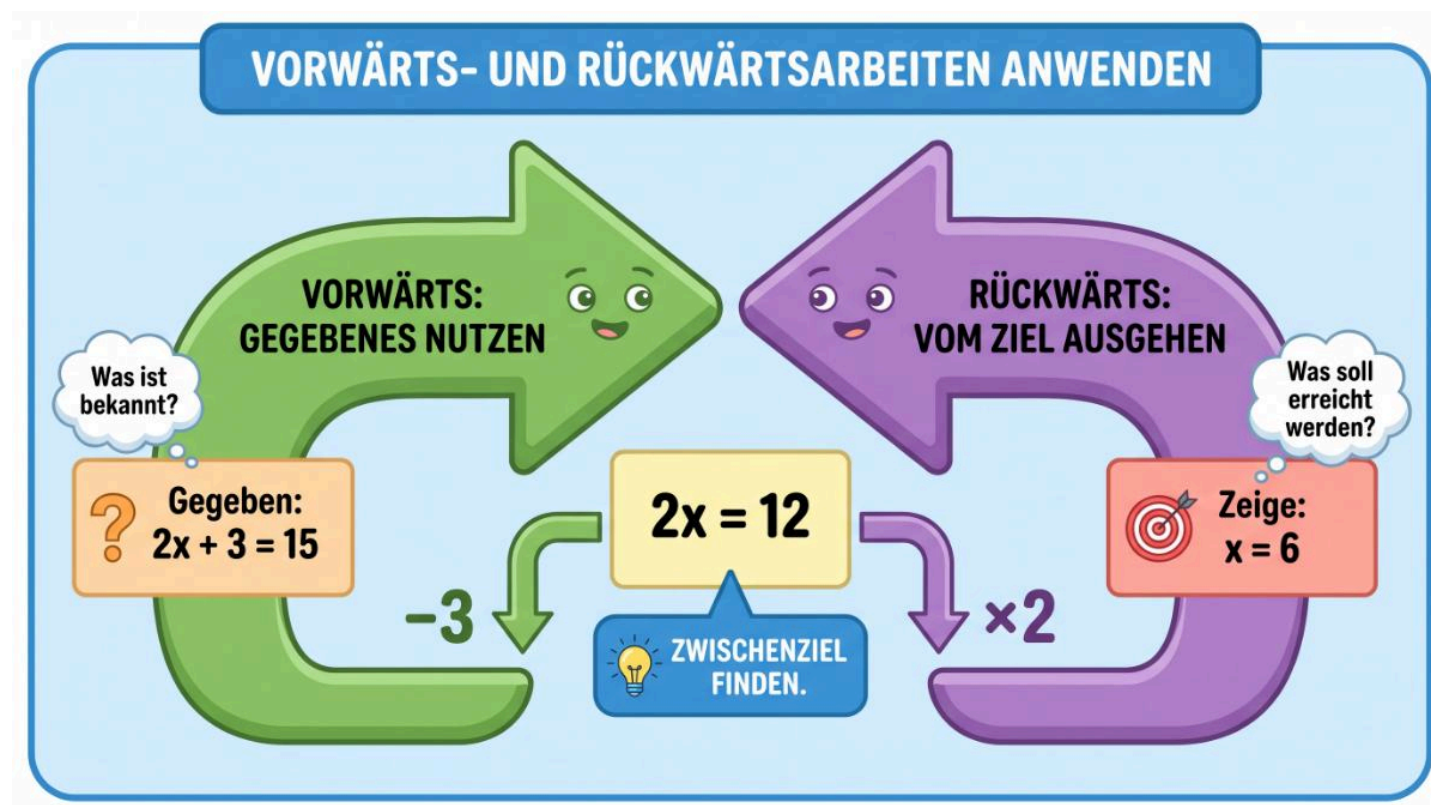
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten anwenden

Lernziel-ID 295f61e0-0f47-515b-be57-27170a5eee7a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Heuristische Strategien auswählen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten als Strategie anwenden, Zwischenziele formulieren und aus einer Zielformulierung geeignete Schritte ableiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Heuristik auswählen und begründen

bd637a72-6609-54f5-bb33-8a9e898b77a0

S. 526

Wird direkt vorausgesetzt von

Systematisch probieren und Muster erkennen

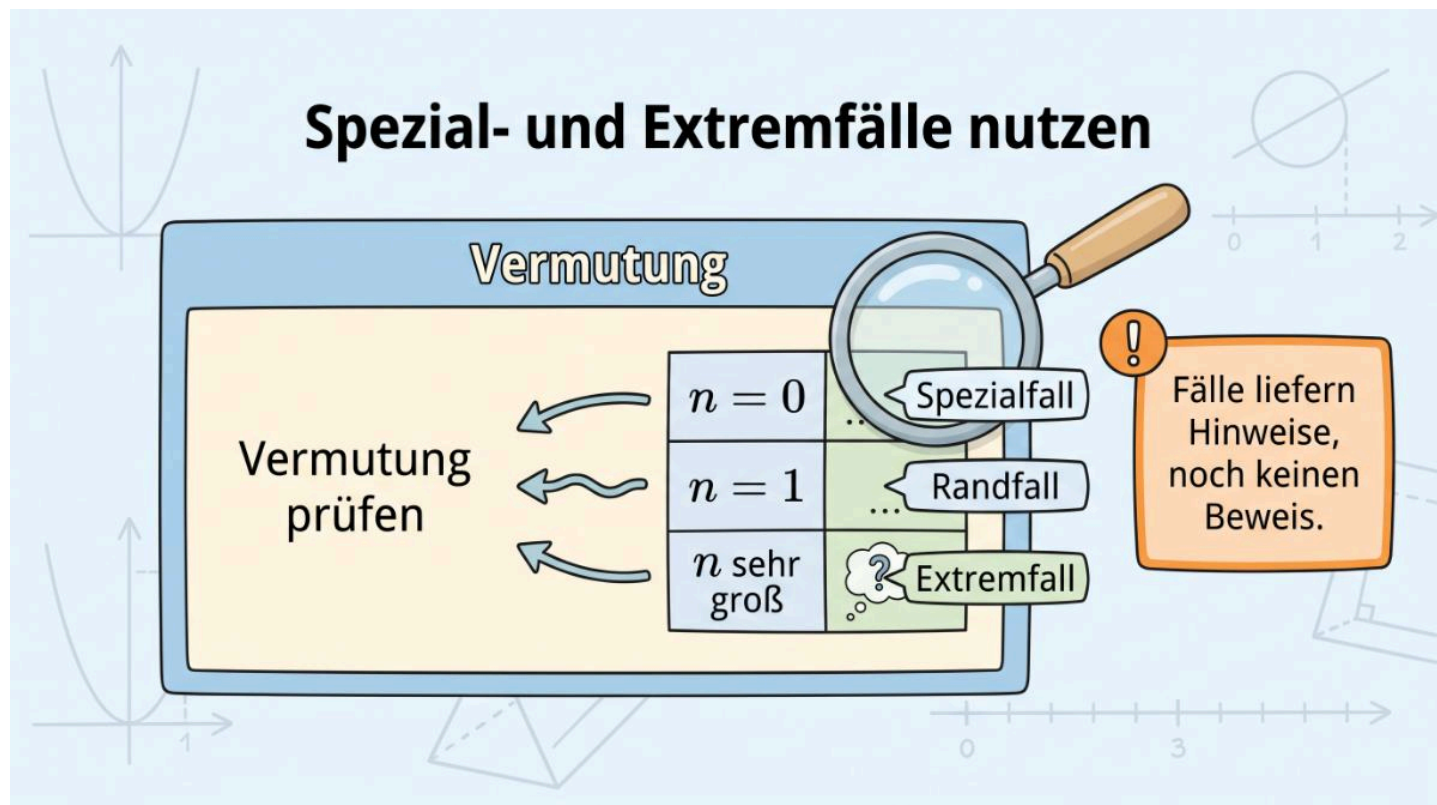
22fb19c1-9b26-5090-a8ae-6cea79ee581a

S. 529

Spezial- und Extremfälle nutzen

Lernziel-ID 86022c15-9847-5864-b84f-9ffe5d71556e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Heuristische Strategien auswählen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann durch Spezialfälle, Grenzwerte oder Extremfälle Hypothesen gewinnen und diese für die weitere Lösung nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Heuristik auswählen und begründen

bd637a72-6609-54f5-bb33-8a9e898b77a0

S. 526

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien reflektiert wählen](#) 99b3435a-fdda-5d1b-9681-0ae6d7d5bfcd

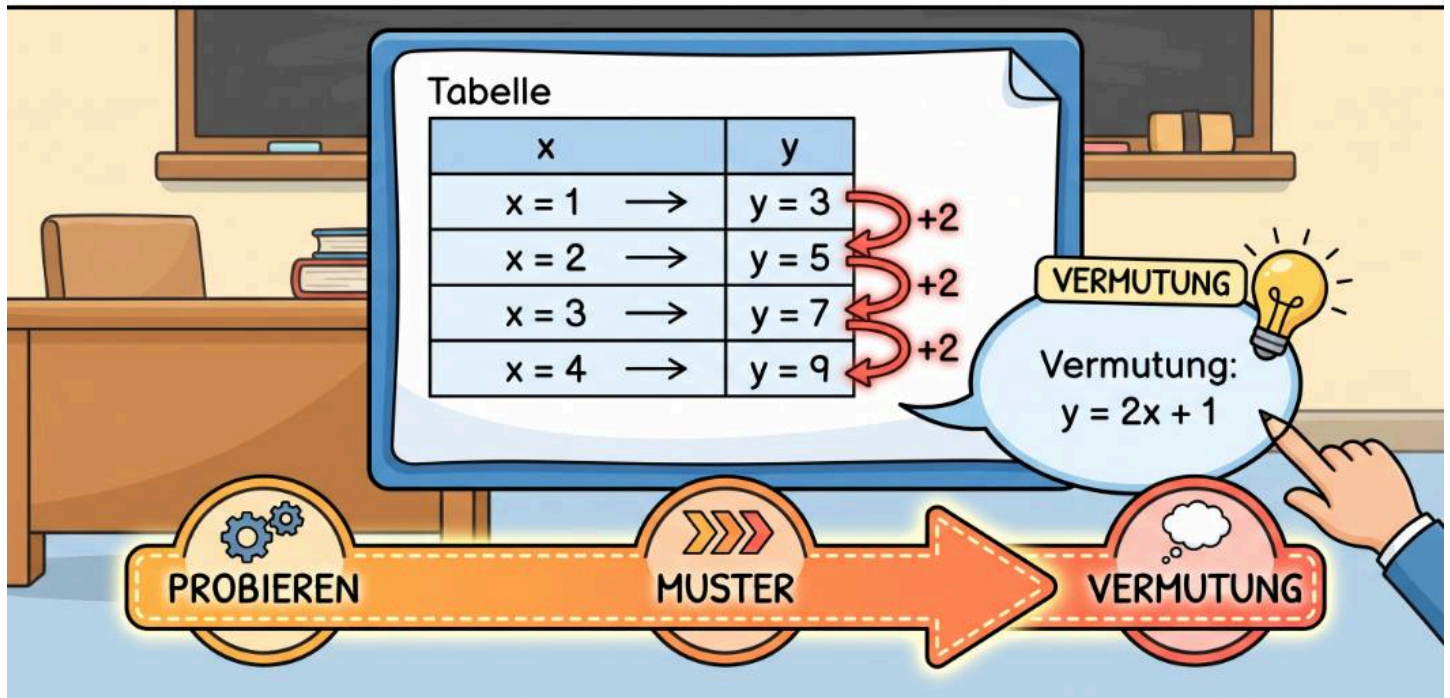
Systematisch probieren und Muster erkennen

Lernziel-ID 22fb19c1-9b26-5090-a8ae-6cea79ee581a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Heuristische Strategien auswählen

SYSTEMATISCH PROBIEREN & MUSTER ERKENNEN



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann systematisch Beispiele oder Parameter variieren, Muster erkennen und daraus einen Lösungsweg ableiten oder eine Vermutung formulieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten anwenden

295f61e0-0f47-515b-be57-27170a5eee7a

S. 527

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien reflektiert wählen](#) 99b3435a-fdda-5d1b-9681-0ae6d7d5bfc0

Variablen und Annahmen festlegen

Lernziel-ID 7e1b43e2-40f9-5751-9735-d97763eb4ea2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle aufbauen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geeignete Variablen bzw. Parameter festlegen und zentrale Annahmen zur Situation oder zum Modell explizit machen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kombinationen mit Binomialkoeffizienten in Anwendungen berechnen
1b67aeb4-2a55-531f-94da-283b4e3df5f1

S. 431

Begründen oder widerlegen
3de1d5b0-0a26-5124-b066-92b65a882c5e

S. 503

Heuristik auswählen und begründen
bd637a72-6609-54f5-bb33-8a9e8980f7a0

S. 526

Wird direkt vorausgesetzt von

Beziehungen im Modell formulieren
fde351a8-98b1-5d75-b4df-813beb2bbe3c

S. 531

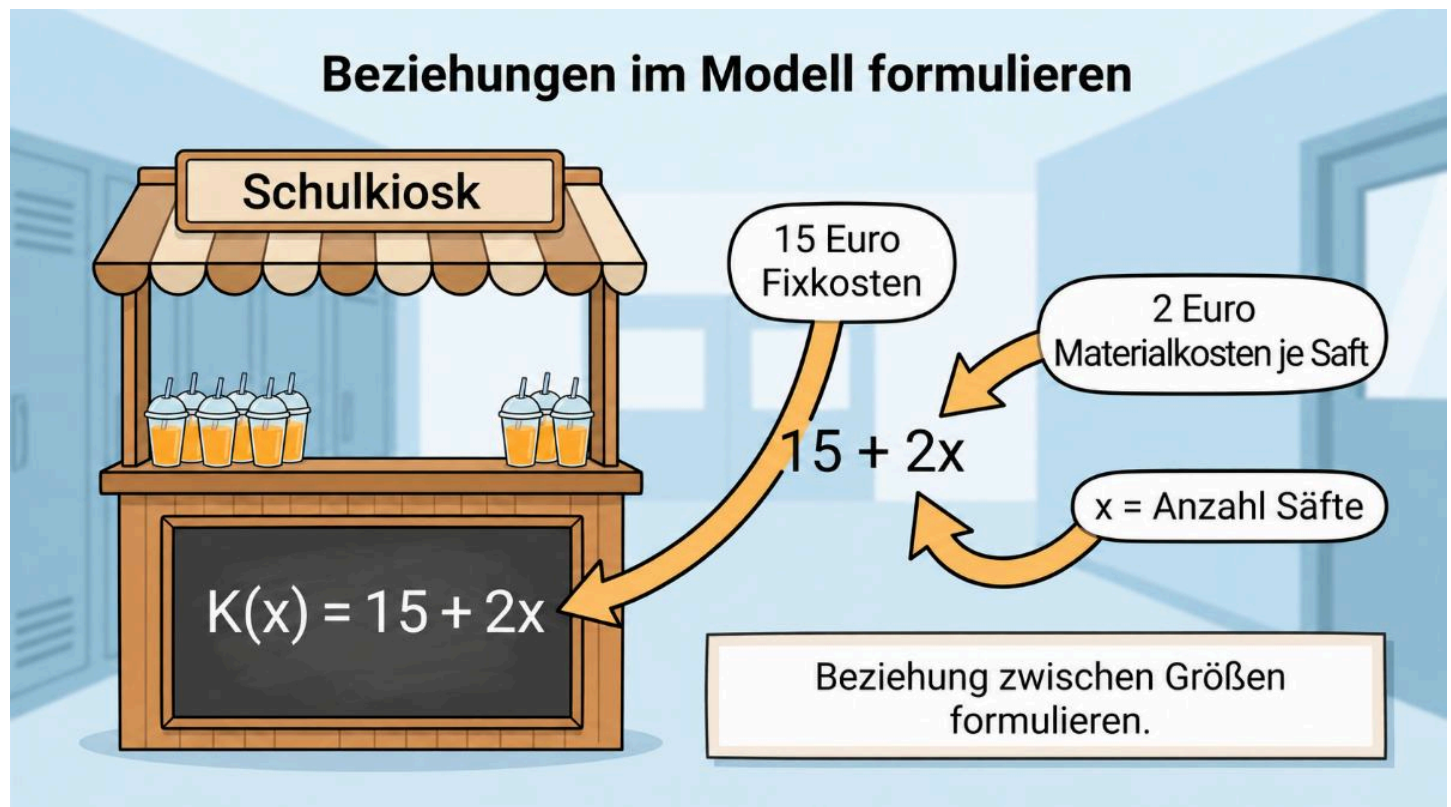
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Beziehungen im Modell formulieren

Lernziel-ID fde351a8-98b1-5d75-b4df-813beb2bbe3c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle aufbauen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Beziehungen zwischen Größen als Gleichungen, Ungleichungen oder Funktionen formulieren und die Bedeutung der Terme im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Variablen und Annahmen festlegen

7e1b43e2-40f9-5751-9735-d97763eb4ea2

S. 530

Wird direkt vorausgesetzt von

Nebenbedingungen berücksichtigen

e02b994f-376d-5a8e-a14c-c4acacae57cf

S. 532

Ergebnis im Kontext deuten

70f37fda-545f-51dc-a002-c8e435e5c4a5

S. 534

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Sachkontexte modellieren und Entscheidungen begründen](#) 3095e125-fbb7-51c6-bf12-ffbb1735b9b7

Nebenbedingungen berücksichtigen

Lernziel-ID e02b994f-376d-5a8e-a14c-c4acacae57cf

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle aufbauen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Nebenbedingungen und Definitionsbereiche im Modell berücksichtigen (z. B. $x \geq 0$, ganzzahlig) und deren Auswirkungen auf mögliche Lösungen einschätzen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Beziehungen im Modell formulieren fde351a8-98b1-5d75-b4df-813beb2bbe3c	S. 531
--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Modell gezielt anpassen 909d8b10-5156-528b-a300-d9aee5405ba0	S. 533
--	--------

Modell gezielt anpassen

Lernziel-ID 909d8b16-5156-528b-a300-d9aee5405ba0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle aufbauen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Modell gezielt anpassen (z. B. Parameter ändern, zusätzliche Bedingungen ergänzen) und die Änderung nachvollziehbar begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Nebenbedingungen berücksichtigen
e02b994f-376d-5a8e-a14c-c4acacae57cf

S. 532

Wird direkt vorausgesetzt von

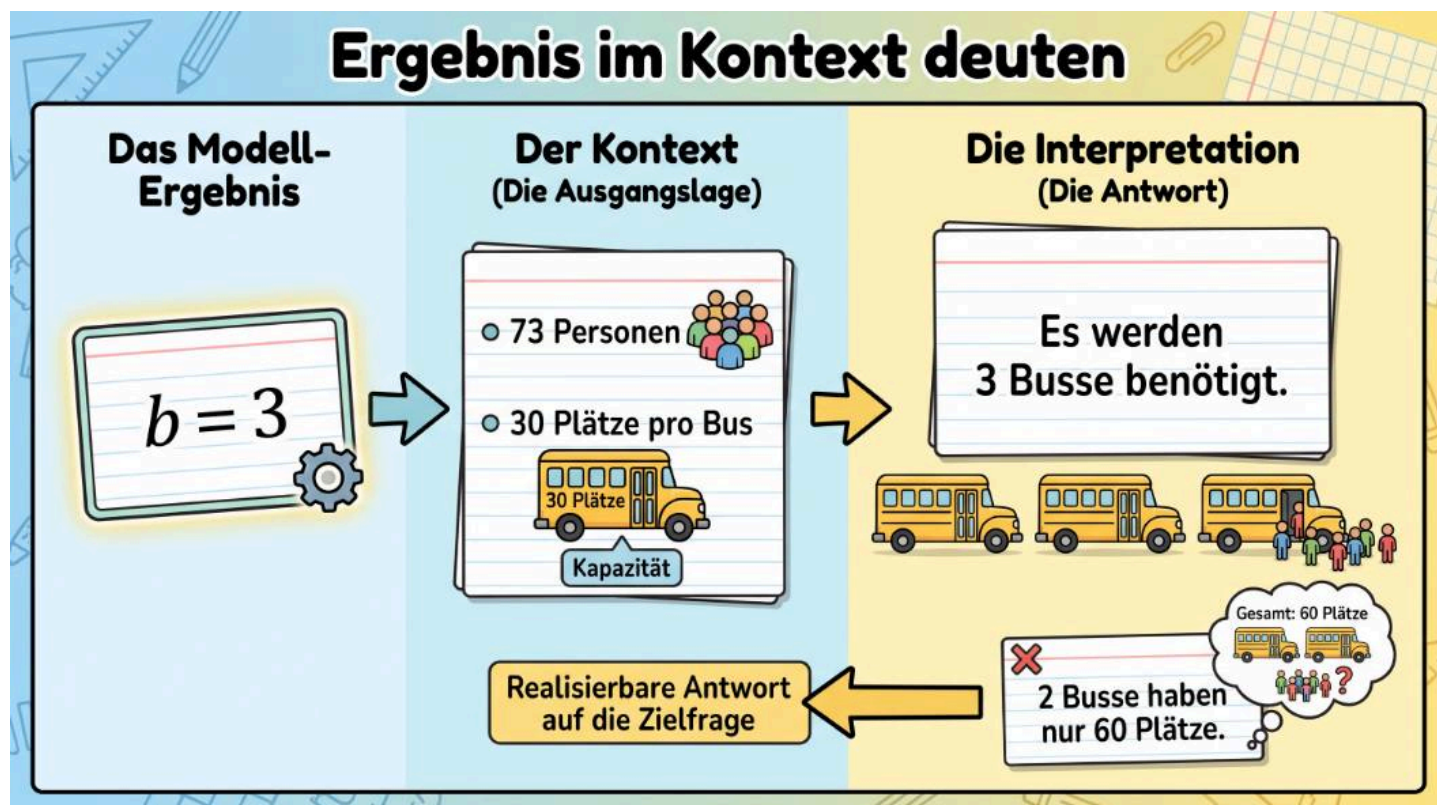
Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Problemlösestrategien reflektiert wählen](#) 99b3435a-fdda-5d1b-9681-0ae6d7d5bfc0

Ergebnis im Kontext deuten

Lernziel-ID 70f37fda-545f-51dc-a002-c8e435e5c4a5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Lösungen überprüfen und reflektieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Ergebnis in der Ausgangssituation interpretieren (Einheiten, Bedeutung, Realisierbarkeit) und es als Antwort auf die Zielfrage formulieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Begründen oder widerlegen 3de1d5b0-9a26-5124-b066-92b65a882c5e	S. 503	Direkten Beweis führen d21a1303-50fc-5e38-aeda-eeae3392c74b	S. 513	Beziehungen im Modell formulieren fde351a8-98b1-5d75-b4df-813beb2bbe3c	S. 531
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Plausibilität prüfen a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020	S. 535
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

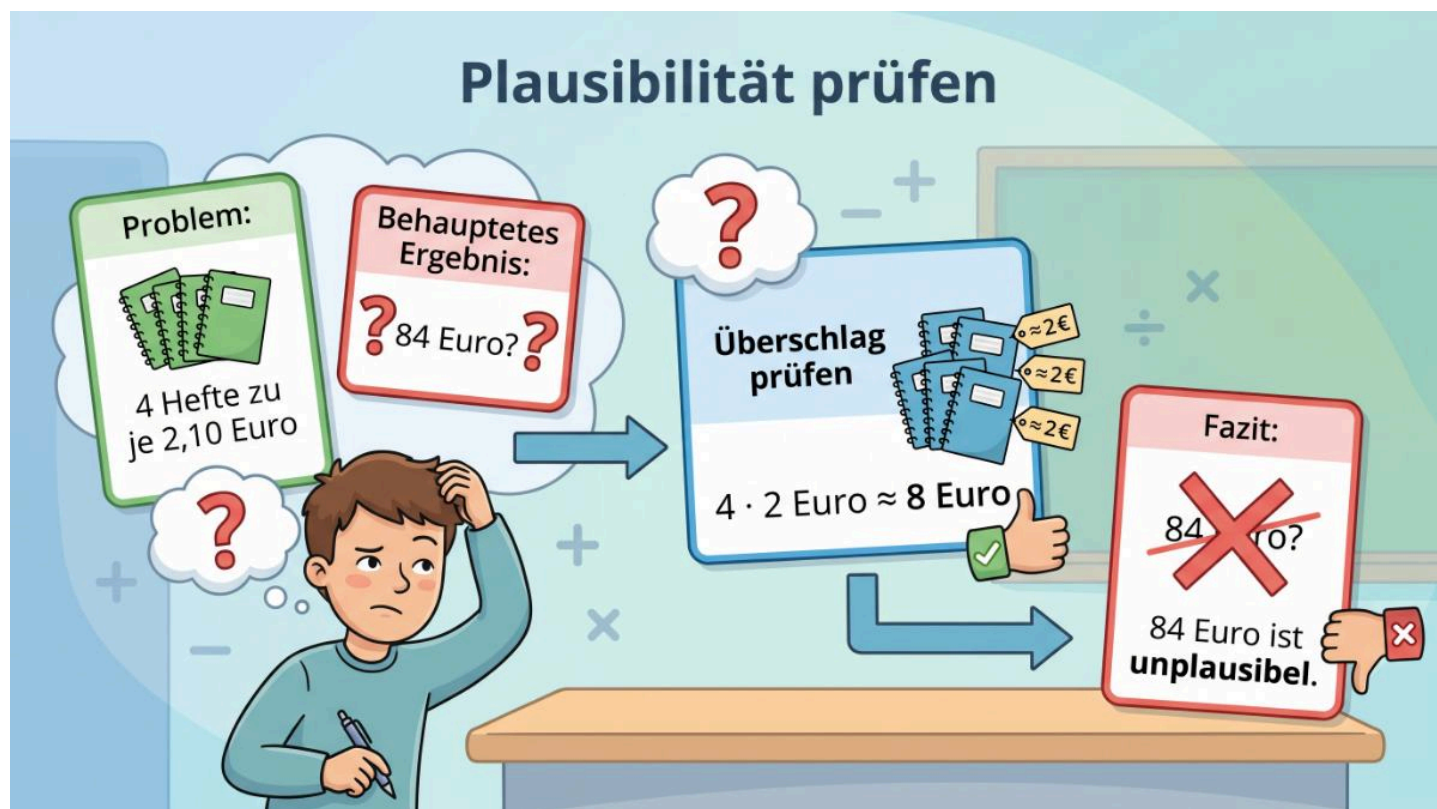
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Sachkontexte modellieren und Entscheidungen begründen](#) 3095e125-fbb7-51c6-bf12-ffbb1735b9b7

Plausibilität prüfen

Lernziel-ID a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Lösungen überprüfen und reflektieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ergebnisse durch Überschlagsrechnungen, Grenzfallbetrachtungen oder Einsetzen prüfen und Unstimmigkeiten erkennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ergebnis im Kontext deuten S. 534
70f37fda-545f-51dc-a002-c8e435e5c4a5

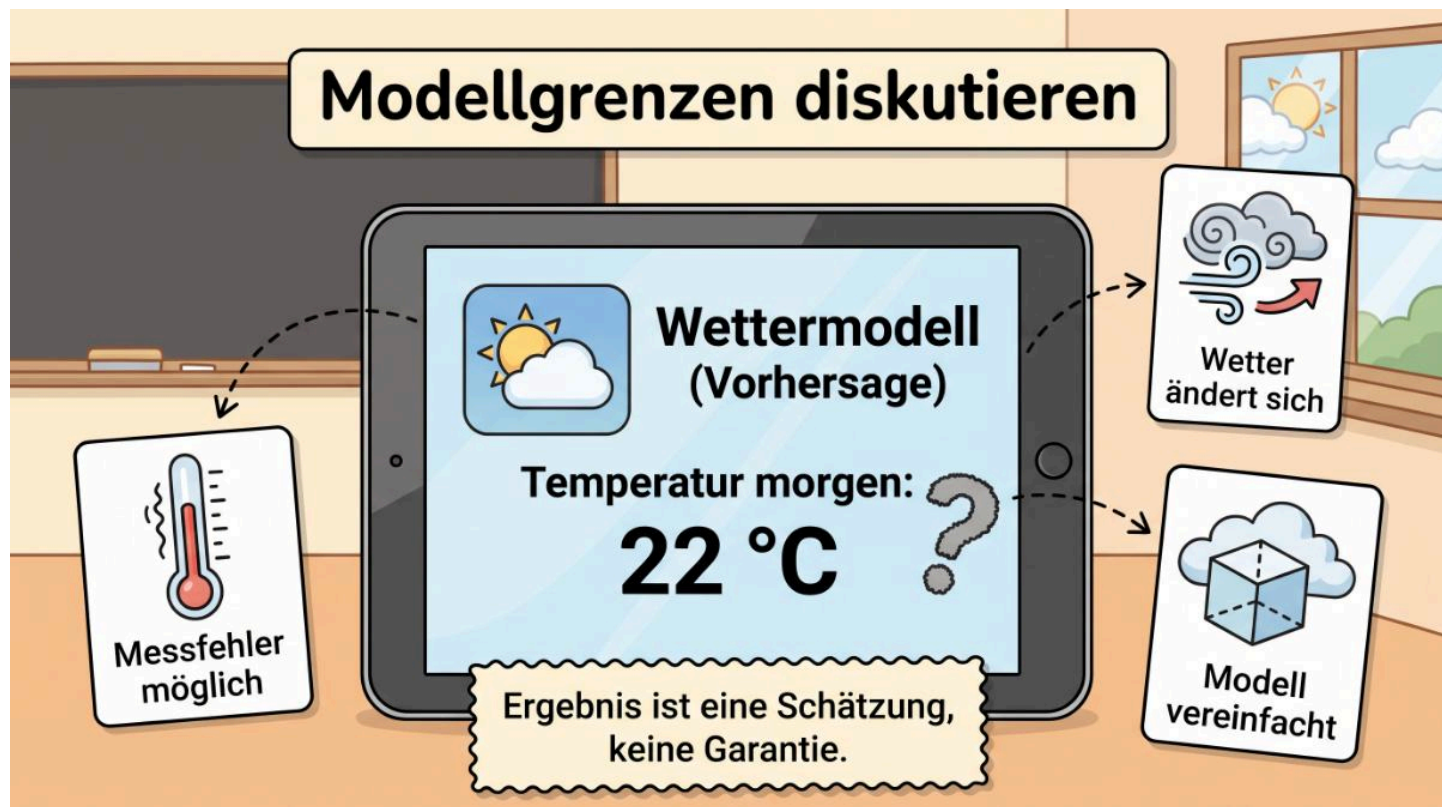
Wird direkt vorausgesetzt von

Modellgrenzen diskutieren 11f7090c-3e44-522f-9b77-1e07ccef9c0f S. 536	Größen und Einheiten identifizieren bb4569bc-01ac-5bf9-8c85-05df42d70698 S. 541	Variablen und Parameter definieren 670286aa-c29d-560c-8fca-755e35f5d437 S. 545	Mathematisches Verfahren auswählen 27542d59-aa1b-569d-8d77-41129bae26e2 S. 549
Ergebnisse zurückübersetzen dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102537377 S. 553	Alternative Modelle entwickeln (LK) 74f28ce7-e568-5d6e-b946-17445b344fcc S. 557		

Modellgrenzen diskutieren

Lernziel-ID 11f7090c-3e44-522f-9b77-1e07cceffc0f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Lösungen überprüfen und reflektieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Grenzen eines Modells benennen (Annahmen, Messfehler, Vereinfachungen) und die Folgen für das Ergebnis einschätzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität prüfen a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020	S. 535
Wird direkt vorausgesetzt von	
Alternative Strategie vorschlagen c8698478-4662-5b52-a3e5-7994604ff0de	S. 537
Strategien nach Kriterien vergleichen (LK) f9c24dd8-eea5-5395-8679-820c1a74e7b7	S. 538
Ergebnisse zurückübersetzen dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102533737	S. 553

Alternative Strategie vorschlagen

Lernziel-ID c8698478-4662-5b52-a3e5-7994604ff0de

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Lösungen überprüfen und reflektieren

Alternative Strategie vorschlagen

? Finde den Schnittpunkt zweier Geraden.

The illustration shows a chalkboard divided into two sections. On the left, a student is writing the algebraic solution: $y = 2x - 1$ and $y = -x + 5$ are set equal to each other, leading to $2x - 1 = -x + 5$, then $3x = 6$, and finally $x = 2, y = 3$. Below this, a blue box says 'Rechnerisch: genau'. On the right, a student is drawing a coordinate system with two intersecting lines. A thought bubble indicates the intersection point is approximately $(\approx 2, \approx 3)$. Below this, a green box says 'Grafisch: anschaulich'. A speech bubble at the bottom says 'Alternative Strategie mit Vorteil nennen.'

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine alternative Lösungsstrategie skizzieren (z. B. andere Darstellung oder anderes Verfahren) und Vor- und Nachteile kurz vergleichen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modellgrenzen diskutieren

11f7090c-3e44-522f-9b77-1e07ccef9c0f

S. 536

Wird direkt vorausgesetzt von

Strategien nach Kriterien vergleichen (LK)

f9c24dd8-eea5-5395-8679-820c1a74e7b7

S. 538

Strategien nach Kriterien vergleichen (LK)

Lernziel-ID f9c24dd8-eaa5-5395-8679-820c1a74e7b7

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Strategien vergleichen und optimieren (LK)

Strategie	Aufwand	Genauigkeit	Robustheit
Graphisch 	++ (mittel)	+ (gering)	++ (mittel)
Rechnerisch $y=2x+1$ 	++ (mittel)	+++ (hoch)	+++ (hoch)

Kriterien sichtbar machen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zwei Lösungsstrategien anhand konkreter Kriterien wie Aufwand, Genauigkeit und Robustheit vergleichen und begründen, welche für den vorliegenden Fall geeigneter ist.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Begründen oder widerlegen 3de1d5b0-9a26-5124-b066-92b65a882c5e	S. 503	Modellgrenzen diskutieren 11f7090c-3e44-522f-9b77-1e07cceffc0f	S. 536	Alternative Strategie vorschlagen c8698478-4662-5b52-a3e5-7994604ff0de	S. 537
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Strategien optimieren (LK) 95aa25c9-bf7f-53ee-bde2-df67cad3d46b	S. 539
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

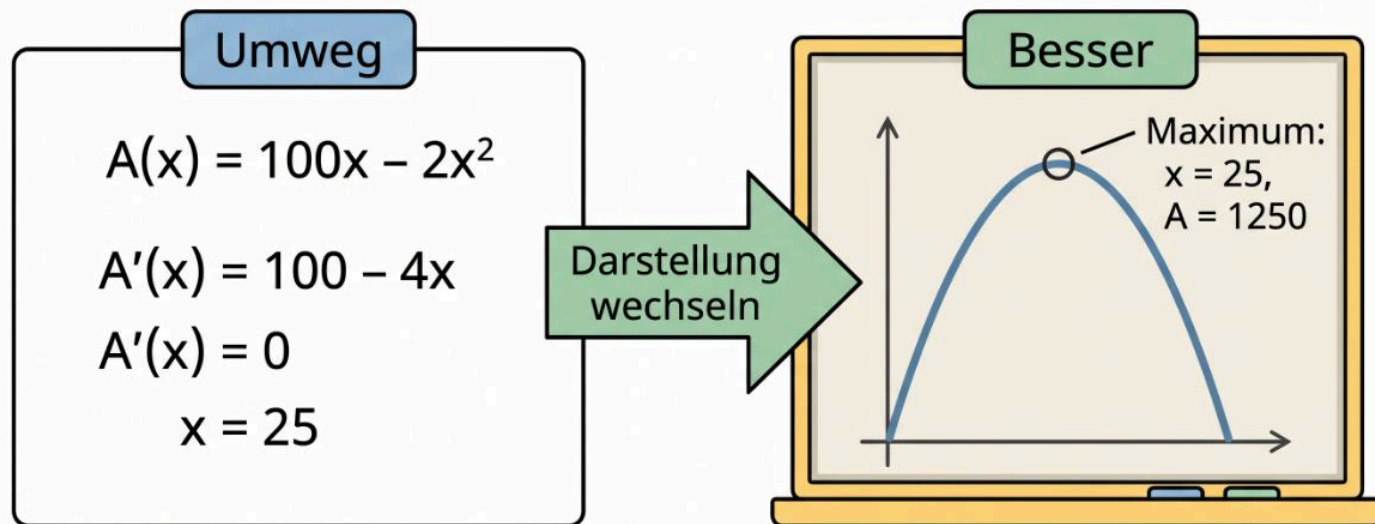
Strategien optimieren (LK)

Lernziel-ID 95aa25c9-bf7f-53ee-bde2-df67cad3d46b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Strategien vergleichen und optimieren (LK)

Strategien optimieren



Ein passender Graph macht das Maximum sofort sichtbar.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen vorhandenen mathematischen Lösungsweg durch geeignete Umformungen, Werkzeuge oder Darstellungen verbessern und den Nutzen der Änderung für die Aufgabe erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Strategien nach Kriterien vergleichen (LK)

f9c24dd8-eaa5-5395-8679-820c1a74e7b7

S. 538

Wird direkt vorausgesetzt von

Entscheidungen begründet treffen (LK)

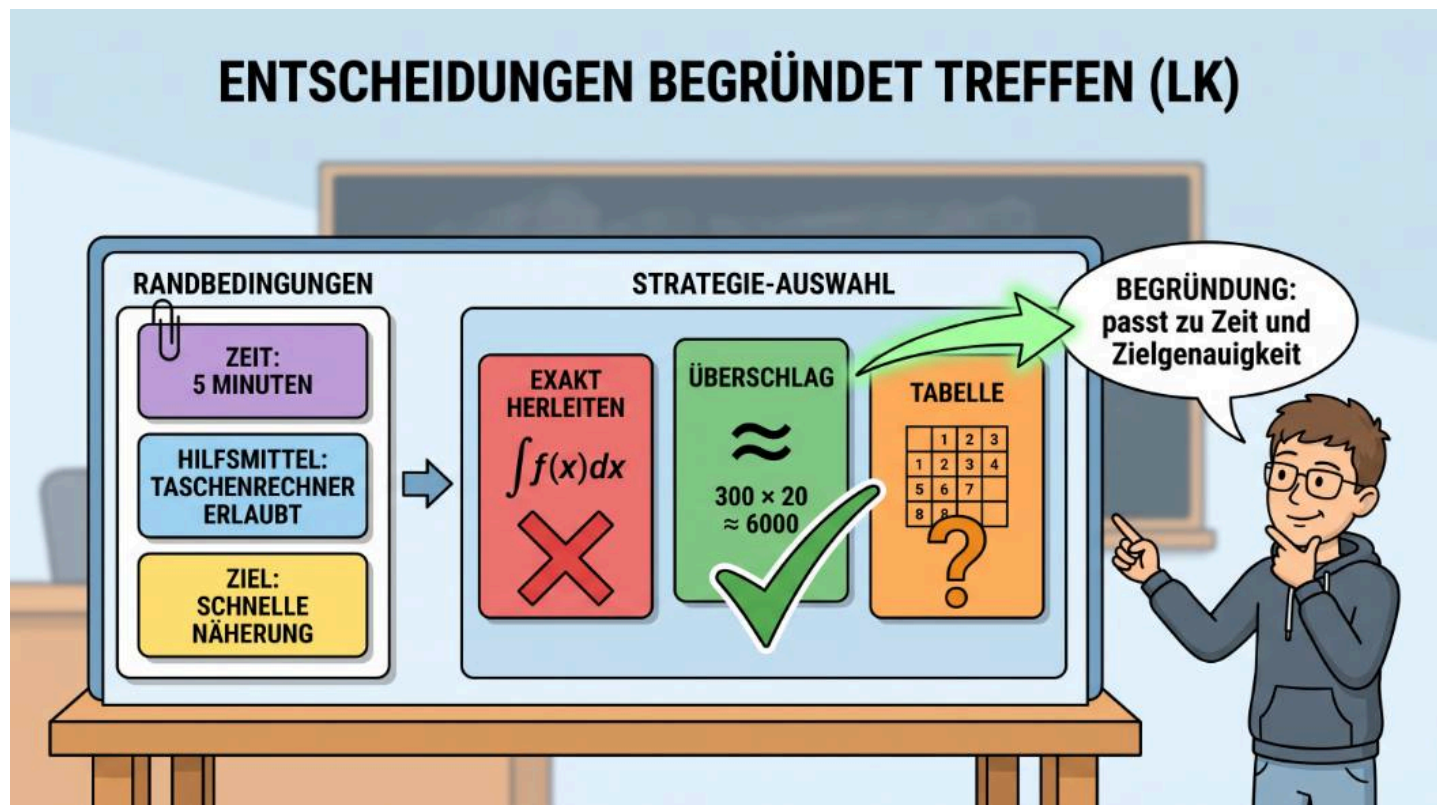
8b885220-9985-52f1-a236-449d2f897acc

S. 540

Entscheidungen begründet treffen (LK)

Lernziel-ID 8b885220-9985-52f1-a236-449d2f897acc

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Strategien vergleichen und optimieren (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann unter Randbedingungen (Zeit, Hilfsmittel, Zielgenauigkeit) eine Strategie auswählen und die Entscheidung nachvollziehbar begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Strategien optimieren (LK)

95aa25c9-bf7f-53ee-bde2-df67cad3d46b

S. 539

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien reflektiert wählen](#) 99b3435a-fdda-5d1b-9681-0ae6d7d5bfcd

Größen und Einheiten identifizieren

Lernziel-ID bb4569bc-01ac-5bf9-8c85-05df42d70698

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Sachverhalte strukturieren und vereinfachen

Größen und Einheiten identifizieren

Eine Strecke ist 12 km lang.
Die Fahrt dauert 40 min.

Größen und Einheiten trennen.

Bekannte Größen	Gesuchte Größe
$s = 12 \text{ km}$	$v = ? \text{ km/h}$
$t = 40 \text{ min}$	

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einer Situation relevante Größen erkennen, Einheiten angeben und bekannte sowie gesuchte Größen sauber unterscheiden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zielfrage mathematisch formulieren 14173f5e-d3ba-51e5-b510-49ecd0abad90	S. 523	Plausibilität prüfen a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020	S. 535
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Annahmen und Idealisationen formulieren bfbabd9-b138-590a-87e8-4d87784dda0e	S. 542
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

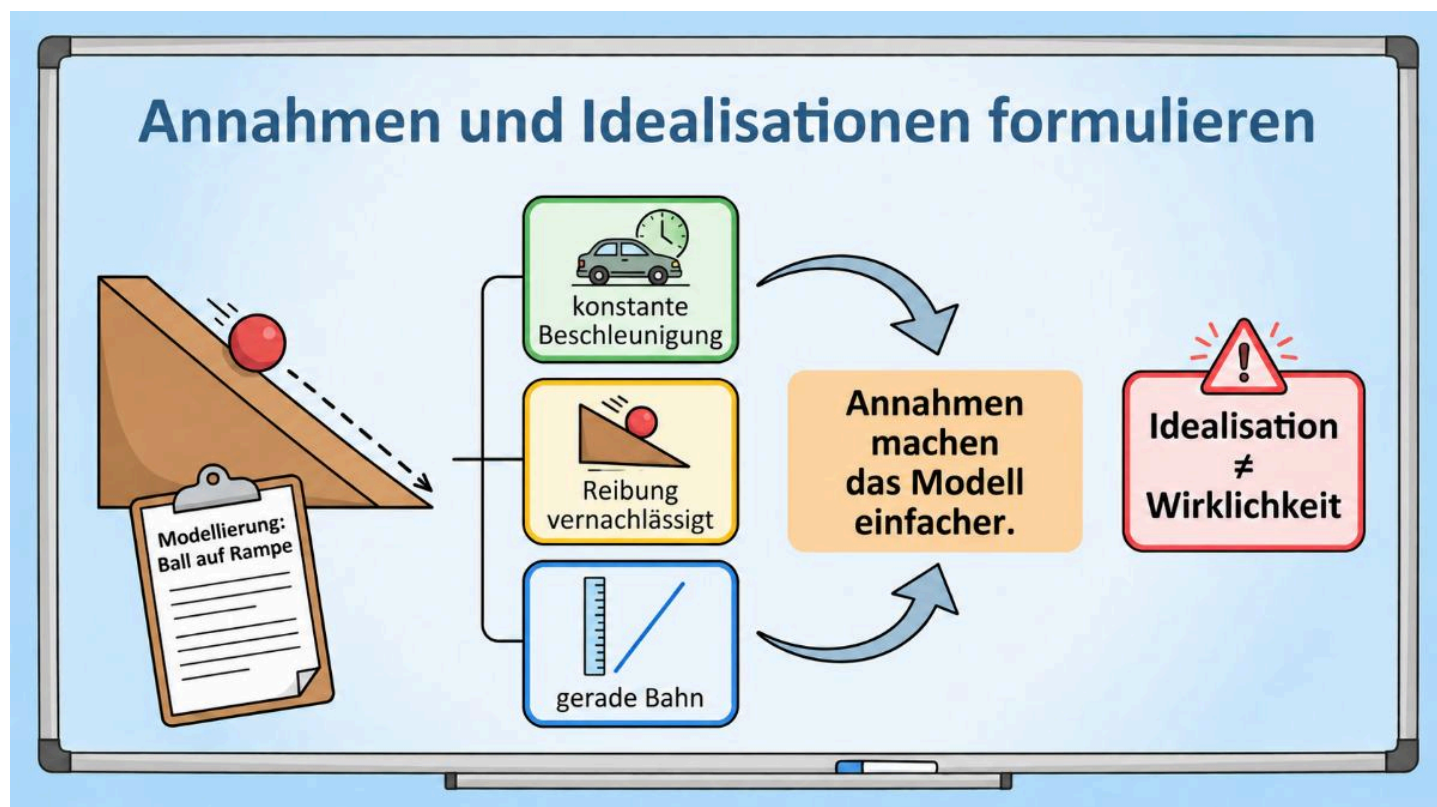
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Annahmen und Idealisationen formulieren

Lernziel-ID bfbaedb9-b138-590a-87e8-4d87784dda0e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Sachverhalte strukturieren und vereinfachen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Modellannahmen bzw. Idealisationen (z. B. konstante Geschwindigkeit, Reibung vernachlässigt) benennen und begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Größen und Einheiten identifizieren

bb4569bc-01ac-5bf9-8c85-05df42d70698

S. 541

Wird direkt vorausgesetzt von

Sachverhalt vereinfachen und strukturieren

035b7fc6-830d-5f41-9c5d-2495808c09d4

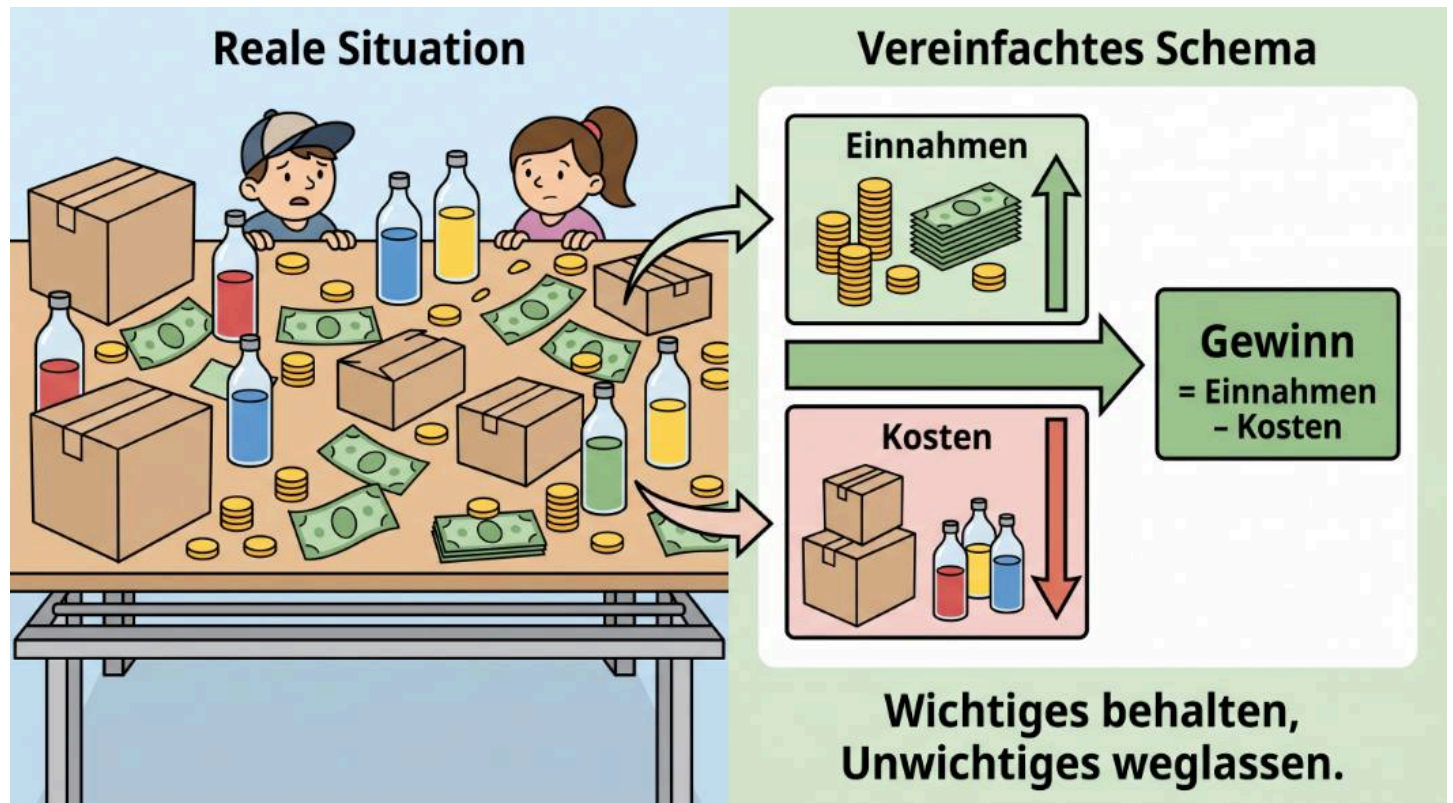
S. 543

Sachverhalt vereinfachen und strukturieren

Lernziel-ID 035b7fc6-830d-5f41-9c5d-2495808c09d4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Sachverhalte strukturieren und vereinfachen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Sachverhalt sinnvoll vereinfachen, relevante Beziehungen hervorheben und eine übersichtliche Struktur (z. B. Schema) festlegen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Annahmen und Idealisationen formulieren

b7baedb9-b138-590a-87e8-4d87784dda0e

S. 542

Wird direkt vorausgesetzt von

Sachskizze mit Variablen erstellen

8d126397-a8b0-528c-8986-614d56fa0749

S. 544

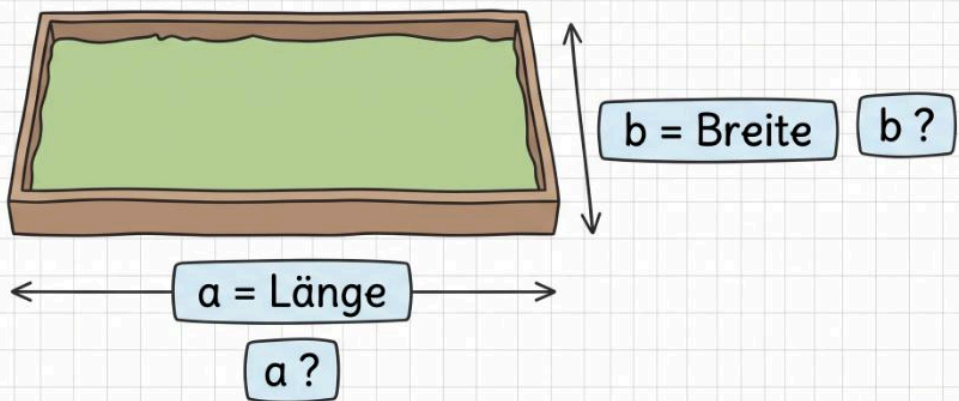
Sachskizze mit Variablen erstellen

Lernziel-ID 8d126397-a8b0-528c-8986-614d56fa0749

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Sachverhalte strukturieren und vereinfachen

Sachskizze mit Variablen erstellen



Sachskizze: Größen eindeutig benennen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Sachskizze oder ein Diagramm anfertigen, Variablen eindeutig zuordnen und Größen konsistent benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sachverhalt vereinfachen und strukturieren

035b7f06-839d-5f41-9c5d-2495808c09d4

S. 543

Wird direkt vorausgesetzt von

Variablen und Parameter definieren

670286aa-c29d-560c-8fca-755e35f5d437

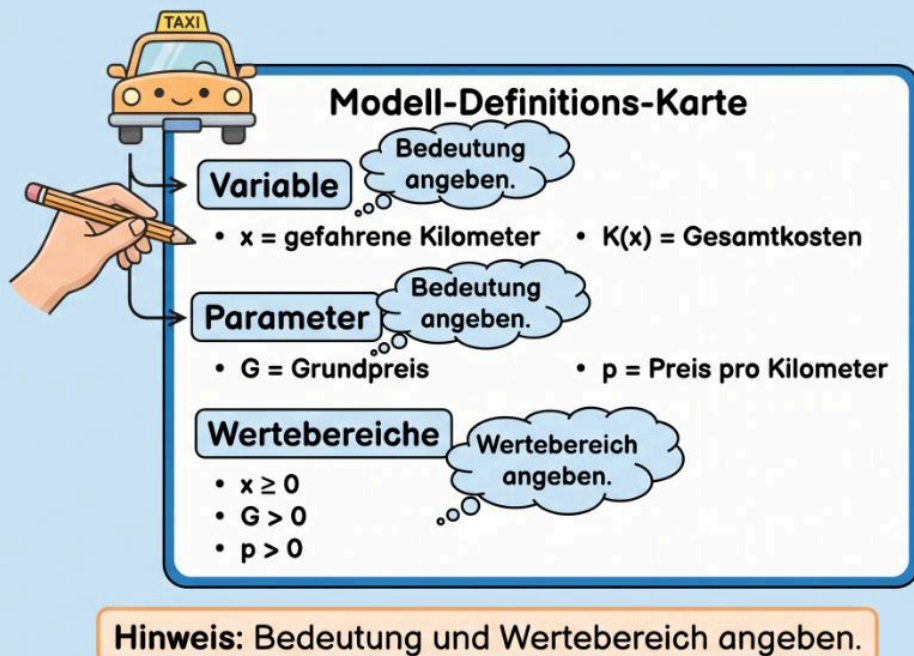
S. 545

Variablen und Parameter definieren

Lernziel-ID 670286aa-c29d-560c-8fca-755e35f5d437

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle bilden

Variablen und Parameter definieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Variablen und Parameter passend wählen, ihre Bedeutung angeben und ggf. Wertebereiche festlegen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität prüfen

a41761f2-8ba8-5a74-87c1-eb5e4ab1d020

S. 535

Sachskizze mit Variablen erstellen

8d126397-a8b0-528c-8986-614d56fa0749

S. 544

Wird direkt vorausgesetzt von

Beziehungen als Gleichungen, Funktionen oder Ungleichungen formulieren

07196e72-ba47-54bf-a096-3a79bbb67e23

S. 546

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

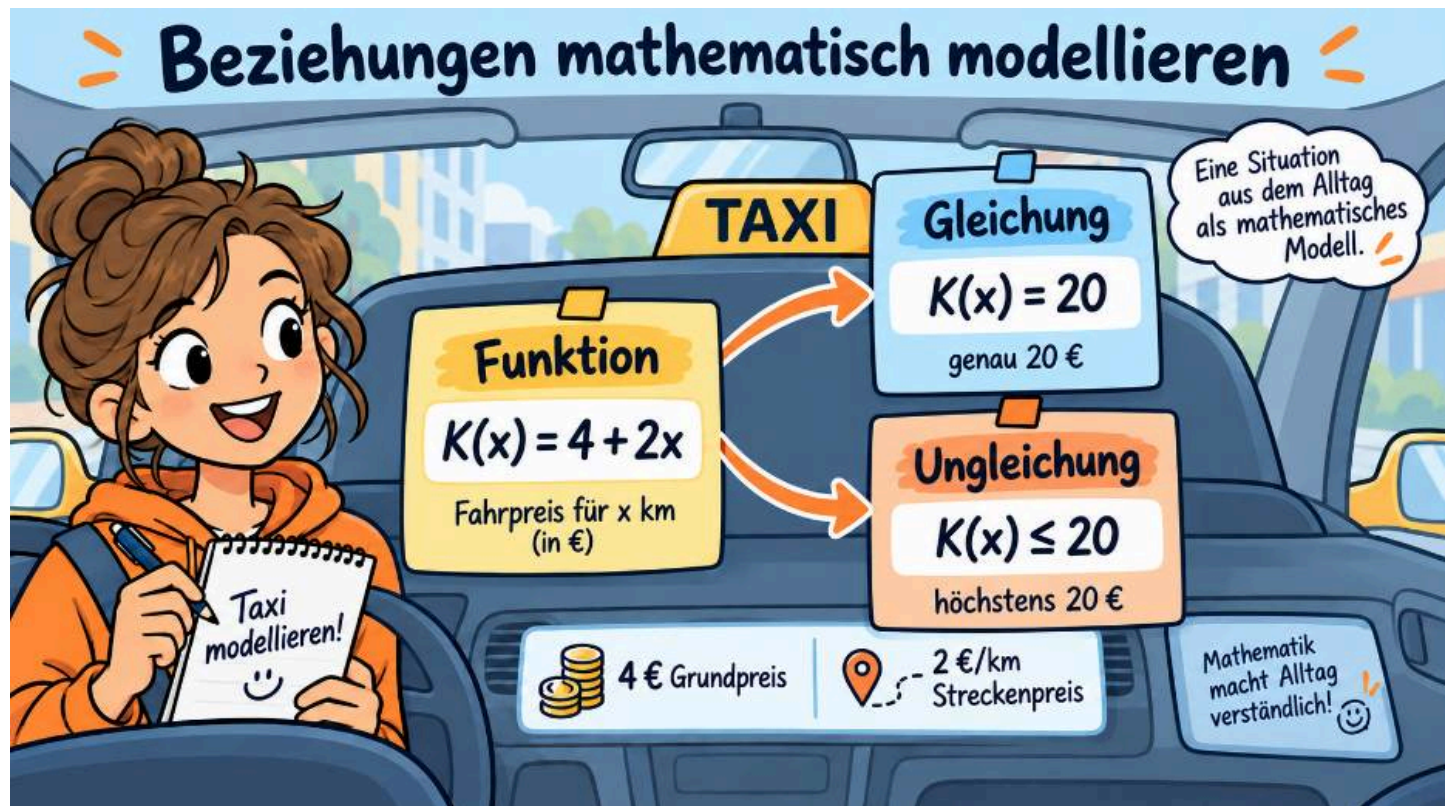
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Beziehungen als Gleichungen, Funktionen oder Ungleichungen formulieren

Lernziel-ID 07196e72-ba47-54bf-a096-3a79bbb67e23

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle bilden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Beziehungen zwischen Größen als Gleichungen, Funktionen oder Ungleichungen formulieren und die Modellwahl begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Variablen und Parameter definieren

670286aa-c29d-560c-8fca-755e35f5d437

S. 545

Wird direkt vorausgesetzt von

Rand- und Anfangsbedingungen festlegen

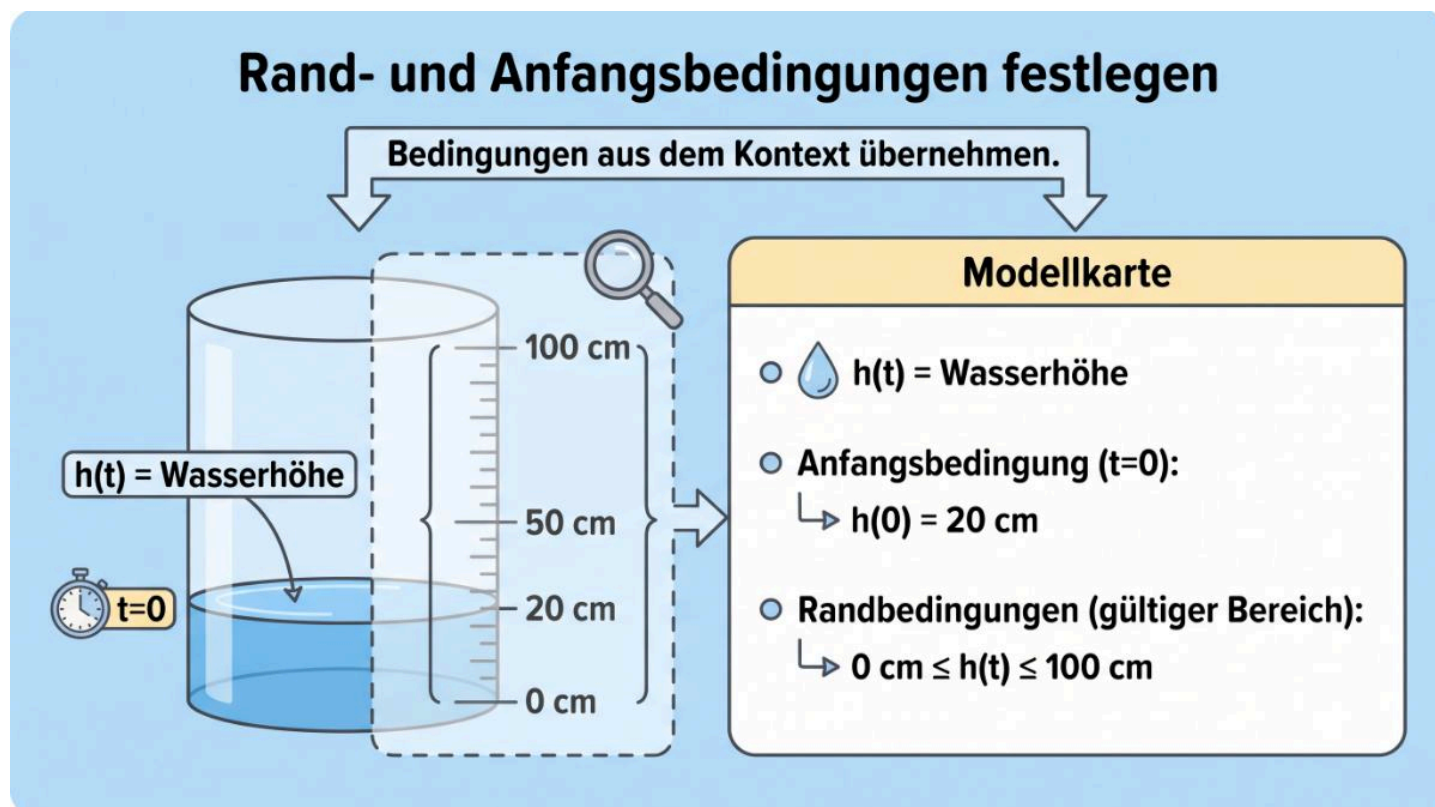
c3cad3f5-f0e2-5caa-906a-f25d3044f7b1

S. 547

Rand- und Anfangsbedingungen festlegen

Lernziel-ID c3cad3f5-f0e2-5caa-906a-f25d3044f7b1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle bilden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Rand- bzw. Anfangsbedingungen oder Nebenbedingungen aus dem Kontext ableiten und im Modell festhalten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Beziehungen als Gleichungen, Funktionen oder Ungleichungen formulieren

S. 546

Wird direkt vorausgesetzt von

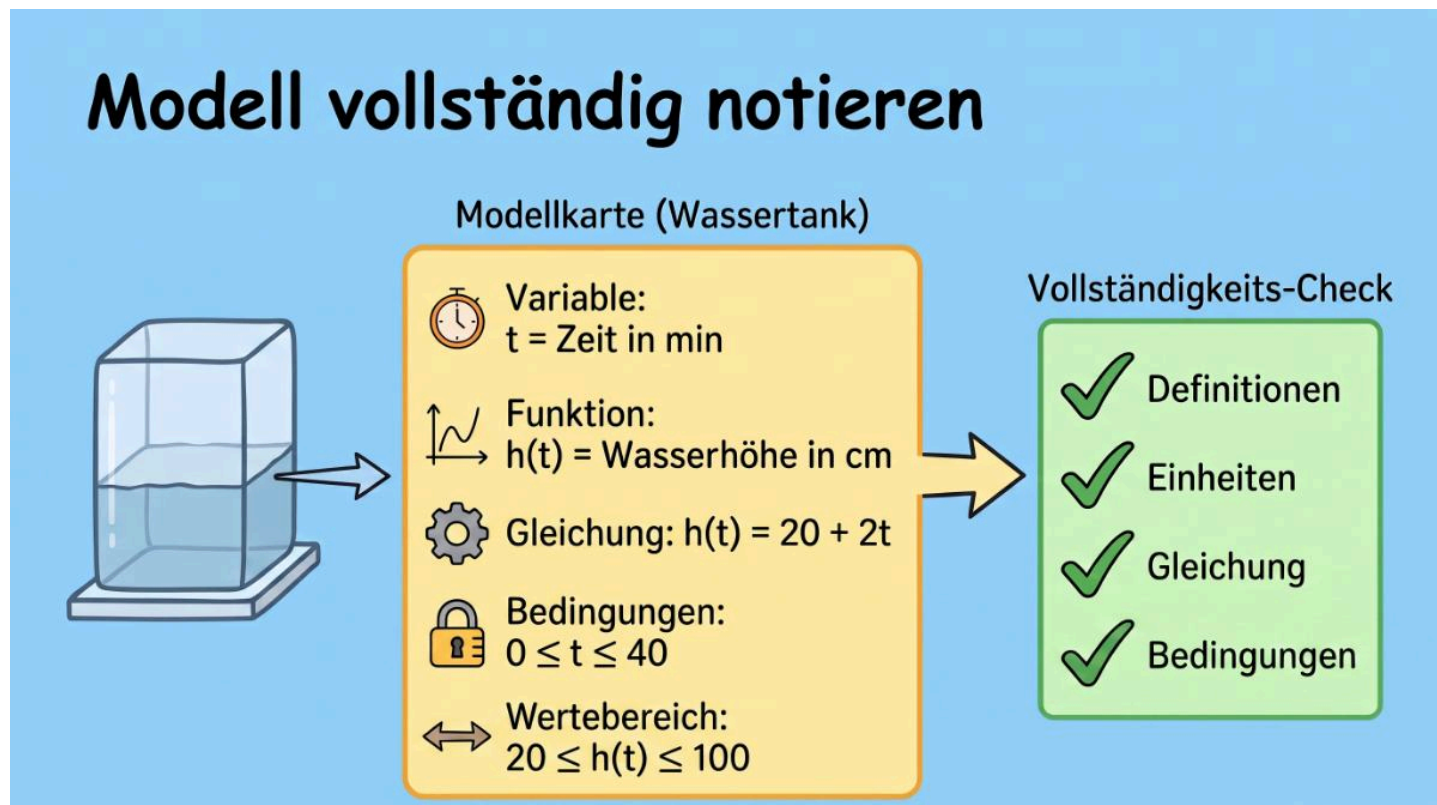
Modell vollständig notieren

S. 548

Modell vollständig notieren

Lernziel-ID 5c4b5ab1-aac9-5762-9ffc-94d047ba3cb6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Modelle bilden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Modell vollständig und verständlich notieren (Definitionen, Variablen, Einheiten, Bedingungen), sodass es bearbeitbar ist.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rand- und Anfangsbedingungen festlegen

c3cad3f5-f0e2-5caa-906a-f25d3044f7b1

S. 547

Wird direkt vorausgesetzt von

Mathematisches Verfahren auswählen

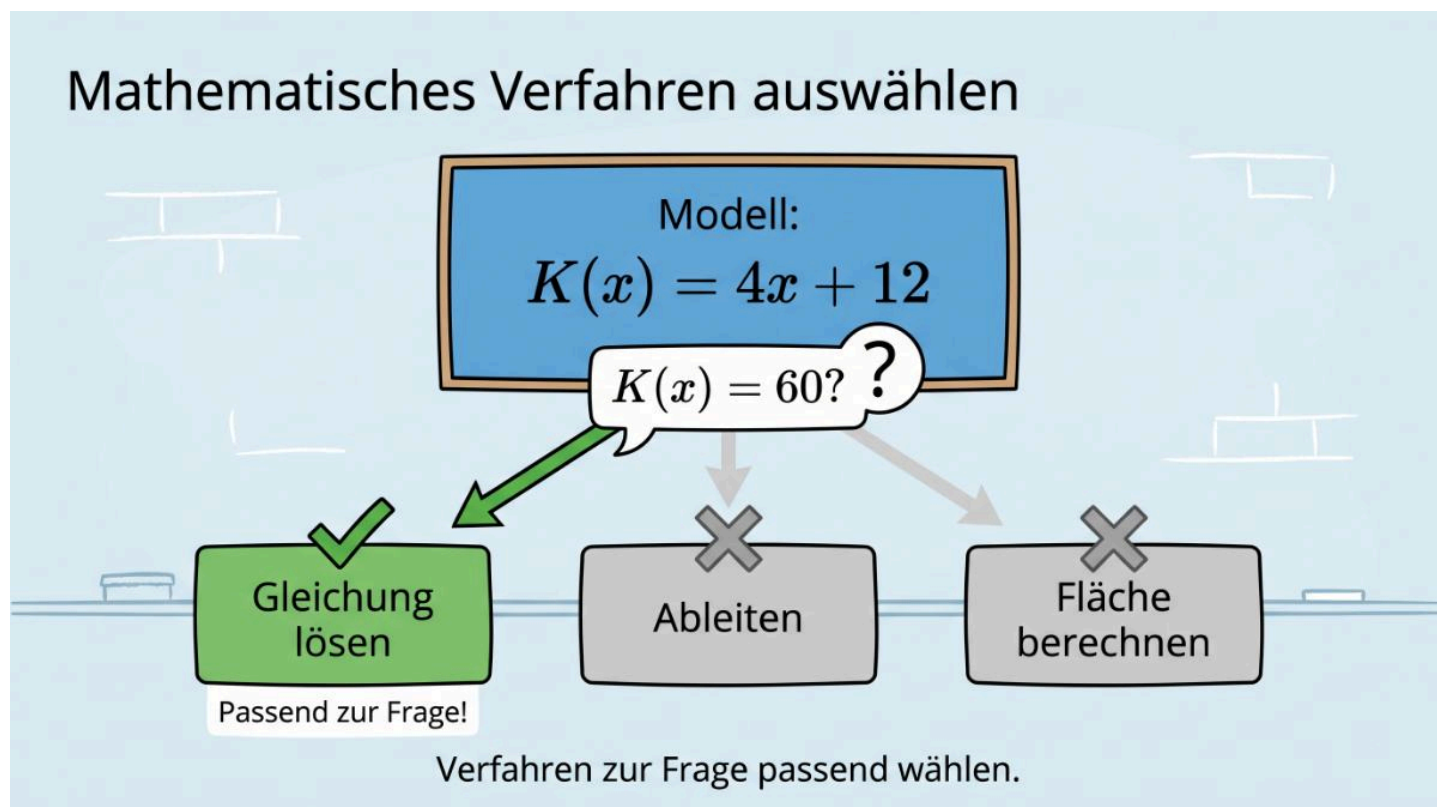
27542d59-aa1b-569d-8d77-41129bae26e2

S. 549

Mathematisches Verfahren auswählen

Lernziel-ID 27542d59-aa1b-569d-8d77-41129bae26e2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Modelle mathematisch bearbeiten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein geeignetes mathematisches Verfahren zur Bearbeitung des Modells auswählen (z. B. Gleichung lösen, ableiten, integrieren, Wahrscheinlichkeit berechnen) und die Wahl begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität prüfen a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020	S. 535	Modell vollständig notieren 5c4b5ab1-aac9-5762-9ffc-94d047ba3cb6	S. 548
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Modell rechnerisch lösen 8d2021d0-aa14-5023-998b-187356de7986	S. 550
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

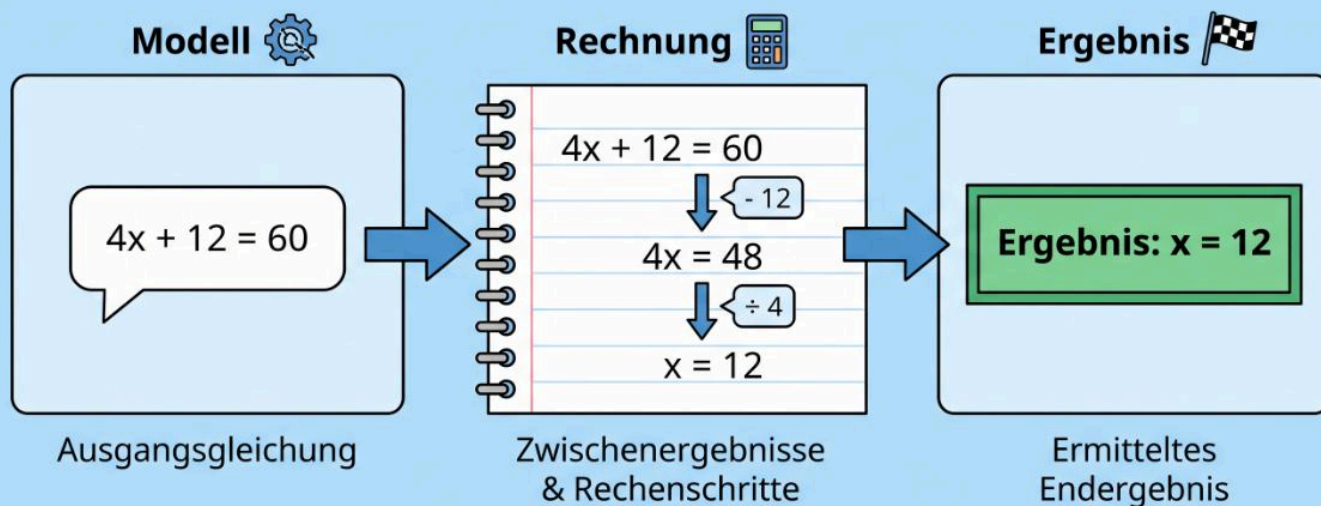
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Modell rechnerisch lösen

Lernziel-ID 8d2021d0-aa14-5023-998b-187356de7986

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Modelle mathematisch bearbeiten

Modell rechnerisch lösen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Modell rechnerisch bearbeiten, Zwischenergebnisse korrekt bestimmen und ein Endergebnis ermitteln.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mathematisches Verfahren auswählen
27542d59-aa1b-569d-8d77-41129bae26e2

S. 549

Wird direkt vorausgesetzt von

Zwischenschritte dokumentieren
ae2ca565-928d-55f4-b804-7155cf210120

S. 551

Ergebnisse zurückübersetzen
dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102533737

S. 553

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Sachkontexte modellieren und Entscheidungen begründen](#) 3095e125-fbb7-51c6-bf12-ffbb1735b9b7

Zwischenschritte dokumentieren

Lernziel-ID ae2ca565-928d-55f4-b804-7155cf210120

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Modelle mathematisch bearbeiten

Rechenschritt	Begründung
$4x + 12 = 60$	Startgleichung
$4x = 48$	minus 12
$x = 12$	durch 4

Schritte nachvollziehbar begründen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Rechenschritte und Umformungen nachvollziehbar dokumentieren und verwendete Regeln bzw. Sätze benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modell rechnerisch lösen

8d2021d0-aa14-5023-998b-187356de7986

S. 550

Wird direkt vorausgesetzt von

Ergebnisse sichern und prüfen

4a630596-6e2f-593e-bac6-2a6d8fa58e2f

S. 552

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Busmodell dokumentieren, prüfen und verbessern](#) 0c44524c-f617-5076-8acf-729cd5515c14

Ergebnisse sichern und prüfen

Lernziel-ID 4a630596-6e2f-593e-bac6-2a6d8fa58e2f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Modelle mathematisch bearbeiten

ERGEBNISSE SICHERN UND PRÜFEN

Aufgabe: Bestimme x in $4 \cdot x + 12 = 60$

Ergebniskandidat: $x = 12$

Probe durch Einsetzen:

$$4 \cdot x + 12 = 60$$
$$\text{Probe: } 4 \cdot 12 + 12 = 60$$
$$48 + 12 = 60$$
$$60 = 60$$

Ergebnis passt.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zwischen- und Endergebnisse prüfen (z. B. Einsetzen, Plausibilität) und bei Bedarf korrigieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zwischenschritte dokumentieren

ae2ca565-928d-55f4-b804-7155cf210120

S. 551

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

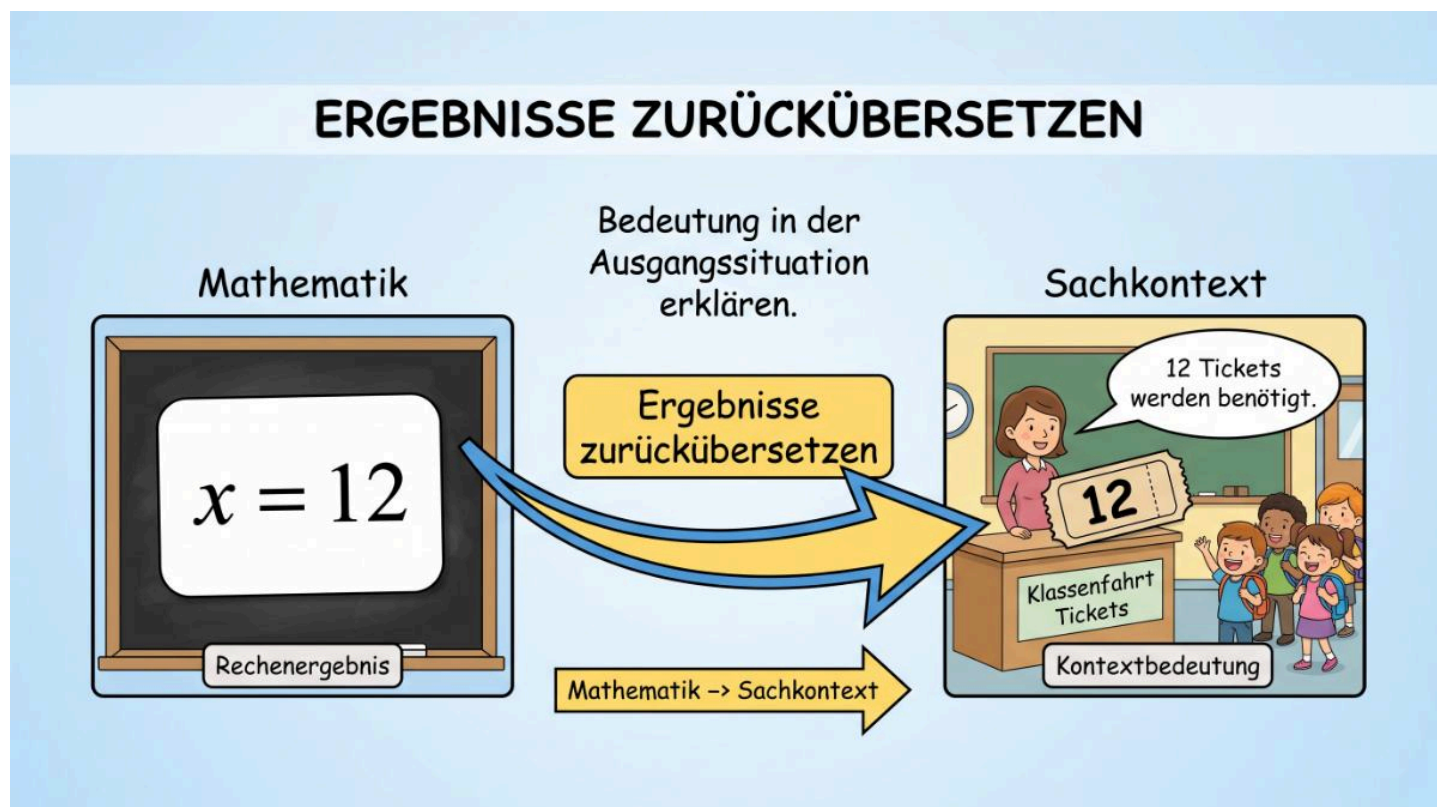
[Busmodell dokumentieren, prüfen und verbessern](#) 0c44524c-f617-5076-8acf-729cd5515c14

Ergebnisse zurückübersetzen

Lernziel-ID dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102533737

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Modelle validieren und anpassen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mathematische Ergebnisse in die Ausgangssituation zurückübersetzen und deren Bedeutung erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität prüfen a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020	S. 535	Modellgrenzen diskutieren 11f7090c-3e44-522f-9b77-1e07cceffcf0f	S. 536	Modell rechnerisch lösen 8d2021d0-aa14-5023-998b-187356de7986	S. 550
Wird direkt vorausgesetzt von					
Plausibilität und Realisierbarkeit prüfen e83eca28-9a57-5b24-877c-2e63fecce986	S. 554	Werkzeugeinstellungen zielgerichtet setzen 879f9c84-d6fb-58c3-b219-696e0070d67f	S. 560	Visualisierung für komplexe Situation entwerfen (LK) c23c4364-b5ea-513a-9d78-76bf7f113d1b	S. 564

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Plausibilität und Realisierbarkeit prüfen

Lernziel-ID e03eca28-9a57-5b24-877c-2e63fecee986

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Modelle validieren und anpassen

Plausibilität und Realisierbarkeit prüfen

Klassenausflug, 12 Schüler

Tickets = Tickets

12 ist eine kleine Gruppe

Mindestens 0, nicht negativ

Ergebnis: 12 Tickets

- ✓ Einheit passt
- ✓ Größenordnung passt
- ✓ Randwert geprüft

Check OK: Plausibel und realisierbar

1200 Tickets?

Warnung: unplausibel

1200 Tickets für eine kleine Klasse?

Einheit passt, aber Größenordnung und Realisierbarkeit nicht

Abweichung begründen: Unrealistische Anzahl

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Modellergebnis anhand von Einheiten, Größenordnungen und Randwerten auf Plausibilität und Realisierbarkeit prüfen und Auffälligkeiten im Sachkontext erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ergebnisse zurückübersetzen

dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102533737

S. 553

Wird direkt vorausgesetzt von

Modellgrenzen benennen

5836c821-d43b-5c02-9ee5-e86bb87bb054

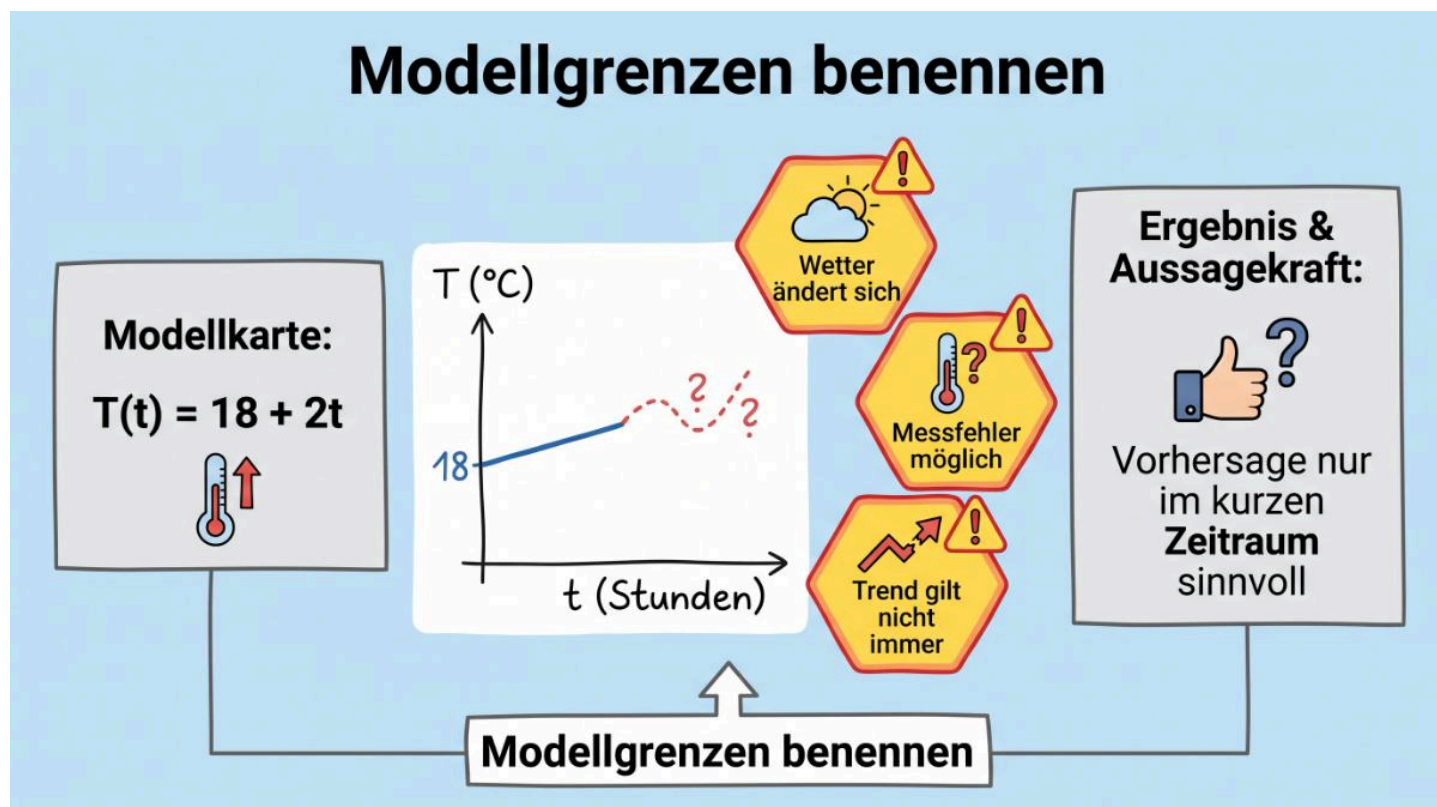
S. 555

Modellgrenzen benennen

Lernziel-ID 5836c821-d43b-5c02-9ee5-e86bb87bb054

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Modelle validieren und anpassen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Modellgrenzen aufgrund der Annahmen benennen und die Aussagekraft des Ergebnisses einschätzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität und Realisierbarkeit prüfen

e03eca28-9a57-5b24-877c-2e63fecee986

S. 554

Wird direkt vorausgesetzt von

Modellverbesserungen vorschlagen

fb4dcd2a-a6a9-5371-a2fc-95348ee130e0

S. 556

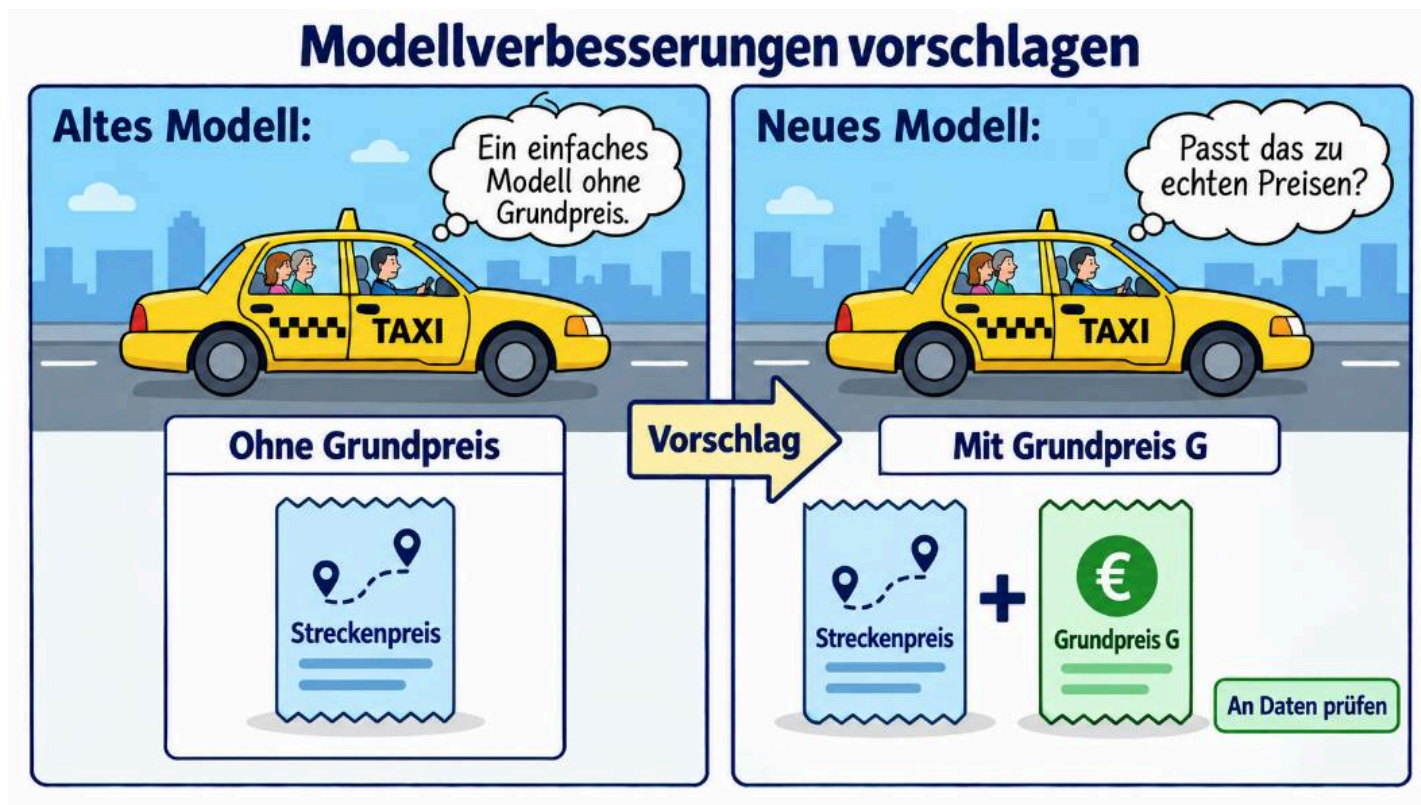
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Sachkontexte modellieren und Entscheidungen begründen](#) 3095e125-fbb7-51c6-bf12-ffbb1735b9b7

Modellverbesserungen vorschlagen

Lernziel-ID fb4dcd2a-a6a9-5371-a2fc-95348ee130e0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Modelle validieren und anpassen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verbesserungen am Modell vorschlagen (z. B. zusätzliche Einflussgrößen, andere Funktionswahl) und deren Wirkung qualitativ beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modellgrenzen benennen

5836c821-d43b-5c02-9ee5-e86bb87bb054

S. 555

Wird direkt vorausgesetzt von

Alternative Modelle entwickeln (LK)

74f28ce7-e568-5d6e-b946-17445b344fcc

S. 557

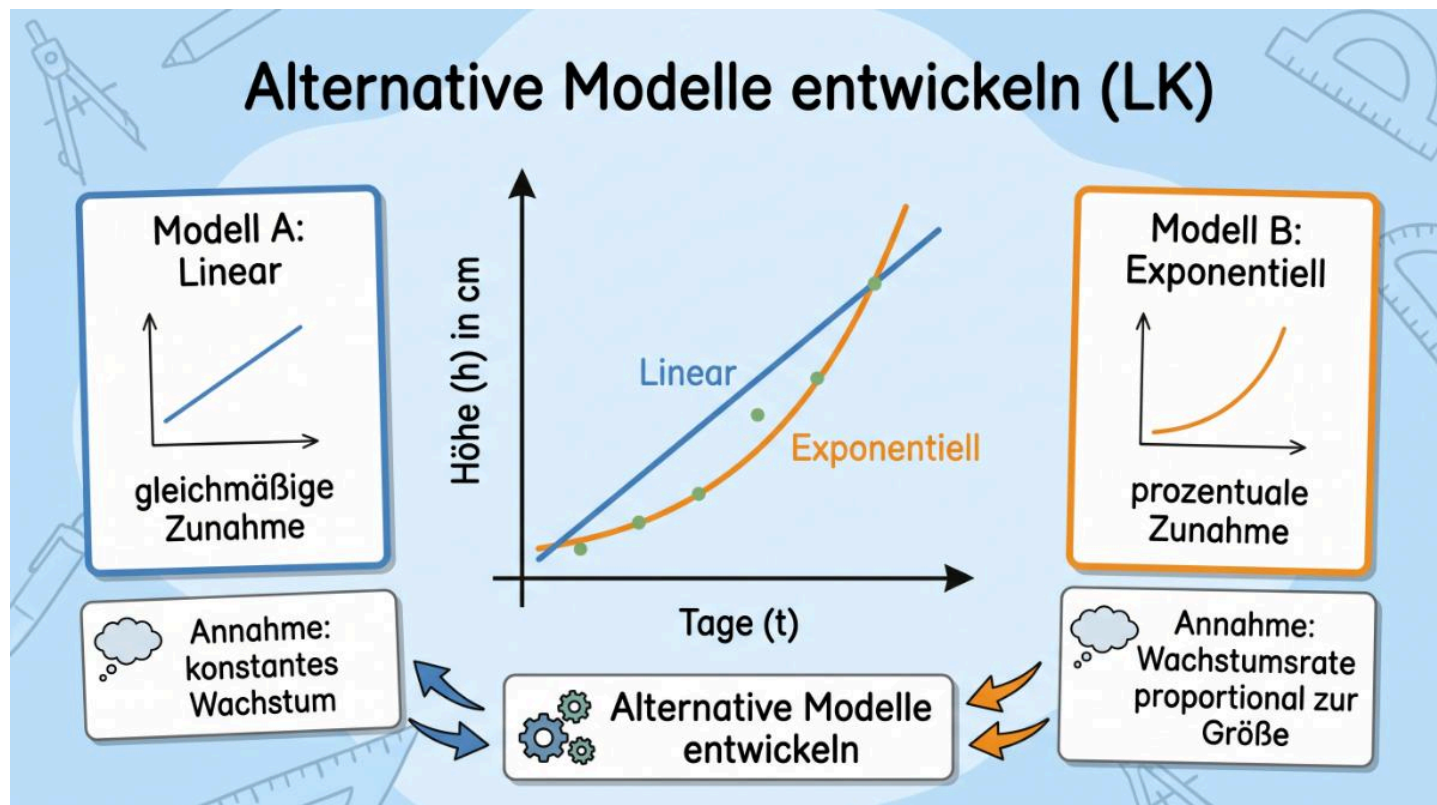
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Busmodell dokumentieren, prüfen und verbessern](#) 0c44524c-f617-5076-8acf-729cd5515c14

Alternative Modelle entwickeln (LK)

Lernziel-ID 74f28ce7-e568-5d6e-b946-17445b344fcc

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mehrere Modelle vergleichen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für denselben Sachverhalt mindestens zwei plausible Modelle formulieren (z. B. linear vs. exponentiell) und die Annahmen explizit machen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Plausibilität prüfen a41761f2-8ba8-5af4-87c1-eb5e4ab1d020	S. 535	Modellverbesserungen vorschlagen fb4dcd2a-a6a9-5371-a2fc-95348ee130e0	S. 556
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Modelle nach Kriterien vergleichen (LK) 163dd583-8308-53f0-b60d-34588787988d	S. 558
--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

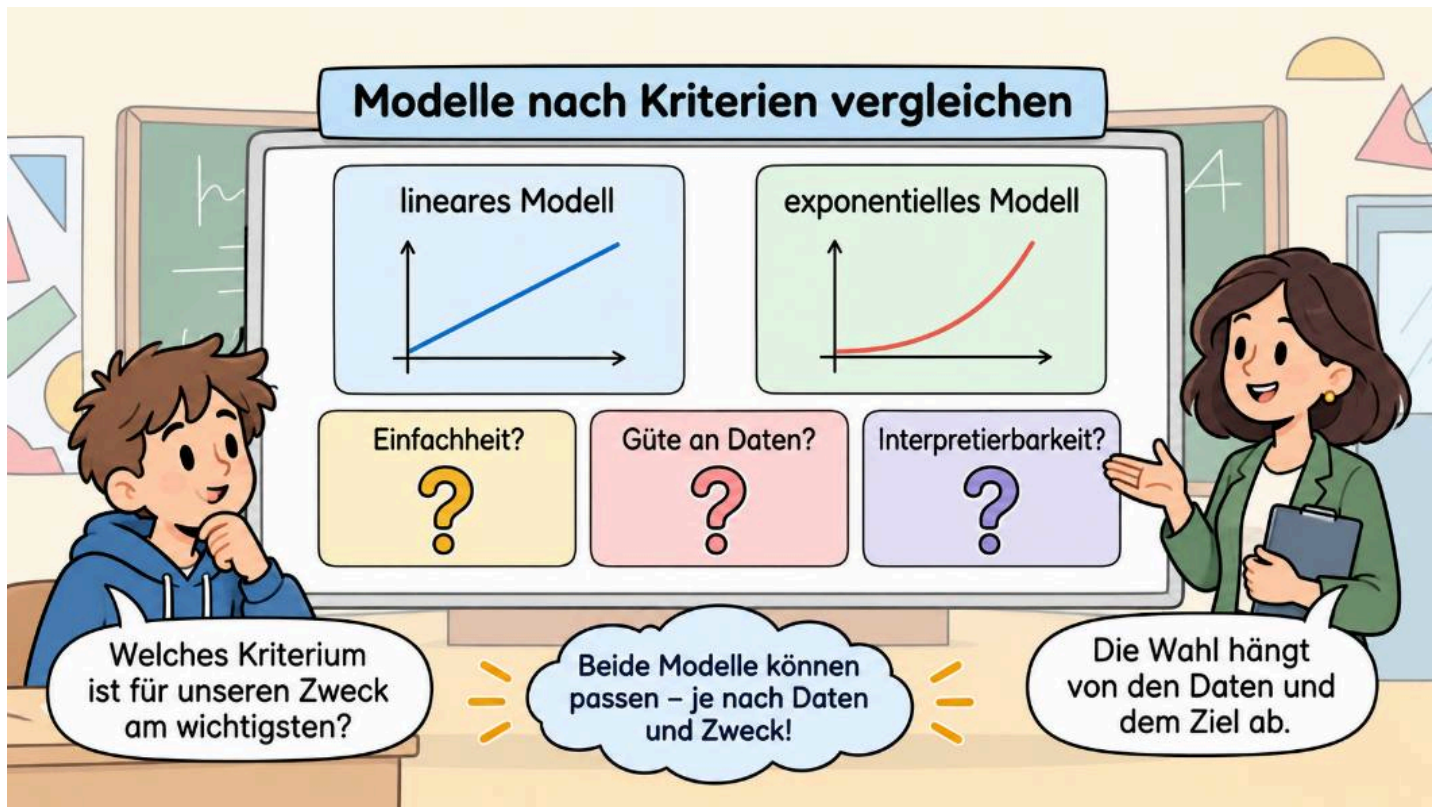
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Wachstumsmodelle für eine Algenkultur vergleichen](#) 1fcb56db-5e3f-57da-862d-f3bdf9984af2

Modelle nach Kriterien vergleichen (LK)

Lernziel-ID 163dd583-8308-53f0-b60d-34588787988d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mehrere Modelle vergleichen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Modelle anhand von Einfachheit, Güte und Interpretierbarkeit vergleichen und ihre jeweiligen Vor- und Nachteile für die Fragestellung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Alternative Modelle entwickeln (LK)

74f28ce7-e568-5d6e-b946-17445b344fcc

S. 557

Wird direkt vorausgesetzt von

Modellentscheidung begründen (LK)

519660d0-85e5-57a6-a219-d6a253336649

S. 559

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

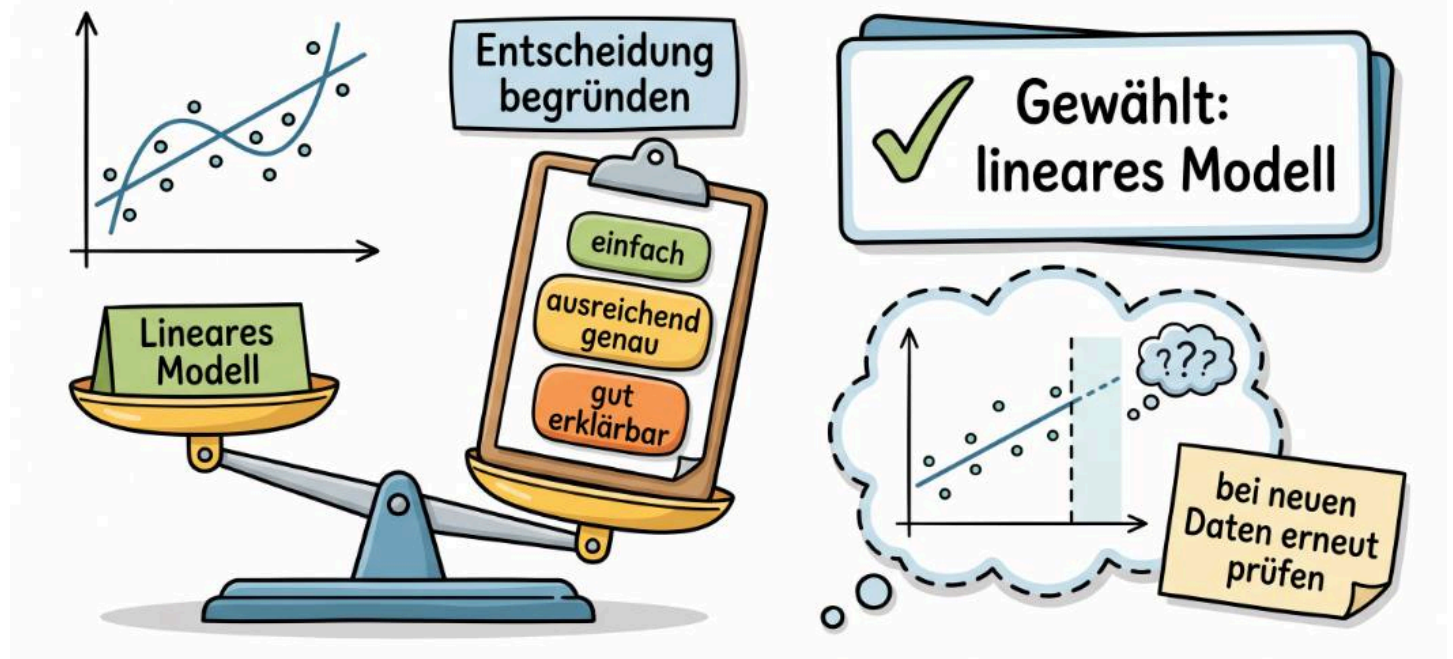
[Wachstumsmodelle für eine Algenkultur vergleichen](#) 1fcb56db-5e3f-57da-862d-f3bdf9984af2

Modellentscheidung begründen (LK)

Lernziel-ID 519660d0-85e5-57a6-a219-d0a253336649

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Mehrere Modelle vergleichen (LK)

Modellentscheidung begründen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Modellentscheidung anhand von Vergleichskriterien begründen und qualitativ erläutern, wie empfindlich diese Entscheidung gegenüber Datenunsicherheit oder veränderten Annahmen ist.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modelle nach Kriterien vergleichen (LK)

163dd583-8398-53f0-b66d-34588787988d

S. 558

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

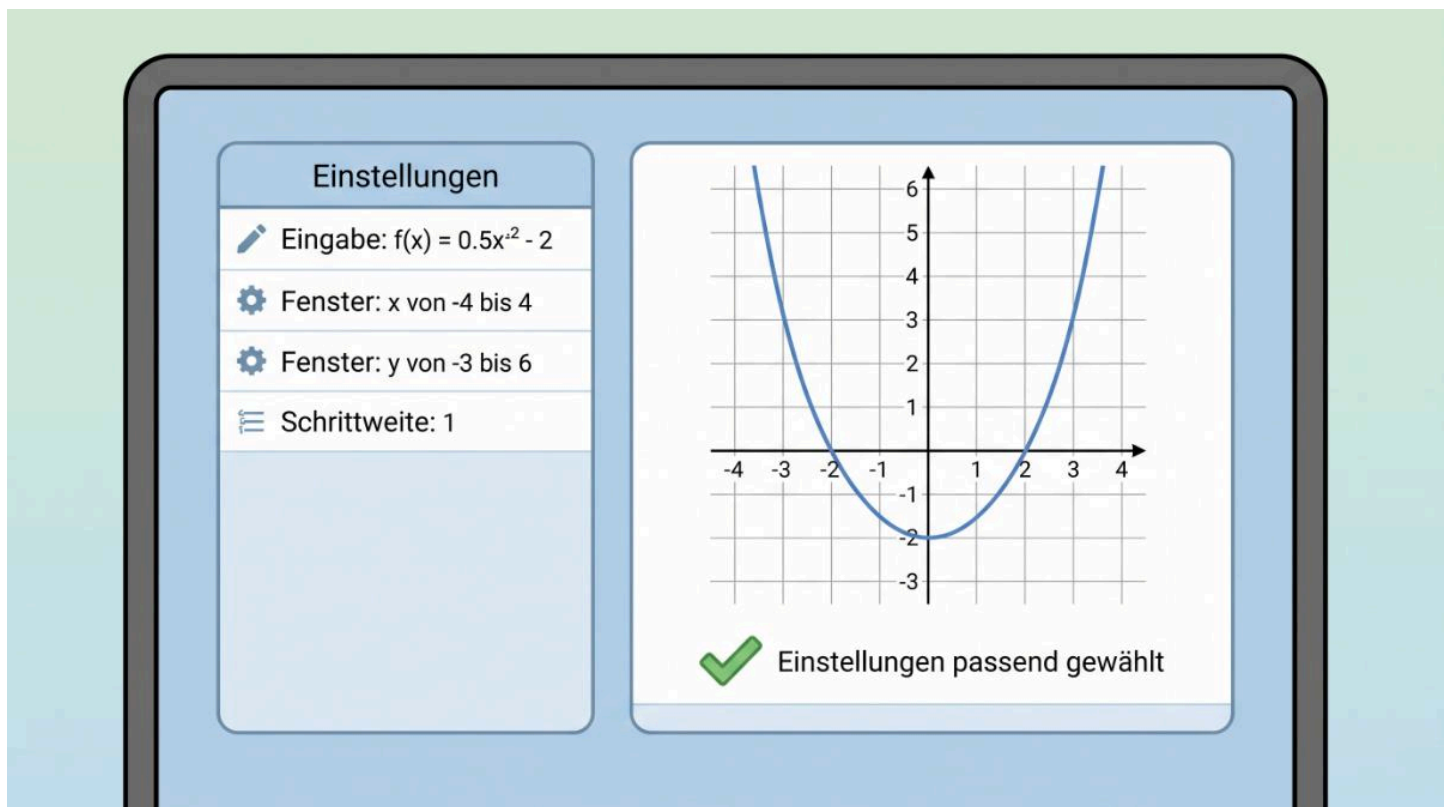
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Wachstumsmodelle für eine Algenkultur vergleichen 1fcb56db-5e3f-57da-862d-f3bdf9984af2](#)

Werkzeugeinstellungen zielgerichtet setzen

Lernziel-ID 879f9c84-d6fb-58c3-b219-696e0070d67f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Darstellungen mit digitalen Werkzeugen erstellen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einem digitalen Werkzeug Eingaben und Darstellungsparameter so setzen, dass ein mathematisches Objekt sachgerecht untersucht wird.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Aus Term einen Graphen erstellen 0272c501-2931-5e52-b62f-af068db63c44	S. 198	Ergebnisse zurückübersetzen dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102533737	S. 553
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Tool-Ausgaben interpretieren 7ac32297-023c-5914-9109-6285e4ce5846	S. 561	Digitale Werkzeuge korrekt einsetzen 14af09c2-999f-52fa-8d42-1f2f6b23629b	S. 571
---	--------	---	--------

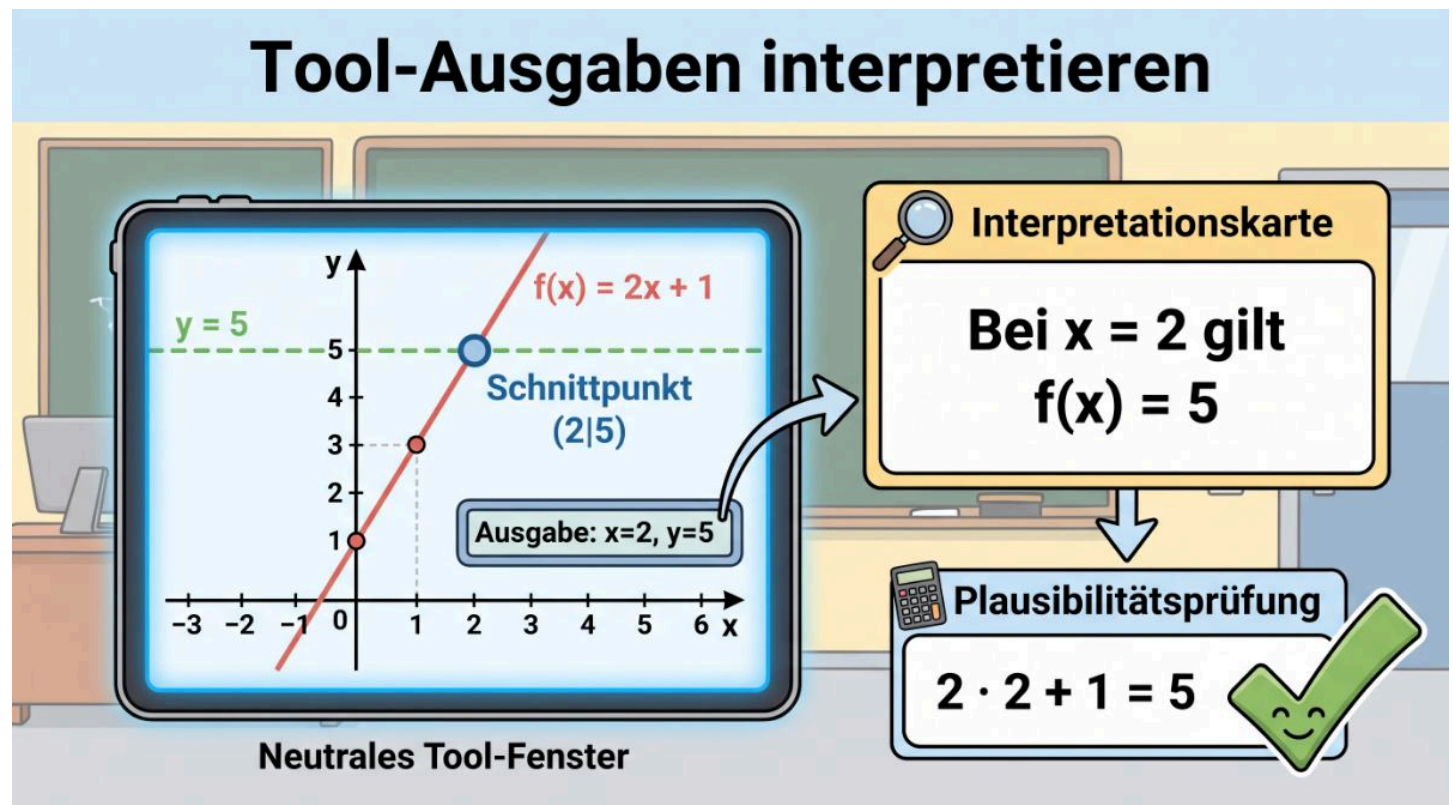
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Tool-Ausgaben interpretieren

Lernziel-ID 7ac32297-023c-5914-9109-6285e4ce5846

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Darstellungen mit digitalen Werkzeugen erstellen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ausgaben digitaler Werkzeuge (Graphen, Tabellen, numerische Werte) interpretieren, mit dem Kontext verknüpfen und Plausibilität prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Werkzeugeinstellungen zielgerichtet setzen

879f9c84-d6fb-58c3-b219-696e0070d67f

S. 560

Wird direkt vorausgesetzt von

Einstellungen dokumentieren und reproduzieren

56f9632d-37fe-5edf-a654-f53dbb373c91

S. 562

Visualisierung für komplexe Situation entwerfen (LK)

c23c4364-b5ea-513a-9d78-76b7f7f113d1b

S. 564

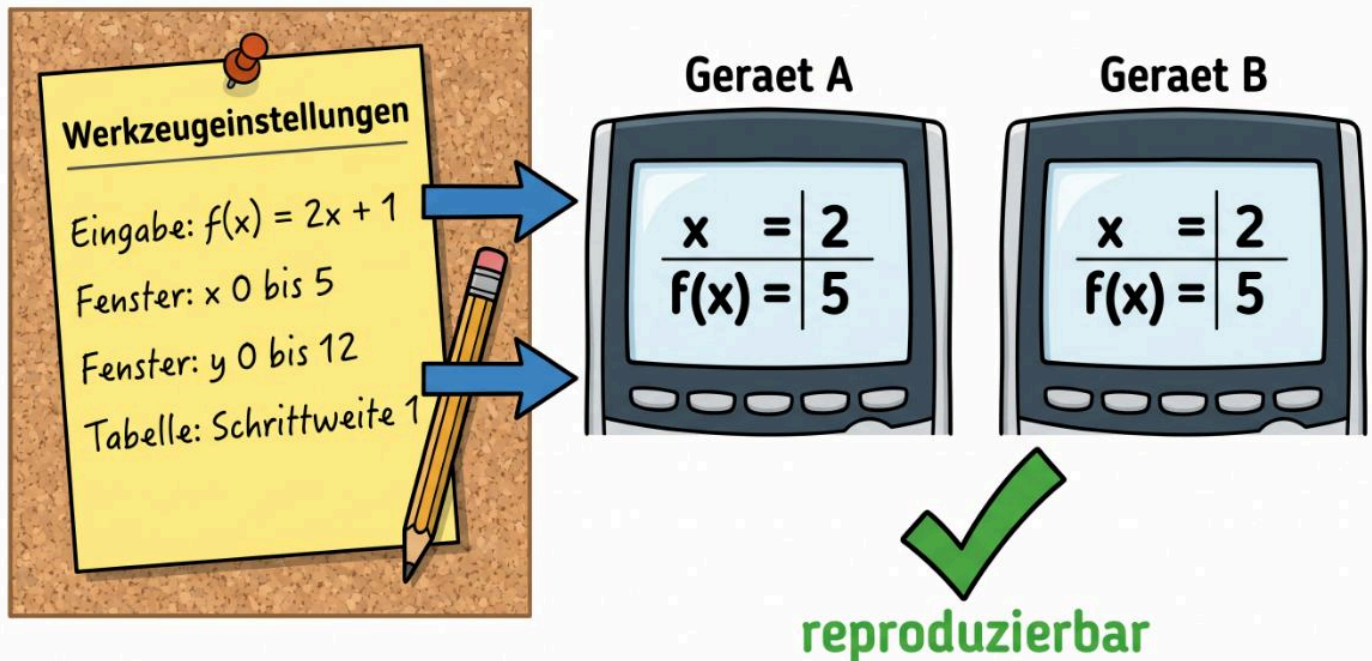
Einstellungen dokumentieren und reproduzieren

Lernziel-ID 56f9632d-37fe-5edf-a654-f53dbb373c91

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Darstellungen mit digitalen Werkzeugen erstellen

Einstellungen dokumentieren und reproduzieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eingaben, Parameter und Einstellungen eines Werkzeugs so dokumentieren, dass Ergebnisse nachvollziehbar und reproduzierbar sind.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Tool-Ausgaben interpretieren

7ac32297-023c-5914-9189-6285e4ce5846

S. 561

Wird direkt vorausgesetzt von

Handrechnung mit digitaler Kontrolle kombinieren

7c4e8d59-4acb-5f62-a387-c804c6fa23e0

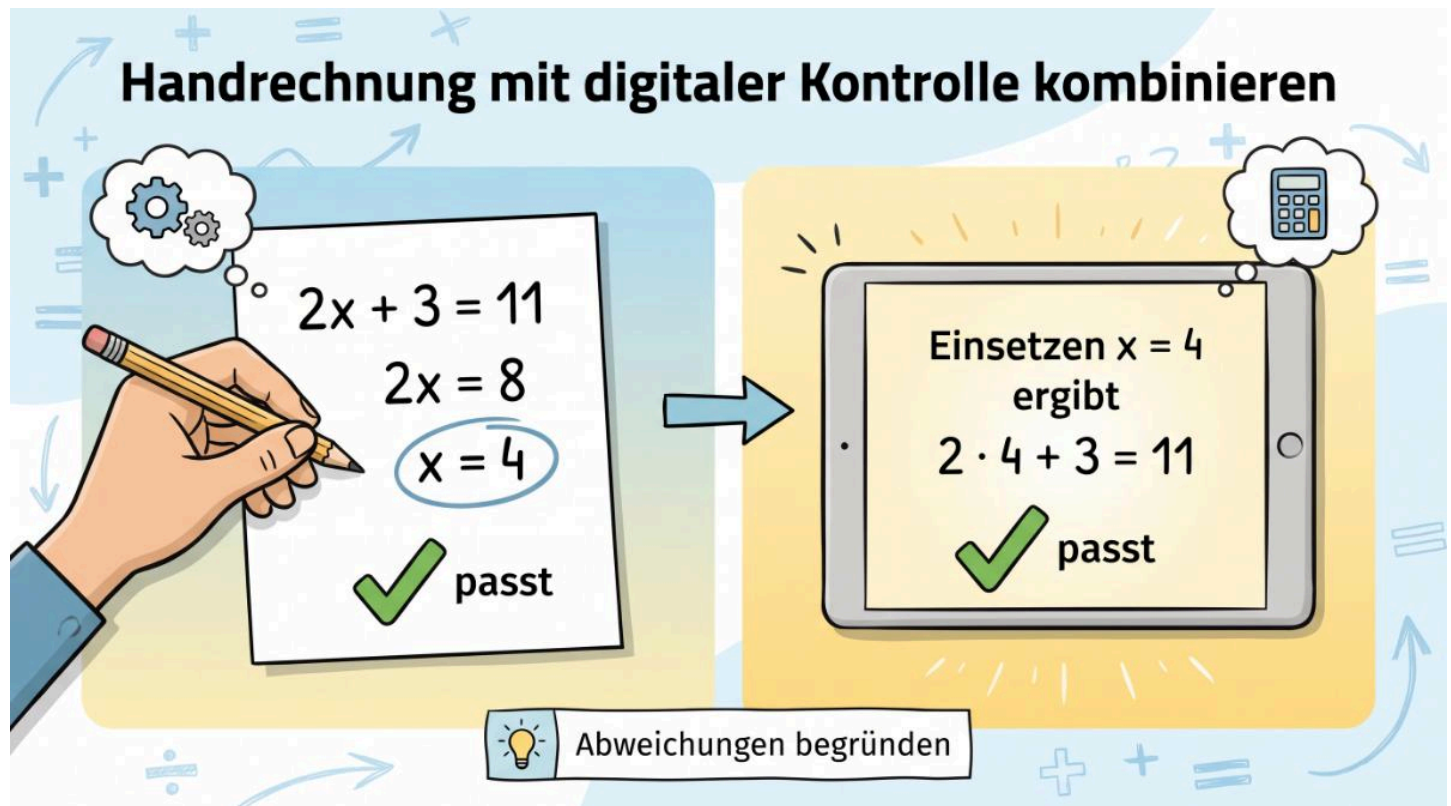
S. 563

Handrechnung mit digitaler Kontrolle kombinieren

Lernziel-ID 7c4e8d59-4acb-5f62-a387-c804c6fa23e0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Darstellungen mit digitalen Werkzeugen erstellen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein handschriftlich gewonnenes Ergebnis mit einem digitalen Werkzeug kontrollieren und Abweichungen fachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Einstellungen dokumentieren und reproduzieren](#)

56f9632d-37fe-5edf-a654-f53dbb373c91

S. 562

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Darstellungen sicher wechseln und bewerten](#) 7337049a-c85c-5b94-adaa-81dc93528bf8

Visualisierung für komplexe Situation entwerfen (LK)

Lernziel-ID c23c4364-b5ea-513a-9d78-76bf7f113d1b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Komplexe Visualisierungen entwickeln (LK)

Visualisierung für komplexe Situation entwerfen (LK)

$a = 2$

Parameterschieber

Wertetabelle

a	Kurve
1	$f_1(x)$
2	$f_2(x)$
3	$f_3(x)$

y-Achse

Kurvenschar $f(x, a)$

f_3

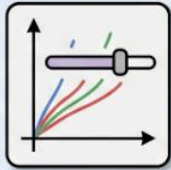
$f_2(x)$

f_1

x-Achse

Begründung:
Klare Parameter-
Abhängigkeit.

Welche Darstellung passt?

☒

2D-Darstellung
+ Schieberegler
(Geeignet)

☐

3D-Darstellung
(Zu komplex)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine anspruchsvolle Problemstellung eine geeignete Visualisierung entwerfen (z. B. Parameterabhängigkeit, 3D-Darstellung) und die Wahl begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ergebnisse zurückübersetzen
dd582580-5cd3-55b3-b05e-e1c102533737

S. 553

Tool-Ausgaben interpretieren
7ac32297-023c-5914-9109-6285e4ce5846

S. 561

Wird direkt vorausgesetzt von

Mehrere Darstellungen kombinieren (LK)
55fa9261-c48e-5f0a-8821-20fe0ca6507d

S. 565

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Mehrere Darstellungen kombinieren (LK)

Lernziel-ID 55fa9261-c48e-5f0a-8821-20fe0ca6507d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Komplexe Visualisierungen entwickeln (LK)

Mehrere Darstellungen kombinieren (LK)

Tabelle

x	f(x)
-2	0
0	★ -4
2	0

Graph

$f(x)=x^2-4$

Nullstellen bei -2 und 2

Tiefpunkt (0|-4)

Text

Tabelle + Graph
+ Text:
Nullstellen bei
-2 und 2,
Minimumwert -4
bei $x=0$

Kombination zur Argumentation

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mehrere Darstellungen sinnvoll kombinieren (z. B. Graph, Tabelle und Text) und die Kombination zur Argumentation nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Visualisierung für komplexe Situation entwerfen (LK)

c23c4364-b5ea-513a-9d78-76bf7f113d1b

S. 564

Wird direkt vorausgesetzt von

Aussagekraft und Grenzen diskutieren (LK)

d0475ed5-cb6f-5694-9501-a1c94288d65a

S. 566

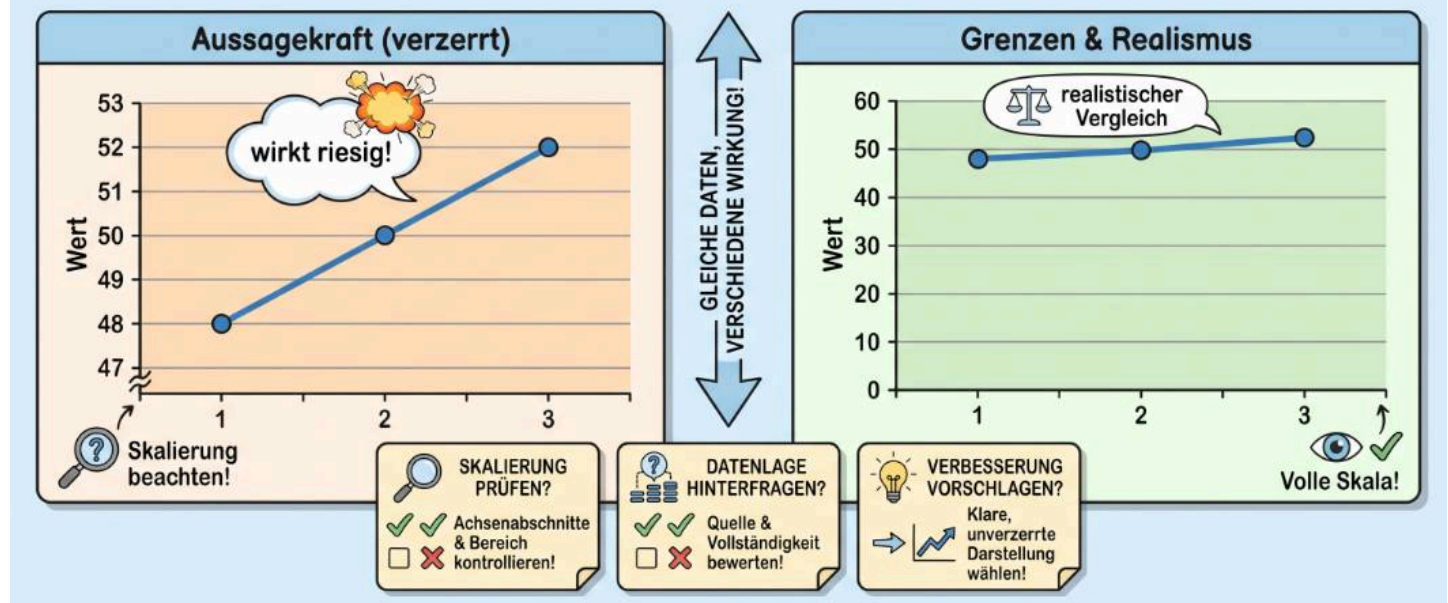
Aussagekraft und Grenzen diskutieren (LK)

Lernziel-ID d0475ed5-cb6f-5694-9501-a1c94288d65a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Komplexe Visualisierungen entwickeln (LK)

Aussagekraft und Grenzen diskutieren (LK)

DIE LERNENDE PERSON KANN DIE AUSSAGEKRAFT EINER VISUALISIERUNG DISKUTIEREN, GRENZEN BENENNEN (SKALIERUNG, DATENLAGE) UND VERBESSERUNGEN VORSCHLAGEN.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Aussagekraft einer Visualisierung diskutieren, Grenzen benennen (Skalierung, Datenlage) und Verbesserungen vorschlagen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mehrere Darstellungen kombinieren (LK)

55fa9261-c48e-5f0a-8821-20fe0ca6507d

S. 565

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Darstellungen sicher wechseln und bewerten](#) 7337049a-c85c-5b94-adaa-81dc93528bf8

Rechenregeln und Umformungen begründen

Lernziel-ID 2e40a879-b62e-5dbf-aa45-020c0625a902

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Formale Verfahren begründen

Rechenregeln und Umformungen begründen

$2x + 3 = 11$ $\xrightarrow{\quad}$ $\quad \quad \quad | -3$

$\downarrow$ **auf beiden Seiten -3**

$2x = 8$ $\xrightarrow{\quad}$ $\quad \quad \quad | :2$

$\downarrow$ **auf beiden Seiten durch 2 teilen**

$x = 4$ **✓ Probe möglich**

Jeder Schritt erhält die Lösungsmenge

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann verwendete Rechenregeln bzw. Umformungen begründen (Definition, Satz, Äquivalenzumformung) und den Zweck des Schritts erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Algebraische Terme faktorisieren 96c55cb6-d2c7-5145-8567-b5f570f55a8a	S. 124	Algebraische Terme ausmultiplizieren 74dc4b0d-a167-564c-bdc1-5cf510aee280	S. 125	Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a	S. 202
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Anwendbarkeitsbedingungen prüfen 08259bad-eb0c-5bd3-b2a1-b6673f796605	S. 568	Wahrscheinlichkeiten anhand von Termen vergleichen 08305a49-6d45-52aa-ab88-9163c3b9f198	S. 598
---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Anwendbarkeitsbedingungen prüfen

Lernziel-ID 08259bad-eb0c-5bd3-b2a1-b6673f796605

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Formale Verfahren begründen

Anwendbarkeitsbedingungen prüfen

Darf ich durch x teilen?

Darf ich das Verfahren anwenden?
✓ Ja, wenn die Bedingungen erfüllt sind!

Wurzel
✓

Bedingung: $x \neq 0$

✓ Bedingung: Radikand ≥ 0

✓ $x = 2$ erlaubt
 $\frac{6}{2} = 3$

✗ $x = 0$ nicht erlaubt
! Division durch 0 nicht möglich!

✓ $\sqrt{9}$ erlaubt
3

✗ $\sqrt{(-4)}$ nicht erlaubt
! Radikand negativ!

Bedingung zuerst prüfen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Anwendbarkeitsbedingungen von Verfahren prüfen (z. B. Definitionsbereich, Vorzeichen) und entsprechende Fälle korrekt behandeln.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Rechenregeln und Umformungen begründen

2e40a879-b62e-5dbf-aa45-020c0625a902

S. 567

Wird direkt vorausgesetzt von

Äquivalenz und Implikation unterscheiden

08a4ae81-b732-50c6-8a3f-c19b6bbd4c2b

S. 569

Digitale Werkzeuge korrekt einsetzen

14af09c2-999f-52fa-8d42-1f2f6b23629b

S. 571

Äquivalenz und Implikation unterscheiden

Lernziel-ID 08a4ae81-b732-50c6-8a3f-c19b6bbd4c2b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Formale Verfahren begründen

The diagram consists of two hand-drawn style boxes. The left box is blue and titled 'Äquivalenz'. It features a double-headed arrow and the equation $2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$. A speech bubble says 'Beide Richtungen wahr'. Below the equation, it says 'Gleiche Lösungsmenge'. The right box is orange and titled 'Nur Folgerung'. It features a single-headed arrow and the equation $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$. A speech bubble says ' $x^2 = 9$ nicht zwingend $x = 3$ ' with a red 'X' over a double-headed arrow. Another speech bubble says 'Rückrichtung falsch: auch $x = -3$ '. A third speech bubble says 'Lösungsmenge für $x^2 = 9$: $\{-3, 3\}$ '.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann unterscheiden, ob ein Schritt äquivalent oder nur folgernd ist, und die Lösungsmenge entsprechend korrekt bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Anwendbarkeitsbedingungen prüfen

08259bad-eb9c-5bd3-b2a1-b6673f796605

S. 568

Wird direkt vorausgesetzt von

Verfahren auf neue Beispiele übertragen

07be4b71-b7e0-5dd1-be0c-9f590f3db3f3

S. 570

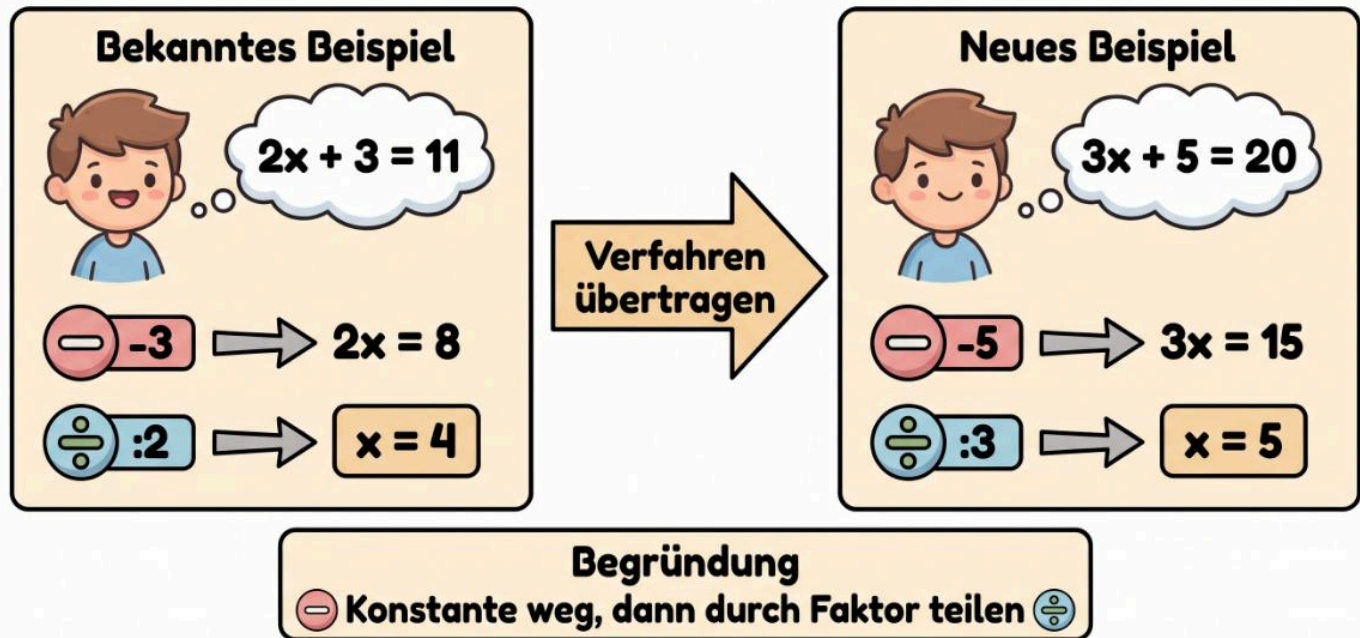
Verfahren auf neue Beispiele übertragen

Lernziel-ID 07be4b71-b7e0-5dd1-be0c-9f590f3db3f3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Formale Verfahren begründen

Verfahren auf neue Beispiele übertragen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein bekanntes Verfahren auf ein neues Beispiel übertragen, die Schritte anpassen und die Übertragung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Äquivalenz und Implikation unterscheiden

08a4ae81-b732-50c6-8a3f-c19b6bbd4c2b

S. 569

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

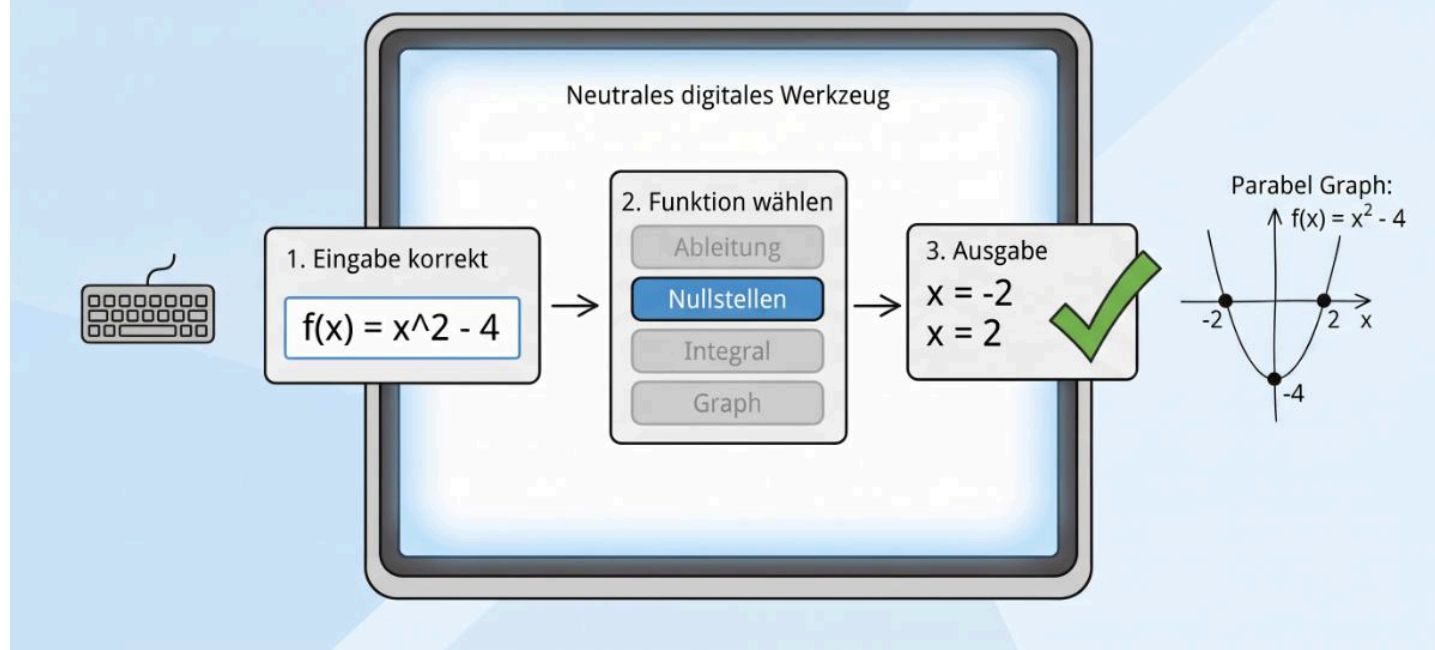
[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

Digitale Werkzeuge korrekt einsetzen

Lernziel-ID 14af09c2-999f-52fa-8d42-1f2f6b23629b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Technische Hilfsmittel zielgerichtet einsetzen

Digitale Werkzeuge korrekt einsetzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann digitale Werkzeuge (CAS, Tabellenkalkulation) zielgerichtet nutzen, Eingaben korrekt formulieren und passende Funktionen auswählen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln

b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a

S. 202

Werkzeugeinstellungen zielgerichtet setzen

879f9c84-d6fb-58c3-b219-696e0070d67f

S. 560

Anwendbarkeitsbedingungen prüfen

08259bad-eb0c-5bd3-b2a1-b6673f796605

S. 568

Wird direkt vorausgesetzt von

Tool-Ergebnisse kritisch prüfen

b29a6ece-30f8-5ced-9782-4df1bcbad284

S. 572

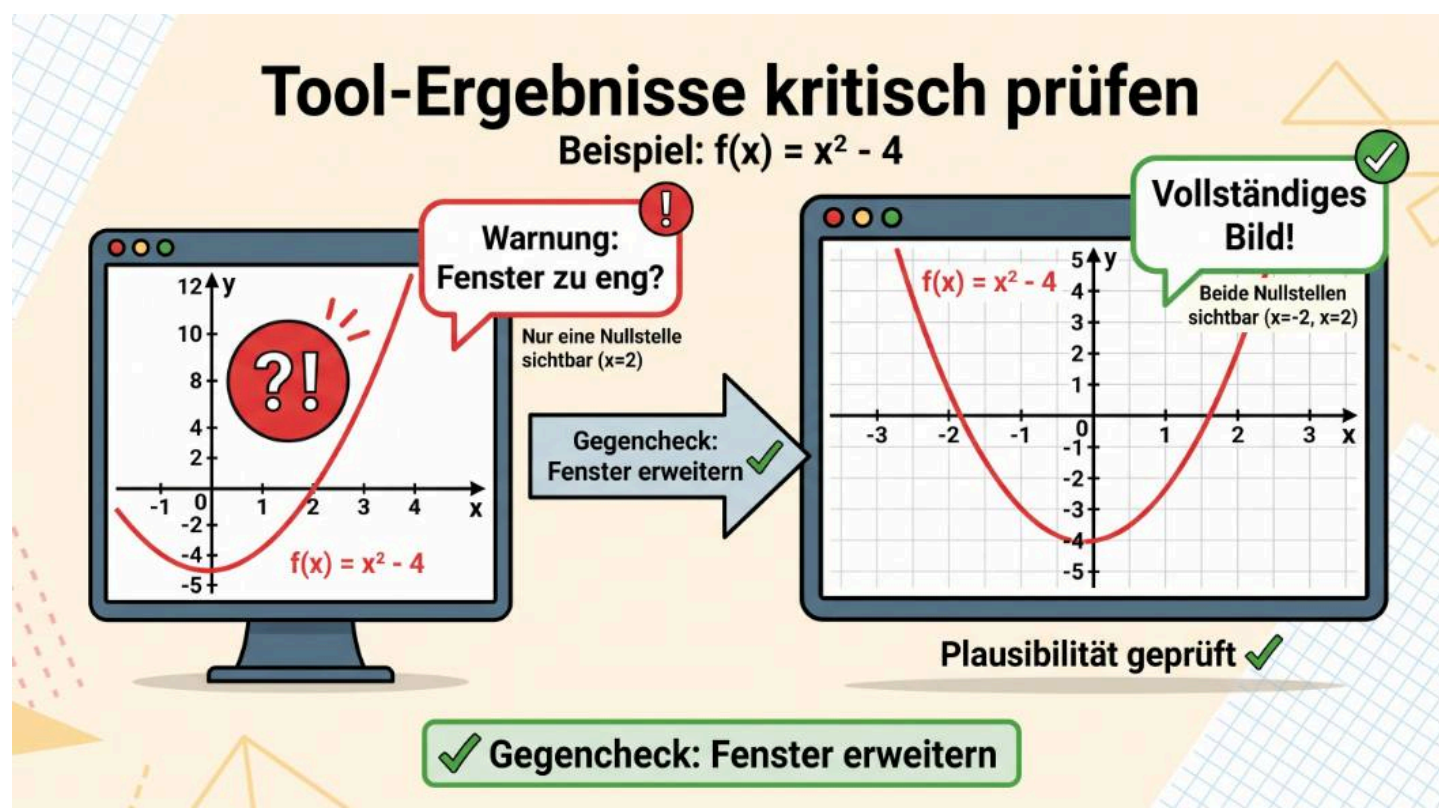
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Tool-Ergebnisse kritisch prüfen

Lernziel-ID b29a6ece-30f8-5ced-9782-4df1bcbad284

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Technische Hilfsmittel zielgerichtet einsetzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Tool-Ergebnisse auf Plausibilität prüfen, Rundungs- oder Darstellungsfehler erkennen und geeignete Gegenchecks durchführen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Digitale Werkzeuge korrekt einsetzen

14aT09c2-999f-52fa-8d42-1f2f6b23629b

S. 571

Wird direkt vorausgesetzt von

Hand- und Tool-Verfahren kombinieren

93fc4fbb-72f6-549b-b97a-a48aeb1534d

S. 573

Probe durch Einsetzen durchführen

f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32

S. 575

Hand- und Tool-Verfahren kombinieren

Lernziel-ID 93fc4fbb-72f6-549b-b97a-a48aecb1534d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Technische Hilfsmittel zielgerichtet einsetzen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann handschriftliche Schritte mit Tool-Unterstützung sinnvoll kombinieren (z. B. Umformen von Hand, Lösen per CAS) und die Vorgehensweise begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Tool-Ergebnisse kritisch prüfen
b29a6ece-30f8-5ced-9782-4df1bcbad284

S. 572

Wird direkt vorausgesetzt von

Grenzen der Werkzeugnutzung benennen
c97a33d9-d5e4-56c5-ae4c-822bc4f54898

S. 574

Grenzen der Werkzeugnutzung benennen

Lernziel-ID c97a33d9-d5e4-56c5-ae4c-822bc4f54898

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Technische Hilfsmittel zielgerichtet einsetzen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Grenzen digitaler Werkzeuge benennen (z. B. Definitionsbereich, numerische Näherung, Mehrdeutigkeit) und geeignete Sicherungen wählen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Hand- und Tool-Verfahren kombinieren
937c4fbb-72f6-549b-b97a-a48aeb1534d

S. 573

Wird direkt vorausgesetzt von

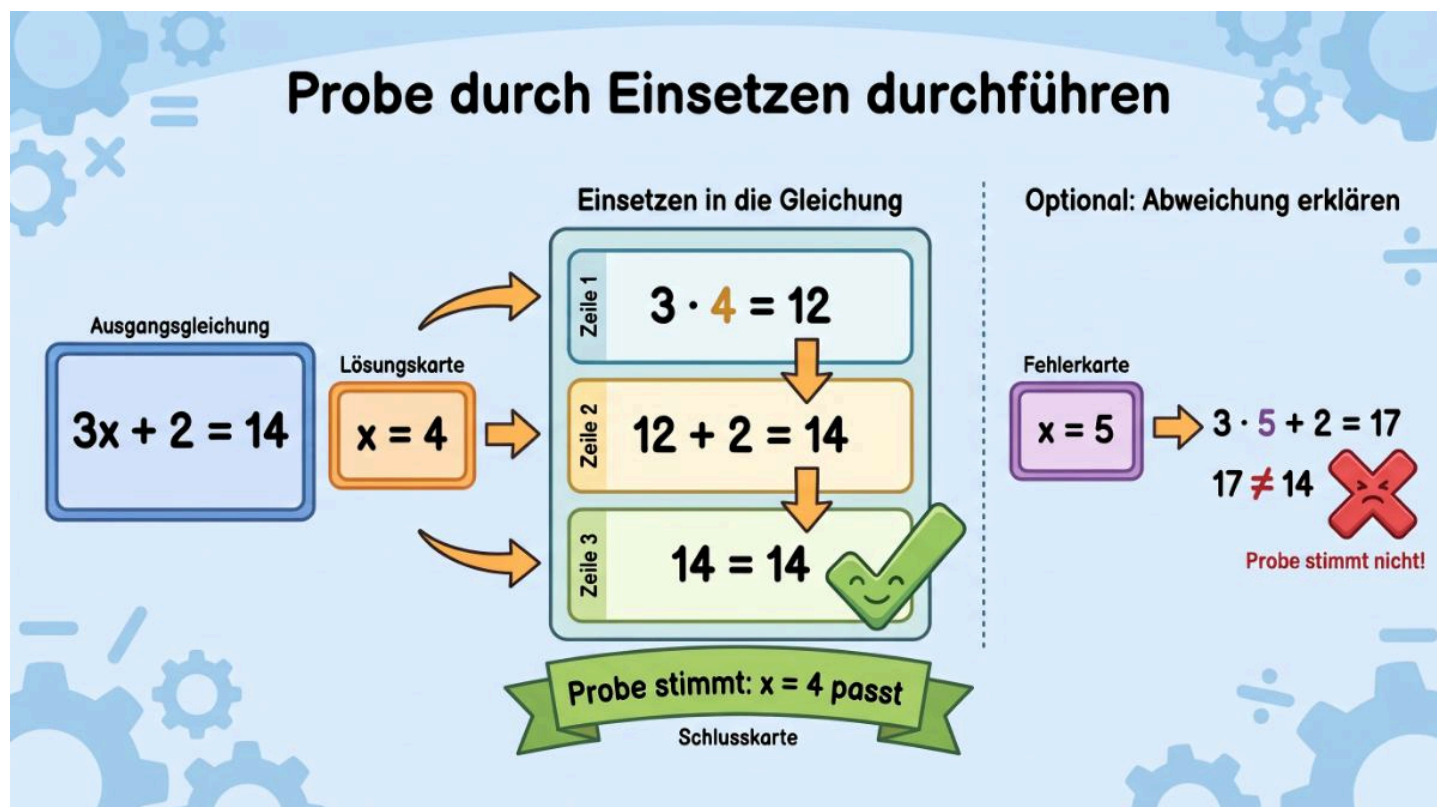
Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

Probe durch Einsetzen durchführen

Lernziel-ID f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse formal überprüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ergebnisse durch Einsetzen in Ausgangsgleichungen oder -bedingungen überprüfen und Abweichungen erklären.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a	S. 202	Tool-Ergebnisse kritisch prüfen b29a6ece-30f8-5ced-9782-4df1bcbad284	S. 572
Einheiten- und Dimensionscheck anwenden f4df008d-fcd4-5ba3-821b-2ee8bd8a1180	S. 576	Begriffe präzise verwenden 4a53a441-3c2a-53aa-8a1a-e08a6898e826	S. 582
Ergebnisse strukturiert präsentieren 3019ed7f-8f74-5330-816c-17997156ed68	S. 591	Lösung nachvollziehbar erklären 121ef4c5-c1c2-5294-9582-86bab2355907	S. 585
Schriftliche Ausarbeitung strukturieren (LK) 33f2da84-d6ac-54d2-931a-76aed5cbc0c2	S. 594	Argumente austauschen und prüfen da6b64124-fabf-544c-a2e5-3e6c786531d2	S. 588

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Einheiten- und Dimensionscheck anwenden

Lernziel-ID f4df008d-fcd4-5ba3-821b-2ee8bd8a1180

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse formal überprüfen

Einheiten- und Dimensionscheck anwenden

Strecke = Geschwindigkeit * Zeit

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} * 2 \text{ h} = 120 \text{ km}$$

Korrekt! Einheiten passen.

Strecke = Geschwindigkeit + Zeit

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 2 \text{ h}$$

Fehler! Einheiten passen nicht.

Fläche = Länge * Breite

$$5 \text{ m} * 3 \text{ m} = 15 \text{ m}^2$$

Korrekt! Fläche in m².

Einheiten prüfen
-> grobe Fehler finden

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Einheiten bzw. Dimensionen prüfen und so grobe Fehler (z. B. falsche Skalierung) erkennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Probe durch Einsetzen durchführen

f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32

S. 575

Wird direkt vorausgesetzt von

Kontrollrechnung mit Alternativmethode

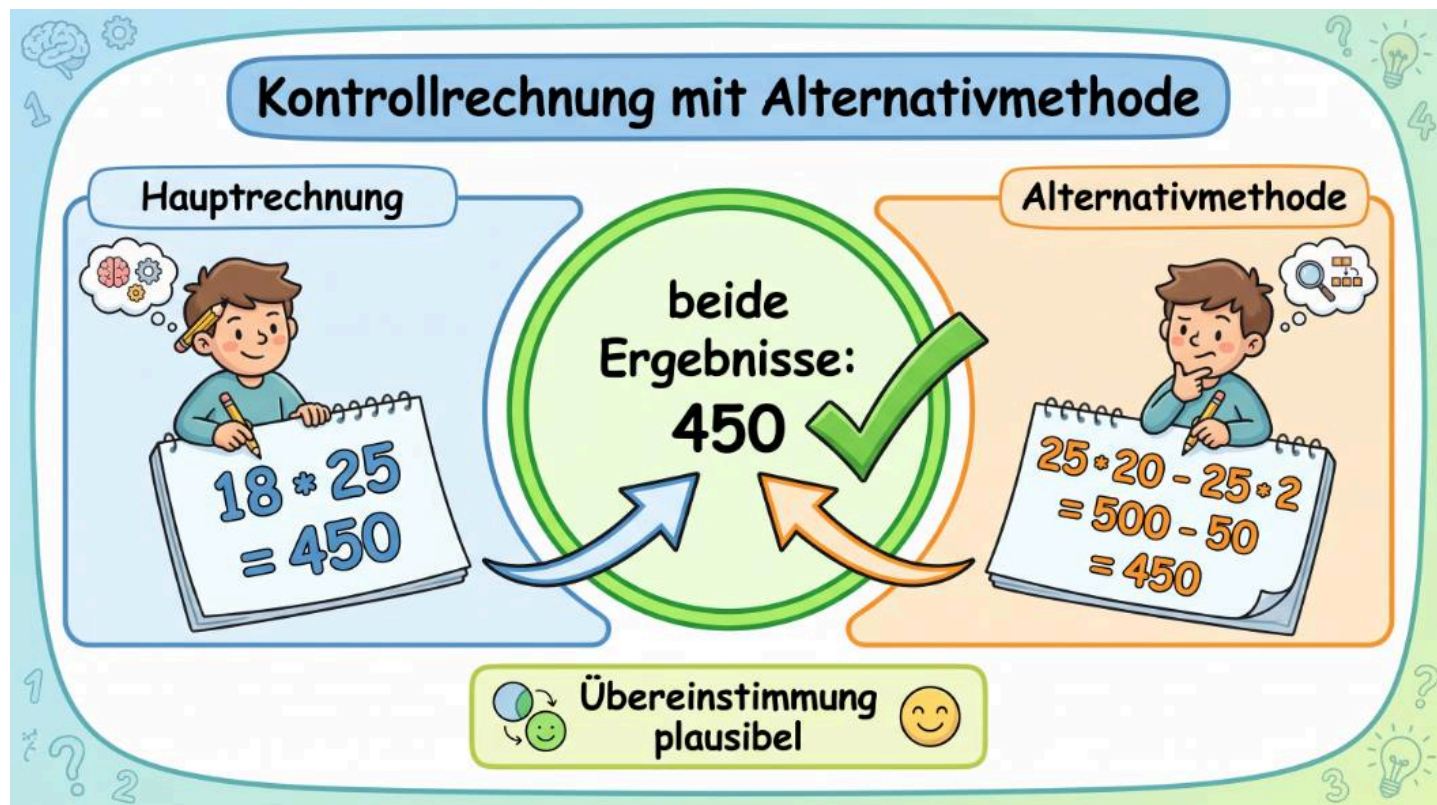
1ef06ac4-4dc2-5400-ada5-f5ab2c5cf94c

S. 577

Kontrollrechnung mit Alternativmethode

Lernziel-ID 1ef06ac4-4dc2-5400-ada5-f5ab2c5cf94c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse formal überprüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ergebnisse mit einer alternativen Rechnung oder einer Abschätzung kontrollieren und die Übereinstimmung bewerten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einheiten- und Dimensionscheck anwenden

f4df008d-fcd4-5ba3-821b-2ee8bd8a1180

S. 576

Wird direkt vorausgesetzt von

Fehlerquellen analysieren und beheben

fbcb4ad3-786d-5365-94ba-b105660694a5

S. 578

Aufwand und Genauigkeit vergleichen (LK)

6fcd6a1a-88d3-59d2-9bf7-ee32babb773e

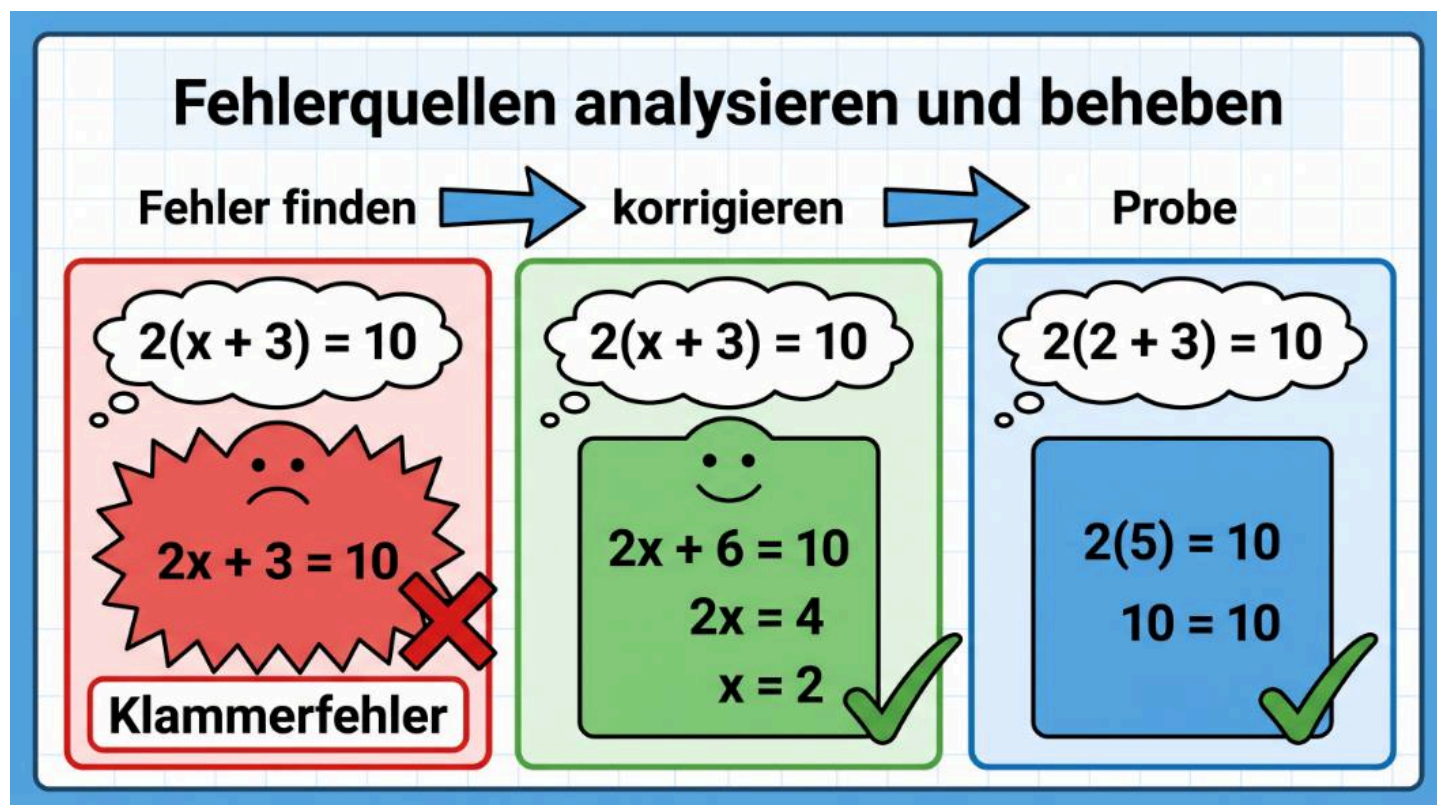
S. 579

Fehlerquellen analysieren und beheben

Lernziel-ID fbc4ad3-786d-5365-94ba-b105660694a5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenschar, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse formal überprüfen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann typische Fehlerquellen (Rechenfehler, falsche Voraussetzungen, Rundung) identifizieren und gezielt korrigieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kontrollrechnung mit Alternativmethode

1eF06ac4-4dc2-5400-ada5-f5ab2c5cf94c

S. 577

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

Aufwand und Genauigkeit vergleichen (LK)

Lernziel-ID 6fcd6a1a-88d3-59d2-9bf7-ee32babb773e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Effizienz von Verfahren beurteilen (LK)

Aufwand und Genauigkeit vergleichen (LK)

Verfahren A: Kopfrechnung / Abschätzung



Aufwand

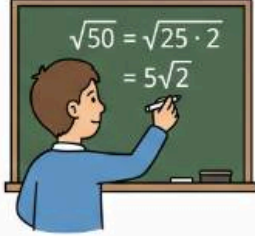
sehr gering

Genauigkeit

grob

Schnell, aber nur ungefähr.

Verfahren B: Umformen (exakt)



Aufwand

mittel

Genauigkeit

exakt

Präzise Darstellung, mehr Schritte.

Verfahren C: Rechner (näherungsweise)



Aufwand

gering

Genauigkeit

näherungsweise

Schnelle Dezimalzahl, aber gerundet.

Entscheidungstabelle

Verfahren	Aufwand	Genauigkeit
Kopfrechnung	sehr gering	grob
Umformen	mittel	exakt
Rechner	gering	näherungsweise



Kernaussage: Kriterium passend zur Aufgabe wählen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann verschiedene Verfahren hinsichtlich Aufwand (Schritte, Rechenzeit) und Genauigkeit vergleichen und geeignete Kriterien benennen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zwischen Tabelle, Graph und Term wechseln b04d65dc-1214-5323-89a7-317d6b099e1a	S. 202	Kontrollrechnung mit Alternativmethode 1ef06ac4-4dc2-5400-ada5-f5ab2c5cf94c	S. 577
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Verfahren begründet auswählen (LK) e0ed8bb3-bf1c-5ac7-9022-2080e1b74dda	S. 580
---	--------

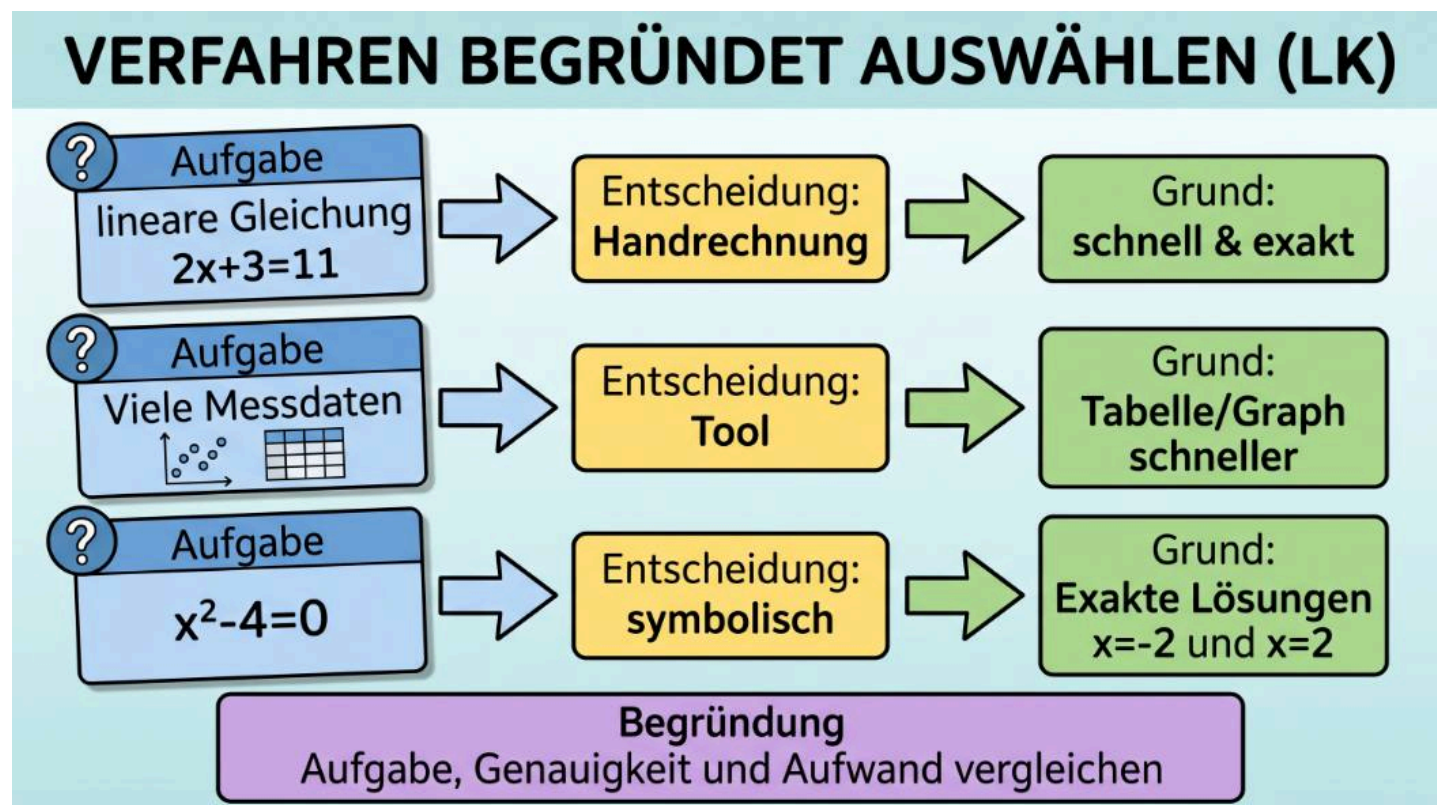
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Verfahren begründet auswählen (LK)

Lernziel-ID e0ed8bb3-bf1c-5ac7-9022-2080e1b74dda

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Effizienz von Verfahren beurteilen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Aufgabe ein Verfahren begründet auswählen (z. B. symbolisch vs. numerisch, Tool vs. Hand) und die Entscheidung begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Aufwand und Genauigkeit vergleichen (LK)

6fcd6a1a-88d3-59d2-9bf7-ee32babb773e

S. 579

Wird direkt vorausgesetzt von

Entscheidung dokumentieren und bewerten (LK)

619f29f5-7f44-5654-9692-01b250997d52

S. 581

Entscheidung dokumentieren und bewerten (LK)

Lernziel-ID 619f29f5-7f44-5654-9692-01b250997d52

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Effizienz von Verfahren beurteilen (LK)

Entscheidung dokumentieren und bewerten (LK)

Vorgehensweise dokumentieren, Grenzen benennen, Entscheidung im Nachhinein bewerten.

Methode	Grenzen	Bewertung
 Exakt: Faktorisieren $x^2 - 5x + 6 = 0$ $(x-2)(x-3) = 0$ $x = 2$ oder $x = 3$	 Näherung: GTR  Bei Messdaten nur Näherung	  Passend, weil exakte Nullstellen gefragt

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die gewählte Vorgehensweise dokumentieren, Grenzen benennen und die Entscheidung im Nachhinein bewerten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Verfahren begründet auswählen (LK)

e0ed8bb3-bf1c-5ac7-9022-2080e1b74dda

S. 580

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

Begriffe präzise verwenden

Lernziel-ID 4a53a441-3c2a-53aa-8a1a-e08a6898e826

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Sprache verwenden

Begriffe präzise verwenden

Funktion	Nullstelle	Ableitung
Zuordnungsvorschrift	Nicht verwechseln: Nullstelle ist ein x-Wert, kein y-Wert.	Momentane Änderungsrate

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mathematische Begriffe korrekt und präzise verwenden (z. B. Funktion, Nullstelle, Ableitung) und Verwechslungen vermeiden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Notation und Symbole deuten 9278bc5e-a77f-5f72-8636-0d0d3e3d32ae	S. 128	Probe durch Einsetzen durchführen f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32	S. 575
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Aussagen strukturiert formulieren fcb4cef1-b17a-5682-924c-41498fc6c9b2	S. 583
--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Aussagen strukturiert formulieren

Lernziel-ID fcb4cef1-b17a-5682-924c-41498fc6c9b2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Sprache verwenden

Aussagen strukturiert formulieren

Die lernende Person kann mathematische Aussagen strukturiert formulieren (Bedingungen, Schlussfolgerung) und Notation konsistent verwenden.

Bedingung:

Wenn n gerade ist, dann $n = 2k$ mit $k \in \mathbb{Z}$.

Schluss:

Dann ist $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$, also gerade.

Checkliste:

- ✓ Variable erklärt
- ✓ Bedingung genannt
- ✓ Folgerung begründet

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mathematische Aussagen strukturiert formulieren (Bedingungen, Schlussfolgerung) und Notation konsistent verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Begriffe präzise verwenden 4a53a441-3c2a-53aa-8a1a-e08a6898e826	S. 582
---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

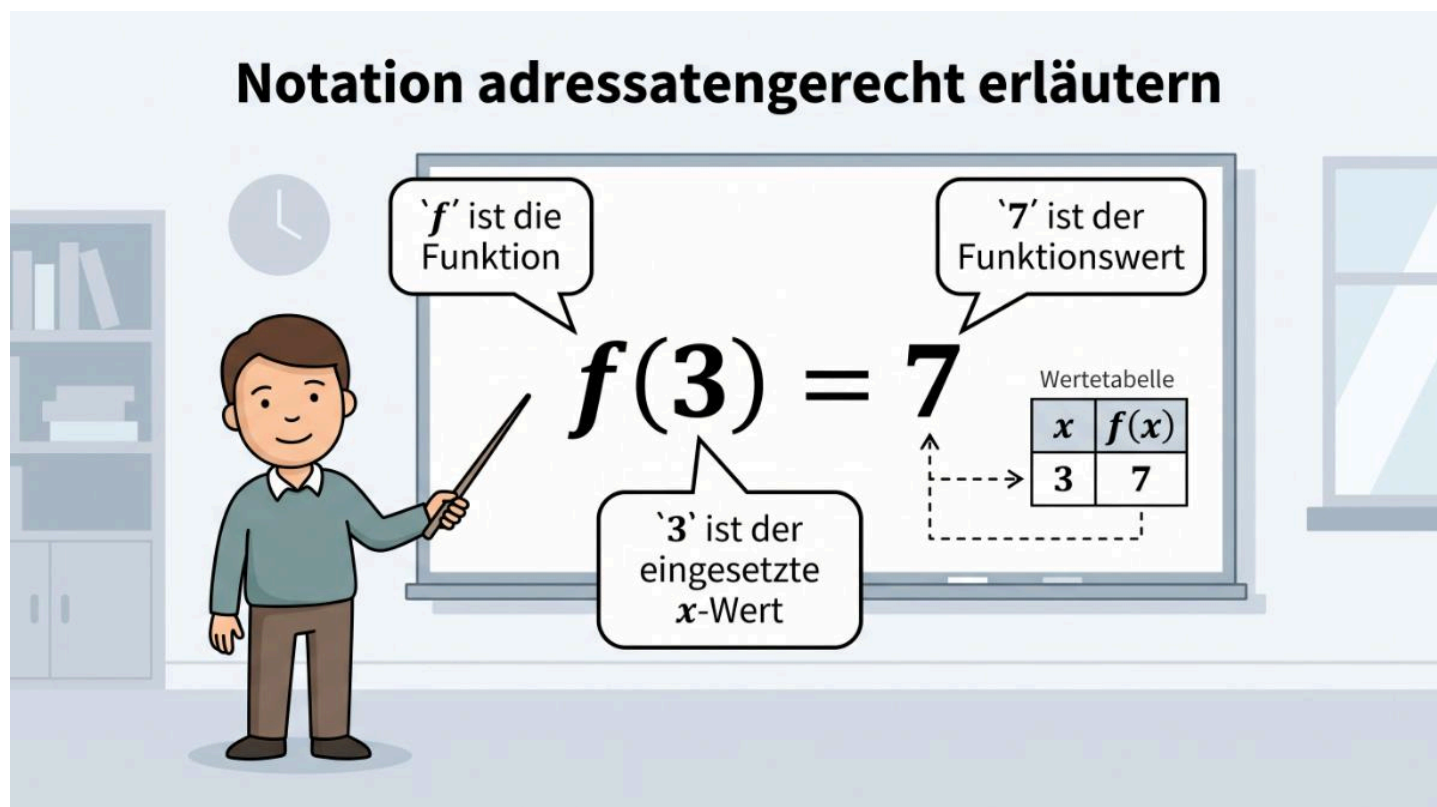
Notation adressatengerecht erläutern aeae526e-b3a4-5a17-b177-351df0307cb9	S. 584	Lösung nachvollziehbar erklären 121ef4c5-c1c2-5294-9582-86bab2355907	S. 585
---	--------	--	--------

Notation adressatengerecht erläutern

Lernziel-ID aea526e-b3a4-5a17-b177-351df0307cb9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Mathematische Sprache verwenden



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann verwendete Notation und Symbole adressatengerecht erläutern und passende Beispiele zur Verdeutlichung geben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Aussagen strukturiert formulieren

fcb4cef1-b17a-5682-924c-41498fc6c9b2

S. 583

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

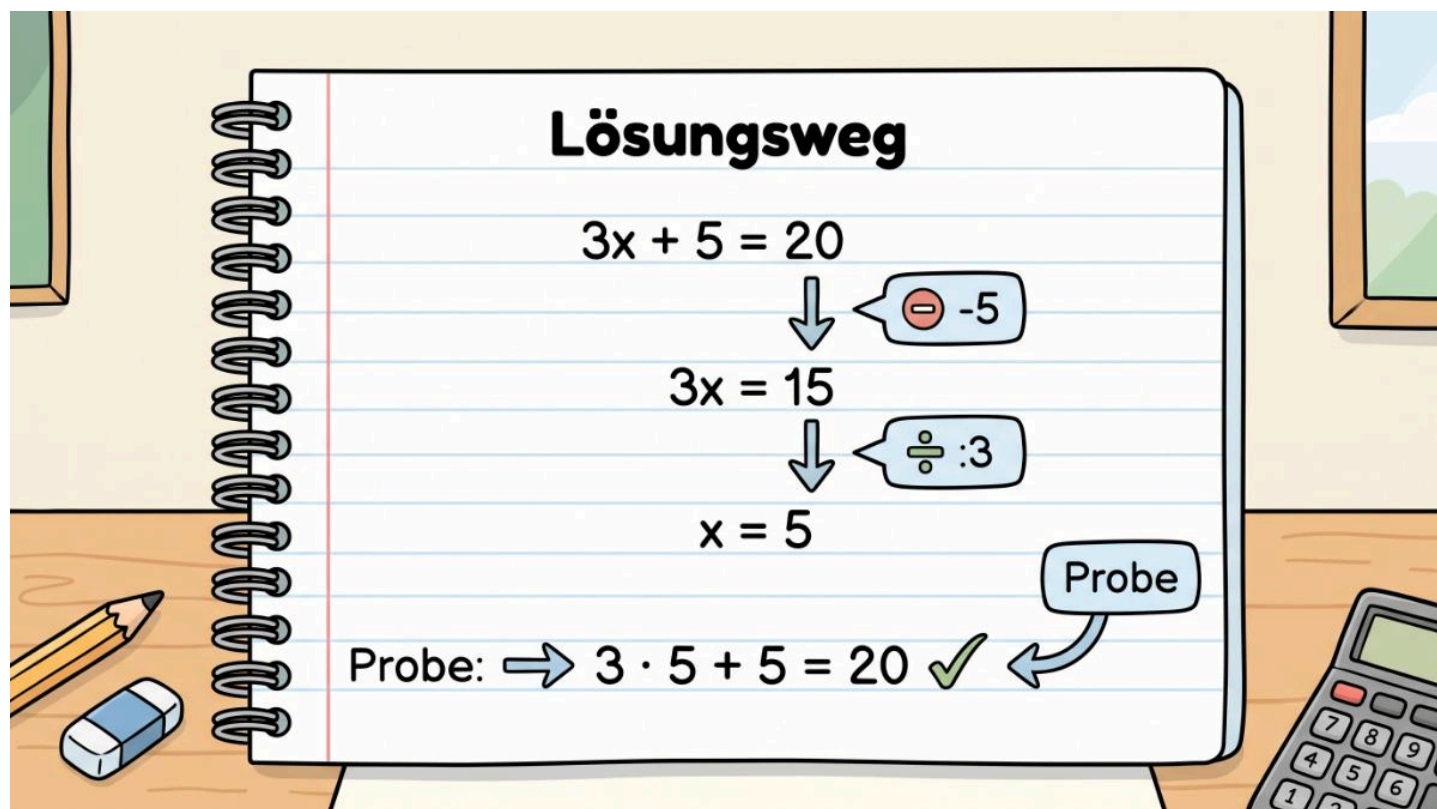
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Ergebnisse adressatengerecht kommunizieren](#) b9a501c4-9d74-5514-b77b-895980b89b1b

Lösung nachvollziehbar erklären

Lernziel-ID 121ef4c5-c1c2-5294-9582-86bab2355907

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse adressatengerecht erklären



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen Lösungsweg nachvollziehbar erklären, Begründungen angeben und zentrale Schritte hervorheben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Probe durch Einsetzen durchführen f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32	S. 575	Aussagen strukturiert formulieren fcb4cef1-b17a-5682-924c-41498fc6c9b2	S. 583
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Mit Beispielen und Darstellungen erklären d5e1e007-7c64-5350-8aa9-fde93f8a76b5	S. 586	Argumente austauschen und prüfen bab64124-fabf-544c-a2e5-3e6c786531d2	S. 588
--	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

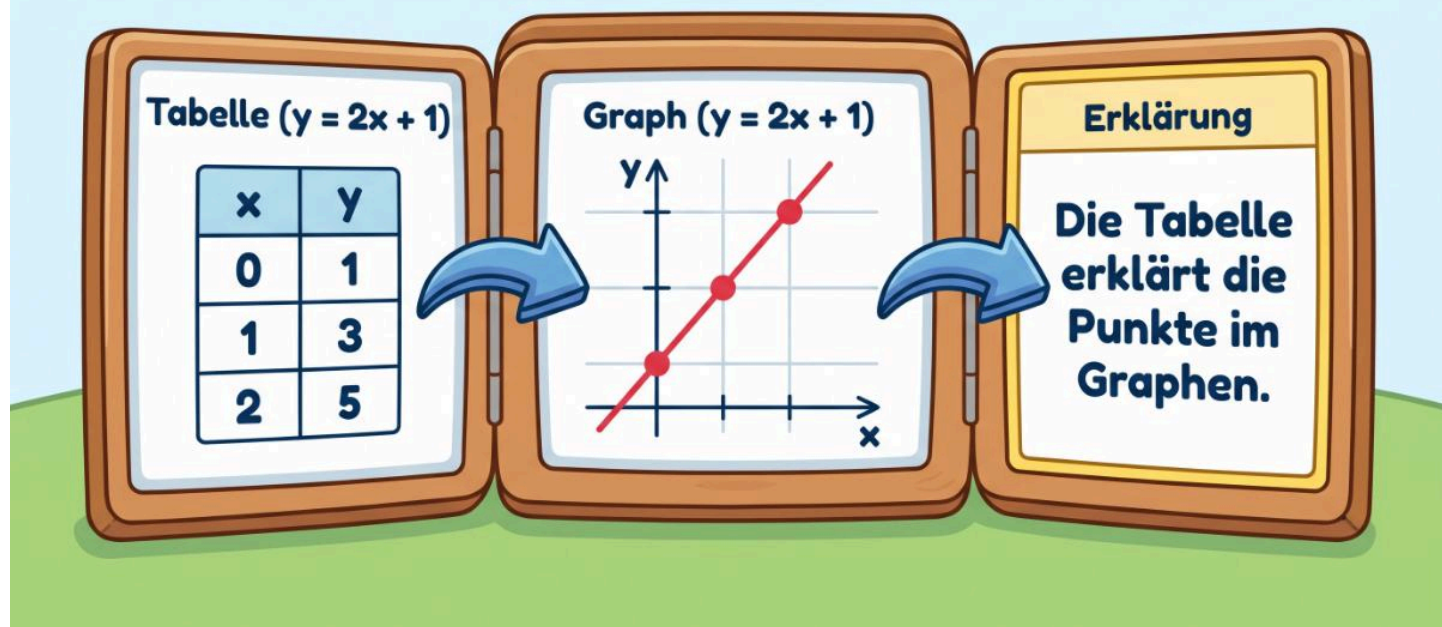
Mit Beispielen und Darstellungen erklären

Lernziel-ID d5e1e007-7c64-5350-8aa9-fde93f8a76b5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse adressatengerecht erklären

Mit Beispielen und Darstellungen erklären



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zur Erklärung passende Beispiele oder Darstellungen nutzen (Graph, Tabelle) und diese in die Argumentation einbinden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lösung nachvollziehbar erklären

121e14c5-c1c2-5294-9582-86bab2355907

S. 585

Wird direkt vorausgesetzt von

Auf Rückfragen eingehen

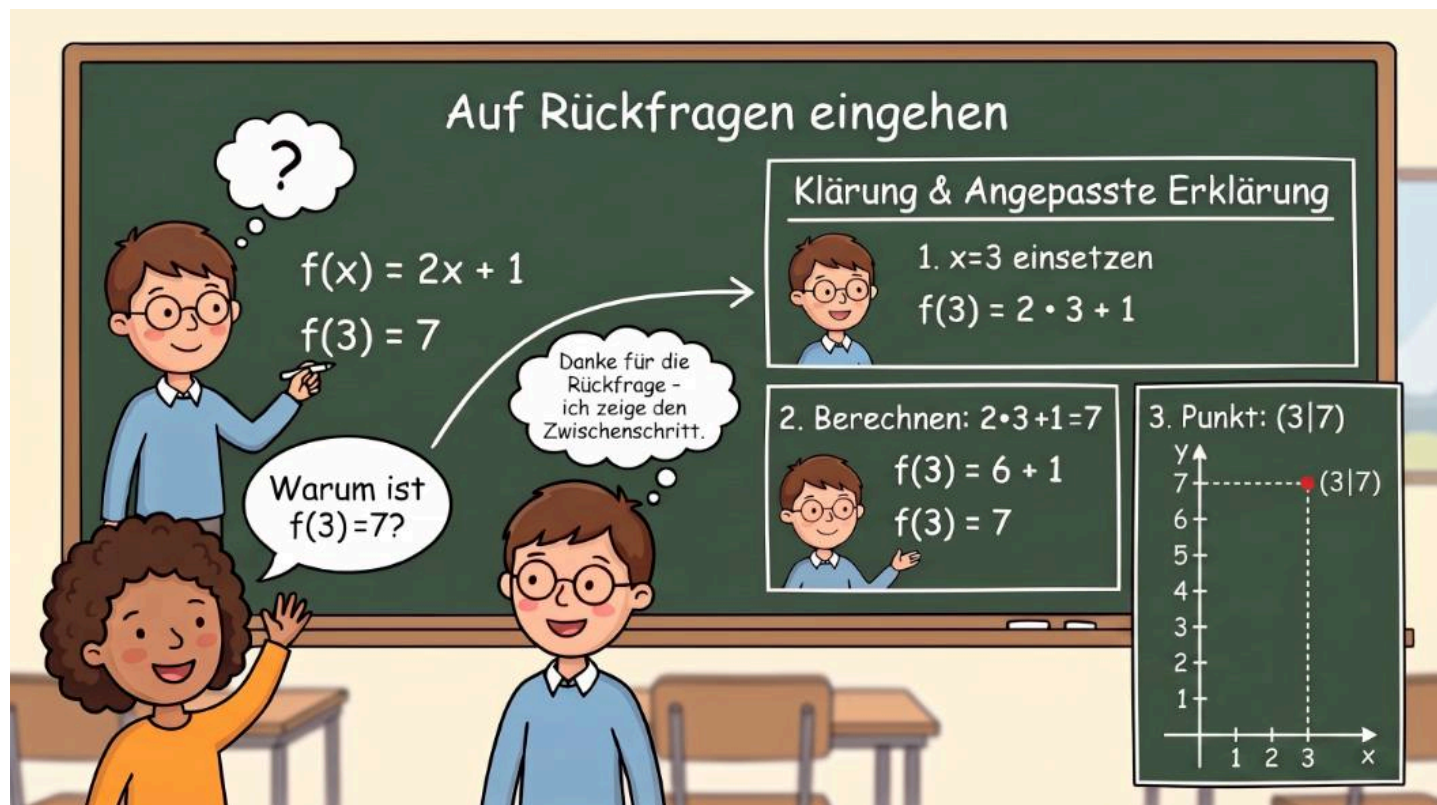
83a6ccb1-576e-59e1-8a97-8a332ec7dda8

S. 587

Auf Rückfragen eingehen

Lernziel-ID 83a6ccb1-576e-59e1-8a97-8a332ec7dda8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Ergebnisse adressatengerecht erklären



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann auf Rückfragen eingehen, Missverständnisse klären und die eigene Erklärung gezielt anpassen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mit Beispielen und Darstellungen erklären

d5e1e007-7c64-5350-8aa9-fde93f8a76b5

S. 586

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Ergebnisse adressatengerecht kommunizieren](#) b9a501c4-9d74-5514-b77b-895980b89b1b

Argumente austauschen und prüfen

Lernziel-ID bab64124-fabf-544c-a2e5-3e6c786531d2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Diskutieren und kooperieren

Argumente austauschen und prüfen

Behauptung: Wenn n gerade ist, dann ist n^2 gerade.

Argument A
 n gerade $\rightarrow n = 2k$
 $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2 \cdot (2k^2)$
also n^2 gerade

Argument B
Beispiel $n = 4$: $4^2 = 16$
also wohl immer gerade

Prüfung:
A beweist die Behauptung allgemein.
B reicht nicht als Beweis für alle n .

Rückmeldung:
Ein Beispiel beweist nicht allgemein.
Ein Gegenbeispiel würde die Behauptung widerlegen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mathematische Argumente in einer Diskussion einbringen, Argumente anderer prüfen und begründete Rückmeldungen geben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Gegenbeispiele konstruieren e2d56885-a294-54b4-8717-a46d029ef416	S. 511	Probe durch Einsetzen durchführen f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32	S. 575	Lösung nachvollziehbar erklären 121ef4c5-c1c2-5294-9582-86bab2355907	S. 585
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Kritik aufnehmen und integrieren ded082ed-ea38-510c-ab91-e0a50b064e07	S. 589	Ergebnisse strukturiert präsentieren 3019ed7f-8f74-5330-816c-17997156ed68	S. 591
---	--------	---	--------

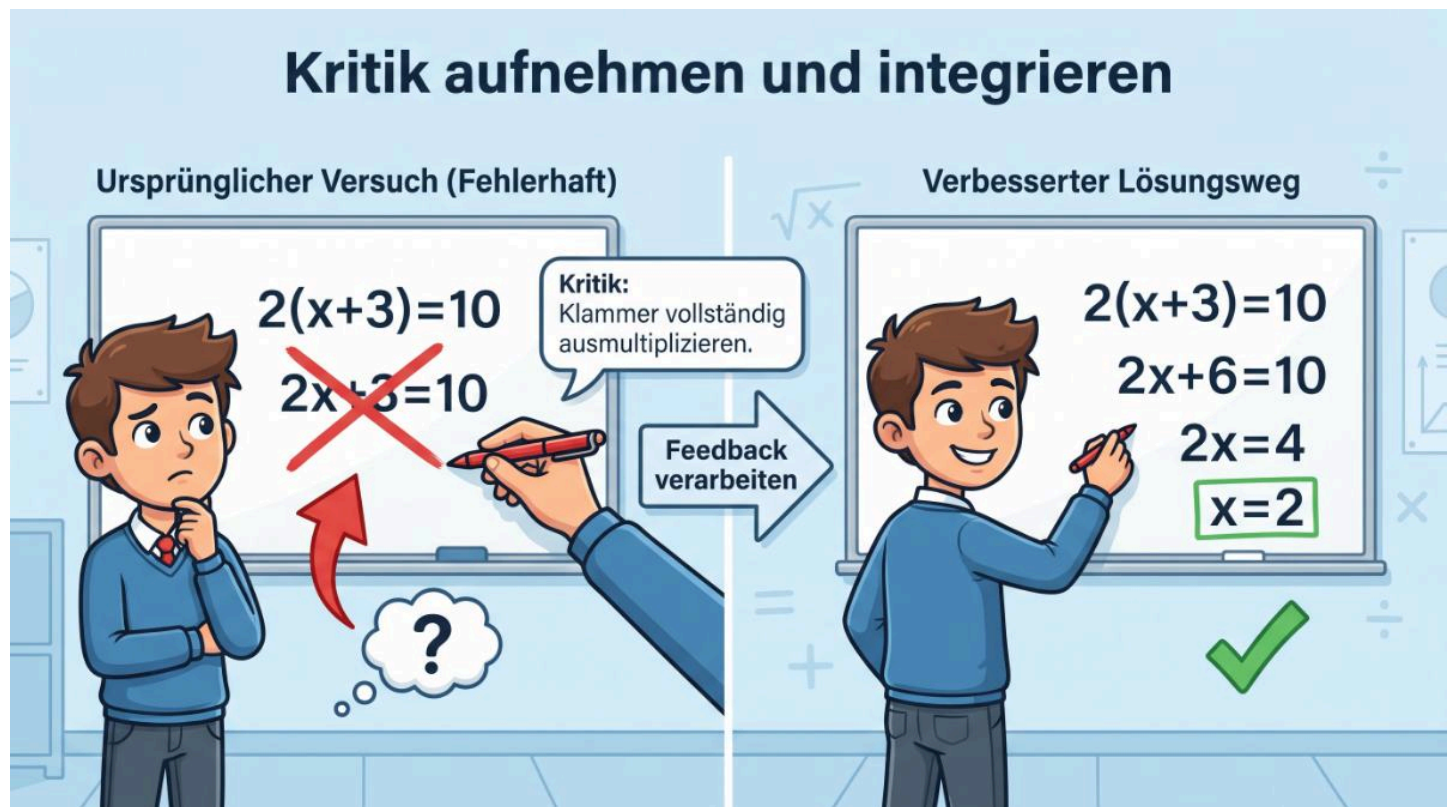
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Kritik aufnehmen und integrieren

Lernziel-ID ded082ed-ea38-510c-ab91-e0a50b064e07

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Diskutieren und kooperieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Kritik aufnehmen, eigene Fehler erkennen und den Lösungsweg bzw. die Argumentation entsprechend verbessern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Argumente austauschen und prüfen

bab64124-fabf-544c-a2e5-3e6c786531d2

S. 588

Wird direkt vorausgesetzt von

Kooperativ Ergebnisse erarbeiten

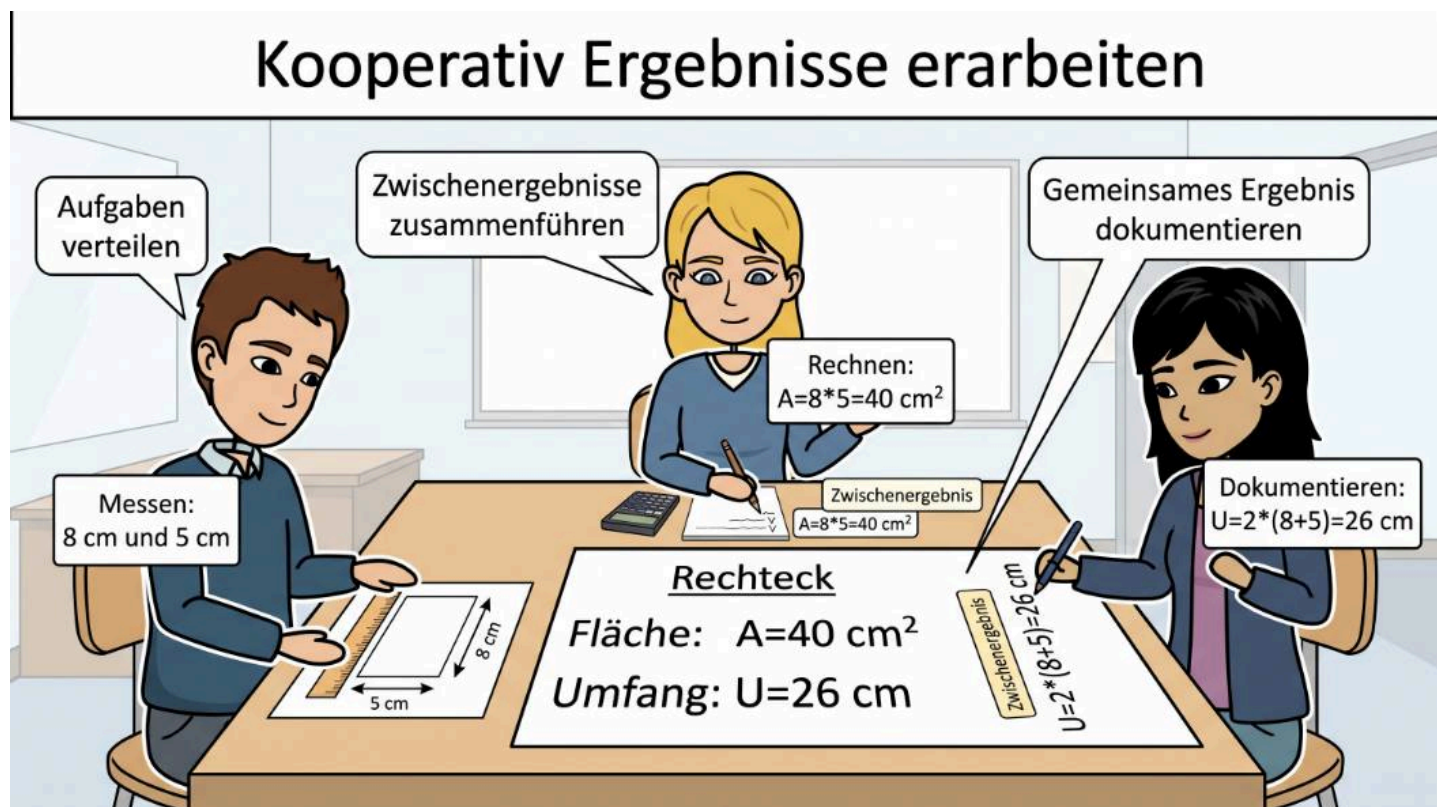
fc2cf102-dcde-5565-884f-7c9e3e3b54b6

S. 590

Kooperativ Ergebnisse erarbeiten

Lernziel-ID fc2cf102-dcde-5565-884f-7c9e3e3b54b6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Diskutieren und kooperieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in der Gruppe Aufgaben verteilen, Zwischenergebnisse zusammenführen und ein gemeinsames Ergebnis dokumentieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kritik aufnehmen und integrieren

ded082ed-ea38-510c-ab91-e0a50b064e07

S. 589

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

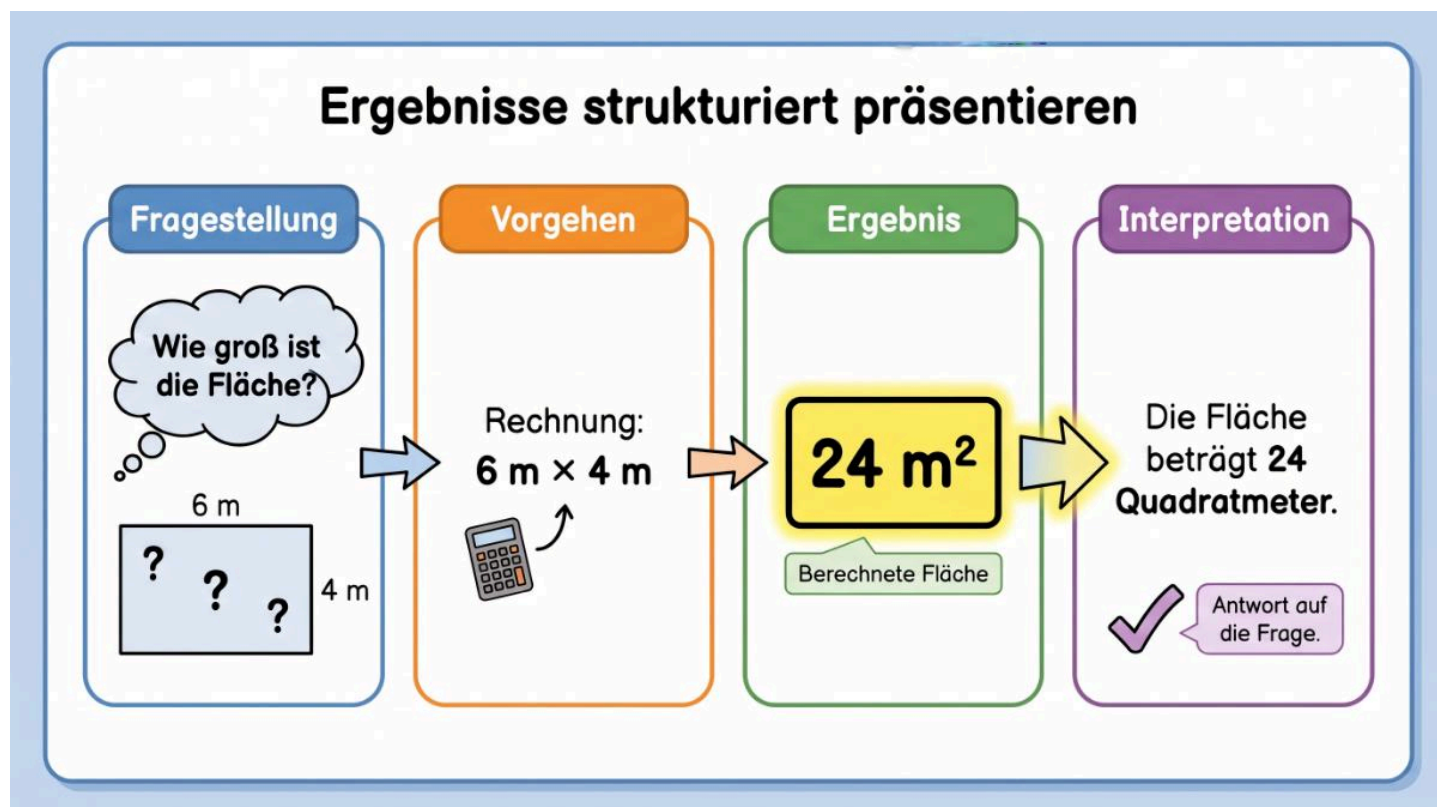
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Ergebnisse adressatengerecht kommunizieren](#) b9a501c4-9d74-5514-b77b-895980b89b1b

Ergebnisse strukturiert präsentieren

Lernziel-ID 3019ed7f-8f74-5330-816c-17997156ed68

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Kommunikation reflektieren und präsentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ergebnisse strukturiert präsentieren (Fragestellung, Vorgehen, Ergebnis, Interpretation) und zentrale Punkte hervorheben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Probe durch Einsetzen durchführen f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32	S. 575	Argumente austauschen und prüfen bab64124-fabf-544c-a2e5-3e6c786531d2	S. 588
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Medien passend auswählen 75db9a04-d346-5968-953b-b20a8aea56c3	S. 592	Schriftliche Ausarbeitung strukturieren (LK) 33f2da84-d6ac-54d2-931a-76aed5c0c2	S. 594
---	--------	---	--------

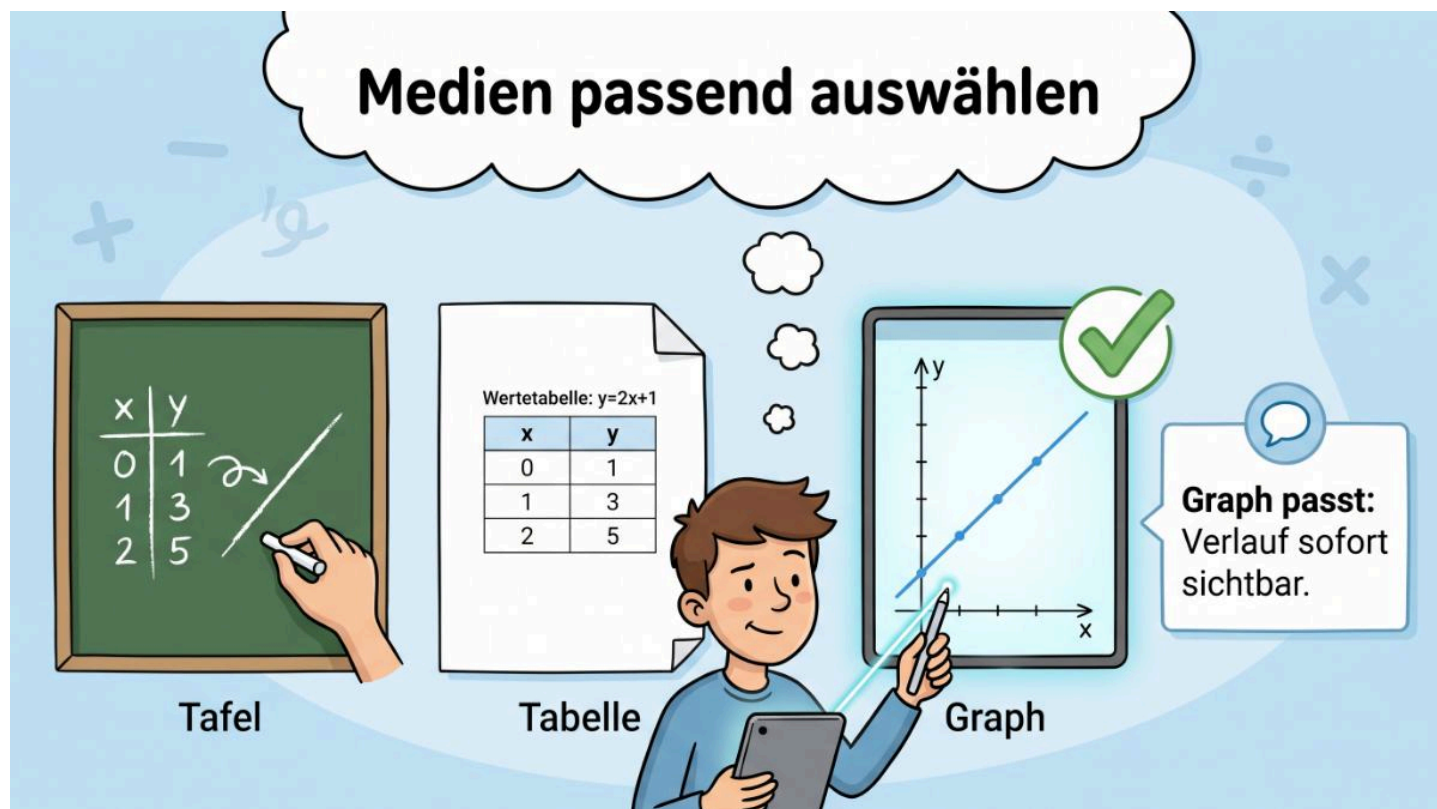
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Medien passend auswählen

Lernziel-ID 75db9a04-d346-5968-953b-b20a8aea56c3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Kommunikation reflektieren und präsentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann passende Medien auswählen (Tafel, Folie, digitales Tool) und deren Einsatz für Verständlichkeit begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ergebnisse strukturiert präsentieren

3019ed7f-8f74-5330-816c-17997156ed68

S. 591

Wird direkt vorausgesetzt von

Kommunikation reflektieren und verbessern

8b635349-abc3-59e7-af93-ec28940bf600

S. 593

Kommunikation reflektieren und verbessern

Lernziel-ID 8b635349-abc3-59e7-af93-ec28940bf690

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Kommunikation reflektieren und präsentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die eigene Kommunikation reflektieren (Klarheit, Struktur, Fachsprache) und konkrete Verbesserungen ableiten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Medien passend auswählen

75db9a04-d346-5968-953b-b29a8aea56c3

S. 592

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Ergebnisse adressatengerecht kommunizieren](#) b9a501c4-9d74-5514-b77b-895980b89b1b

Schriftliche Ausarbeitung strukturieren (LK)

Lernziel-ID 33f2da84-d6ac-54d2-931a-76aed5cbc0c2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Fachsprache präzisieren (LK)

Schriftliche Ausarbeitung strukturieren (LK)

Einleitung

Definition/Satz

Begründung

Schluss

Zu zeigen: Die Summe zweier gerader Zahlen ist gerade.

Seien a, b ganze Zahlen.
 $n = 2a$ und $m = 2b$ sind gerade Zahlen (nach Definition).

Summe bilden:
 $n + m = 2a + 2b$.

$2a + 2b = 2(a+b)$

Durch Ausklammern der 2.

Da $(a+b)$ eine ganze Zahl ist, ist $2(a+b)$ gerade.
Die Aussage ist bewiesen.

Satz/Definition sauber benennen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine schriftliche Ausarbeitung strukturiert verfassen (Gliederung, Begründungen, Schluss) und korrekt referenzieren (Definitionen/Sätze).

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Probe durch Einsetzen durchführen f0f9c084-631f-5c04-a1c2-93b6b548dd32	S. 575	Ergebnisse strukturiert präsentieren 3019ed7f-8f74-5330-816c-17997156ed68	S. 591
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Definitionen und Sätze präzise nutzen (LK) a111f535-ff21-5953-90f6-bee81d61b186	S. 595
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

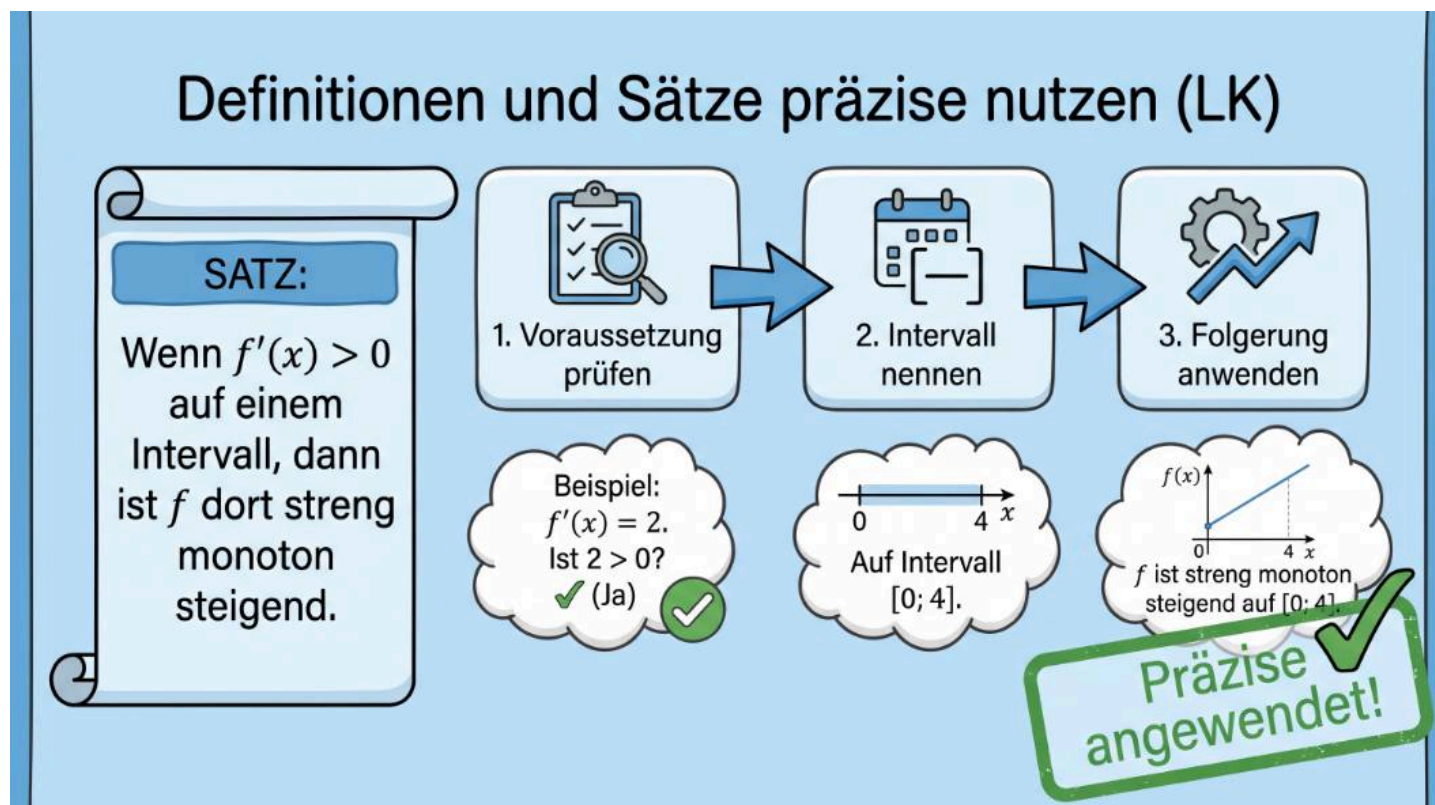
[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Definitionen und Sätze präzise nutzen (LK)

Lernziel-ID a111f535-ff21-5953-90f6-bee81d61b186

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Fachsprache präzisieren (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Definitionen und Sätze präzise verwenden, Voraussetzungen prüfen und sauber zitieren bzw. anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Schriftliche Ausarbeitung strukturieren (LK)

33f2da84-d6ac-54d2-931a-76aed5cbc0c2

S. 594

Wird direkt vorausgesetzt von

Stil und Präzision verbessern (LK)

b35f8254-dfcc-5d4d-b77f-7b182999617f

S. 596

Stil und Präzision verbessern (LK)

Lernziel-ID b35f8254-dfcc-5d4d-b77f-7b182999617f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Fachsprache präzisieren (LK)

Stil und Präzision verbessern

Vorher	Nachher

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Ausarbeitung sprachlich überarbeiten, Mehrdeutigkeiten vermeiden und die Argumentation formal präzisieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Definitionen und Sätze präzise nutzen (LK)

a111f535-ff21-5953-90f6-bee81d61b186

S. 595

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Ergebnisse adressatengerecht kommunizieren](#) b9a501c4-9d74-5514-b77b-89590b89b1b

Heuristischen Stetigkeitsbegriff zum Argumentieren nutzen

Lernziel-ID 27bdc580-ba17-5399-bf02-48f354846d1d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit der Vorstellung eines Graphen ohne Sprung und mit der Zwischenwertidee argumentieren, ohne einen formalen Stetigkeitsbeweis zu führen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bisektionsverfahren zur Nullstellennäherung anwenden f40fcdf7-c630-589c-9f48-6c9e69da0b9d	S. 264	Kettenschlüsse nachvollziehen und bilden 591cb948-f313-5b1c-a9cb-3df8162eeb8b	S. 507
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

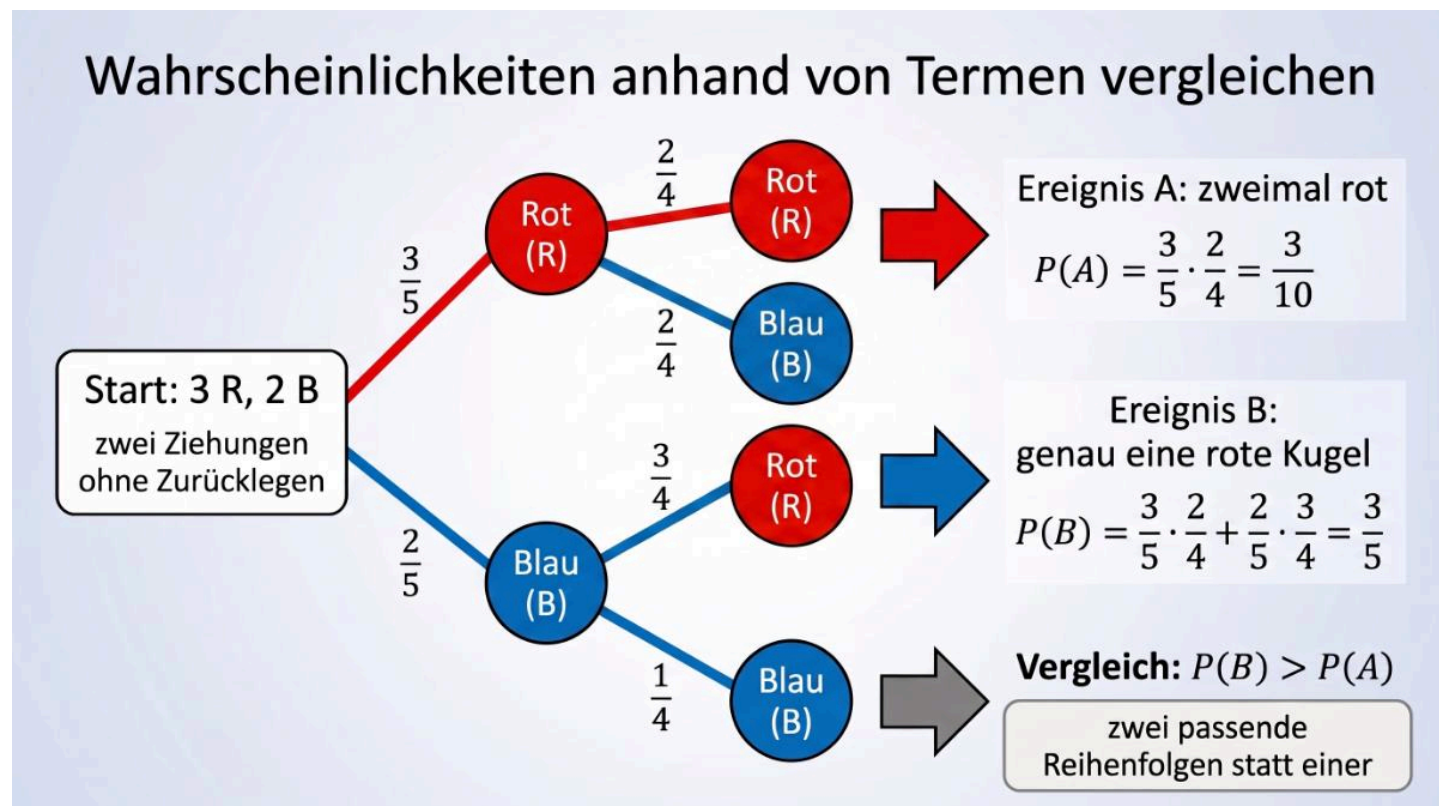
[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Wahrscheinlichkeiten anhand von Termen vergleichen

Lernziel-ID d8305a49-6d45-52aa-ab88-9163c3b9f198

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann vorgegebene oder selbst bestimmte Wahrscheinlichkeitsterme vergleichen, ihre Bedeutung im Zufallskontext erläutern und die größere Wahrscheinlichkeit begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten

S. 444

Rechenregeln und Umformungen begründen

S. 567

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Zufallsexperimente und Ereignisse aus Termen formulieren

Lernziel-ID 21fa0c22-976e-59b3-a871-899f0c0177f3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu gegebenen Wahrscheinlichkeitstermen passende Zufallsexperimente und Ereignisse formulieren und die Termbestandteile fachlich zuordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zufallsexperimente mit Ergebnissen und Ereignissen beschreiben

3019e775-1420-510f-850b-5a29acc47a64

S. 417

Ereignisse als Mengen verknüpfen

71d1fd4d-8471-5f25-94a0-4c531a74783c

S. 420

Binomialwahrscheinlichkeiten bestimmen und deuten

aa00edfa-cf8d-500e-994f-7e33a5ebd045

S. 444

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Entscheidungsregel oder Stichprobenumfang aus Gütefunktionsgraphen bestimmen (LK)

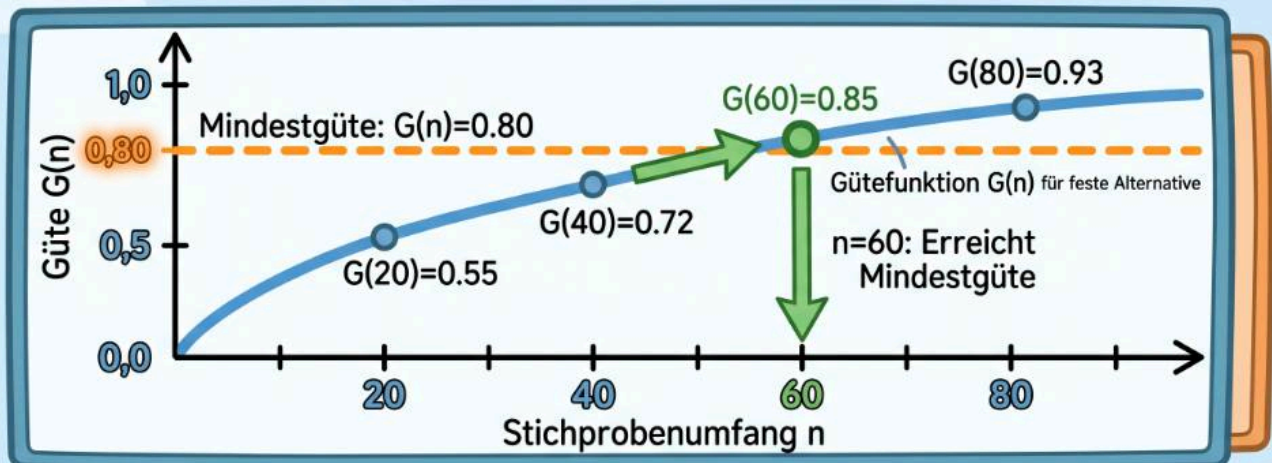
Lernziel-ID ae3483e3-4712-56a1-a881-2e1f8a1a8df9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren

Entscheidungsregel oder Stichprobenumfang aus Gütefunktionsgraphen bestimmen (LK)

Thema: Stichprobenumfang aus Gütefunktion ablesen



Ergebnisbox: Mindestgüte 0.80 -> wähle $n \geq 60$;
kleinster gezeigter passender Stichprobenumfang: $n=60$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für vorgegebene Kandidaten von Entscheidungsregeln oder Stichprobenumfängen eindeutig gekennzeichnete Graphen der Operationscharakteristik oder Gütefunktion auswerten, die jeweiligen Nichtverwerfungs- beziehungsweise Verwerfungswahrscheinlichkeiten mit vorgegebenen Anforderungen vergleichen und eine passende Entscheidungsregel oder einen geeigneten Stichprobenumfang auswählen und fachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Entscheidungsregeln und Verwerfungsbereiche bestimmen
677be619-5f6a-59bf-9736-0071c7d3f150

S. 462

Hypothesentests bei verändertem Stichprobenumfang variieren
ae483d98-54e0-5985-96d2-fc1351d22e4f

S. 466

Gütefunktion und Teststärke untersuchen (LK)
82bce6e8-7dc7-501a-a4f6-df8a3b905e3c

S. 467

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b49-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Lernziel-ID c1f08d89-d65a-5041-8ff3-37538f771b8c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) >

Euklidischen und erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Schritt	Gleichung	Rest
1	$252 = 2 \cdot 105 + 42$	42
2	$105 = 2 \cdot 42 + 21$	21
3	$42 = 2 \cdot 21 + 0$	0

Ergebnis:

Stopp bei Rest 0.
Letzter von 0 verschiedener Rest: 21.
 $\text{ggT}(252, 105) = 21$.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den euklidischen Algorithmus erläutern und an Beispielen zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Argumentation formalisieren und präzisieren (LK) 4ae439c0-ce3c-5c96-9755-9899bc70e948	S. 520	Beweislücken identifizieren (LK) dd1d9f9c-0a4e-5d01-95d8-f6993163b20c	S. 521
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK) c371b3f0-dd0e-5263-b616-de6c362f70db	S. 602	Modulare Arithmetik nutzen (LK) d8cbf2bd-2512-5661-b431-4aea7e688912	S. 604
---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbff6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Lernziel-ID c371b3f0-dd0e-5263-b616-de6c362f70db

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) >

Euklidischen und erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Vorwärtsschritte (Division mit Rest)	Rückwärtseinsetzung (Linearkombination)	Ergebnis (Linearkombination)
$1. 252 = 2 \cdot 105 + 42$	$1. 21 = 105 - 2 \cdot 42$	$21 = (-2) \cdot 252 + 5 \cdot 105$
$2. 105 = 2 \cdot 42 + 21$	$2. 42 = 252 - 2 \cdot 105$	$s = -2 \text{ für } 252$
$3. 42 = 2 \cdot 21 + 0$ ggT = 21	$3. 21 = 105 - 2 \cdot (252 - 2 \cdot 105)$	$t = 5 \text{ für } 105$
	$4. 21 = 5 \cdot 105 - 2 \cdot 252$	

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden und eine Darstellung des größten gemeinsamen Teilers als Linearkombination bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Argumentation formalisieren und präzisieren (LK) 4ae439c0-ce3c-5c96-9755-9899bc70e948	S. 520	Beweislücken identifizieren (LK) dd1d9f9c-0a4e-5d01-95d8-f6993163b20c	S. 521	Euklidischen Algorithmus anwenden (LK) c1f08d89-d65a-5041-8ff3-37538f771b8c	S. 601
---	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Euklidische Algorithmen digital nachvollziehen (LK) 16767f5e-5f21-5adb-8365-01b0d64c28f4	S. 603	Modulare Arithmetik nutzen (LK) d8cbf2bd-2512-5601-b431-4aea7e688912	S. 604	Chinesischen Restsatz formulieren und Voraussetzungen prüfen (LK) a7c2aa01-4942-597f-a65f-ebb913d0019b	S. 605
--	--------	--	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

Euklidische Algorithmen digital nachvollziehen (LK)

Lernziel-ID 16767f5e-5f21-5adb-8365-01b0d64c28f4

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) >

Euklidischen und erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

Euklidischen Algorithmus digital nachvollziehen

Tabellenkalkulation

	A	B	C	D	E
1	Schritt	a	b	$q = \text{floor}(a/b)$	$r = a \bmod b$
2	0	252	105	2	42
3	1	105	42	2	21
4	2	42	21	2	0
5					
6					

Ergebnis: $a = 21$
(ggT von 252 und 105)

Pseudocode

```
while b != 0:
    r = a mod b
    a = b
    b = r
return a
```

Rückgabe: $a = 21$
(ggT von 252 und 105)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Schritte einer Implementierung des euklidischen oder erweiterten euklidischen Algorithmus in einer Tabellenkalkulation oder Programmierungsumgebung den mathematischen Operationen zuordnen und das Ergebnis an einem Beispiel prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Argumentation formalisieren und präzisieren (LK)

4ae439c0-ce3c-5c96-9755-9899bc70e948

S. 520

Beweislücken identifizieren (LK)

dd1d9f9c-0a4e-5d01-95d8-f6993163b20c

S. 521

Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden (LK)

c371b3f0-dd0e-5263-b616-de6c362f70db

S. 602

Wird direkt vorausgesetzt von

Modulare Arithmetik nutzen (LK)

d8cbf2bd-2512-5661-b431-4aea7e688912

S. 604

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

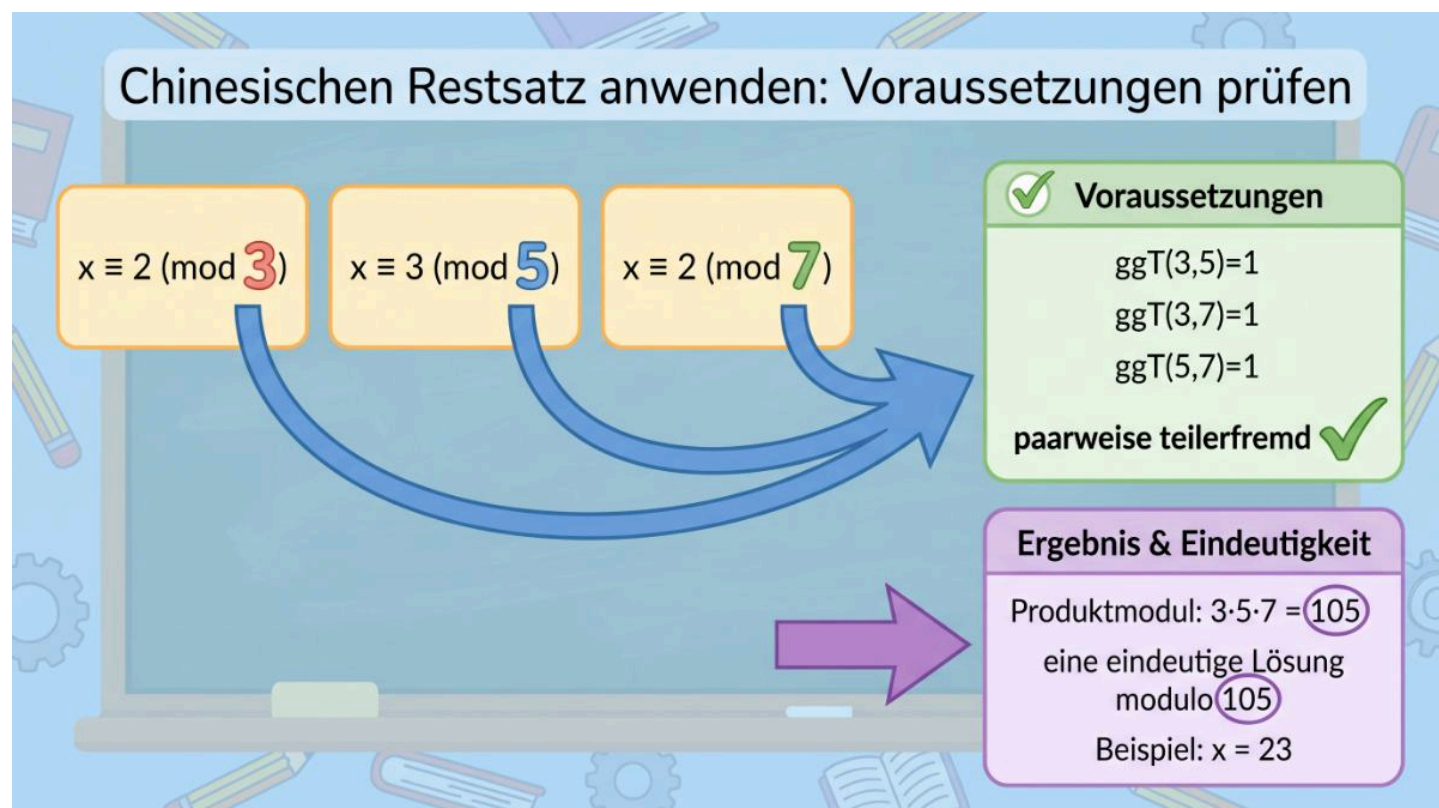
Chinesischen Restsatz formulieren und Voraussetzungen prüfen (LK)

Lernziel-ID a7c2aa01-4942-597f-a65f-ebb913d0019b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) >

Modulare Arithmetik und chinesischen Restsatz nutzen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den chinesischen Restsatz für paarweise teilerfremde Moduln formulieren, die Voraussetzungen prüfen und die Eindeutigkeit der Lösung modulo des Produktmoduls deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Erweiterten euklidischen Algorithmus anwenden \(LK\)](#)

S. 602

[Modulare Arithmetik nutzen \(LK\)](#)

S. 604

Wird direkt vorausgesetzt von

[Konstruktiven Beweis des chinesischen Restsatzes erläutern \(LK\)](#)

S. 606

Konstruktiven Beweis des chinesischen Restsatzes erläutern (LK)

Lernziel-ID 701b3942-9f70-548e-9d02-a34b7e64aa17

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) >

Modulare Arithmetik und chinesischen Restsatz nutzen (LK)

Konstruktiven Beweis des chinesischen Restsatzes erläutern

Beispiel-Kongruenzen

$$\begin{aligned}x &\equiv 2 \pmod{3} \\x &\equiv 3 \pmod{5} \\x &\equiv 2 \pmod{7}\end{aligned}$$

Produktmodul

$$M = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$$

Bausteinkarten (Hilfsprodukte & Inverse)

$M_1 = 35$ $y_1 = 2$ $e_1 = 35 \cdot 2 = 70$	$M_2 = 21$ $y_2 = 1$ $e_2 = 21 \cdot 1 = 21$	$M_3 = 15$ $y_3 = 1$ $e_3 = 15 \cdot 1 = 15$
Restemuster e_1 : (1, 0, 0)	Restemuster e_2 : (0, 1, 0)	Restemuster e_3 : (0, 0, 1)

Zusammensetzung & Lösung

$$x = 2 \cdot 70 + 3 \cdot 21 + 2 \cdot 15 = 233$$
$$233 \equiv 23 \pmod{105}$$

Kontrolle

$$\begin{aligned}23 \bmod 3 &= 2 \\23 \bmod 5 &= 3 \\23 \bmod 7 &= 2\end{aligned}$$

Eindeutigkeit

wenn x und x' Lösungen sind, dann teilen 3, 5, 7 die Differenz $x - x'$. Da paarweise teilerfremd, teilt 105 die Differenz $x - x'$, also $x \equiv x' \pmod{105}$.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den konstruktiven Beweis des chinesischen Restsatzes mit den Hilfsprodukten M_i , modularen Inversen y_i sowie der Eindeutigkeit modulo des Produktmoduls nachvollziehen und fachsprachlich erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Chinesischen Restsatz formulieren und Voraussetzungen prüfen \(LK\)](#)

S. 605

Wird direkt vorausgesetzt von

[Chinesischen Restsatz nutzen \(LK\)](#)

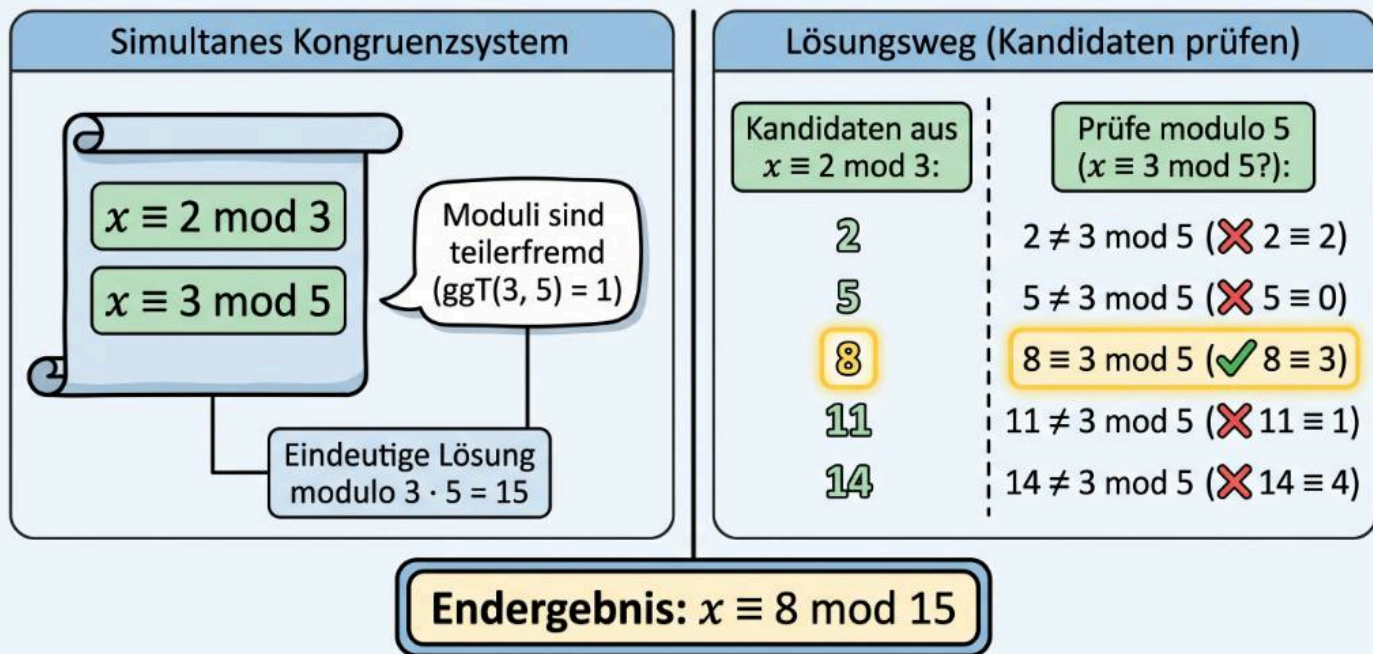
S. 607

Chinesischen Restsatz nutzen (LK)

Lernziel-ID e4eaff7f-1e3d-54ea-8a59-02864948b5eb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) > Modulare Arithmetik und chinesischen Restsatz nutzen (LK)

Chinesischen Restsatz nutzen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann simultane Kongruenzen unter Bezug auf den chinesischen Restsatz lösen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Konstruktiven Beweis des chinesischen Restsatzes erläutern (LK)

S. 606

Wird direkt vorausgesetzt von

Kleinen Satz von Fermat
beweisen (LK)

S. 608

RSA-Verfahren mathematisch
erläutern und anwenden (LK)

S. 609

Primzahltests erläutern (LK)

S. 610

Faktorisierungsverfahren
erläutern (LK)

S. 611

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

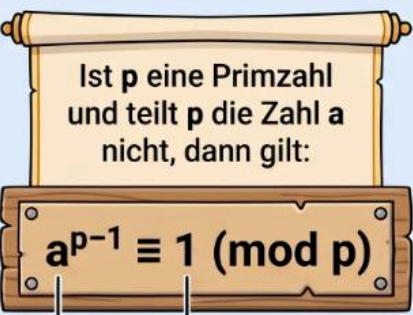
Kleinen Satz von Fermat beweisen (LK)

Lernziel-ID 474fe553-d868-50d9-a19b-761e64f21c0d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK)

Kleinen Satz von Fermat beweisen

Satz



Ist p eine Primzahl und teilt p die Zahl a nicht, dann gilt:

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

$p =$ Primzahl $a =$ Zahl (nicht teilbar durch p)

Beweisidee (Permutation)

Nichtnullreste modulo p

1
2
...
$p-1$

mal " a " modulo p

$a \cdot 1$
$a \cdot 2$
...
$a \cdot (p-1)$

Produkte vergleichen modulo p :
 $a^{p-1} \cdot (p-1)! \equiv (p-1)! \pmod{p}$

Da p die Zahl $(p-1)!$ nicht teilt, darf gekürzt werden.

Folglich:
 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

Beispiel ($p=5, a=2$)

$p = 5$ (prim), $a = 2$,
Nichtnullreste $\{1, 2, 3, 4\}$

x	$2x \bmod 5$
1	2
2	4
3	1
4	3

$2^{5-1} = 2^4 = 16.$
 $16 = 3 \cdot 5 + 1.$

Also: $16 \equiv 1 \pmod{5}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den kleinen Satz von Fermat formulieren, beweisen und seine Aussage in modulararithmetischen Beispielen deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Induktionsbeweis durchführen 5c632c68-fc34-582e-8581-ae9e55ab538f	S. 517	Modulare Arithmetik nutzen (LK) d8cbf2bd-2512-5661-b431-4aea7e688912	S. 604	Chinesischen Restsatz nutzen (LK) e4eaff7f-1e3d-54ea-8a59-02864948b5eb	S. 607
---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

RSA-Verfahren mathematisch erläutern und anwenden (LK) 97b03cce-6641-5ec9-a6d2-f31838e2d0b9	S. 609
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

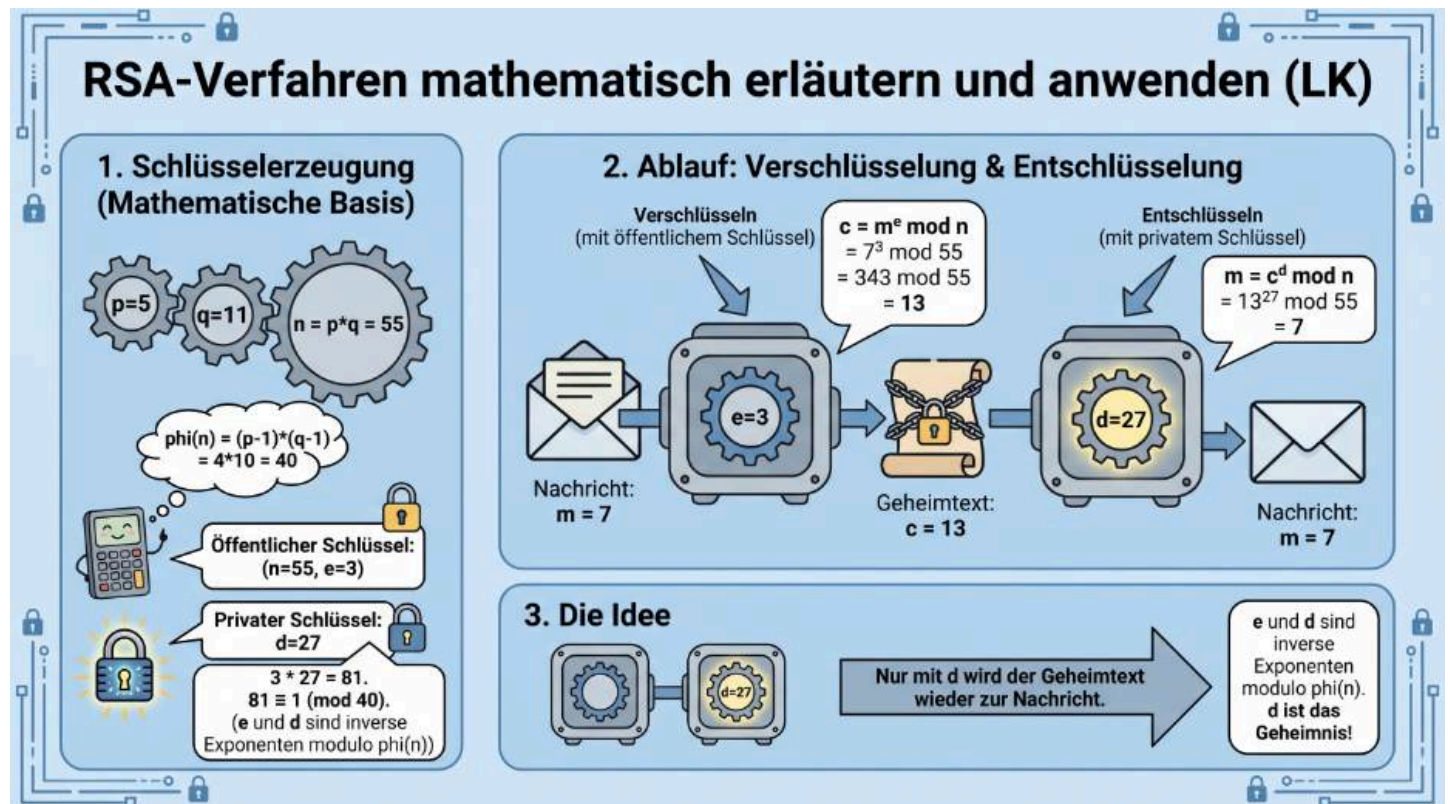
[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e1915900

RSA-Verfahren mathematisch erläutern und anwenden (LK)

Lernziel-ID 97b03cce-6641-5ec9-a6d2-f31838e2dbb9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Prinzip des RSA-Verfahrens als asymmetrisches Verschlüsselungsverfahren erläutern, Nachrichten damit verschlüsseln und die Korrektheit der Entschlüsselung plausibel begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modulare Arithmetik nutzen (LK) d8cbf2bd-2512-5661-b431-4aea7e688912	S. 604	Chinesischen Restsatz nutzen (LK) e4eaff7f-1e3d-54ea-8a59-02864948b5eb	S. 607	Kleinen Satz von Fermat beweisen (LK) 474fe553-d868-50d9-a19b-761e64f21c6d	S. 608
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-504b-a036-c780e191590e

Primzahltests erläutern (LK)

Lernziel-ID d32f599e-3b38-5557-8ad3-565bcd99f4c6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) > Primzahltests und Faktorisierungsverfahren erläutern (LK)

Primzahltests erläutern (LK)

Primzahltest durch Probedivision (Beispiel $n = 29$)

29

$$\sqrt{29} \approx 5,39 < 6$$

Teste Primfaktoren bis $\sqrt{29}$: 2, 3, 5



29 ist nicht durch 2 teilbar. ($29 : 2 = 14$, Rest 1) ✓



29 ist nicht durch 3 teilbar. ($29 : 3 = 9$, Rest 2) ✓



29 ist nicht durch 5 teilbar. ($29 : 5 = 5$, Rest 4) ✓



Ergebnis: Kein Teiler bis $\sqrt{29}$. 29 ist eine Primzahl.

Gegenbeispiel: 91

$$91 = 7 \cdot 13$$



Ergebnis: Nicht Primzahl (Teiler gefunden).

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Funktionsweise eines Primzahltests, zum Beispiel des Miller-Rabin-Tests, fachsprachlich erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modulare Arithmetik nutzen (LK)

d8cbf2bd-2512-5661-b431-4aea7e688912

S. 604

Chinesischen Restsatz nutzen (LK)

e4eaff7f-1e3d-54ea-8a59-02864948b5eb

S. 607

Wird direkt vorausgesetzt von

Faktorisierungsverfahren erläutern (LK)

1c1754b7-2cd3-5635-824d-ce93f7b99514

S. 611

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-564b-a036-c780e1915900

Faktorisierungsverfahren erläutern (LK)

Lernziel-ID 1c1754b7-2cd3-5635-824d-ce93f7b99514

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Zahlentheorie und Kryptologie im Vertiefungskurs (LK) > Primzahltests und Faktorisierungsverfahren erläutern (LK)

Faktorisierungsverfahren erläutern (LK)

 Idee wie beim quadratischen Sieb: Quadrate modulo N finden

1. Zahl und Wahl

$N = 91$

Wähle $x = 10$

$x^2 - N = 100 - 91 = 9 \rightarrow 9 = 3^2$

2. Kongruenz von Quadraten

$10^2 \equiv 3^2 \pmod{91}$

Dies bedeutet:
 N teilt $(x-y)(x+y)$

3. Faktoren finden (ggT)

$\text{ggT}(10 - 3, 91) = \text{ggT}(7, 91) = 7$

$\text{ggT}(10 + 3, 91) = \text{ggT}(13, 91) = 13$

4. Ergebnis

$91 = 7 \cdot 13$

✓ ✓ Faktorisierung erfolgreich

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Funktionsweise eines Faktorisierungsverfahrens, zum Beispiel des quadratischen Siebs, fachsprachlich erläutern.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Modulare Arithmetik nutzen (LK) d8cbf2bd-2512-5661-b431-4aea7e688912	S. 604	Chinesischen Restsatz nutzen (LK) e4eaff7f-1e3d-54ea-8a59-02864948b5eb	S. 607	Primzahltests erläutern (LK) d32f599e-3b38-5557-8ad3-565bcd99f4c6	S. 610
--	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Formale Verfahren und Werkzeuge reflektiert einsetzen](#) 4c319dfd-ebb1-594b-a036-c780e1915900

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen

Lernziel-ID 22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen

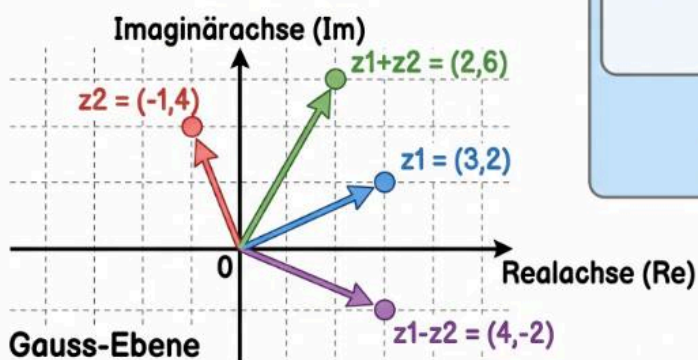
Algebraische Form & Teile

$$z_1 = 3 + 2i$$

$$z_2 = -1 + 4i$$

Zahl	Re()	Im()
z_1	3	2
z_2	-1	4

Realteil (Re) und Imaginärteil (Im) identifizieren



Ergebnisbox: Komponentenweise Rechnen

Addition (+)

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (3 + 2i) + (-1 + 4i) \\ &= (3 + (-1)) + (2 + 4)i \\ &= 2 + 6i \end{aligned}$$

Subtraktion (-)

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= (3 + 2i) - (-1 + 4i) \\ &= (3 - (-1)) + (2 - 4)i \\ &= 4 - 2i \end{aligned}$$

Realteile zusammenfassen,
Imaginärteile zusammenfassen

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Real- und Imaginärteil identifizieren, komplexe Zahlen in der Form $a + bi$ darstellen und sie addieren oder subtrahieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Einfache Integrale berechnen

a9ed219d-d497-55e5-a4e0-4d45d2554f6b

S. 298

Matrizen multiplizieren

304111dd-426b-520b-a275-3fa37da1b0e0

S. 397

Wird direkt vorausgesetzt von

Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren

9a0987cd-1e6e-5c09-a602-9fda43b8f655

S. 613

Komplexe Zahlen algebraisch dividieren

5ba7b5aa-7ad5-5605-bcb5-f4aa4b4c6b2d

S. 614

Komplexe Zahlen in Polarform und Gaußscher Zahlenebene darstellen

4f64f771-29ba-581a-86ba-bcbb1759e4d2

S. 615

Grundrechenarten in der Gaußschen Zahlenebene deuten

a7fb1a7a-8315-5bcb-842e-48293293dfcc

S. 616

Gleichungen in der Menge der komplexen Zahlen lösen

5922affd-b1f9-5ad9-963e-25d3734c3b72

S. 617

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren

Lernziel-ID 9a0987cd-1e6e-5c09-a602-9fda43b8f655

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren und dividieren

Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren

Regel
Wichtig: $i^2 = -1$

$(2 + 3i)(1 - 4i)$

	1	$-4i$
2	$2 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot (-4i) = -8i$
$3i$	$3i \cdot 1 = 3i$	$3i \cdot (-4i) = -12i^2$

$-12i^2 = -12 \cdot (-1) = +12$

Ergebnis zusammenfassen: $= (2 + 12) + (-8i + 3i)$
 $= 14 + (-5i)$
 $= 14 - 5i$

Ergebnis: $a + bi = 14 - 5i$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann komplexe Zahlen in algebraischer Form multiplizieren, die Beziehung $i^2 = -1$ nutzen und Ergebnisse als $a + bi$ darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen

22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3

S. 612

Wird direkt vorausgesetzt von

Komplexe Zahlen algebraisch dividieren

5ba7b5aa-7ad5-5605-bcb5-f4aa4b4c6b2d

S. 614

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Komplexe Zahlen algebraisch dividieren

Lernziel-ID 5ba7b5aa-7ad5-5605-bcb5-f4aa4b4c6b2d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren und dividieren

Komplexe Zahlen algebraisch dividieren

Ziel: Division durchführen, mit konjugiert komplex erweitern, Ergebnis als $a + bi$ darstellen.

$$\frac{3 + 2i}{1 - i} = \frac{3 + 2i}{1 - i} \cdot \frac{1 + i}{1 + i} =$$

Regeln & Werkzeuge

konjugiert komplex:

$$(1 - i) \rightarrow (1 + i)$$

$$i^2 = -1$$



Zähler (Numerator):

$$\begin{aligned} &= (3 + 2i)(1 + i) \\ &= 3 \cdot 1 + 3 \cdot i + 2i \cdot 1 + 2i \cdot i \\ &= 3 + 3i + 2i + 2i^2 \\ &= 3 + 5i + 2(-1) \quad i^2 = -1 \\ &= 3 + 5i - 2 = 1 + 5i \end{aligned}$$

= Nenner (Denominator):

$$\begin{aligned} &= (1 - i)(1 + i) \\ &= 1^2 - i^2 \quad i^2 = -1 \\ &= 1 - (-1) \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\text{Endergebnis (Final Result): } = \frac{1 + 5i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann komplexe Zahlen in algebraischer Form dividieren, konjugiert komplexe Zahlen nutzen und Ergebnisse als $a + bi$ darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen

S. 612

Komplexe Zahlen algebraisch multiplizieren

S. 613

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Komplexe Zahlen in Polarform und Gaußscher Zahlenebene darstellen

Lernziel-ID 4f64f771-20ba-581a-86ba-bcdb1759e4d2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann komplexe Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene und in Polarform $z = r \cdot e^{i\varphi} = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$ mit $r \geq 0$ darstellen, ihren Betrag und für $z \neq 0$ ein Argument bestimmen sowie Darstellungen mit $\varphi = \omega t$ fachsprachlich deuten.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen S. 612
22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundrechenarten in der Gaußschen Zahlenebene deuten a7fb1a7a-8315-5bcb-842e-48293293dfcc	S. 616	Komplexe Zahlen als 2x2-Matrizen darstellen (LK) eda8580e-1f10-5dbd-9aaf-92367f40a6bd	S. 618	Einheitswurzeln komplexer Zahlen am Einheitskreis deuten (LK) 8e18154d-41d6-592e-ba98-537edad338e8	S. 619	Mandelbrot-Folgen komplexer Zahlen softwaregestützt untersuchen (LK) 9b339361-7719-573d-a913-432246c502ee	S. 620
---	--------	---	--------	--	--------	---	--------

Grundrechenarten in der Gaußschen Zahlenebene deuten

Lernziel-ID a7fb1a7a-8315-5bcb-842e-48293293dfcc

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division komplexer Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene geometrisch deuten, insbesondere als Verschiebung, Streckung oder Drehung.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen 22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3	S. 612	Komplexe Zahlen in Polarform und Gaußscher Zahlenebene darstellen 4f64f771-20ba-581a-86ba-bcdb1759e4d2	S. 615
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

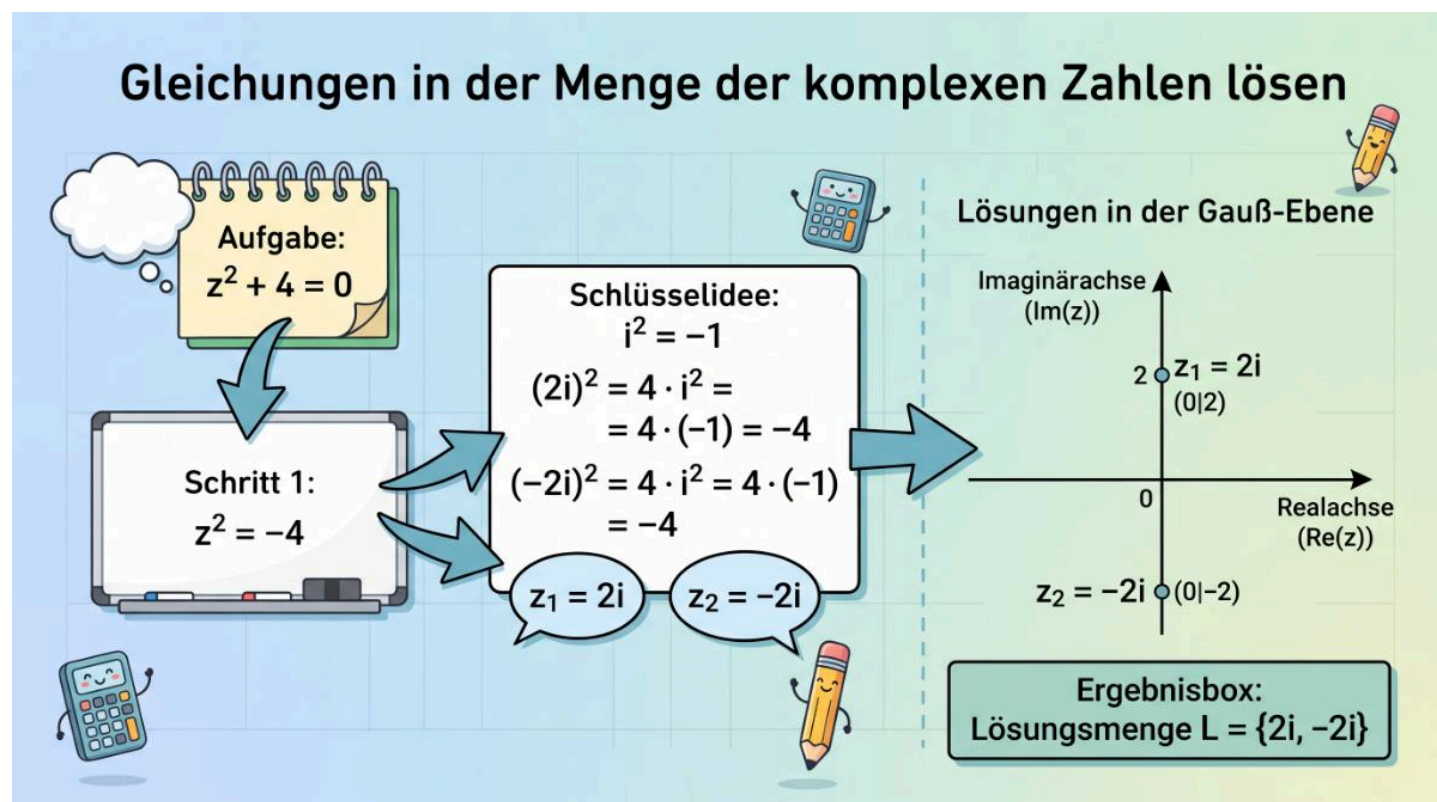
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Gleichungen in der Menge der komplexen Zahlen lösen

Lernziel-ID 5922affd-b1f9-5ad9-963e-25d3734c3b72

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Gleichungen in der Menge der komplexen Zahlen lösen, insbesondere quadratische Gleichungen mit nichtreellen Lösungen, und die Lösungen in geeigneter Form darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Komplexe Zahlen in algebraischer Form additiv nutzen

22b66c1e-50b1-505f-a388-c39131a4e1c3

S. 612

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

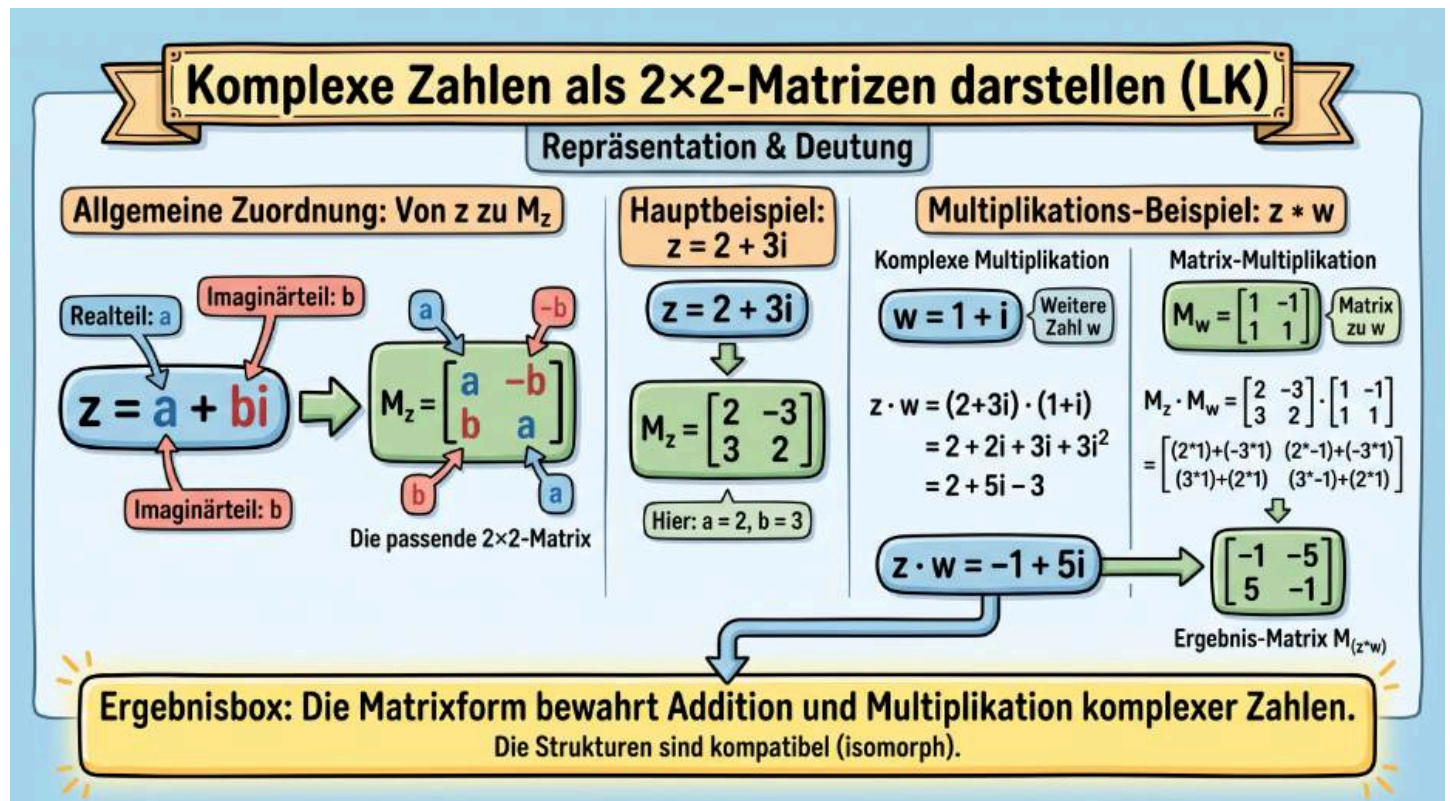
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Komplexe Zahlen als 2×2-Matrizen darstellen (LK)

Lernziel-ID eda8580e-1f10-5dbd-9aaf-92367f40a6bd

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine komplexe Zahl durch eine passende 2×2-Matrix repräsentieren und die Matrixdarstellung fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen

8dc2c87a-cf06-5f15-89e5-634107f5c9c7

S. 407

Komplexe Zahlen in Polarform und Gaußscher Zahlenebene darstellen

4f64f771-20ba-581a-86ba-bcdd1759e4d2

S. 615

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Einheitswurzeln komplexer Zahlen am Einheitskreis deuten (LK)

Lernziel-ID 8e18154d-41d6-592e-ba98-537edad338e8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen

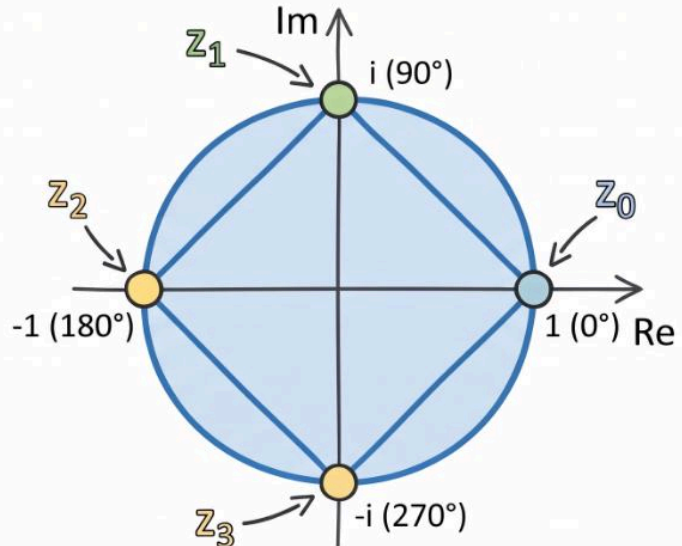
Einheitswurzeln komplexer Zahlen am Einheitskreis deuten

Vierte Einheitswurzeln:

$$z^4 = 1$$

$$z_k = \exp(2\pi i k / 4)$$

$$k = 0, 1, 2, 3$$



Die 4. Einheitswurzeln bilden die Ecken eines Quadrats auf dem Einheitskreis.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Lösungen von Gleichungen der Form $z^n = 1$ bestimmen und die n-ten Einheitswurzeln am Einheitskreis geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Komplexe Zahlen in Polarform und Gaußscher Zahlenebene darstellen](#)

S. 615

Wird direkt vorausgesetzt von

[Mandelbrot-Folgen komplexer Zahlen softwaregestützt untersuchen \(LK\)](#)

S. 620

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Mandelbrot-Folgen komplexer Zahlen softwaregestützt untersuchen (LK)

Lernziel-ID 9b339361-7719-573d-a913-432246c502ee

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Folgen komplexer Zahlen im Zusammenhang mit der Mandelbrot-Menge auf Beschränktheit untersuchen und die Mandelbrot-Menge mit geeigneter Software veranschaulichen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Komplexe Zahlen in Polarform und Gaußscher Zahlenebene darstellen 4f64f771-20ba-581a-86ba-bcdb1759e4d2	S. 615	Einheitswurzeln komplexer Zahlen am Einheitskreis deuten (LK) 8e18154d-41d6-592e-ba98-537edad338e8	S. 619
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

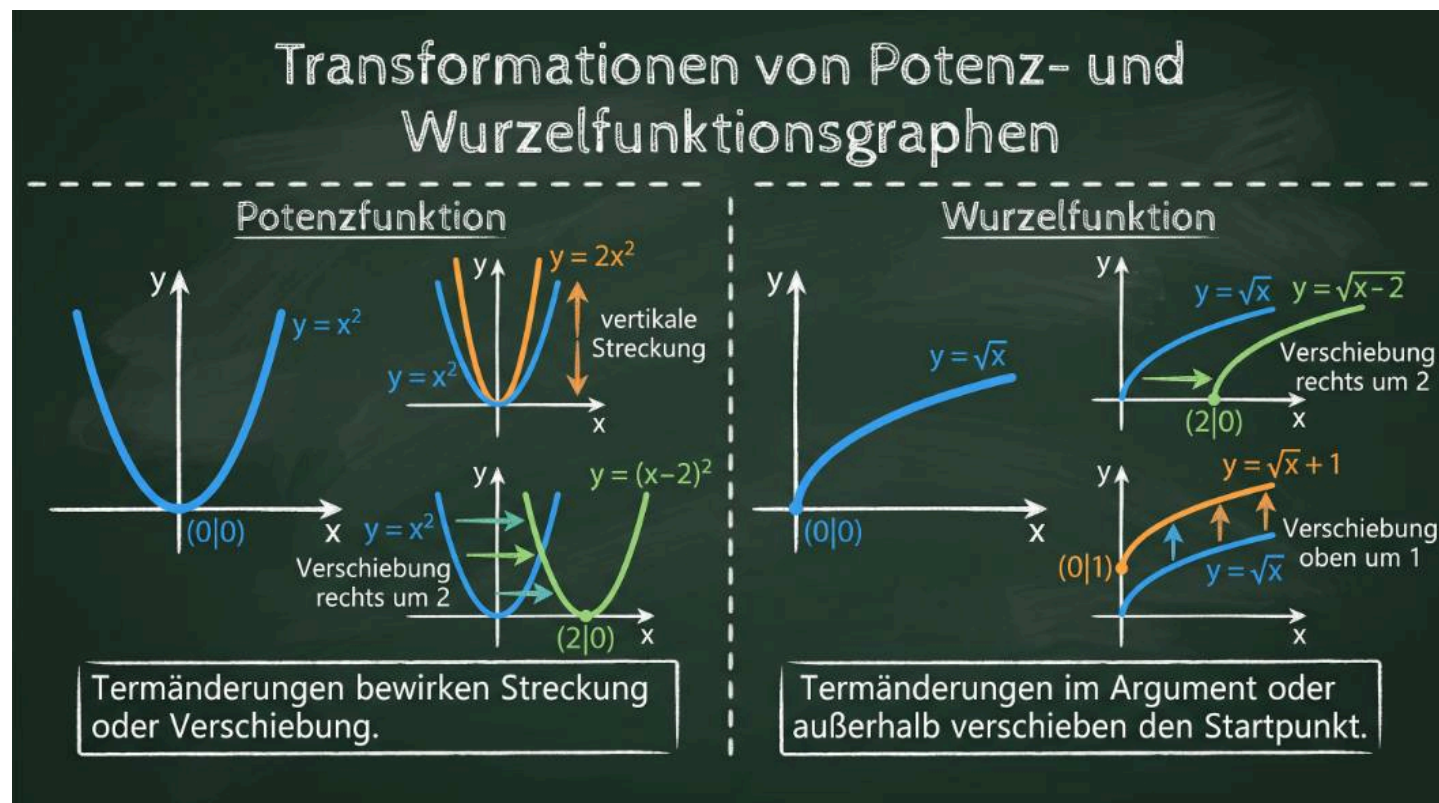
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Komplexe Zahlen sicher anwenden](#) a8525adc-fad3-53f5-953f-213bd37b09e8

Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben

Lernziel-ID eb28b403-f9fc-57ea-a793-b4555596fdd7

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Algebra



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Verschiebungen, Streckungen und Spiegelungen an Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen erkennen und mit Termänderungen verknüpfen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Wurzelfunktionen graphisch untersuchen	S. 158	Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten beschreiben	S. 193
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben	S. 623	Logarithmus definieren und einfache Werte bestimmen	S. 624	Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen	S. 625	Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben	S. 627	Exponentialgleichungen mit Logarithmen lösen	S. 628	Logarithmen als Umkehrung exponentieller Zusammenhänge nutzen	S. 629
Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten	S. 630	Exponentielles Wachstum in Graphen, Tabellen und Kontexten deuten	S. 641								

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

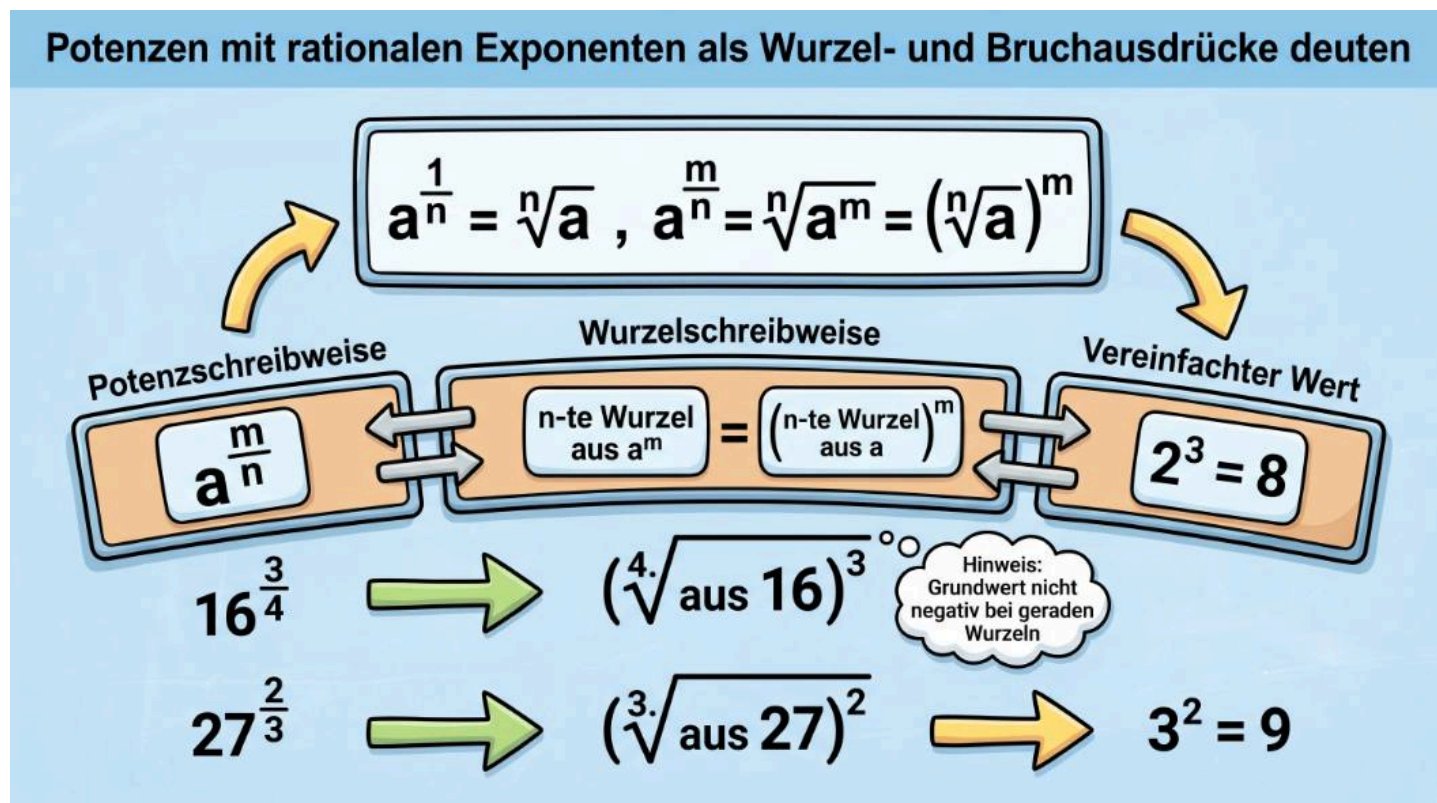
[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 9, 5 BE\)](#) 567e352a-af31-53b0-ac9d-cbcafa8622b7

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) ec707244-9dde-510c-8c1e-955f23816231

Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten

Lernziel-ID 88abc886-cce8-55cf-b86c-eb4ba45a92d7

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Algebra



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- oder Bruchausdrücke deuten und sicher zwischen diesen Darstellungsformen wechseln.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden	S. 146	Quadratwurzeln definieren und schätzen	S. 147	Potenzen von Wurzeltermen vereinfachen	S. 154
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben	S. 623	Logarithmus definieren und einfache Werte bestimmen	S. 624	Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen	S. 625	Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben	S. 627	Exponentialgleichungen mit Logarithmen lösen	S. 628	Logarithmen als Umkehrung exponentieller Zusammenhänge nutzen	S. 629
Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten	S. 630	Exponentielles Wachstum in Graphen, Tabellen und Kontexten deuten	S. 641	Potenzgleichungen lösen	S. 762						

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) 180b552f-4740-5a64-933b-839c8ad6a55d

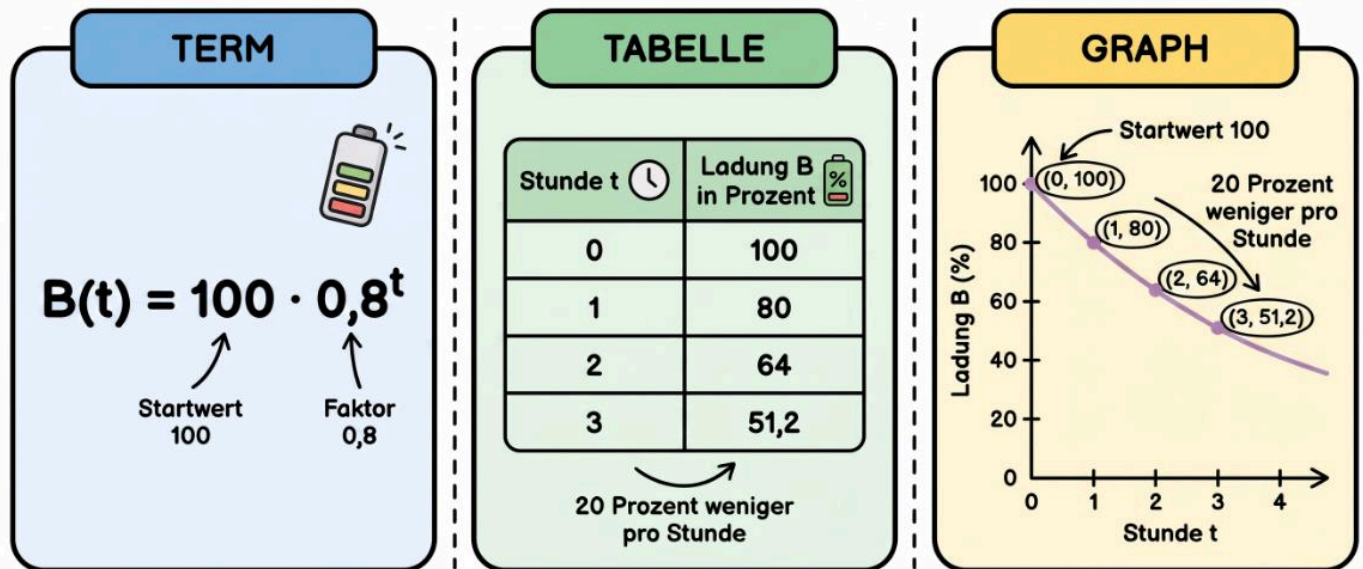
Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben

Lernziel-ID 42e19186-6769-41ac-a7bf-ab39bdb50661

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Exponentielles Wachstum, Logarithmen und Exponentialfunktionen

Prozentuale Abnahme als Exponentialfunktion modellieren

Ein Akku verliert pro Stunde 20 Prozent seiner Ladung.



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben, Parameter deuten und typische Verläufe im Sachkontext erklären.

Geltung

BB, BE, BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen
beschreiben

S. 96

af3d6bfff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

Funktionswerte linearer
Funktionen berechnen und
deuten

S. 97

e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232

Schnittpunkte zweier
Geraden berechnen

S. 100

2f599bc7-c117-47d7-bb81-
0f08ad679b91

Transformationen von
Potenz- und
Wurzelfunktionsgraphen
beschreiben

S. 621

eb28b403-f9fc-57ea-a793-
b455596fdd7

Potenzen mit rationalen
Exponenten als Wurzel- und
Bruchausdrücke deuten

S. 622

88abc886-cce8-55cf-b86c-
eb4ba45a92d7

Wird direkt vorausgesetzt von

Wachstums- und Abklingvorgänge exponentiell modellieren und Ergebnisse im Kontext bewerten

S. 626

27b63e2e-6a34-483e-8e5a-fe0f49670d1d

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Logarithmus definieren und einfache Werte bestimmen

Lernziel-ID 3c1d6ce7-099e-4267-9ff2-3d1526209a89

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Exponentielles Wachstum, Logarithmen und Exponentialfunktionen

Logarithmus definieren und einfache Werte bestimmen

Die Definition
 $b > 0, b \neq 1, a > 0$
 $\log_b(a) = x \leftrightarrow b^x = a$

Umkehroperation

Beispiel 1: Basis 2
 $\log_2(8) = 3$
 $2^3 = 8$

Beispiel 2: Basis 10
 $\log_{10}(100) = 2$
 $10^2 = 100$

Beispiel 3: Basis 5
 $\log_5(1) = 0$
 $5^0 = 1$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Logarithmus für eine positive Basis ungleich 1 und ein positives Argument als Umkehroperation des Potenzierens erläutern und in einfachen Fällen Werte mithilfe der Definition, sonst mit digitalen Werkzeugen bestimmen.

Geltung

BB, BE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben eb28b403-f9fc-57ea-a793-b4555596fdd7	S. 621	Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten 88abc886-cce8-55cf-b86c-eb4ba45a92d7	S. 622
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Wachstums- und Abklingvorgänge exponentiell modellieren und Ergebnisse im Kontext bewerten 27b63e2e-6a34-483e-8e5a-fe0f49670d1d	S. 626	Verdoppelungs- und Halbwertszeiten bestimmen und deuten c19d1f8f-b297-5a58-b1d4-26d811e4aff4	S. 642
---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

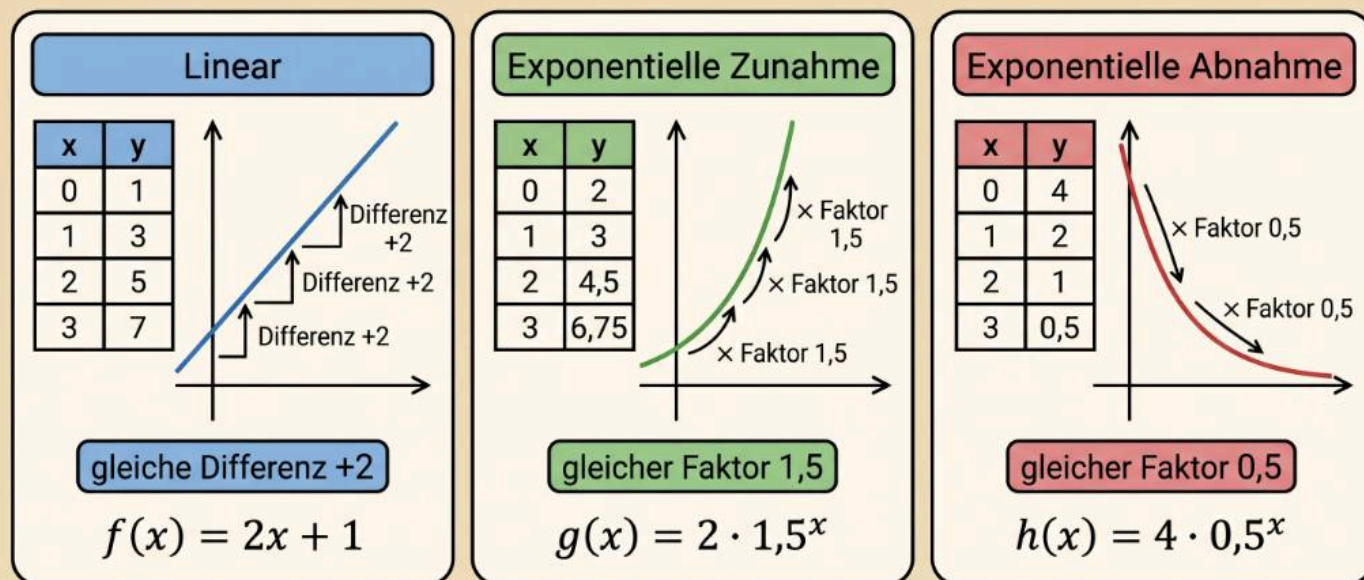
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen

Lernziel-ID 3010d965-b9b9-4dc5-9d04-d706725e9a30

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Exponentielles Wachstum, Logarithmen und Exponentialfunktionen

Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exponentielle Zu- und Abnahme als Änderung mit konstantem Faktor je gleich großem Schritt beschreiben, veranschaulichen und von linearer Änderung mit konstanter Differenz begründet abgrenzen.

Geltung

BB, BE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186 S. 96	Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232 S. 97	Schnittpunkte zweier Geraden berechnen 2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91 S. 100	Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben eb28b403-f9fc-57ea-a793-b455596fdd7 S. 621
--	---	---	---

Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten 88abc886-ccc8-55cf-b86c-eb4ba45a92d7 S. 622

Wird direkt vorausgesetzt von

Wachstums- und Abklingvorgänge exponentiell modellieren und Ergebnisse im Kontext bewerten 27b03e2e-6a34-483e-8e5a-fe0f49670dd S. 626	Verdoppelungs- und Halbwertszeiten bestimmen und deuten c19d1f8f-b297-5a58-b1d4-26d811e4aff4 S. 642
--	--

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Wachstums- und Abklingvorgänge exponentiell modellieren und Ergebnisse im Kontext bewerten

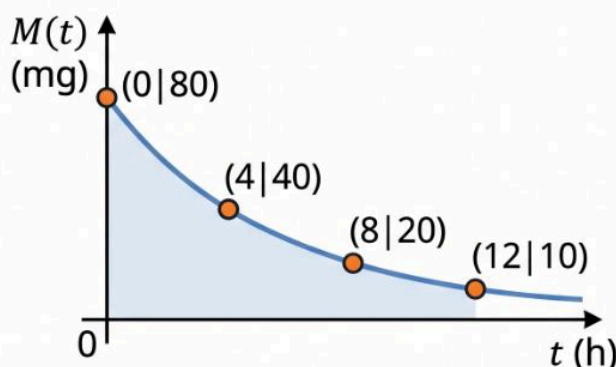
Lernziel-ID 27b63e2e-6a34-483e-8e5a-fe0f49670d1d

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Exponentielles Wachstum, Logarithmen und Exponentialfunktionen

Abklingvorgang: Exponentielles Modell

$$M(t) = 80 \cdot 0,5^{\frac{t}{4}}$$

Wertetabelle				
t in h:	0	4	8	12
M(t) in mg:	80	40	20	10



Annahme: konstante Halbwertszeit von 4 h.

Modellgrenze: reale Bedingungen können die Abnahme verändern.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann realitätsnahe Wachstums- und Abklingvorgänge graphisch und rechnerisch mit geeigneten exponentiellen Modellen beschreiben, Modellannahmen variieren, Grenzen des Modells benennen und Ergebnisse im Sachzusammenhang kritisch bewerten.

Geltung

BB, BE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Exponentielles Wachstum in Termen, Tabellen und Graphen beschreiben

S. 623

Logarithmus definieren und einfache Werte bestimmen

S. 624

Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen

S. 625

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

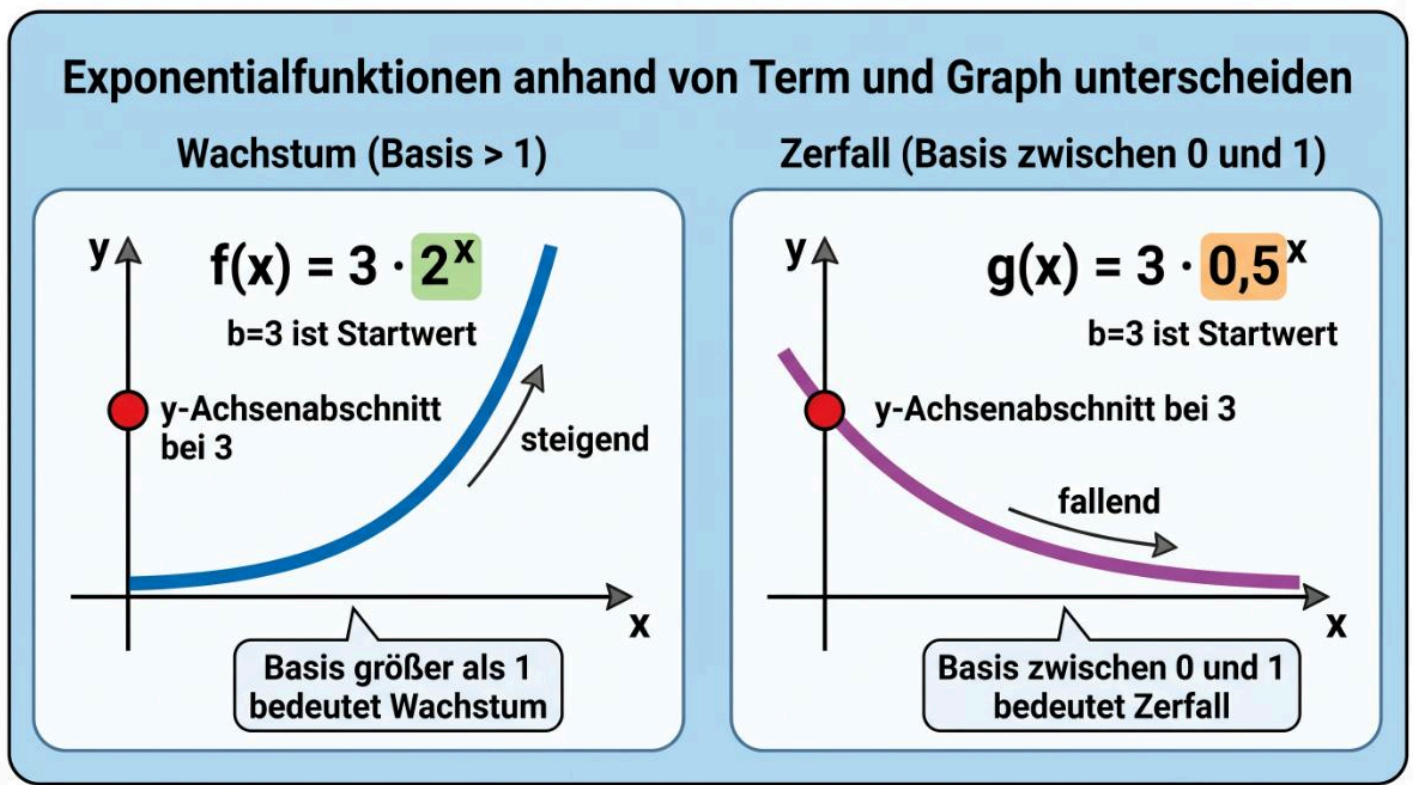
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7995d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben

Lernziel-ID 78238608-aaaa-4d12-a9de-54f325e9cf6f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Exponentielles Wachstum, Logarithmen und Exponentialfunktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für exponentielle Funktionen der Form $b \cdot a^x$ den Verlauf des Graphen anhand der Parameter a und b beschreiben, insbesondere y-Achsenabschnitt, asymptotisches Verhalten und Monotonieverhalten begründen und passende Veranschaulichungen auch mit digitalen Werkzeugen nutzen.

Geltung

BB, BE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232	S. 97	Schnittpunkte zweier Geraden berechnen 2f598bc7-c117-47d7-bb81-6f08ad679b91	S. 100	Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben eb28b403-f9fc-57ea-a793-b455596fdd7	S. 621
Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten 88abc886-cce8-55cf-b86c-eb4ba45a92d7	S. 622						

Wird direkt vorausgesetzt von

Asymptotisches Verhalten exponentieller Funktionen deuten 308f19e2-e202-5300-a2fa-1eaa717f4e73	S. 643
--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

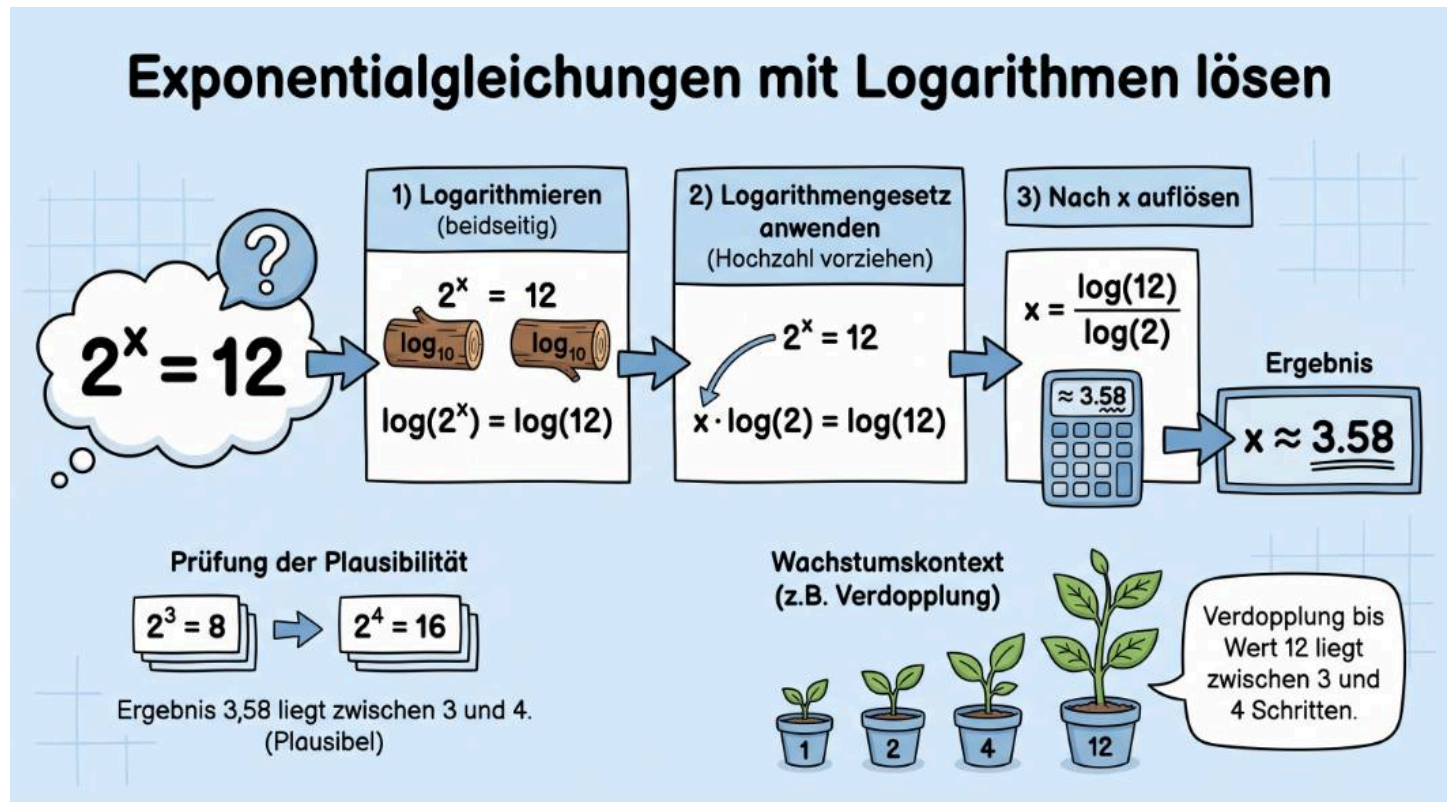
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Exponentialgleichungen mit Logarithmen lösen

Lernziel-ID c088fd81-fe4f-4282-99af-ebc0d1a7d202

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Exponentialgleichungen mithilfe logarithmischer Umformungen lösen, Ergebnisse prüfen und in exponentiellen Wachstumskontexten deuten.

Geltung

BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE: Sek. I · G9

MV, SN, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bfff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186 S. 96	Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232 S. 97	Schnittpunkte zweier Geraden berechnen 2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91 S. 100	Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben eb28b403-f9fc-57ea-a793-b455596fdd7 S. 621
Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten 88abc886-cc88-55cf-b86c-eb4ba45a92d7 S. 622			

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

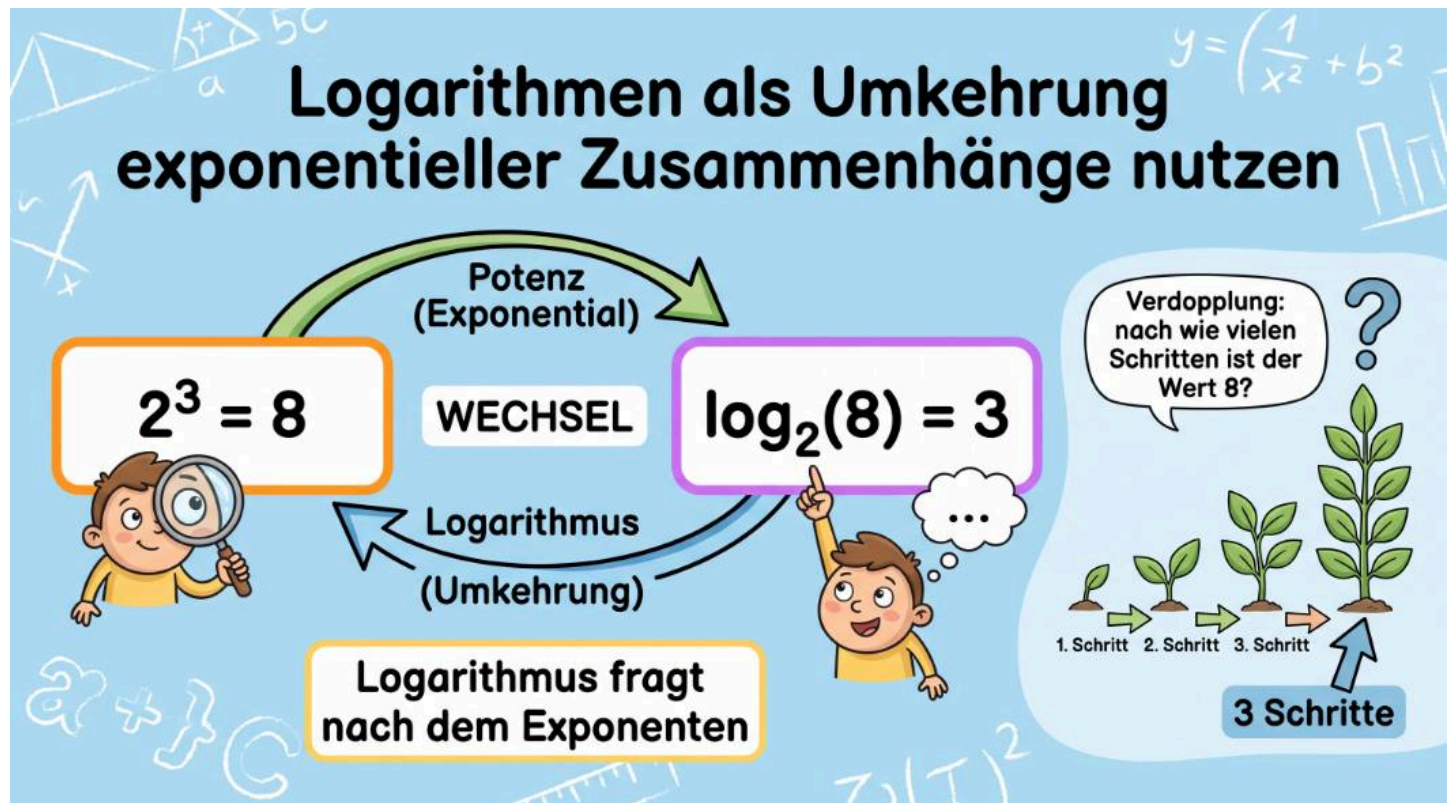
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Logarithmen als Umkehrung exponentieller Zusammenhänge nutzen

Lernziel-ID aed3ca99-815b-40b8-ae91-e11bf92f51da

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Logarithmen als Umkehrwerkzeug zu exponentiellen Zusammenhängen verwenden, zwischen exponentieller und logarithmischer Schreibweise wechseln und einfache Sachsituationen damit deuten.

Geltung

BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HE: Sek. I · G9

MV, SN, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232	S. 97	Schnittpunkte zweier Geraden berechnen 2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91	S. 100	Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben eb28b403-f9fc-57ea-a793-b455596fdd7	S. 621
Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten 88abc886-cce8-55cf-b86c-eb4ba45a92d7	S. 622						

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

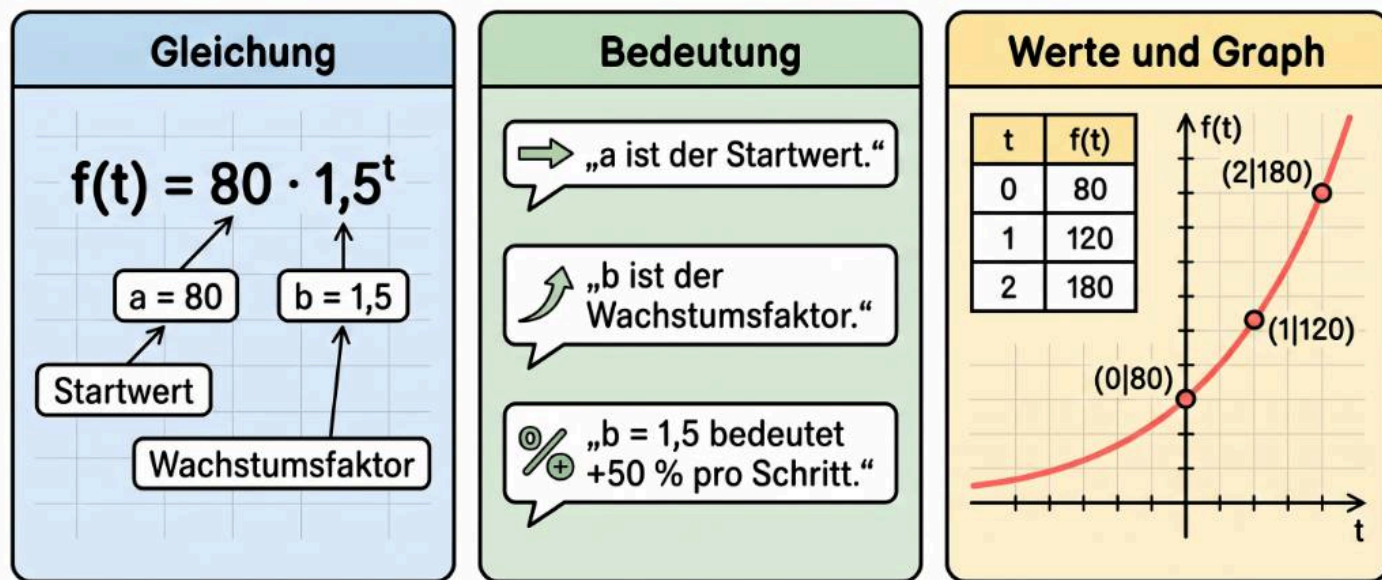
[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten

Lernziel-ID c74d0c7e-44e2-46ab-8f95-b8dc45fcfae7

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen

Parameter exponentieller Funktionen aus Gleichung und Werten deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Funktionsgleichungen exponentieller Funktionen lesen, ihre Parameter aus gegebenen Werten oder Darstellungen bestimmen und Anfangswert sowie Wachstums- oder Zerfallsfaktor im Kontext deuten.

Geltung

BW, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

HE: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232	S. 97	Schnittpunkte zweier Geraden berechnen 2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91	S. 100	Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben eb28b403-f9fc-57ea-a793-b455596fdd7	S. 621
Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten 88abc886-cc88-55cf-b86c-eb4ba45a92d7	S. 622						

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Tabellen erstellen und beschriften

Lernziel-ID f39c49c7-003b-471a-a33e-6cfea1d7b7b1

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen

Tabelle: Fahrradtour

Zeit t in h 	Strecke s in km 
0	0
1	12
2	24
3	36

- passende Überschrift
- Spaltennamen
- Einheiten
- geordnete Werte

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen Zuordnungs- und Sachkontexten Tabellen erstellen, Zeilen und Spalten passend beschriften und Einheiten korrekt angeben.

Geltung

HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zuordnungen analysieren

2bb4bb91-7929-483a-b735-44275f6b5cdc

S. 75

Wird direkt vorausgesetzt von

Informationen aus Tabellen entnehmen

c9df47fa-81a9-4890-91b7-2cc80da813cb

S. 638

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

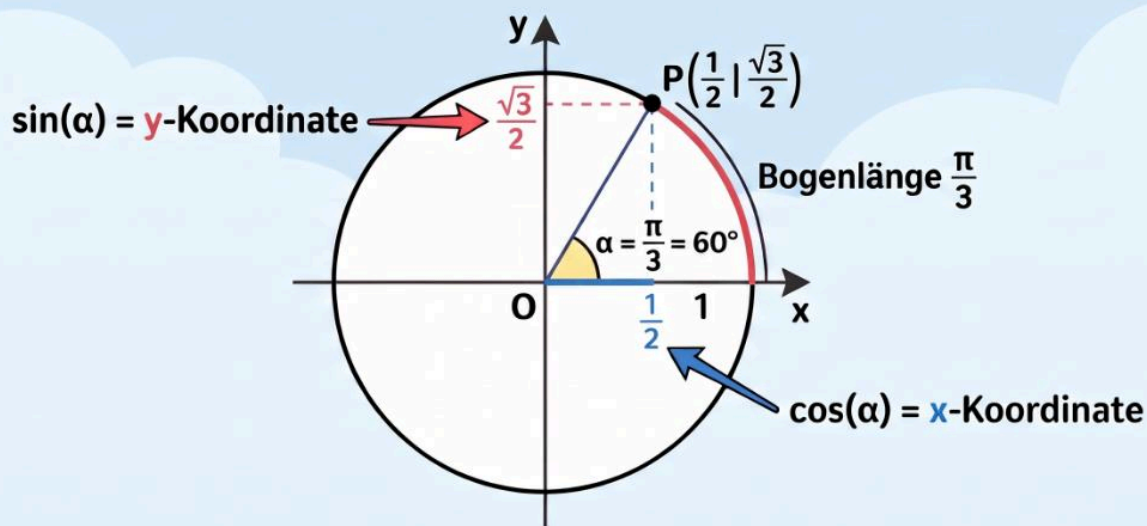
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Einheitskreis und Bogenmass für trigonometrische Funktionen nutzen

Lernziel-ID 82597dfb-0ec6-4a77-abaf-e1d6bdd12041

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Analysis und Funktionen](#)

Einheitskreis und Bogenmass für trigonometrische Funktionen nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Einheitskreis- und Bogenmassvorstellungen nutzen, um Werte und Eigenschaften von Sinus- und Kosinusfunktionen zu erklären und zwischen Winkel- und Funktionsvorstellungen zu wechseln.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zahl Pi als Verhältnis im Kreis erklären

8a691345-3216-522c-a898-d65e8e94db28

S. 64

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen

fc947e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e

S. 134

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter trigonometrischer Funktionen deuten

895a60ea-606a-4e77-a5af-ecc13d68e8fb

S. 634

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

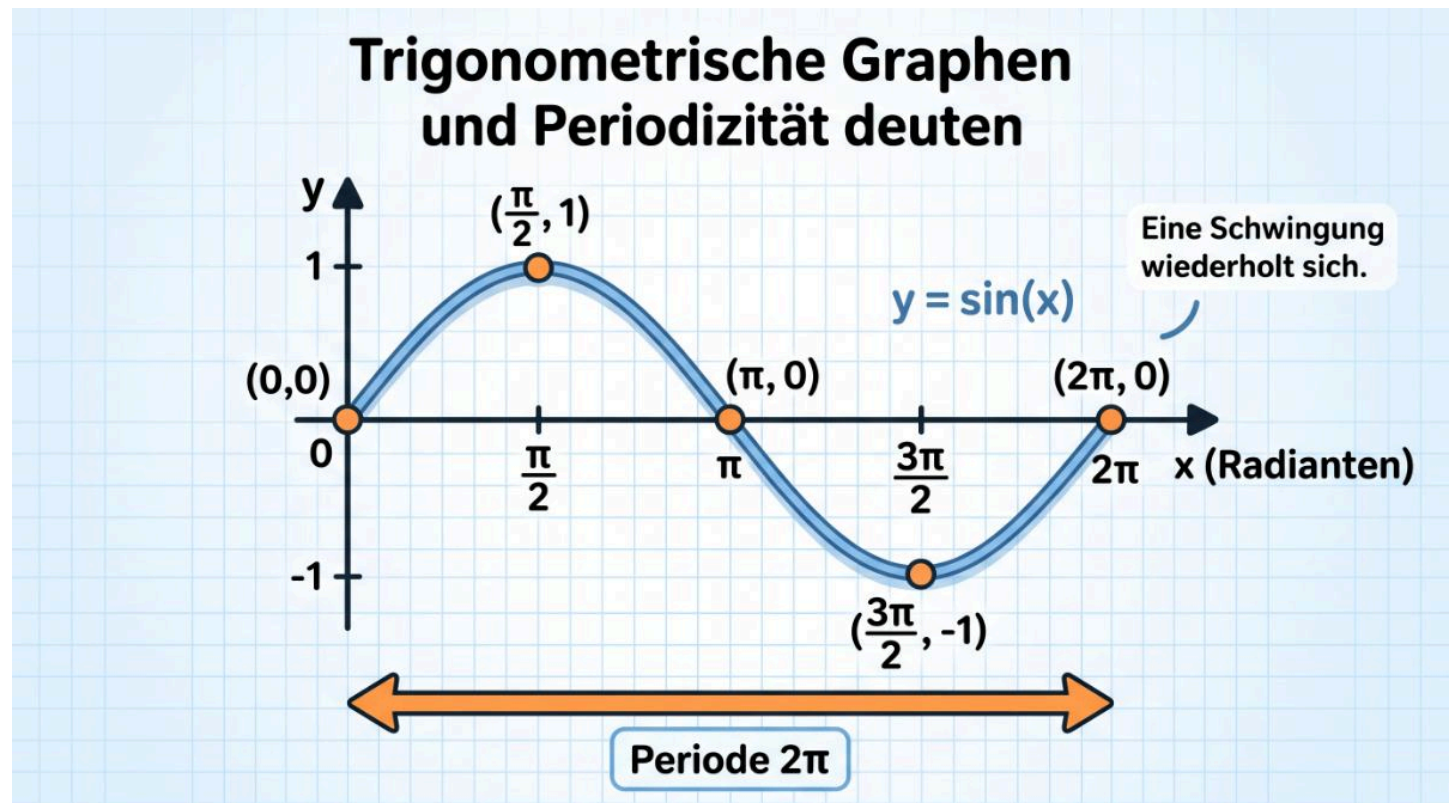
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Trigonometrische Graphen und Periodizität deuten

Lernziel-ID 46bdcc16-418f-417a-89cf-033d7ae6c8cc

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Graphen von Sinus- und Kosinusfunktionen lesen, periodische Verläufe deuten und passende Funktionsbeschreibungen zu einfachen periodischen Situationen zuordnen.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zahl Pi als Verhältnis am Kreis erklären

8a691345-3216-522c-a898-d65e8e94db28

S. 64

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen

fc647e6e-5d6d-460f-99fc-ade3a23b9a8e

S. 134

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden

71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919

S. 160

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameter trigonometrischer Funktionen deuten

895a60ea-606a-4e77-a5af-ecc13d68e8fb

S. 634

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

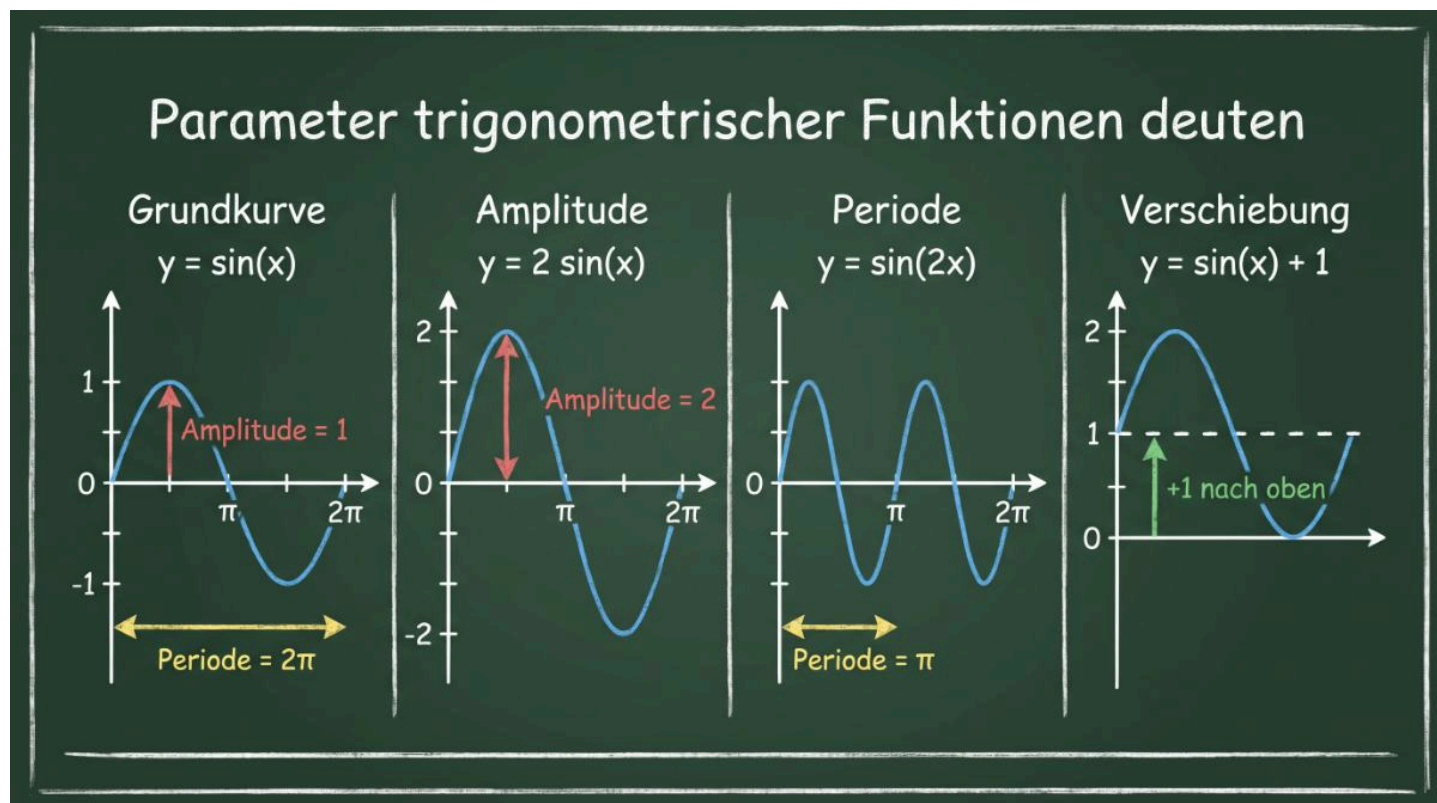
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Parameter trigonometrischer Funktionen deuten

Lernziel-ID 895a60ea-606a-4e77-a5af-ecc13d68e8fb

Mathematik > Bundesspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parameter von Sinus- und Kosinusfunktionen in Termen und Graphen deuten und deren Wirkung auf Amplitude, Spiegelung, horizontale und vertikale Verschiebung sowie Periodenlänge beschreiben.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einheitskreis und Bogenmass für trigonometrische Funktionen nutzen S. 632
82597dfb-0ec6-4a77-abaf-e1d6bdd12041

Trigonometrische Graphen und Periodizität deuten S. 633
46bdcc16-418f-417a-89cf-033d7a6c8cc

Wird direkt vorausgesetzt von

Trigonometrische Graphen aus Funktionstermen zeichnen S. 635
a6c8db0a-a8a2-46bf-af04-d73d69d6c8b1

Periodische Realsituationen mit Sinus- und Kosinusfunktionen modellieren und Modelle variieren S. 636
7f11ffe0-7c43-4507-9101-50374a60b0e8

Funktionsterme aus trigonometrischen Graphen bestimmen S. 637
0500f77f-8c12-5f7e-97b0-a75125eaa99b

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

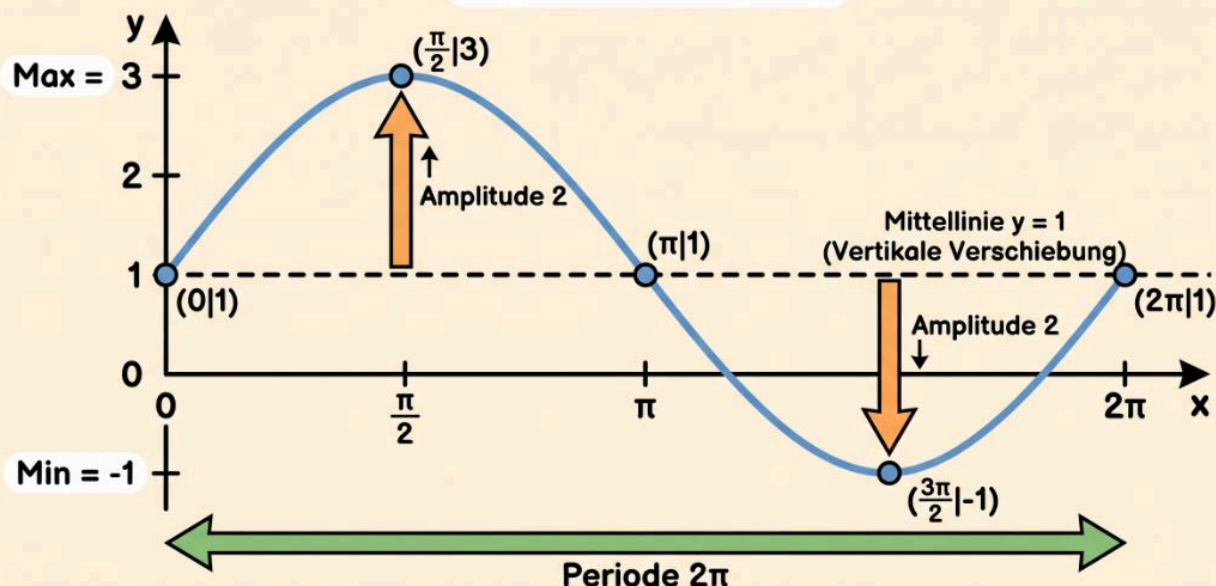
Trigonometrische Graphen aus Funktionstermen zeichnen

Lernziel-ID a6c8db0a-a8a2-46bf-af04-d73d69d6c8b1

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität

Trigonometrische Graphen aus Funktionstermen zeichnen

$$f(x) = 2 \cdot \sin(x) + 1$$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für Funktionsterme der Form $a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$ den zugehörigen Graphen aus dem Sinusgrundgraphen mithilfe von Amplitude, Periodenlänge, horizontaler und vertikaler Verschiebung sowie gegebenenfalls Spiegelung zeichnen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Graphen von Sinus und Kosinus aus dem Einheitskreis ableiten und Periodizität sowie ihren Zusammenhang begründen

S. 180

Parameter trigonometrischer Funktionen deuten

895a60ea-606a-4e77-a5af-ecc13d68e8fb

S. 634

Wird direkt vorausgesetzt von

Periodische Realsituationen mit Sinus- und Kosinusfunktionen modellieren und Modelle variieren

S. 636

Funktionsterme aus trigonometrischen Graphen bestimmen

0500f77f-8c12-5f7e-97b0-a75125eaa99b

S. 637

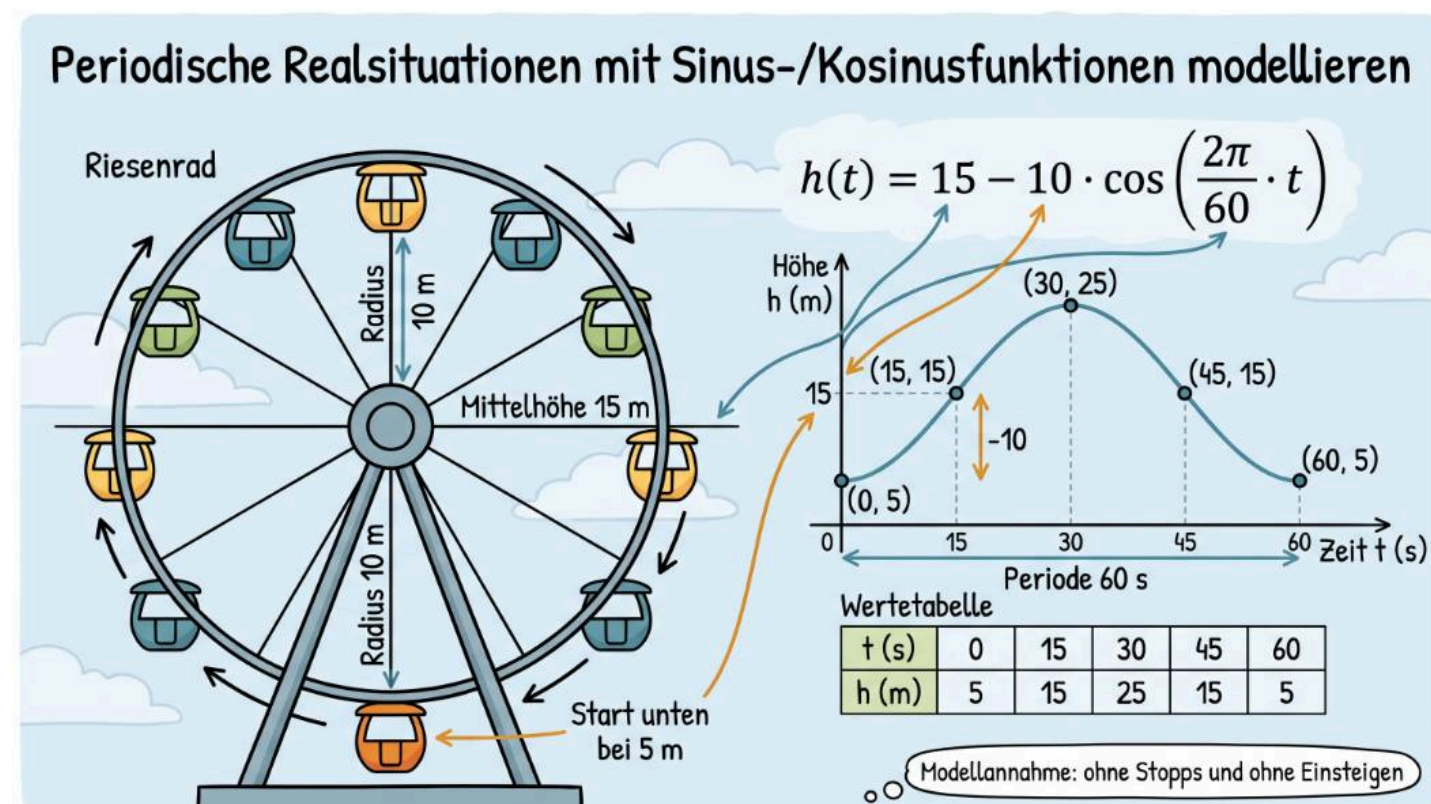
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Periodische Realsituationen mit Sinus- und Kosinusfunktionen modellieren und Modelle variieren

Lernziel-ID 7f11ffe0-7c43-4507-9101-50374a60b0e8

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Trigonometrische Funktionen, Einheitskreis und Periodizität



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann realitätsbezogene periodische Vorgänge graphisch und rechnerisch mit geeigneten Sinus- oder Kosinusfunktionen modellieren, Modellannahmen bei Bedarf variieren und Aussagen zum Verlauf im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter trigonometrischer Funktionen deuten

S. 634

895a60ea-606a-4e77-a5af-ecc13d68e8fb

Trigonometrische Graphen aus Funktionstermen zeichnen

S. 635

a6c8db0a-a8a2-46bf-af04-d73d69d6c8b1

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

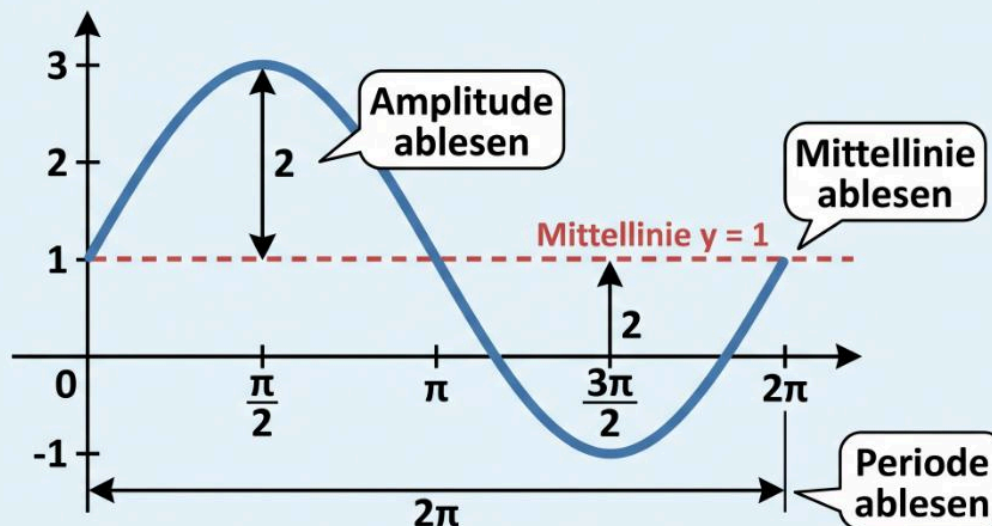
[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Funktionsterme aus trigonometrischen Graphen bestimmen

Lernziel-ID 0500f77f-8c12-5f7e-97b0-a75125eaa99b

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen

Funktionsterme aus trigonometrischen Graphen bestimmen



Passender Term: $f(x) = 2 \cdot \sin(x) + 1$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einem gegebenen trigonometrischen Graphen in einfachen Fällen einen passenden Funktionsterm bestimmen.

Geltung

BY: Sek. I · G9

SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Graphen von Sinus und Kosinus aus dem Einheitskreis ableiten und Periodizität sowie ihren Zusammenhang begründen

S. 180

Parameter trigonometrischer Funktionen deuten

895a60ea-606a-4e77-a5af-ecc13d68e8fb

S. 634

Trigonometrische Graphen aus Funktionstermen zeichnen

a6c8db0a-a8a2-46bf-af04-d73d69d6c8b1

S. 635

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

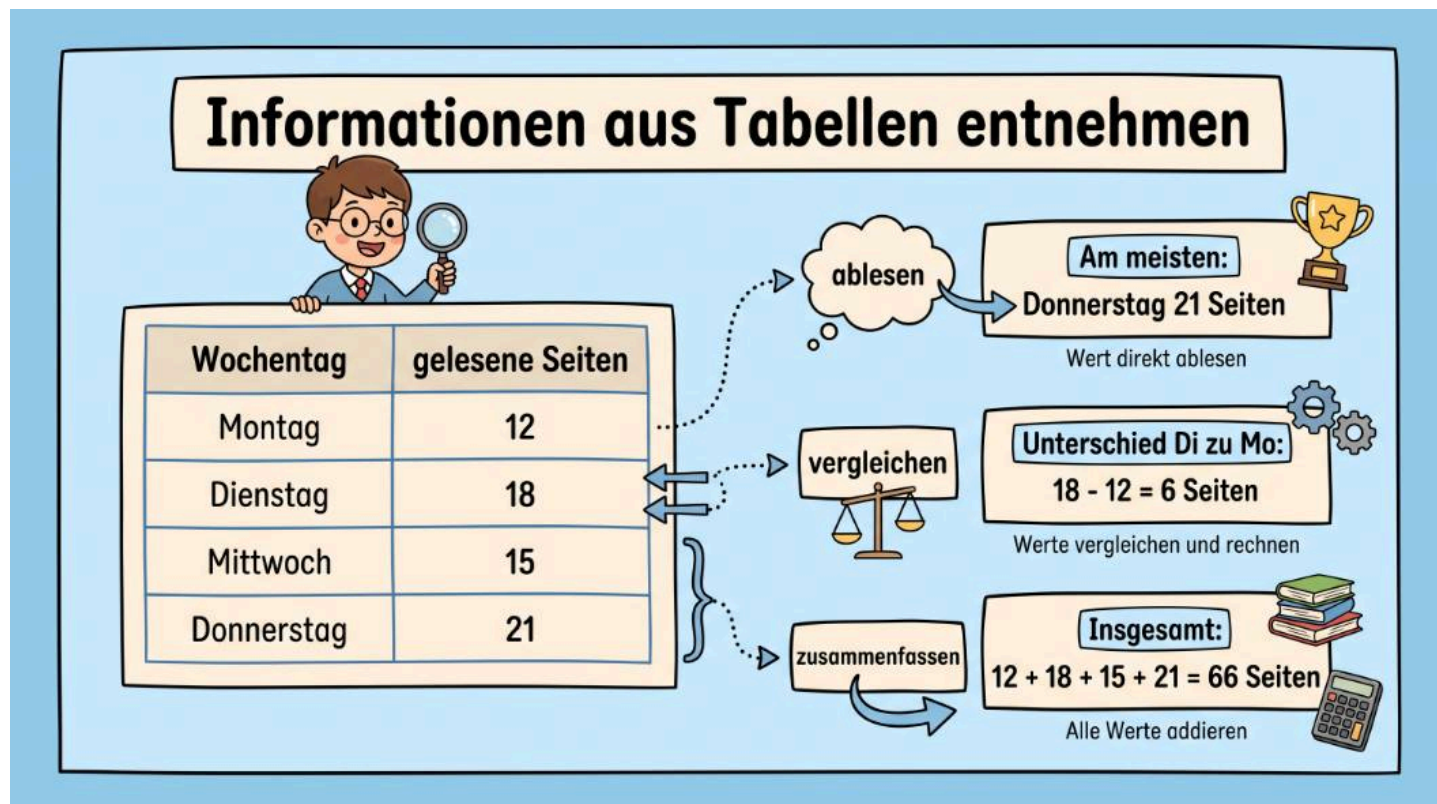
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Informationen aus Tabellen entnehmen

Lernziel-ID c9df47fa-81a9-4890-91b7-2cc80da813cb

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Analysis und Funktionen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einfachen Tabellen Werte ablesen, Vergleiche anstellen und Zusammenhänge in Worten beschreiben.

Geltung

HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Tabellen erstellen und beschriften

f39c49c7-003b-471a-a33e-6cfea1d7b7b1

S. 631

Wird direkt vorausgesetzt von

Diagramme lesen

5e7d5ff2-b92c-4989-85bc-8d87ad7edadd

S. 639

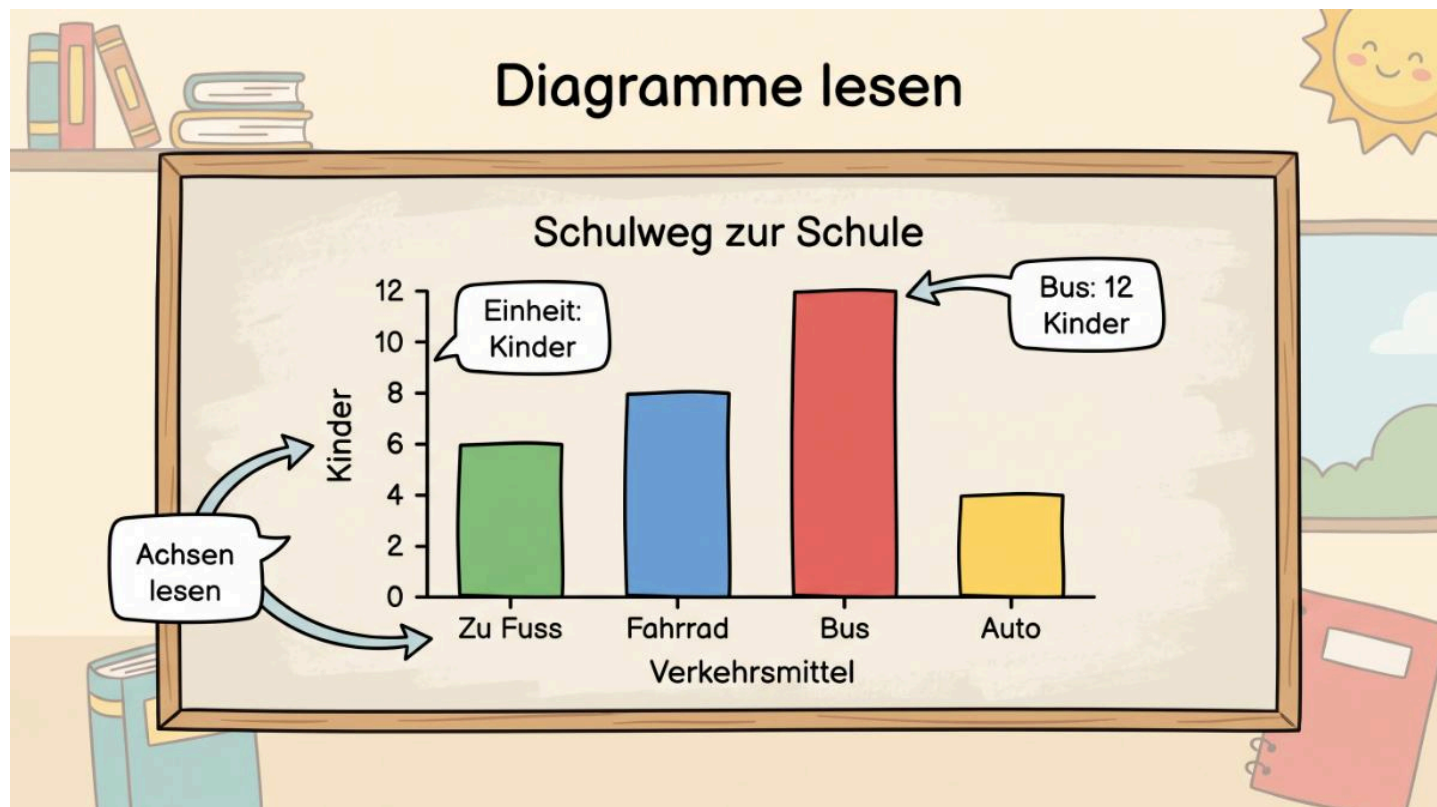
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Diagramme lesen

Lernziel-ID 5e7d5ff2-b92c-4989-85bc-8d87ad7edadd

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Analysis und Funktionen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen Diagrammen Achsen, Beschriftungen, Einheiten und Werte sicher ablesen.

Geltung

HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Informationen aus Tabellen entnehmen

c9df47fa-81a9-4890-91b7-2cc80da813cb

S. 638

Wird direkt vorausgesetzt von

Diagramme deuten

0c2ddfc-d-1399-41ad-aaed-4f061812602a

S. 640

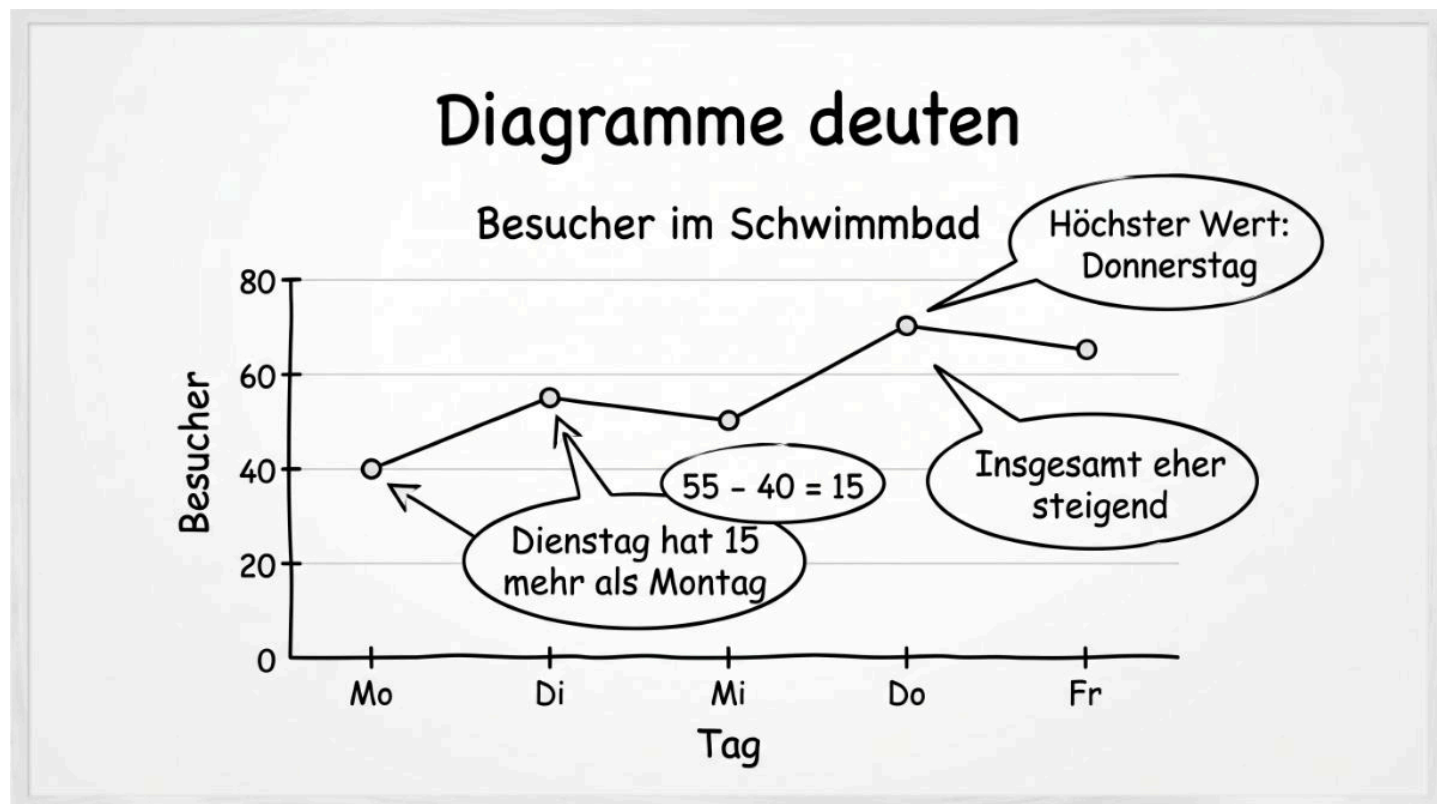
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Diagramme deuten

Lernziel-ID 0c2ddfdcd-1399-41ad-aaed-4f061812602a

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus einfachen Diagrammen Auffälligkeiten, Vergleiche und erste Trends beschreiben und in Worte fassen.

Geltung

HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Diagramme lesen

5e7d5ff2-b92c-4989-85bc-8d87ad7edadd

S. 639

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

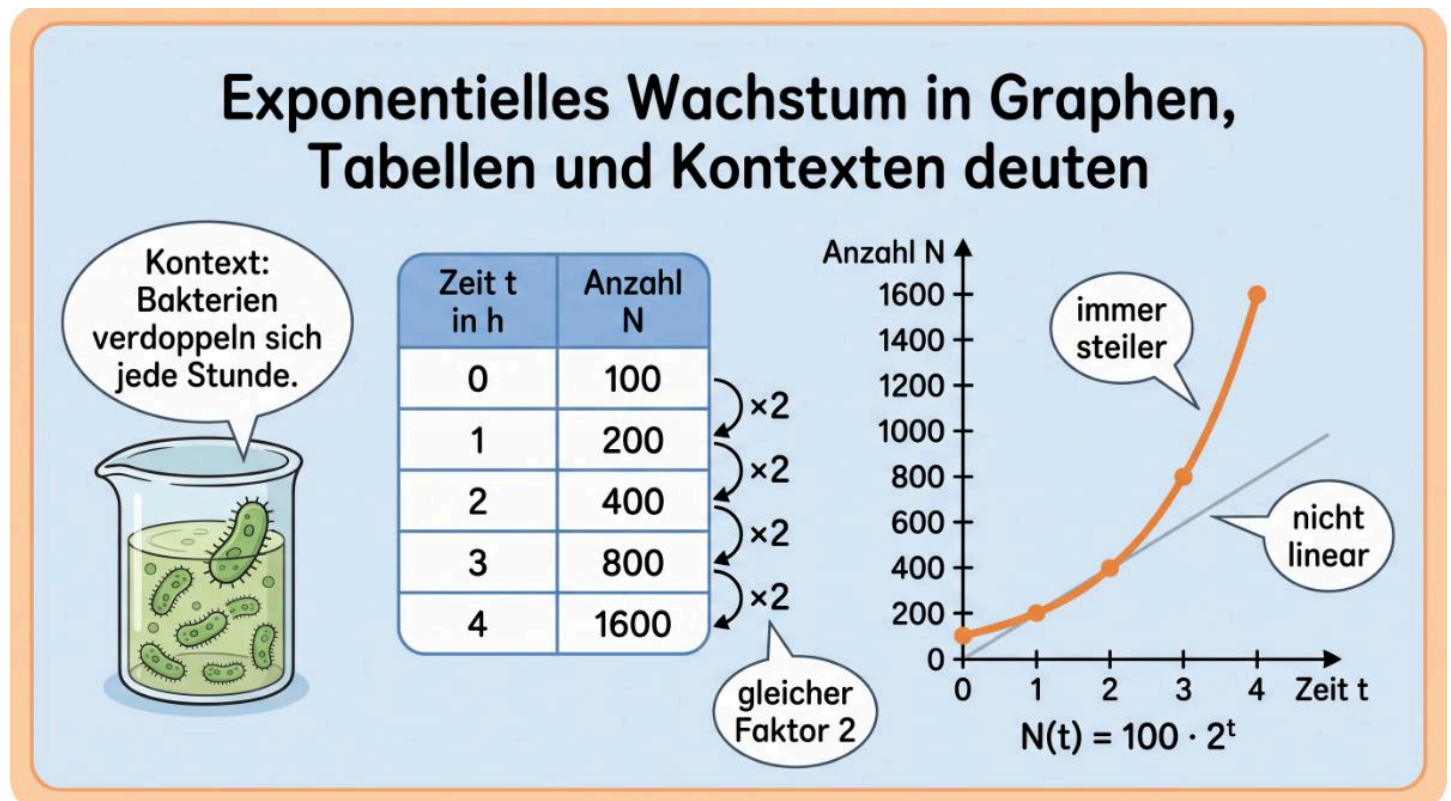
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 6, 6 BE\)](#) 47c515c9-2174-58c7-a844-6865fc67c243

Exponentielles Wachstum in Graphen, Tabellen und Kontexten deuten

Lernziel-ID 31207307-0cf9-4a56-bf14-90196dc2b3d4

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse in Graphen, Tabellen und Sachsituationen am konstanten Faktor bei gleich großen Schritten erkennen und passende Exponentialfunktionen begründet zuordnen.

Geltung

HE: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben

S. 96

af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186

Funktionswerte linearer Funktionen berechnen und deuten

S. 97

e09072f9-67d9-412c-b872-24ecbf329232

Schnittpunkte zweier Geraden berechnen

S. 100

2f598bc7-c117-47d7-bb81-0f08ad679b91

Transformationen von Potenz- und Wurzelfunktionsgraphen beschreiben

S. 621

eb28b403-f9fc-57ea-a793-b455596fdd7

Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten

S. 622

88abc886-cce8-55cf-b86c-eb4ba45a92d7

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

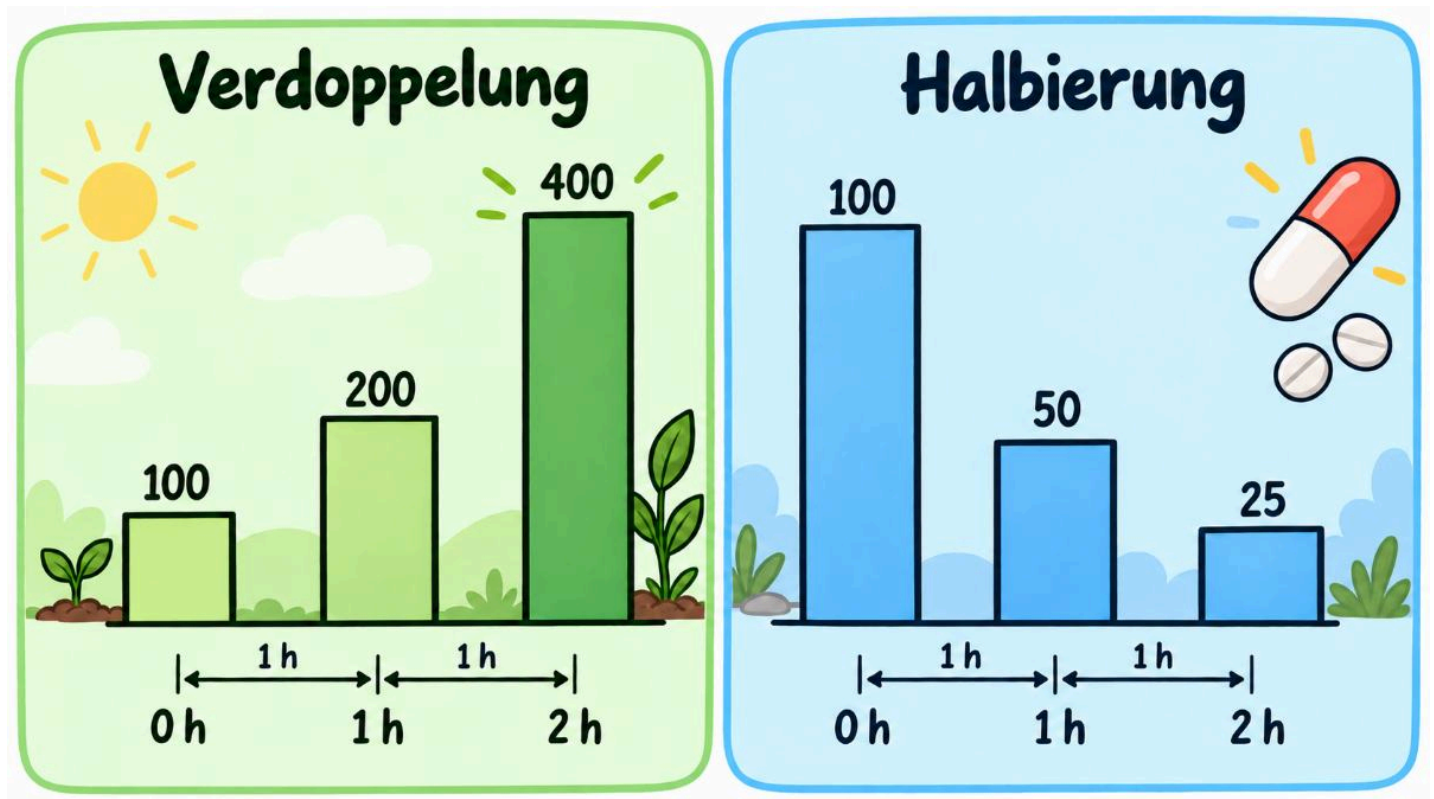
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Verdoppelungs- und Halbwertszeiten bestimmen und deuten

Lernziel-ID c19d1f8f-b297-5a58-b1d4-26d811e4aff4

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für exponentielle Wachstums- und Zerfallsmodelle Verdoppelungszeit beziehungsweise Halbwertszeit bestimmen und die berechnete Faktorzeit im Sachkontext deuten.

Geltung

HE: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Logarithmus definieren und einfache Werte bestimmen

3c1d6ce7-099e-4267-9ff2-3d1526209a89

S. 624

Exponentielle Zunahme und Abnahme beschreiben und von linearem Wachstum abgrenzen

3010d965-b9b9-4dc5-9d04-d706725e9a30

S. 625

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

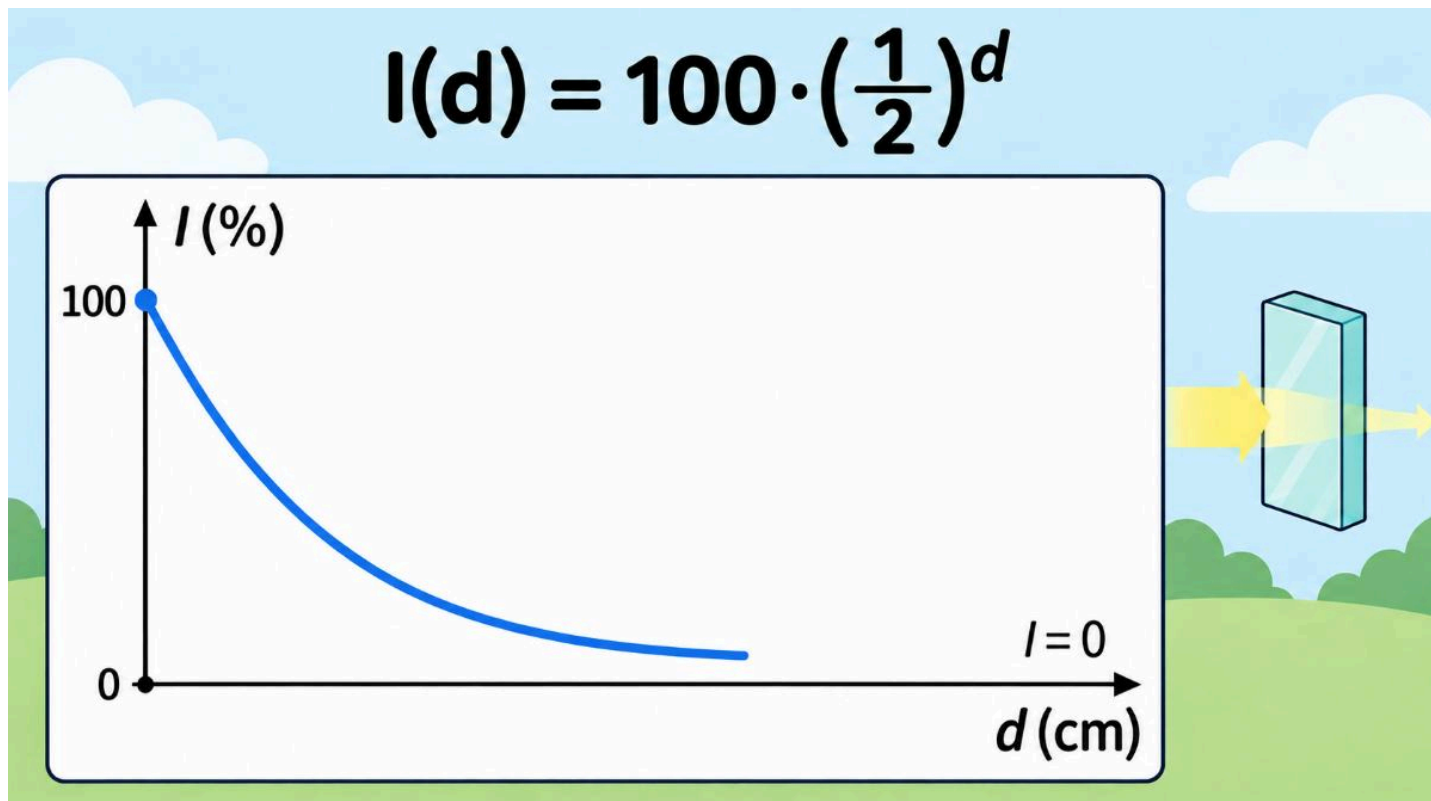
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Asymptotisches Verhalten exponentieller Funktionen deuten

Lernziel-ID 308f19e2-e202-5300-a2fa-1eaa717f4e73

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Verhalten einer exponentiellen Funktion für große positive oder negative Argumente aus ihrem Term und Graphen beschreiben, eine waagerechte Asymptote angeben und ihre Bedeutung im Kontext deuten.

Geltung

HE: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Graphverlauf exponentieller Funktionen der Form $b \cdot a^x$ anhand von a und b beschreiben

78238608-aaaa-4d12-a9de-54f325e9cf6f

S. 627

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Begriffe des Zinseszinses erläutern

Lernziel-ID 367a59ce-a388-5c93-b6f9-a3b0c6c3b45e

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Zahlen und Rechnen

Begriffe des Zinseszinses erläutern

Bei 3% pro Jahr ist der Zinseszins am Anfang klein - nach vielen Jahren wird der Abstand deutlich.

Begriffe

Anfangskapital: $K_0 = 1000 \text{ €}$
Zinssatz: $p = 3\% \text{ pro Jahr}$
Wachstumsfaktor: $q = 1,03$
Formel: $K_n = K_0 \cdot 1,03^n$

Nach 4 Jahren: fast linear

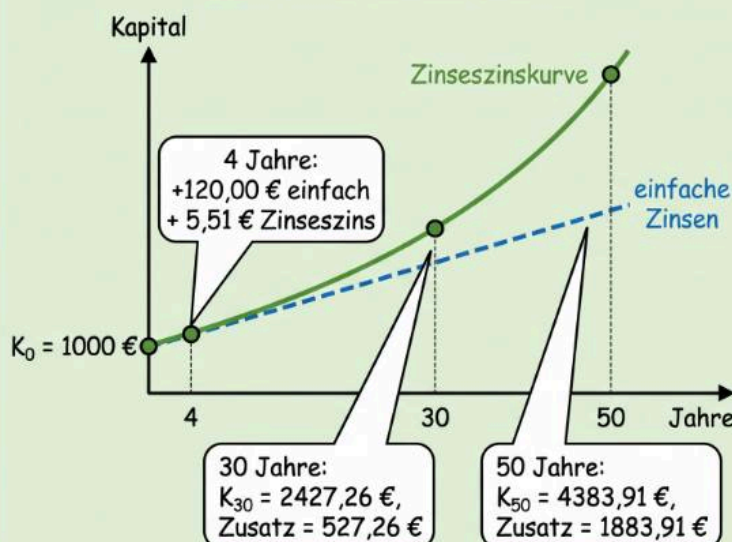
einfache Zinsen: $4 \cdot 30 \text{ €} = 120,00 \text{ €}$
zusätzlicher Zinseszinsanteil: $5,51 \text{ €}$

Endkapital K_4 : $1125,51 \text{ €}$



Der grüne Zusatz ist nach 4 Jahren nur 5,51 €.

Wann wird es deutlich?



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zinssatz, Anfangskapital, Endkapital, Laufzeit und Zinseszins in Wachstums- und Finanzsituationen fachsprachlich erläutern.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Zinsrechnung im Prozentkontext anwenden

bd8fd6d5-7155-45a5-96f0-008a4e9acb3a

S. 86

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) af7905d0-e684-5ea3-99ac-8a045455370e

Taschenrechner situationsgerecht nutzen

Lernziel-ID 314854a0-4e97-462e-9486-9fd83652e91d

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Zahlen und Rechnen

Taschenrechner situationsgerecht nutzen

1) Kopf oder Rechner?



$5 \times 10 = 50$

Kopfrechnen reicht



$487 + 268 = 755$

Rechner sinnvoll, Ergebnis überschlagen $\approx 500 + 250$

2) Plausibilität



Brot 3 Euro

$3 \div 10 = 0.3$

falsch/unplausibel

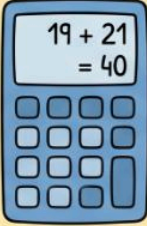


10 Brote

$3 \times 10 = 30$

richtig/plausibel

3) Kontrollrechnung



$19 + 21 = 40$

Kontrollrechnung $20 + 20 = 40$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Taschenrechner in geeigneten Rechen- und Sachsituationen situationsgerecht einsetzen, Ergebnisse plausibilisieren und einfache Kontrollrechnungen nutzen.

Geltung

HE: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

ca623958-c204-5d1b-bdd0-3f76765674cb

S. 30

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

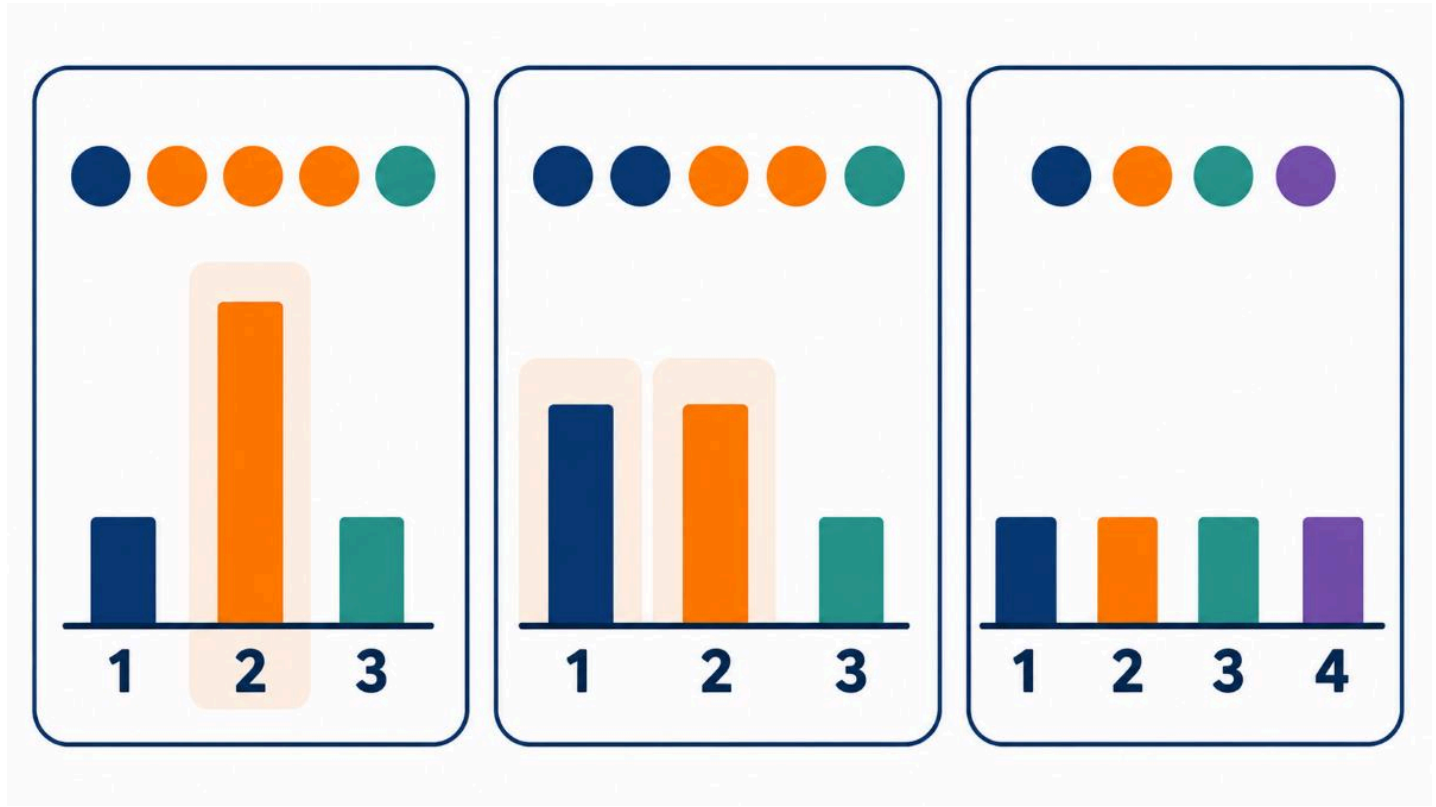
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 7, 5 BE\)](#) 3ce97753-f442-52c5-882c-bf78a5be9925

Modalwert bestimmen und im Kontext deuten

Lernziel-ID 03703b29-efd8-57e0-acf5-4381b1dc67ec

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Daten und Statistik



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einer überschaubaren Datenmenge oder Häufigkeitsdarstellung die am häufigsten vorkommende Ausprägung als Modalwert bestimmen, mehrere gleich häufige Modalwerte oder das Fehlen eines eindeutigen Modalwerts erkennen und den Befund im Sachkontext deuten.

Geltung
HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Absolute und relative Häufigkeiten bestimmen und darstellen
91571d3f-3651-4477-ba21-320fc4077453

S. 61

Wird direkt vorausgesetzt von

Lageparameter für Datenanalysen auswählen und vergleichen
616c72a4-972d-5cc0-b903-e2a240cb150c

S. 647

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Modalwerte in Daten erkennen und deuten](#) f1050f11-50bb-52ce-a406-4563ad976cc4

Lageparameter für Datenanalysen auswählen und vergleichen

Lernziel-ID 616c72a4-972d-5cc0-b903-e2a24bcb150c

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik >

Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Kenngrößen > Stichprobenkennwerte bestimmen und deuten

Lageparameter für Datenanalysen auswählen und vergleichen



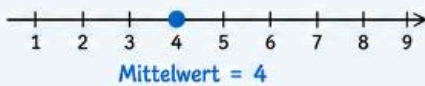
Gemeinsamer Datensatz (mit Ausreißer): 2, 3, 3, 4, 8



1. Arithmetisches Mittel (Durchschnitt)



$$\text{Mittelwert} = \frac{(2 + 3 + 3 + 4 + 8)}{5} = \frac{20}{5} = 4$$



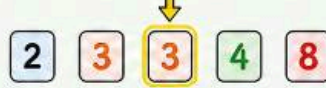
Mittelwert = 4



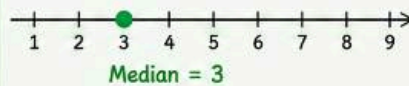
Empfindlich gegenüber Ausreißern:
Der hohe Wert 8 zieht den Mittelwert nach oben.



2. Median (Zentralwert)



Sortiert (aufsteigend): 2, 3, 3, 4, 8
Der mittlere Wert (3. von 5) ist 3.



Median = 3



Robust gegenüber Ausreißern:
Die Position des mittleren Werts bleibt gleich.



3. Modalwert (Häufigster Wert)



Häufigkeiten:

2 → 1× 3 → 2× 4 → 1× 8 → 1×



Der Wert 3 kommt am häufigsten vor (2-mal) und ist daher der Modalwert.

Modalwert = 3



Entscheidungshilfe: Welchen Lageparameter nutzen?

• **Mittelwert:** geeignet bei symmetrischen Daten ohne starke Ausreißer (z. B. Durchschnittsnote, Durchschnittszeit).

• **Median:** geeignet bei schiefen Daten oder mit Ausreißern (z. B. Einkommen, Hauspreise).

• **Modalwert:** geeignet bei kategorialen Daten oder zur Bestimmung der häufigsten Ausprägung (z. B. Lieblingsfarbe, Schuhgröße).



Es gibt keinen „besten“ Lageparameter – die Wahl hängt von der Datenfrage und dem Einfluss von Ausreißern ab.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann arithmetisches Mittel, Median und Modalwert hinsichtlich ihrer Aussagekraft und ihrer Empfindlichkeit gegenüber Ausreißern vergleichen, zu einer gegebenen Datenfrage einen passenden Lageparameter auswählen und die Wahl im Sachkontext begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Median bestimmen und mit dem arithmetischen Mittel vergleichen

S. 92

Modalwert bestimmen und im Kontext deuten

S. 646

Wird direkt vorausgesetzt von

Experimentdaten mit Kenngrößen auswerten

S. 648

Veröffentlichte Erhebungen kritisch beurteilen

S. 649

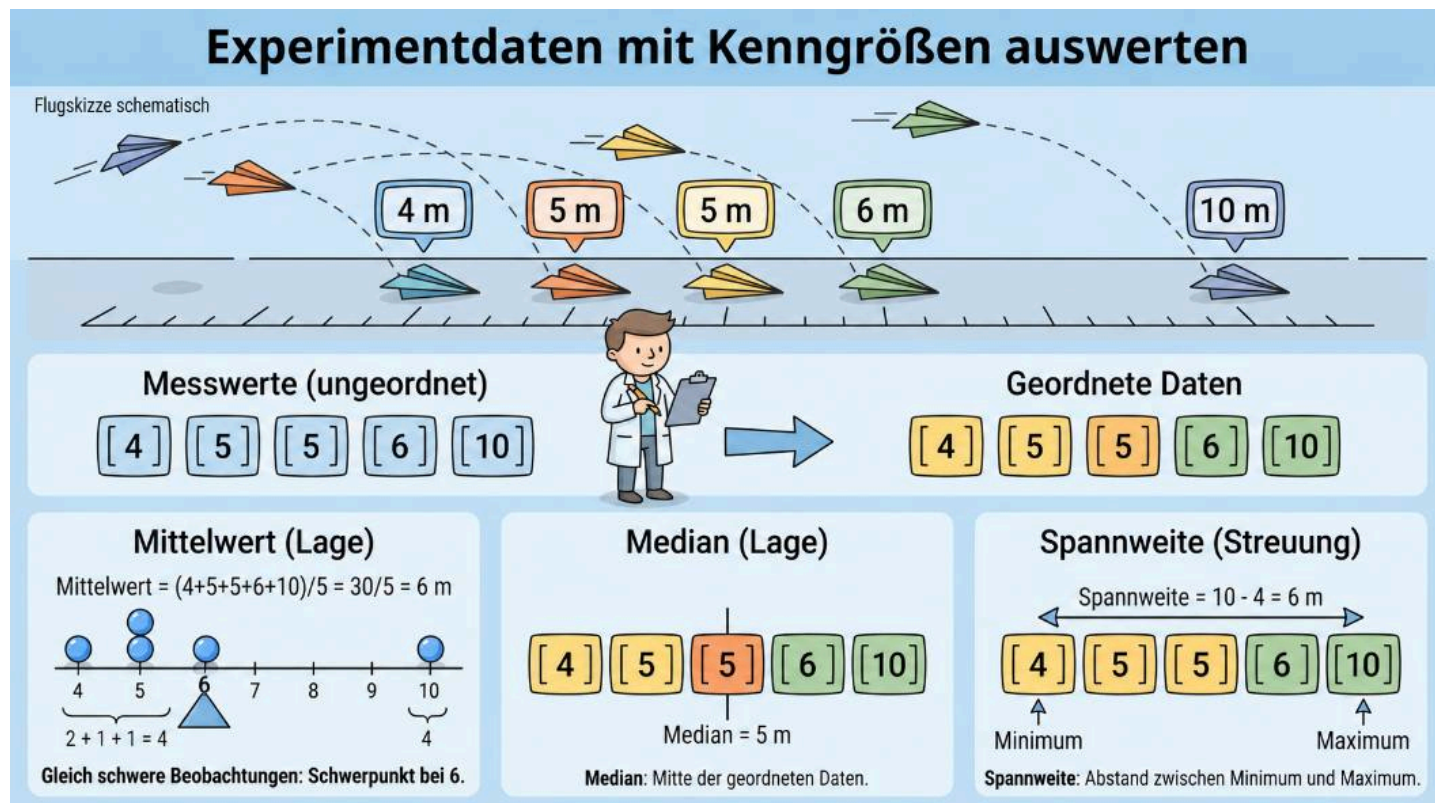
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Experimentdaten mit Kenngrößen auswerten

Lernziel-ID aeb947a2-2dd4-5017-a429-0d777e22db6a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich > Zufallsexperimente statistisch auswerten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Lage- und Streuungsmaße aus Experimentdaten berechnen und die Ergebnisse im Kontext interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

S. 476

Daten tabellarisch und grafisch aufbereiten

83a5546e-0ea6-576e-83e2-3387b30872bb

S. 481

Lageparameter für Datenanalysen auswählen und vergleichen

616c72a4-972d-5cc0-b903-e2a24bcb150c

S. 647

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

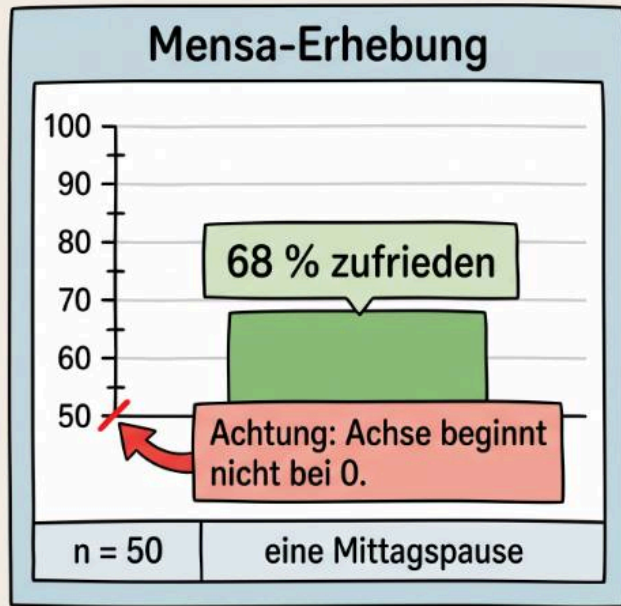
[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

Veröffentlichte Erhebungen kritisch beurteilen

Lernziel-ID 75efcc7c-3c96-47c6-a681-1e9337862a20

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Hypothesentests und Statistik > Statistik und weitere Wahrscheinlichkeitsverteilungen > Q3.5 Statistik: Datenanalyse und Modellvergleich > Zufallsexperimente statistisch auswerten > Statistische Erhebungen planen, auswerten und kritisch beurteilen

Veröffentlichte Erhebungen kritisch beurteilen



Fünf Prüffragen



1. Wer wurde befragt?



2. Wie wurde die Stichprobe gezogen?



3. Ist die Frage neutral formuliert?



4. Beginnt die Diagrammachse bei 0?



5. Was darf man daraus schließen?



Eine kleine Gelegenheitsstichprobe aus einer Mittagspause ist nicht automatisch für die ganze Schule repräsentativ.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann veröffentlichte Erhebungen anhand von Erhebungsdesign, Stichprobe, Darstellung und Aussagekraft kritisch beurteilen und statistische Schlussfolgerungen fachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Streuungsmaße von Daten bestimmen und deuten

e402f330-8ac6-525f-b3ff-bc4be229d131

S. 476

Daten tabellarisch und grafisch aufbereiten

83a5546e-0ea6-576e-83e2-3387b30872bb

S. 481

Lageparameter für Datenanalysen auswählen und vergleichen

616c72a4-972d-5cc0-b903-e2a24bcb150c

S. 647

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Statistische Daten und Verteilungen abgleichen](#) c83dc2d1-f44f-5fae-86ce-280c68c3c55e

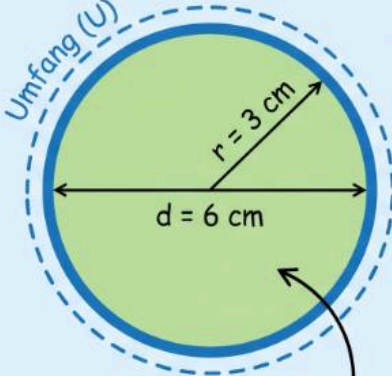
Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Kreisteilen berechnen

Lernziel-ID 8064088b-dc0a-4a67-ad63-360fdcc9869d

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Umfang & Flächeninhalt: Kreise & Kreisteile

Kreis (Vollkreis)



Umfang (U)

Fläche

Umfang

Zaunlänge (U)

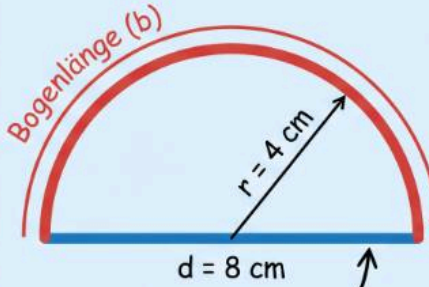
Gartenfläche (A)

$U = 2 \cdot \pi \cdot r = 6\pi \text{ cm} \approx 18,85 \text{ cm}$

Flächeninhalt (A)

$A = \pi \cdot r^2 = 9\pi \text{ cm}^2 \approx 28,27 \text{ cm}^2$

Kreisteil (Halbkreis)



Bogenlänge (b)

Bogenlänge (b)

Gesamtumfang

Bogenlänge

Gesamtumfang

$b = \pi \cdot r = 4\pi \text{ cm} \approx 12,57 \text{ cm}$

Gesamtumfang

$b + d = 4\pi \text{ cm} + 8 \text{ cm} \approx 20,57 \text{ cm}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Umfänge von Kreisen und Kreisteilen sowie Flächeninhalte von Kreisen berechnen und Ergebnisse in passenden Sachsituationen deuten.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Flächeninhalte ebener Figuren berechnen

87c55be5-06a9-41e2-a0d4-c60f7c8b8078

S. 54

Wird direkt vorausgesetzt von

Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten

f65ab452-1884-57b0-9be3-c7d9e4944891

S. 651

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

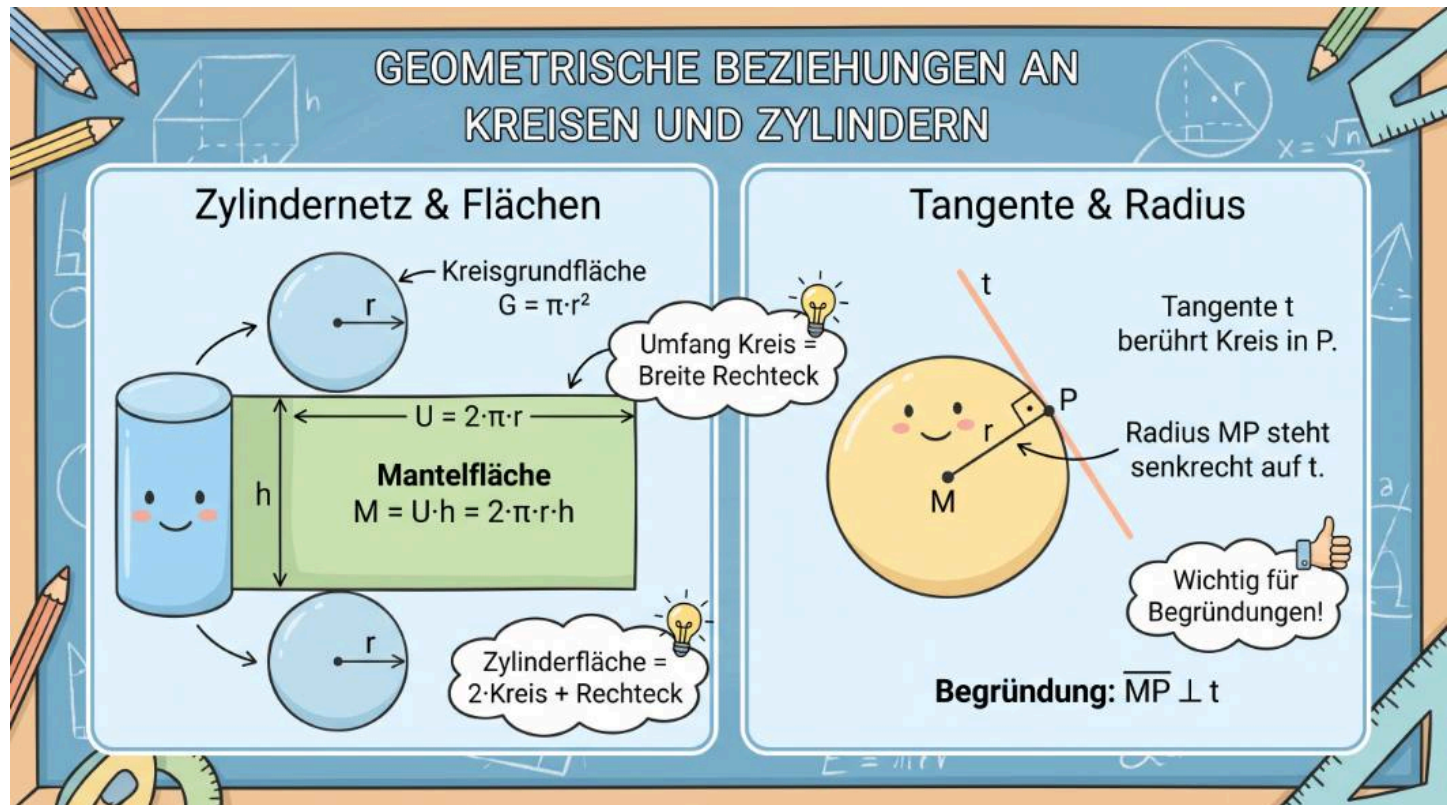
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Aufgabe 3 (Jahrgangsstufe 7, 5 BE) 4ef1ec52-d99a-5ae4-9e7e-dc5568f0613b

Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten

Lernziel-ID f65ab452-1884-57b0-9be3-c7d9e4944891

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 8 > Weitere Kompetenzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann im Netz eines geraden Kreiszylinders begründen, dass eine Seite des Mantelrechtecks dem Umfang $2\pi r$ der Grundfläche und die andere der Höhe h entspricht, und daraus die Mantelfläche $M = 2\pi rh$ herleiten.

Geltung

BY: Sek. I · G9

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Darstellungsformen gerader Körper verknüpfen 11c88ea2-8502-5008-bec2-3e491c75ace4	S. 72	Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und Kreisteilen berechnen 8064088b-dc0a-4a67-ad63-360fdcc9869d	S. 650
---	-------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Pyramiden und Kegel darstellen, Netze nutzen und Fachbegriffe verwenden 74d29d0c-80b3-4d46-a5f5-3c2f609e8483	S. 652	Rotationskörper beschreiben und deuten b9f2cf6b-f892-46a5-8f0b-2a916f0f2f8e	S. 653	Oberflächeninhalte von Kegeln begründen und berechnen a4f6f5e4-f790-48d1-8b49-c9dc048c9d83	S. 654	Oberflächeninhalte und Volumina von Kugeln deuten und anwenden 1ea06c0c-5c60-45cd-8f31-638de98820b4	S. 660
--	--------	---	--------	--	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 8, 7 BE\)](#) 3045f00d-a5b9-547c-b568-593aeac9ffa3

Pyramiden und Kegel darstellen, Netze nutzen und Fachbegriffe verwenden

Lernziel-ID 74d29d0c-80b3-4d46-a5f5-3c2f609e8483

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper > Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Pyramiden und Kegel in Schrägbildern und Netzen darstellen, Grund- und Mantelflächen fachsprachlich beschreiben und passende Darstellungen sicher nutzen.

Geltung
BB, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten f65ab452-1884-57b0-9be3-c7d9e4944891	S. 651
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Oberflächeninhalte von Kegeln begründen und berechnen a4f6f5e4-f790-48d1-8b49-c9dc048c9d83	S. 654	Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen 9d497a0c-f48d-4a90-8ec8-aeb89ca6d0c5	S. 655	Volumen von Kegeln berechnen 7b860649-373e-5523-9843-ec96b3537f1f	S. 659
--	--------	--	--------	---	--------

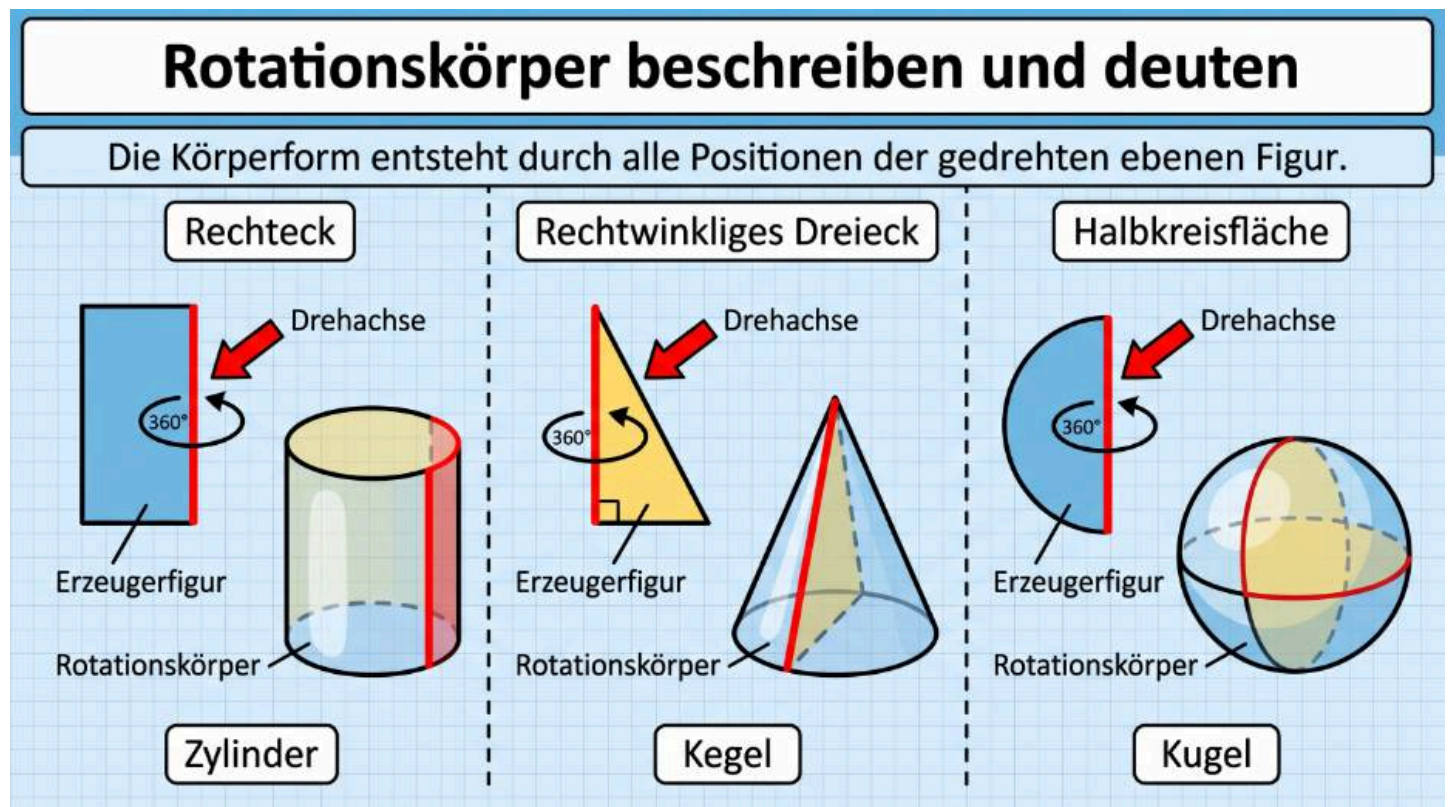
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Rotationskörper beschreiben und deuten

Lernziel-ID b9f2cf6b-f892-46a5-8f0b-2a916f0f2f8e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zylinder, Kegel und Kugeln als Rotationskörper beschreiben, die zugrunde liegenden Drehbewegungen deuten und den Zusammenhang zwischen ebenen Erzeugenden und Körperformen erläutern.

Geltung

BB, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten f65ab452-1884-57b0-9be3-c7d9e4944891	S. 651
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Oberflächeninhalte und Volumina von Kugeln deuten und anwenden 1ea06c0c-5c60-45cd-8f31-638de98820b4	S. 660
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Oberflächeninhalte von Kegeln begründen und berechnen

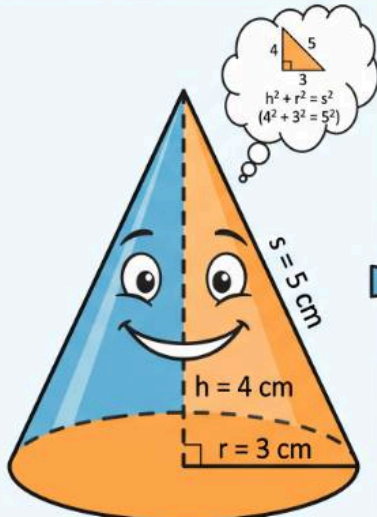
Lernziel-ID a4f6f5e4-f790-48d1-8b49-c9dc048c9d83

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

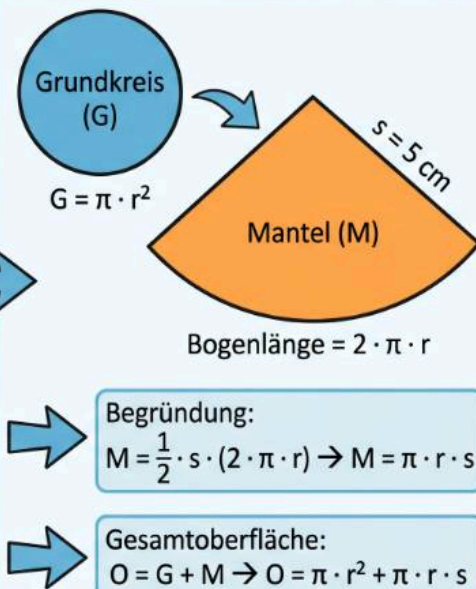
Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen

Oberflächeninhalte von Kegeln begründen und berechnen

1. Der gerade Kreiskegel



2. Das Kegelnetz & Begründung



3. Berechnung (Beispiel $r=3, s=5$)

$$O = G + M$$

$$G = \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

$$M = \pi \cdot (3 \text{ cm}) \cdot (5 \text{ cm}) = 15\pi \text{ cm}^2$$

$$O = 9\pi \text{ cm}^2 + 15\pi \text{ cm}^2 = 24\pi \text{ cm}^2$$

$$O = 24\pi \text{ cm}^2 \approx 75,4 \text{ cm}^2$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Formel für den Oberflächeninhalt eines geraden Kreiskegels mithilfe geeigneter Skizzen oder Netze begründen und sie in Berechnungen sicher anwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Zylindern berechnen

415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3

S. 137

Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten

f65ab452-1884-57b0-9be3-c7d9e4944891

S. 651

Pyramiden und Kegel darstellen, Netze nutzen und Fachbegriffe verwenden

74d29d0c-80b3-4d46-a5f5-3c2f609e8483

S. 652

Wird direkt vorausgesetzt von

Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen

6c122f0e-8017-4ec1-91d6-0d7a1c75f8c9

S. 661

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen

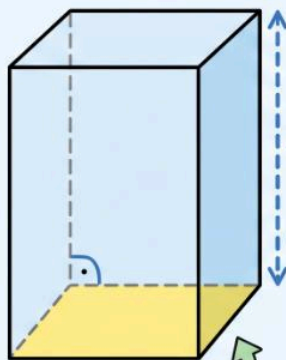
Lernziel-ID 9d497a0c-f48d-4a90-8ec8-aeb89ca6d0c5

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen

Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen

Prisma



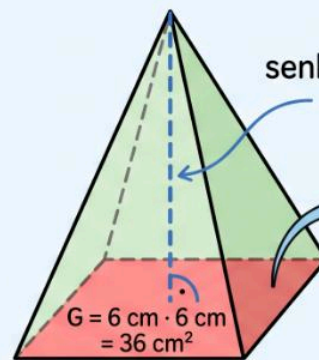
Prismenhöhe
 $h = 7 \text{ cm}$

$V_{\text{Prism}} = G \cdot h$

$20 \text{ cm}^2 \cdot 7 \text{ cm}$
 $= 140 \text{ cm}^3$

Grundfläche
 $G = 20 \text{ cm}^2$

Pyramide (Quadratisch)



senkrechte Höhe
 $h = 9 \text{ cm}$

$V_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

$\frac{1}{3} \cdot 36 \text{ cm}^2 \cdot 9 \text{ cm}$
 $\frac{1}{3} \cdot 36 \text{ cm}^2 \cdot 9 \text{ cm}$
 $= 108 \text{ cm}^3$

$G = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}$
 $= 36 \text{ cm}^2$

$a = 6 \text{ cm}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei Prismen und Pyramiden Grundflächeninhalt und senkrechte Höhe identifizieren, anhand der Körperart die passende Volumenformel $V = G \cdot h$ beziehungsweise $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ auswählen und anwenden sowie Ergebnisse in passenden Volumeneinheiten prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Pyramiden und Kegel darstellen, Netze nutzen und Fachbegriffe verwenden 74d29d0c-80b3-4d46-a5f5-3c2f609e8483	S. 652
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Die Volumenformel schiefer Prismen mit Cavalieri plausibilisieren a506fc1d-b784-546f-90c3-5aae1b819b68	S. 656	Die Volumenformel von Pyramiden begründen 5619ca5b-dc2a-504e-ad89-2e0ca0a83822	S. 657	Volumen von Kegeln berechnen 7b860649-373e-5523-9843-ec96b3537f1f	S. 659	Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen 6c122f0e-8017-4ec1-9106-0d7a1c75f8c9	S. 661
--	--------	--	--------	---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

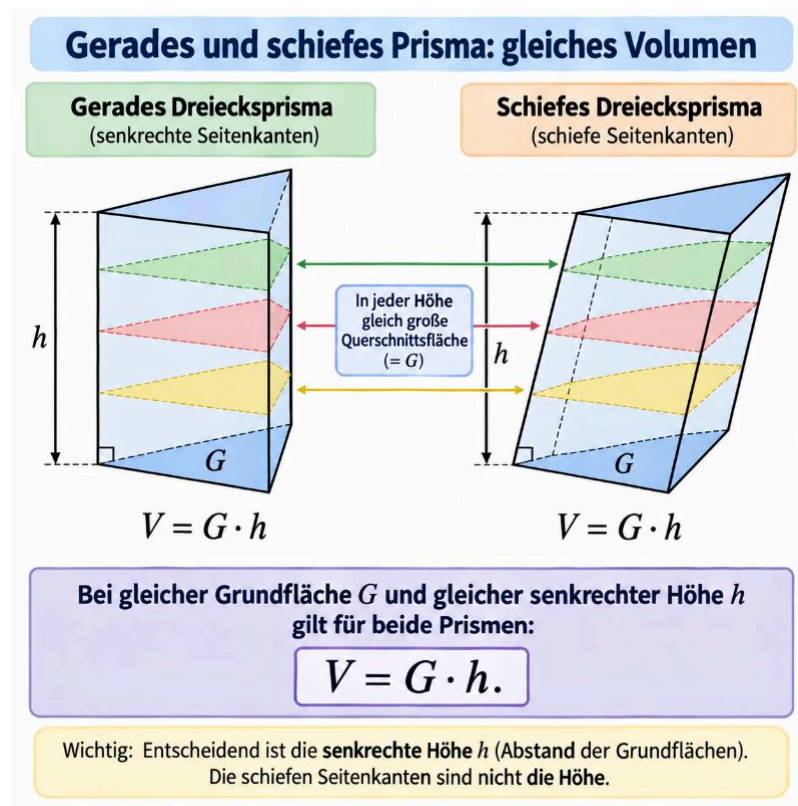
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Die Volumenformel schiefer Prismen mit Cavalieri plausibilisieren

Lernziel-ID a506fc1d-b784-548f-90c3-5aae1b819b68

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Volumen von schiefen Prismen und Pyramiden plausibilisieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mit dem Prinzip von Cavalieri plausibilisieren, warum ein schiefes Prisma mit Grundflächeninhalt G und Höhe h das Volumen $V = G \cdot h$ besitzt.

Geltung

BB, BE, BW, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen

9d497a0c-f48d-4a90-8ec8-aeb89ca6d0c5

S. 655

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

Das Volumen eines schiefen Prismas mit Cavalieri erklären 68ffe46f-7b74-58e0-954b-6b2f83345a82

Die Volumenformel von Pyramiden begründen

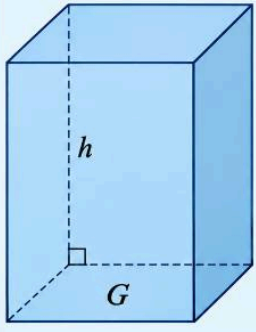
Lernziel-ID 5619ca5b-dc2a-504e-ad89-2e0ca0a83822

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Volumen von schiefen Prismen und Pyramiden plausibilisieren

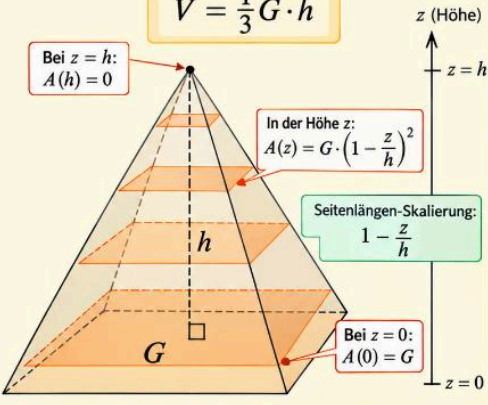
Das Volumen der Pyramide aus vielen dünnen Schichten
Gleiche Grundfläche G und gleiche Höhe h wie beim Prisma – aber immer kleinere Querschnitte.

Prisma
 $V = G \cdot h$



Quadratisches Prisma mit Grundfläche G und Höhe h .

Pyramide
 $V = \frac{1}{3} G \cdot h$



Quadratische Pyramide mit Grundfläche G und Höhe h . Die eingezeichneten Ebenen sind nur einige Beispiele für viele sehr dünne, waagerechte Schichten.

Idee der dünnen Schichten:
Eine dünne Schicht in der Höhe z mit Dicke Δz trägt ungefähr $A(z) \cdot \Delta z$ bei.
Immer dünnere Schichten füllen die Pyramide im Grenzfall.

Volumen im Grenzfall:
$$V = \int_0^h G \left(1 - \frac{z}{h}\right)^2 dz = \frac{1}{3} G \cdot h$$

Wichtig: Der Faktor $1/3$ vergleicht die Volumina, nicht die Höhen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Struktur der Formel $V = \frac{1}{3} G \cdot h$ für eine Pyramide durch einen geeigneten Zerlegungs- oder Vergleichsgedanken begründen und den Faktor $\frac{1}{3}$ fachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen

9d497a0c-f48d-4a90-8ec8-aeb89ca6d0c5

S. 655

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumenformel von Kreiskegeln als Grenzfall von Pyramiden plausibilisieren

50612a57-7b9d-45fd-bc08-e95556444760

S. 658

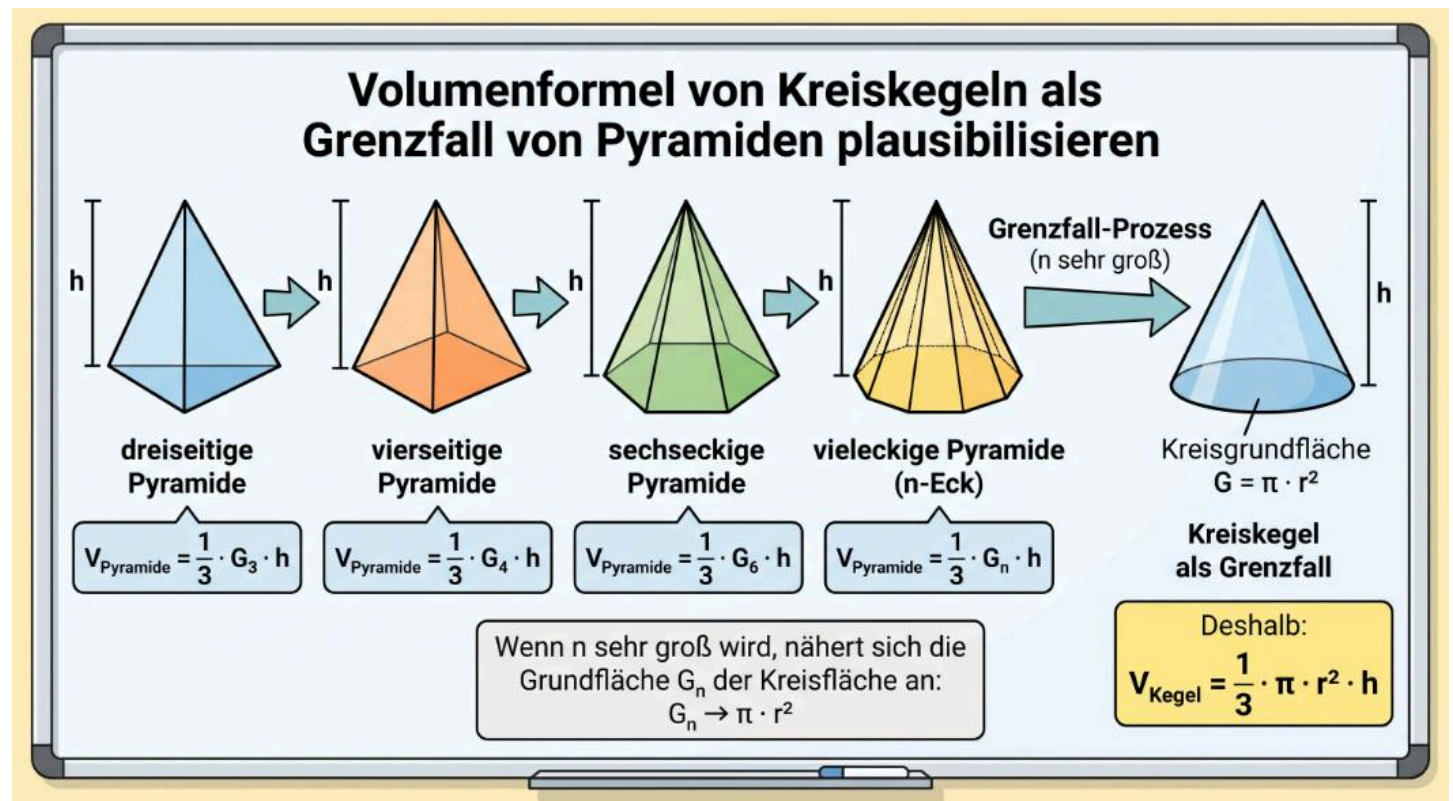
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Volumenformel von Kreiskegeln als Grenzfall von Pyramiden plausibilisieren

Lernziel-ID 50612a57-7b9d-45fd-bc08-e95556444760

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Volumenformel eines geraden Kreiskegels plausibilisieren, indem sie den Körper als Grenzfall geeigneter Pyramiden deutet und den Zusammenhang zur Formel $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ erläutert.

Geltung

BB, BE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Die Volumenformel von Pyramiden begründen](#)

5619ca5b-dc2a-504e-ad89-2e0ca6a83822

S. 657

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

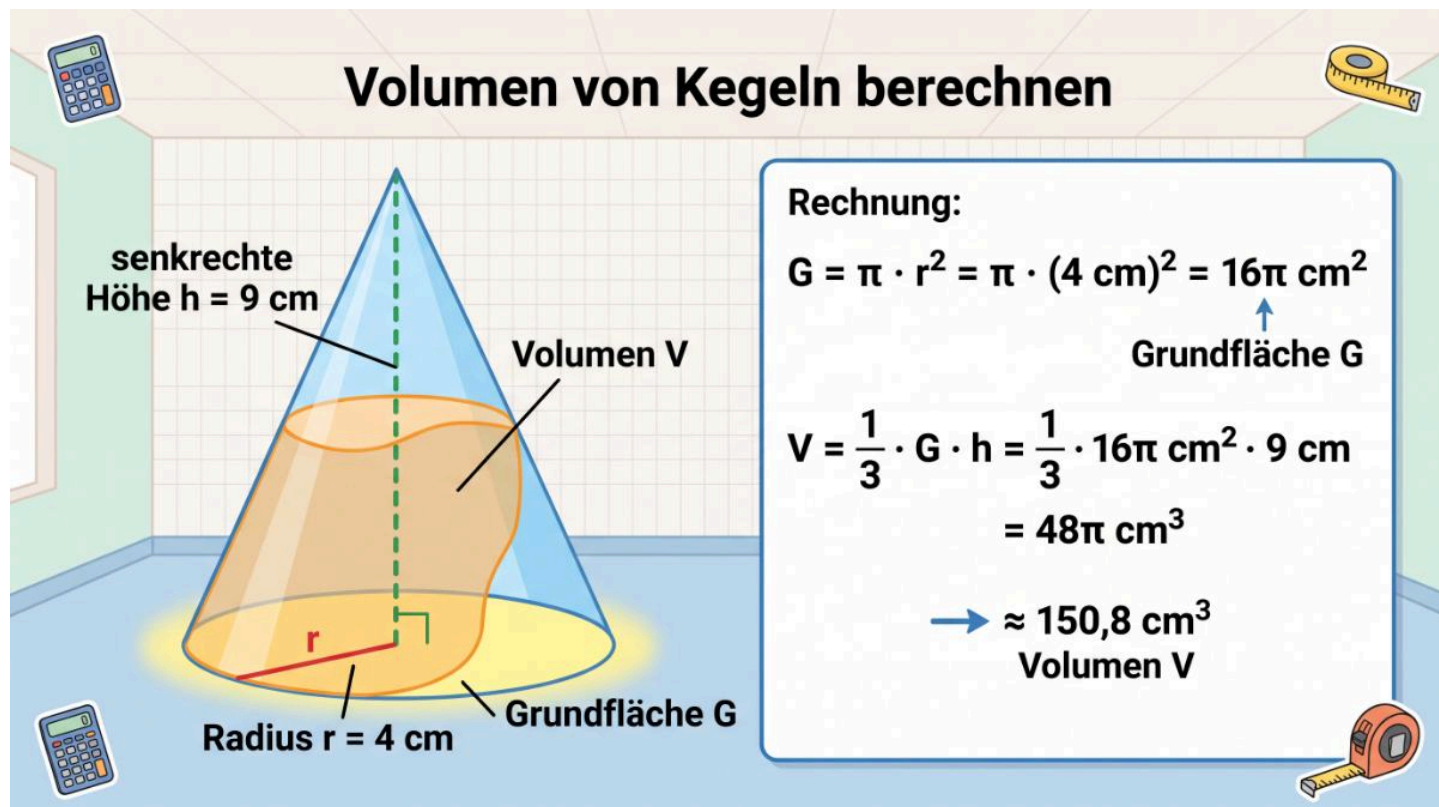
[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) ea664a30-98be-508e-90ac-5304679814ee

Volumen von Kegeln berechnen

Lernziel-ID 7b860649-373e-5523-9843-ec96b3537f1f

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen



Volumen von Kegeln berechnen

senkrechte Höhe $h = 9 \text{ cm}$

Volumen V

Radius $r = 4 \text{ cm}$

Grundfläche G

Rechnung:

$$G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (4 \text{ cm})^2 = 16\pi \text{ cm}^2$$

Grundfläche G

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 16\pi \text{ cm}^2 \cdot 9 \text{ cm}$$
$$= 48\pi \text{ cm}^3$$

→ $\approx 150,8 \text{ cm}^3$ Volumen V

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei geraden Kreiskegeln Grundkreisfläche und senkrechte Höhe identifizieren, die senkrechte Höhe von der Mantellinie unterscheiden, mit $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ das Volumen berechnen und das Ergebnis in passenden Volumeneinheiten prüfen.

Geltung

BB, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Pyramiden und Kegel darstellen, Netze nutzen und Fachbegriffe verwenden

S. 652

Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen

S. 655

Wird direkt vorausgesetzt von

Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen

S. 661

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) ea664a30-98be-508e-90ac-5304679814ee

Oberflächeninhalte und Volumina von Kugeln deuten und anwenden

Lernziel-ID 1ea06c0c-5c60-45cd-8f31-638de98820b4

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen

Oberflächeninhalte und Volumina von Kugeln deuten und anwenden
Kugeln: Struktur verstehen, Größen deuten, sicher anwenden.

OBERFLÄCHENINHALT (O)
Deutung: Gekrümmte Außenhaut

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$
$$O = 4 \cdot \pi \cdot (2 \text{ cm})^2$$
$$O = 4 \cdot \pi \cdot 4 \text{ cm}^2$$
$$O = 16\pi \text{ cm}^2$$
$$O \approx 50,3 \text{ cm}^2$$

VOLUMEN (V)
Deutung: Gefüllter Innenraum

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (2 \text{ cm})^3$$
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8 \text{ cm}^3$$
$$V = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$
$$V \approx 33,5 \text{ cm}^3$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Struktur der Formeln für Oberflächeninhalt und Volumen von Kugeln plausibilisieren, ihre Größen geometrisch deuten und sie in einfachen Anwendungen sicher verwenden.

Geltung

BB, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Zylindermantel aus dem Kreisumfang herleiten f65ab452-1884-57b0-9be3-c7d9e4944891	S. 651	Rotationskörper beschreiben und deuten b9f2cf6b-f892-46a5-8f0b-2a916f0f2f8e	S. 653
--	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen 6c122f0e-8017-4ec1-91d6-0d7a1c75f8c9	S. 661
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Raumgeometrische Anwendungen mit Körpern modellieren und lösen

Lernziel-ID 6c122f0e-8017-4ec1-91d6-0d7a1c75f8c9

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Raumgeometrie, Volumen und Körper >

Raumgeometrische Probleme mit Körpern lösen

Raumgeometrische Anwendungen modellieren: Futtersilo

Volumen (V)

Zylinder:
 $V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h_Z = 20\pi \text{ m}^3$

Kegel:
 $V_K = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_K = 4\pi \text{ m}^3$

Gesamt:
 $V_{\text{gesamt}} = V_Z + V_K = 24\pi \text{ m}^3 \approx 75,4 \text{ m}^3$

Außenfläche Anstrich (A)

Zylindermantel:
 $M_Z = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_Z = 20\pi \text{ m}^2$

Kegelmantel:
 $M_K = \pi \cdot r \cdot s = 2\pi \cdot \sqrt{13} \text{ m}^2 \approx 22,7 \text{ m}^2$

Anstrichfläche:
 $A_{\text{Anstrich}} = M_Z + M_K \approx 85,5 \text{ m}^2$

Ohne Boden & Nahtkreis

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Raumgeometrie-Situationen mit verschiedenen Körpern modellieren, Formeln und geometrische Beziehungen flexibel kombinieren sowie Längen, Winkel, Oberflächen und Volumina in Sachsituationen begründet bestimmen.

Geltung

BB, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Volumen von Zylindern berechnen 415bd48b-8a76-4d4f-bfdd-d085573e7ac3	S. 137	Satz des Pythagoras anwenden 4d78bbcc-89b8-47f0-aa45-516199e4da5d	S. 159	Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck anwenden 71a483ba-9680-4654-bb5e-5ab5427f0919	S. 160	Sinus- und Kosinussatz in allgemeinen Dreiecken anwenden e663cc67-5249-55db-b103-357b58a1ca91	S. 164
Oberflächeninhalte von Kegeln begründen und berechnen a4f6f5e4-f790-48d1-8b49-c9dc048c9d83	S. 654	Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen 9d497a0c-f48d-4a90-8ec8-aeb89ca6d0c5	S. 655	Volumen von Kegeln berechnen 7b860649-373e-5523-9843-ec96b3537f1f	S. 659	Oberflächeninhalte und Volumina von Kugeln deuten und anwenden 1ea06c0c-5c60-45cd-8f31-638de98820b4	S. 660

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

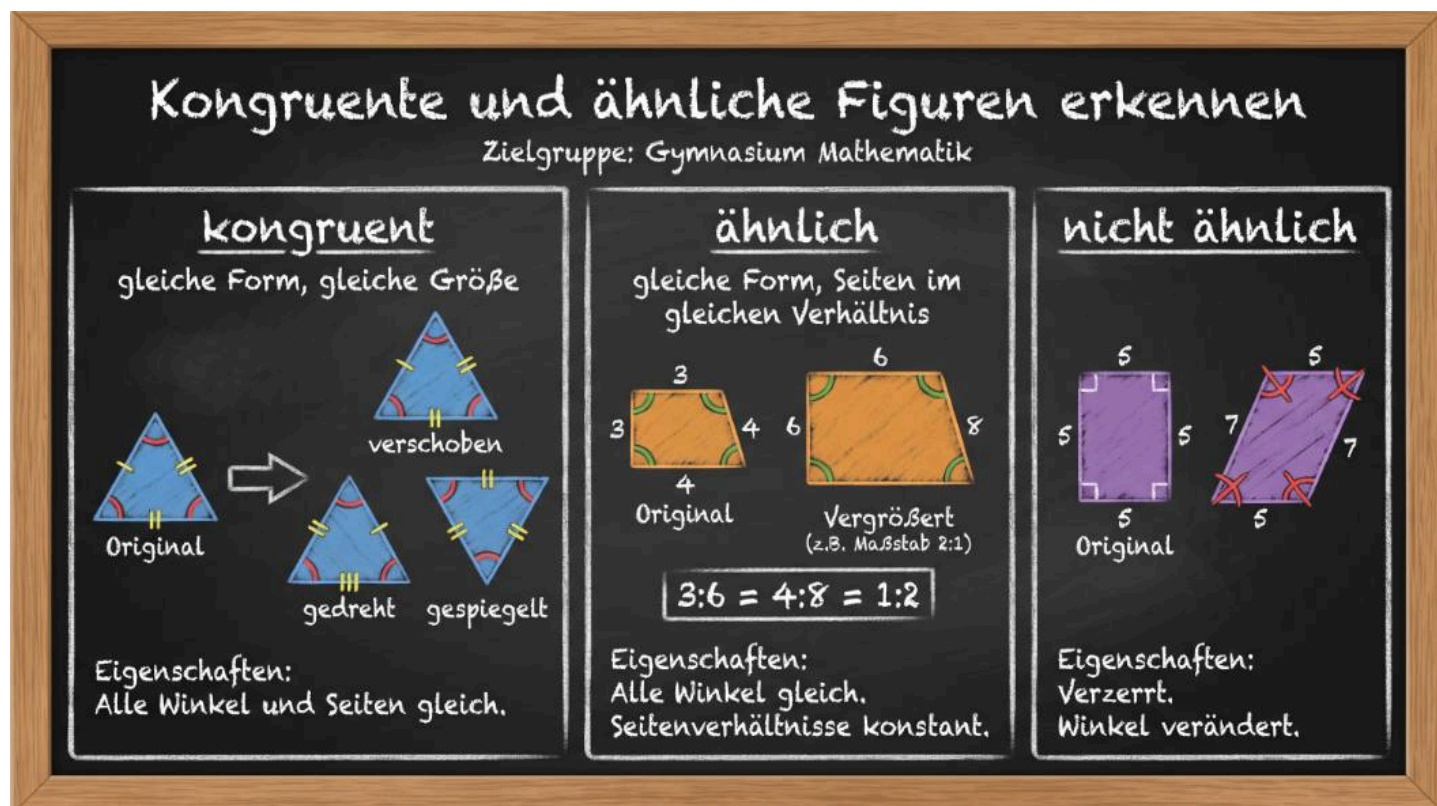
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 5 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) ea664a30-98be-508e-90ac-5304679814ee

Kongruente und ähnliche Figuren erkennen und Eigenschaften geometrischer Abbildungen beschreiben

Lernziel-ID 6833664b-bd8b-44a2-95bc-c0b78ff89e31

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann kongruente und ähnliche Figuren erkennen, Original-Bild-Beziehungen beschreiben und erklären, dass Kongruenzabbildungen Längen und Winkel, Ähnlichkeitsabbildungen Winkel und Längenverhältnisse erhalten.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Symmetrien in Figuren erkennen und beschreiben 8da730f1-8947-498d-9e78-7fb20b00a994	S. 91	Kongruenzsätze anwenden und begründen f0a49da2-018b-4cda-adbd-27047b610a0f	S. 135
---	-------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Kongruente sowie maßstäblich vergrößerte und verkleinerte Figuren zeichnen und begründen 2041f4ec-629d-4a20-9922-6ebf16f8f8fa	S. 670
---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Nichtumkehrbarkeit des zweiten Strahlensatzes mit Gegenbeispiel begründen

Lernziel-ID a4246bef-647c-582f-aaa5-8ccd3120e7ef

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Nichtumkehrbarkeit des zweiten Strahlensatzes mit Gegenbeispiel

Verhältnis $SB : SB' = 1 : 4$.

✗ $SB : SB' \neq 1 : 2$

Kosinussatz:

$$AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2 \cdot SA \cdot SB \cdot \cos \alpha$$

$$= 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{3}{4} = 4 + 1 - 3 = 2.$$

Also $AB = \sqrt{2}$.

$$A'B'^2 = SA'^2 + SB'^2 - 2 \cdot SA' \cdot SB' \cdot \cos \alpha$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{3}{4} = 16 + 16 - 24 = 8.$$

Also $A'B' = 2\sqrt{2}$.

Verhältnis $AB : A'B' = \sqrt{2} : 2\sqrt{2} = 1 : 2$.

Verhältnis $SA : SA' = 2 : 4 = 1 : 2$.

✓ $SA : SA' = AB : A'B'$

✗ FAZIT: AB ist **NICHT parallel zu $A'B'$.**

Die Umkehrung des 2. Strahlensatzes gilt hier **NICHT, obwohl $SA : SA' = AB : A'B'$.**

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann erklären, dass die Umkehrung des zweiten Strahlensatzes im Allgemeinen nicht gilt, und dies an einem geeigneten Gegenbeispiel begründen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden](#)

ffd1ae26-c461-4439-9b18-d835c8f38e1a

S. 145

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

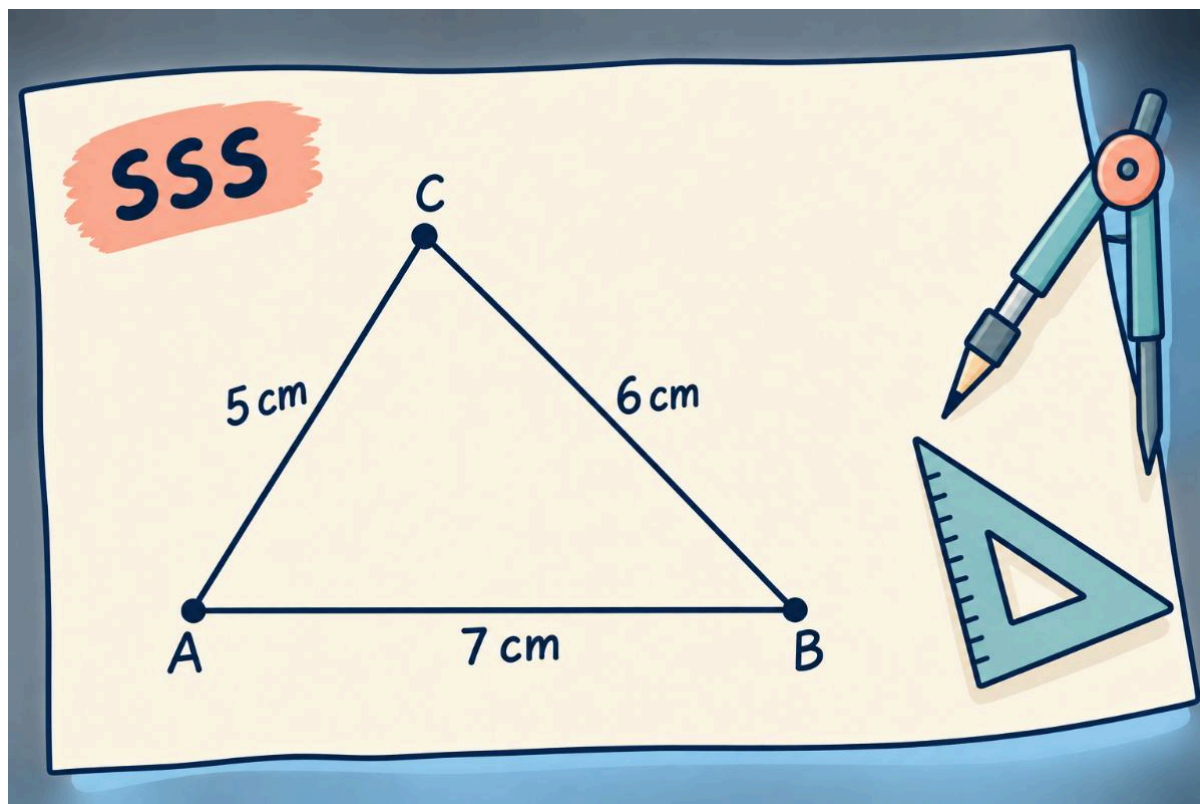
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 9, 6 BE\)](#) 8a360e18-c40f-5e77-a445-1311a8f8430e

Dreiecke aus Kongruenzangaben konstruieren

Lernziel-ID 3017e774-8d9f-5129-828f-7684db5afc1e

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Geometrie](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein durch zulässige Seiten- und Winkelangaben bestimmtes Dreieck mit Geodreieck und Zirkel konstruieren und die Konstruktionsschritte nachvollziehbar dokumentieren.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Winkelzeichnungen und Gradmaße ineinander überführen 2331caf2-ccb2-5492-9fc6-48763b848bae	S. 18	Kongruenzsätze anwenden und begründen f0a49da2-018b-4cda-adbd-27047b610a0f	S. 135
---	-------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Satz des Pythagoras in Konstruktionen und geometrischen Begründungen nutzen 80956a2c-5811-4021-863e-95675bec31f5	S. 665
--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

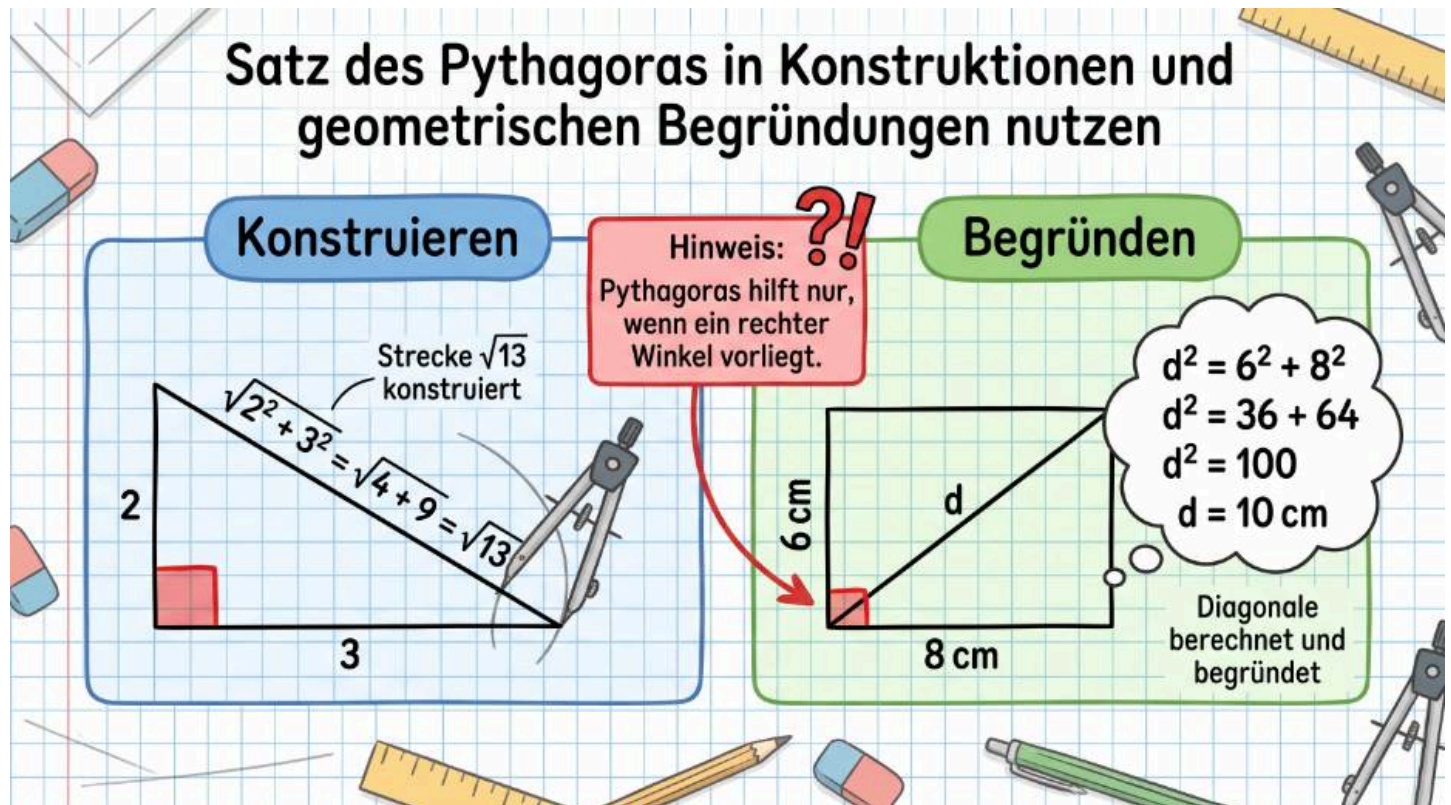
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Dreiecke planen, konstruieren und besondere Linien prüfen](#) 92b246e4-8abc-5c6b-add2-367044181be0

Satz des Pythagoras in Konstruktionen und geometrischen Begründungen nutzen

Lernziel-ID 80956a2c-5811-4021-863e-95675bec31f5

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Satz des Pythagoras beim Konstruieren geometrischer Figuren nutzen, Strecken in rechtwinkligen Dreiecken berechnen und Eigenschaften von Figuren nachvollziehbar begründen.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Dreiecke aus Kongruenzangaben konstruieren

3017e774-8d9f-5129-826f-7684db5aFc1e

S. 664

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

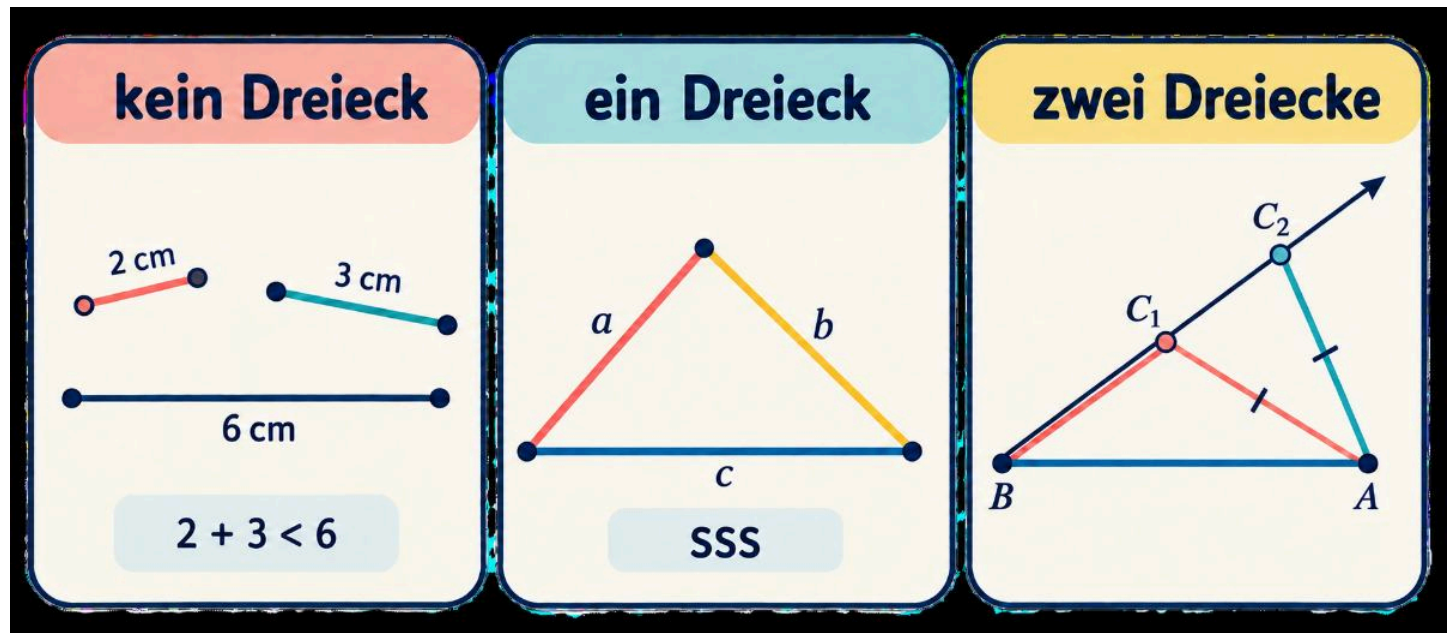
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 9, 6 BE\)](#) fbd97592-d8cc-5de9-a92d-ed2ca4278ce3

Lösbarkeit von Dreieckskonstruktionen begründen

Lernziel-ID 0f6c1df6-0e30-54ae-8098-e9422833ba80

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus gegebenen Seiten- und Winkelangaben mithilfe von Kongruenzsätzen und geometrischen Bedingungen begründen, ob kein Dreieck, genau ein Dreieck bis auf Kongruenz oder mehrere nicht kongruente Dreiecke möglich sind.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Kongruenzsätze anwenden und begründen

S. 135

Besondere Dreiecke untersuchen

S. 136

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

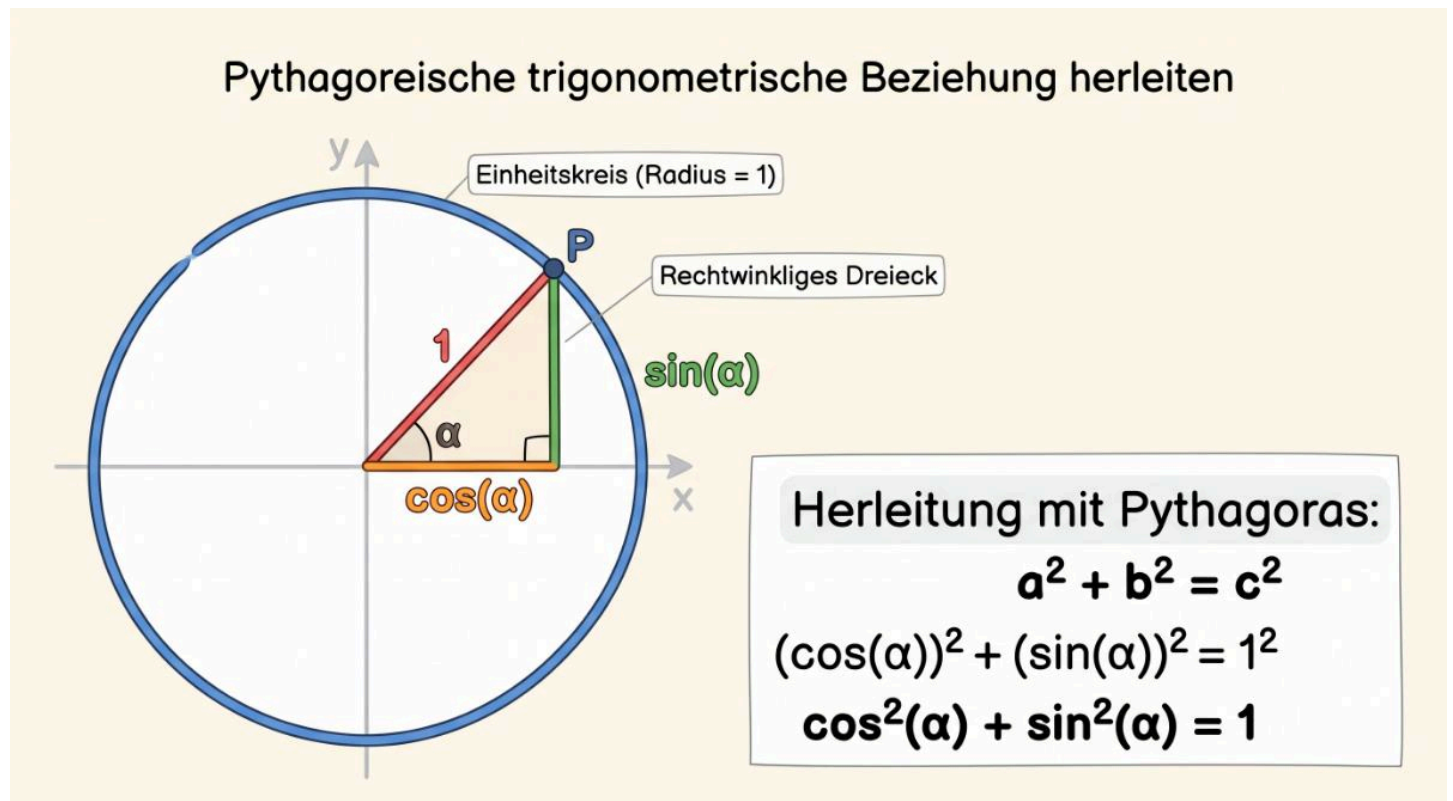
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Dreiecke planen, konstruieren und besondere Linien prüfen](#) 92b246e4-8abc-5c6b-add2-367044181be9

Pythagoreische trigonometrische Beziehung herleiten

Lernziel-ID d9725eb6-6b1f-5674-9f17-3de10f5b1ed8

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Beziehung $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ anschaulich oder rechnerisch herleiten.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Bogenmass deuten und Winkel bestimmen

S. 178

Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben

S. 181

Wird direkt vorausgesetzt von

Komplementwinkelbeziehung von Sinus und Kosinus herleiten

S. 668

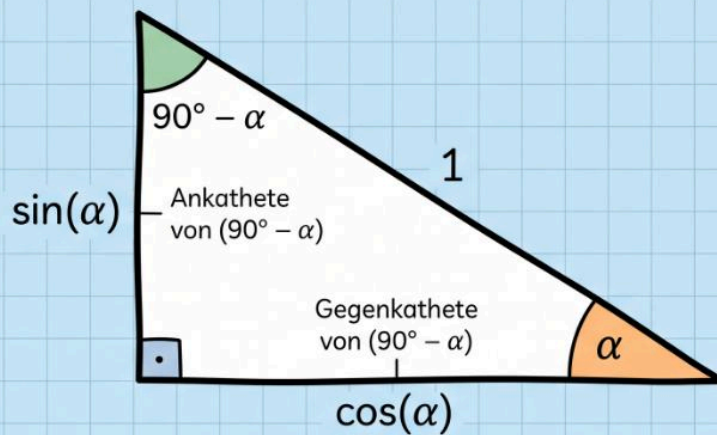
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Komplementwinkelbeziehung von Sinus und Kosinus herleiten

Lernziel-ID 674baaa8-911d-5231-9330-881c5288634f

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie



Komplementwinkelbeziehung von Sinus und Kosinus

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$$

Für den Komplementärwinkel
($90^\circ - \alpha$)

ist die Gegenkathete gleich
der Ankathete von α .

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Beziehung $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$ anschaulich oder rechnerisch herleiten.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis
im Bogenmass deuten und Winkel
bestimmen

S. 178

c8818eae-9c4d-4fa1-9085-04a9c95a668b

Sinus- und Kosinusfunktionen als
periodische Funktionen beschreiben

S. 181

5d17ebb4-4e27-4f9c-8d0b-3520f34b2e11

Pythagoreische trigonometrische
Beziehung herleiten

S. 667

d9725eb6-6b1f-5674-9f17-3de10f5b1ed8

Wird direkt vorausgesetzt von

Tangensquotient herleiten

S. 669

4cba85d3-2e25-5c4b-9c4c-37e5b201dce7

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

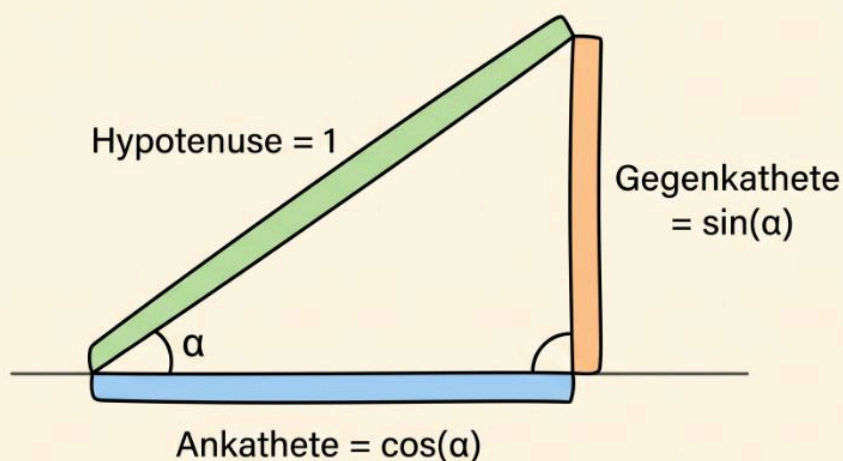
[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Tangensquotient herleiten

Lernziel-ID 4cba85d3-2e25-5c4b-9c4c-37e5b201dce7

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Tangensquotient herleiten



$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

=

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für Winkel mit $\cos(\alpha) \neq 0$ die Beziehung $\tan(\alpha) = \sin(\alpha) / \cos(\alpha)$ anschaulich oder rechnerisch herleiten.

Geltung

BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinuswerte am Einheitskreis im Bogenmass deuten und Winkel bestimmen

S. 178

Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben

S. 181

Komplementwinkelbeziehung von Sinus und Kosinus herleiten

S. 668

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Kongruente sowie maßstäblich vergrößerte und verkleinerte Figuren zeichnen und begründen

Lernziel-ID 2041f4ec-620d-4a20-9922-6ebf16f8f8fa

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann kongruente sowie maßstäblich vergrößerte oder verkleinerte Figuren zeichnen, Geometriesoftware passend nutzen und Eigenschaften geometrischer Objekte mit Kongruenz und Ähnlichkeit begründen.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Maßstabsaufgaben mit gleichartigen Längeneinheiten lösen 79dd11f0-ed20-5b92-a215-b061a2098c0c	S. 32	Kongruente und ähnliche Figuren erkennen und Eigenschaften geometrischer Abbildungen beschreiben 6833664b-bd8b-44a2-95bc-c0b78ff09e31	S. 662
---	-------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

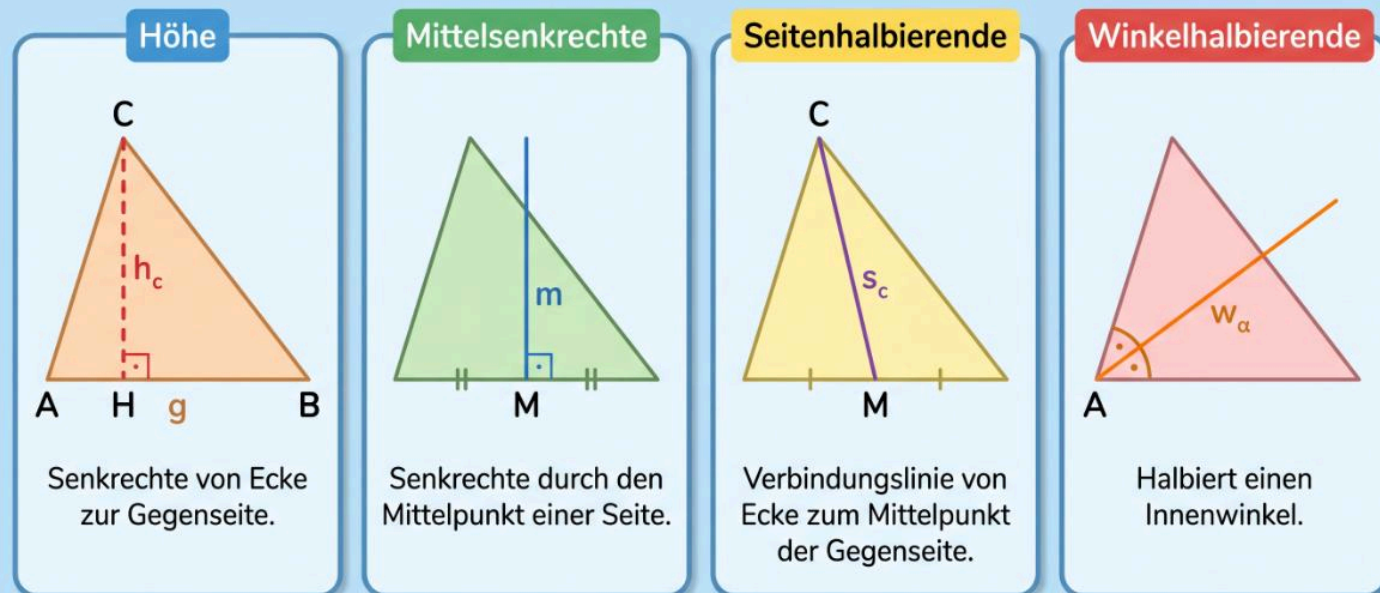
[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 9, 6 BE\)](#) 8a360e18-c40f-5e77-a445-1311a8f8430e

Besondere Linien in Dreiecken beschreiben

Lernziel-ID b37851f1-d64a-47ec-a54a-1e70fa5586a9

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Besondere Linien in Dreiecken beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann besondere Linien in Dreiecken wie Höhe, Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende und Winkelhalbierende erkennen, fachsprachlich beschreiben und in Skizzen zuordnen.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Winkelbeziehungen in Figuren beschreiben und für geometrische Argumentationen nutzen

fc847e6e-5d6d-466f-99fc-ade3a23b9a8e

S. 134

Wird direkt vorausgesetzt von

Höhen in Dreiecken konstruieren

d051857c-0707-544f-ae7a-f20690d182b2

S. 672

Seitenhalbierende in Dreiecken konstruieren

dcda6fdf-108f-5ea1-bce7-6f30d6443517

S. 673

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Dreiecke planen, konstruieren und besondere Linien prüfen](#) 92b246e4-8abc-5c6b-add2-367044181be0

Höhen in Dreiecken konstruieren

Lernziel-ID d051857c-0707-544f-ae7a-f20690d182b2

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem gegebenen Dreieck jede Höhe als Senkrechte durch einen Eckpunkt zur Geraden der gegenüberliegenden Seite konstruieren und die Konstruktion anhand dieser Eigenschaft prüfen.

Geltung
BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9
MV, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83	S. 131	Besondere Linien in Dreiecken beschreiben b37851f1-d64a-47ec-a54a-1e70fa5586a9	S. 671
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

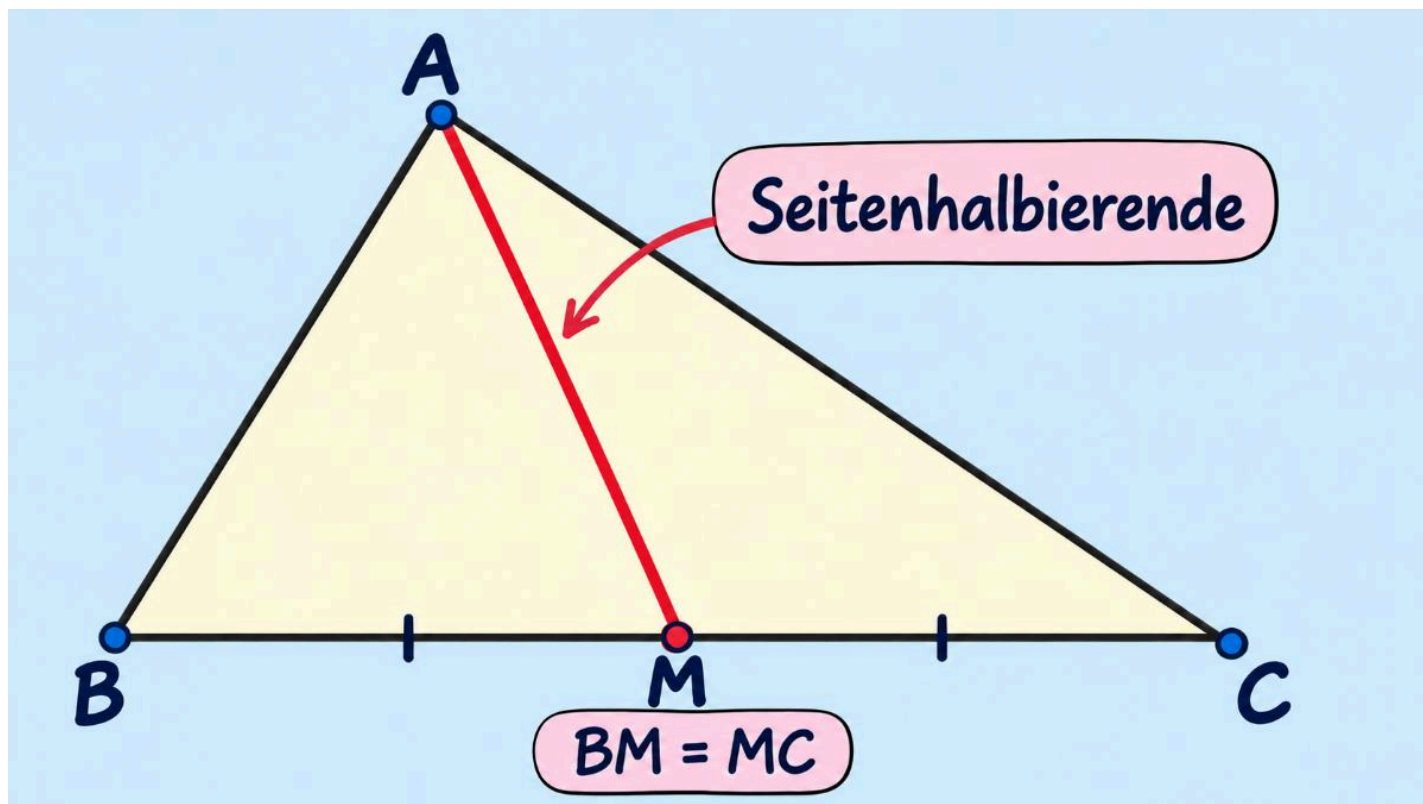
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Dreiecke planen, konstruieren und besondere Linien prüfen](#) 92b246e4-8abc-5c6b-add2-367044181be0

Seitenhalbierende in Dreiecken konstruieren

Lernziel-ID dcda6fdf-108f-5ea1-bce7-6f30d6443517

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem gegebenen Dreieck die Seitenhalbierenden durch Konstruktion der Seitenmittelpunkte und Verbinden mit den gegenüberliegenden Eckpunkten konstruieren und prüfen.

Geltung

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parallele und senkrechte Geraden konstruieren c31d3a7a-778b-5ae3-9aa4-7b5674047f83	S. 131	Mittelsenkrechten konstruieren und begründen 34200b88-c616-58f6-aa03-efb9fd766f88	S. 132	Besondere Linien in Dreiecken beschreiben b37851f1-d64a-47ec-a54a-1e70fa5586a9	S. 671
--	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Dreiecke planen, konstruieren und besondere Linien prüfen](#) 92b246e4-8abc-5c6b-add2-367044181be9

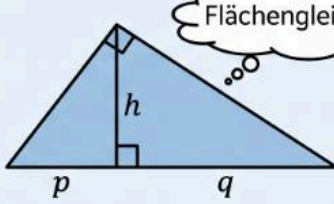
Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

Lernziel-ID 9189339d-1788-406c-a1a4-e0e6b851c4ea

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

1. FORMULIEREN (Formel & Bild)



h^2

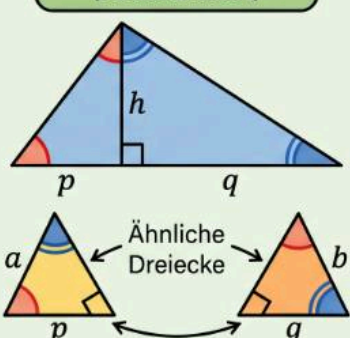
=

$p \cdot q$

h

$h^2 = p \cdot q$

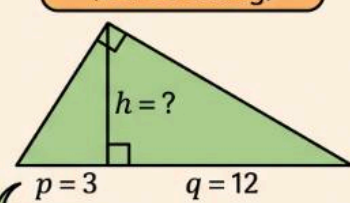
2. BEGRÜNDEN (Ähnlichkeit)



Winkel sind gleich.
Verhältnisse gleich.

$$\frac{h}{p} = \frac{q}{h}$$

3. ANWENDEN (Berechnung)



$p = 3$ $q = 12$

Gegeben: $p = 3, q = 12$
 Gesucht: h
 Formel: $h^2 = p \cdot q$
 Einsetzen: $h^2 = 3 \cdot 12$
 $h^2 = 36$
 Wurzel ziehen: $h = \sqrt{36}$
 Ergebnis: **$h = 6$**

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, aus geeigneten Ähnlichkeits- oder Flächenbeziehungen begründen und zur Berechnung fehlender Streckenlängen anwenden.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, SN, TH: Sek. I · G8

SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden

ffd1ae26-c461-4439-9b18-d835c8f38e1a

S. 145

Satz des Pythagoras anwenden

4d78bbcc-89b8-47f0-aa45-516199e4da5d

S. 159

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 9, 6 BE\)](#) fbd97592-d8cc-5de9-a92d-ed2ca4278ce3

Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

Lernziel-ID d589c036-9280-42b9-aa39-f6aa4ee19786

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, begründen und anwenden

Für Kathete x (zu Abschnitt AH=16):

$$x^2 = c \cdot AH$$
$$\Rightarrow x^2 = 25 \cdot 16 = 400$$
$$\Rightarrow x = 20$$

Für Kathete y (zu Abschnitt HB=9):

$$y^2 = c \cdot HB$$
$$\Rightarrow y^2 = 25 \cdot 9 = 225$$
$$\Rightarrow y = 15$$

Merksatz: Kathete² = Hypotenuse * zugehöriger Hypotenusenabschnitt

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck formulieren, aus geeigneten Ähnlichkeits- oder Flächenbeziehungen begründen und zur Berechnung fehlender Streckenlängen anwenden.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV, SN, TH: Sek. I · G8

SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ähnlichkeit und Strahlensatz anwenden

S. 145

Satz des Pythagoras anwenden

S. 159

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

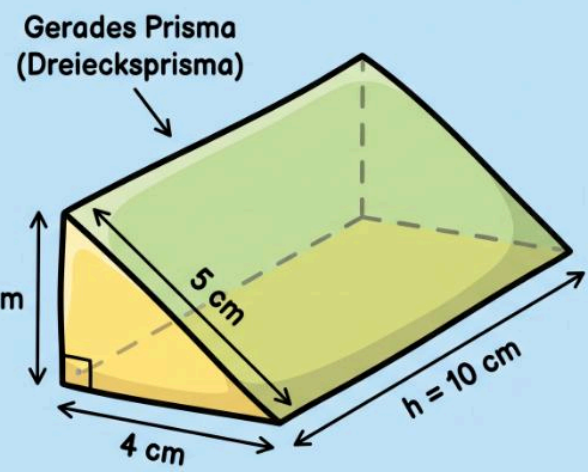
[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 9, 6 BE\)](#) fbd97592-d8cc-5de9-a92d-ed2ca4278ce3

Volumen und Oberflächen gerader Prismen berechnen

Lernziel-ID 59d5a330-61be-4590-ab46-cf7cefec144

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Geometrie

Volumen und Oberflächen gerader Prismen berechnen



Volumen (V)

Grundfläche (G)

$$G = \frac{3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}^2$$
$$V = G \cdot h$$
$$V = 6 \text{ cm}^2 \cdot 10 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^3$$

Oberfläche (O)

Oberfläche = 2 · Grundfläche + Mantelfläche

2 · Grundfläche (2 · G)
 $2 \cdot 6 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}^2$

Mantelfläche (M)

Umfang = 3 cm + 4 cm + 5 cm = 12 cm

$$M = \text{Umfang} \cdot h = 12 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$$
$$O = 2 \cdot G + M$$
$$O = 12 \text{ cm}^2 + 120 \text{ cm}^2 = 132 \text{ cm}^2$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Volumen und Oberflächen gerader Prismen berechnen, dazu Grundflächeninhalte und Höhen bzw. Teilflächen passend bestimmen und Ergebnisse im Sachkontext deuten.

Geltung

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

MV: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Flächeninhalte ebener Figuren berechnen

87c55be5-06a9-41e2-a0d4-c60f7c8b8078

S. 54

Volumeneinheiten deuten und umrechnen

57fbbf31-9b8c-5408-9af5-fbc73acd12bb

S. 56

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) 0dded9c1-643e-57cb-82fc-792b391e9cb8

Größen mit geeigneten Messmitteln erfassen

Lernziel-ID ad26e4d9-b025-57ec-8f25-df4a2415cc62

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Größen und Messen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einer alltagsnahen Situation eine zu messende Größe festlegen, ein geeignetes analoges oder digitales Messmittel auswählen, die Messung durchführen und das Ergebnis mit Einheit und realistischer Messgenauigkeit angeben.

Geltung

BW, HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen](#)

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Eine Länge fachgerecht messen](#) 2c97548a-77d2-57ef-98f7-a6d06aab48c9

Dichte als abgeleitete Größe verwenden

Lernziel-ID 2345ae25-5805-4c72-b830-32e63cc6262a

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Größen und Messen

DICHTE ALS ABGELEITETE GRÖSSE VERWENDEN

1. Verhältnis deuten

Wie "dicht" gepackt?

$m = 1930 \text{ g}$

$\rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$

vorher: 300 cm^3 nachher: 400 cm^3

$V = 400 \text{ cm}^3 - 300 \text{ cm}^3 = 100 \text{ cm}^3$

2. Passende Einheiten verwenden

Masse-Einheit	Volumen-Einheit	Dichte-Einheit
Kilogramm (kg)	Kubikmeter (m^3)	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Gramm (g)	Kubikzentimeter (cm^3)	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
	Liter (l)	$\frac{\text{g}}{\text{l}}$

3. Einfache Sachaufgaben lösen

Gegeben: $m = 1930 \text{ g}$
 $V = 100 \text{ cm}^3$

$\rho = \frac{m}{V}$
 $\rho = \frac{1930 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3}$
 $\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$

Dichte berechnet!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Dichte als Verhältnis von Masse und Volumen deuten, passende Einheiten verwenden und einfache Sachaufgaben zu Dichte lösen.

Geltung

HE: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

ca623958-c204-5d1b-bdd0-3f76765674cb

S. 30

Volumina von Quadern und Würfeln bestimmen

7c978529-ce62-5adc-897f-24ea80babbc8

S. 57

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 7, 7 BE\)](#) 0dded9c1-043e-57cb-82fc-792b391e9cb0

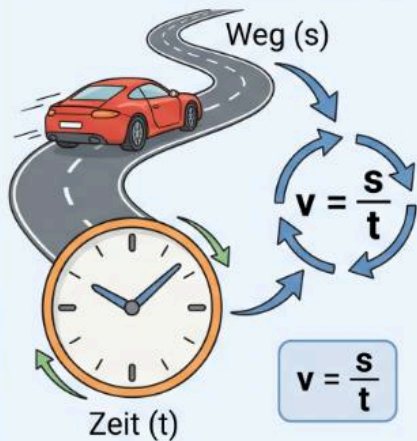
Geschwindigkeit als abgeleitete Größe verwenden

Lernziel-ID 37bf2eb6-75a0-44c1-a988-ca0e203cb072

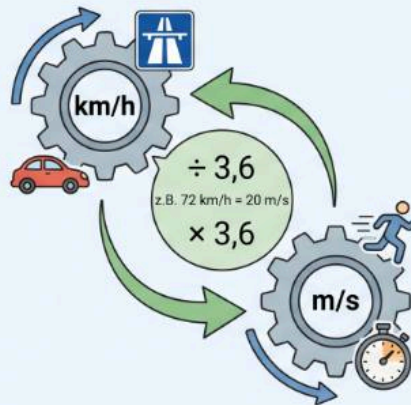
Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Größen und Messen

Geschwindigkeit als abgeleitete Größe

1. Verhältnis: Weg & Zeit



2. Passende Einheiten umrechnen



3. Einfache Sachaufgaben lösen

Gegeben:
 $s = 120 \text{ km}$
 $t = 2 \text{ h}$

Gesucht:
 $v = ?$

Lösung:
$$v = \frac{120 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$$

Antwort: Die Geschwindigkeit beträgt 60 km/h.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geschwindigkeit als Verhältnis von Weg und Zeit deuten, passende Einheiten umrechnen und einfache Sachaufgaben zu Geschwindigkeit lösen.

Geltung

HE: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Mit Größen einheitengerecht rechnen und Ergebnisse deuten

ca623958-c204-5d1b-bdd0-3f76765674cb

S. 30

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

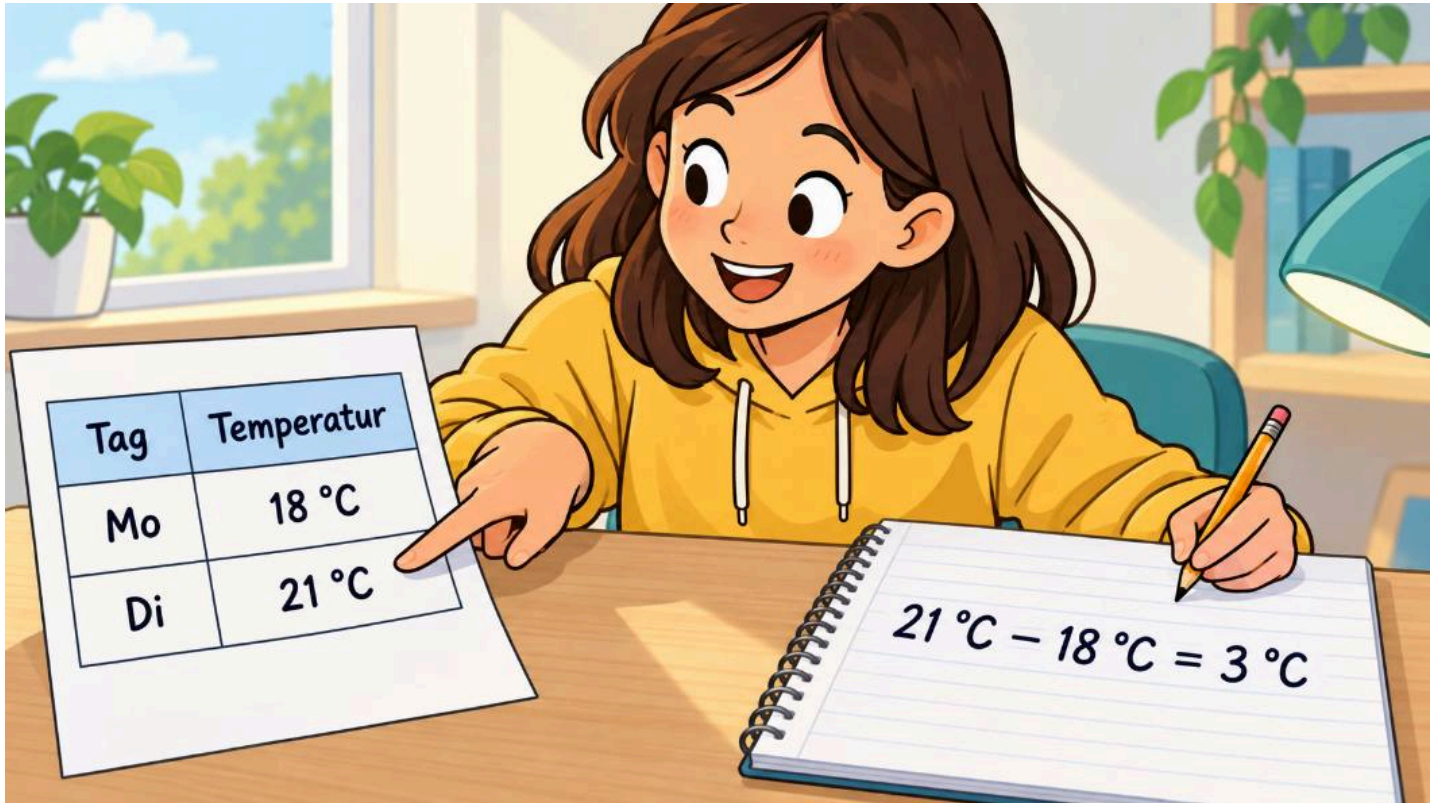
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 7, 5 BE\)](#) 3ce97753-f442-52c5-882c-bf78a5be9925

Maßangaben aus Quellenmaterial entnehmen

Lernziel-ID 25a3cc39-976e-58a5-b882-73baee5c037c

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe I](#) > [Größen und Messen](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Maßangaben aus Tabellen, Skizzen, Karten oder anderem Quellenmaterial entnehmen, ihre Einheit und Bezugsgröße bestimmen und die Angaben für eine mathematische Bearbeitung nutzen.

Geltung

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Größen und Einheiten vergleichen und umrechnen

f2e42af5-67a6-477e-82ea-e65b09cc6cb3

S. 29

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 1 \(Jahrgangsstufe 7, 5 BE\)](#) 3ce97753-f442-52c5-882c-bf78a5be9925

Zählverfahren und kombinatorische Überlegungen für Wahrscheinlichkeiten nutzen

Lernziel-ID 3d8f5e4c-8f7b-49cf-bd83-1d9876db5bf6

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Wahrscheinlichkeit

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Zählverfahren strukturieren, kombinatorische Überlegungen in Sachsituationen einsetzen und sie zur effizienten Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten in endlichen Modellen nutzen.

Geltung
BW, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9
HB, HH, MV, SN: Sek. I · G8
NW, SL: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache Zählprinzipien in Sachsituationen anwenden 2ae76eae-799c-463e-9ec9-82327f8209a8	S. 27	Laplace-Experimente auswerten 5ab17678-bba7-4e6b-9aff-5a909e24d40e	S. 110
---	-------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Aufgabe 6 \(Jahrgangsstufe 10, 10 BE\)](#) e5055665-89ae-5be6-8fc7-42a9e991d63d

Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen

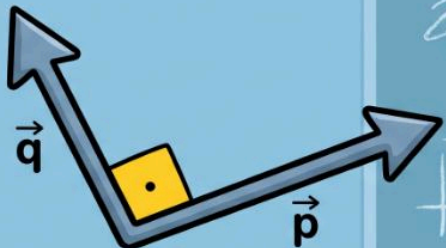
Lernziel-ID 9460c3ff-e72d-4107-bc73-087d217200aa

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen

Berechnung Skalarprodukt

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$
$$\vec{p} \cdot \vec{q} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 2$$
$$\Rightarrow \vec{p} \cdot \vec{q} = 2 + 2 - 4$$
$$= \vec{p} \cdot \vec{q} = 0$$



$\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$ bedeutet:
 $\vec{p}$ und $\vec{q}$ sind **orthogonal**

Merkkarte:
Skalarprodukt 0 $\Leftrightarrow$ Winkel 90 Grad,
sofern beide Vektoren nicht der Nullvektor sind.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Skalarprodukt zweier Vektoren berechnen und den Wert 0 als Kriterium für Orthogonalität deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

S. 364

Wird direkt vorausgesetzt von

Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen S. 683
50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen S. 684
eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af

Symmetrien einfacher Körper untersuchen S. 685
b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen S. 689
ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e

Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen S. 747
18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

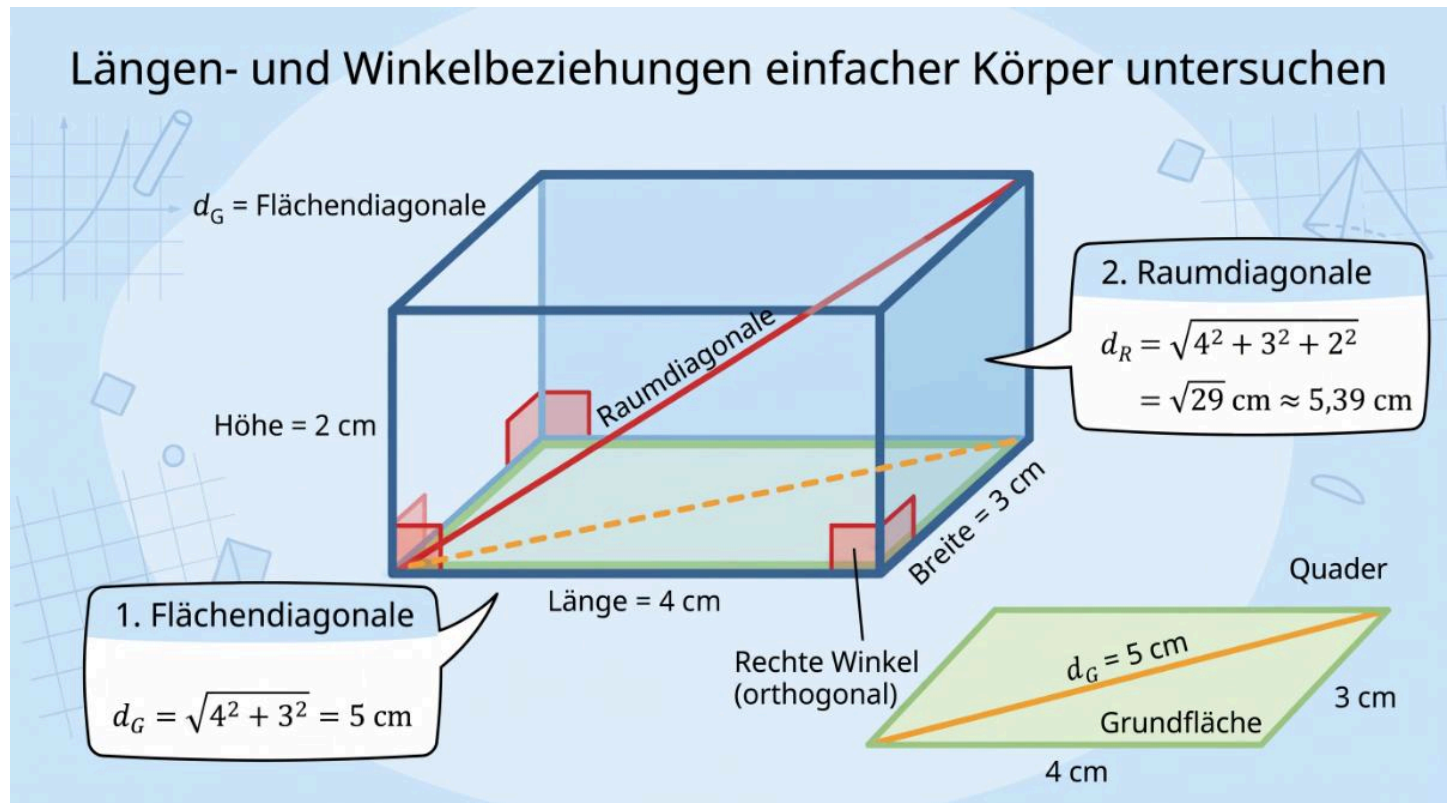
Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen

Lernziel-ID 50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren >

Eigenschaften einfacher geometrischer Körper untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an Würfeln, Quadern, geraden und schiefen Prismen sowie geraden und schiefen Pyramiden Längen- und Winkelbeziehungen aus geometrischen Eigenschaften und geeigneten Vektordarstellungen bestimmen, begründen und deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben d379e28b-d9d5-5cab-b383-318e0499c0c7	S. 373	Streckenlängen im Raum bestimmen 69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec639b7af	S. 381	Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen 9460c3ff-e72d-4107-bc73-087d217200aa	S. 682
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af	S. 684	Körpereigenschaften fachlich begründen 636b3e2d-c687-5469-8850-e085df06878d	S. 686	Volumeninhalt von Körpern berechnen 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9	S. 687	Oberflächeninhalt von Körpern berechnen 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778	S. 688
---	--------	---	--------	--	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen

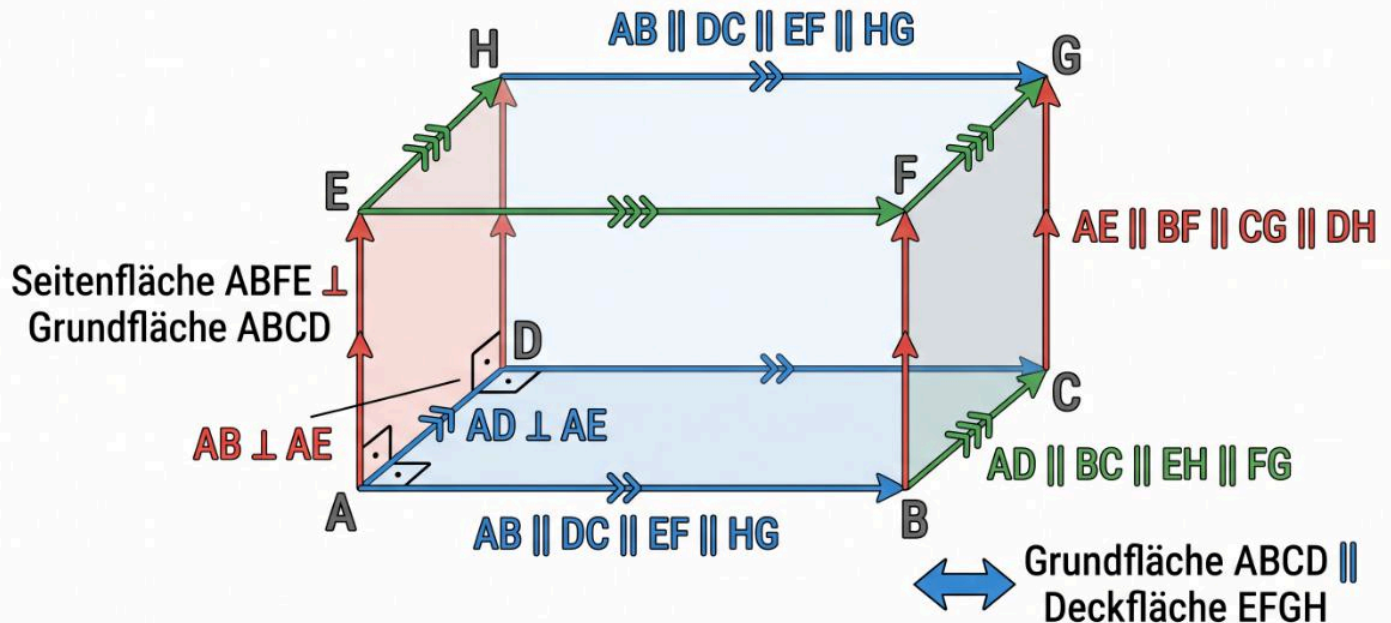
Lernziel-ID eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren >

Eigenschaften einfacher geometrischer Körper untersuchen

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an einfachen geometrischen Körpern Parallelität und Orthogonalität von Kanten, Flächen oder Raumrichtungen untersuchen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben S. 373 d379e28b-d9d5-5cab-b383-318e0499c0c7	Streckenlängen im Raum bestimmen S. 381 69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec839b7af	Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen S. 682 9460c3ff-e72d-4107-bc73-087d217200aa	Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen S. 683 50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6
Symmetrien einfacher Körper untersuchen S. 685 b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2	Körpereigenschaften fachlich begründen S. 686 636b3e2d-c087-5469-8850-e085df06078d	Volumeninhalt von Körpern berechnen S. 687 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9	Oberflächeninhalte von Körpern berechnen S. 688 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Symmetrien einfacher Körper untersuchen

Lernziel-ID b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren > Eigenschaften einfacher geometrischer Körper untersuchen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Symmetrieachsen und Symmetrieebenen einfacher geometrischer Körper bestimmen und fachsprachlich beschreiben.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK
HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Einfache geometrische Körper im Raum beschreiben d379e28b-d9d5-5cab-b383-318e0499c0c7	S. 373	Streckenlängen im Raum bestimmen 69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec839b7af	S. 381	Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen 9460c3ff-e72d-4107-bc73-087d217200aa	S. 682	Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af	S. 684
---	--------	---	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Körpereigenschaften fachlich begründen 636b3e2d-c687-5469-8850-e085df06878d	S. 686	Volumeninhalte von Körpern berechnen 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9	S. 687	Oberflächeninhalte von Körpern berechnen 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778	S. 688
---	--------	---	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Körpereigenschaften fachlich begründen

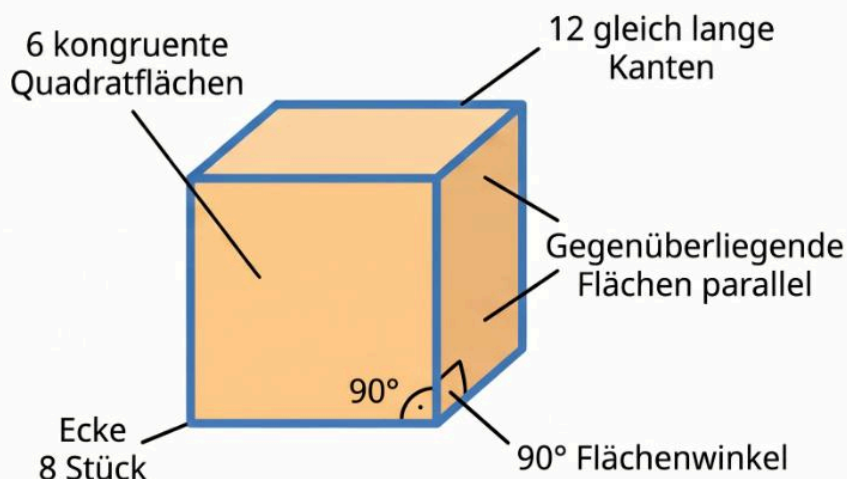
Lernziel-ID 636b3e2d-c687-5469-8850-e085df06878d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren >

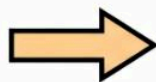
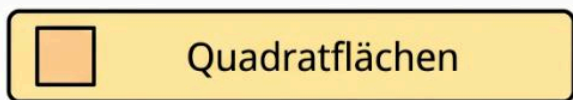
Körpereigenschaften begründen und Volumen- sowie Oberflächeninhalte berechnen

Körpereigenschaften fachlich begründen



Eigenschaften (Checkliste)

- ☒ 6 kongruente Quadratflächen
- ☒ 12 gleich lange Kanten
- ☒ 8 Ecken
- ☒ Gegenüberliegende Flächen parallel
- ☒ Alle Flächenwinkel 90°



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften einfacher Körper fachlich begründen und die verwendeten geometrischen Argumente nachvollziehbar darstellen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen

50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6

S. 683

Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen

eb970ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af

S. 684

Symmetrien einfacher Körper untersuchen

b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2

S. 685

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumeninhalte von Körpern berechnen

5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9

S. 687

Teilungsverhältnisse bei Strecken untersuchen

5d9c156b-e5a4-5e91-9da3-22e858eb1f8e

S. 703

Teilungsverhältnisse bei Volumina untersuchen

f2a12269-6bcb-564a-9fdb-45cfdbd704fc

S. 704

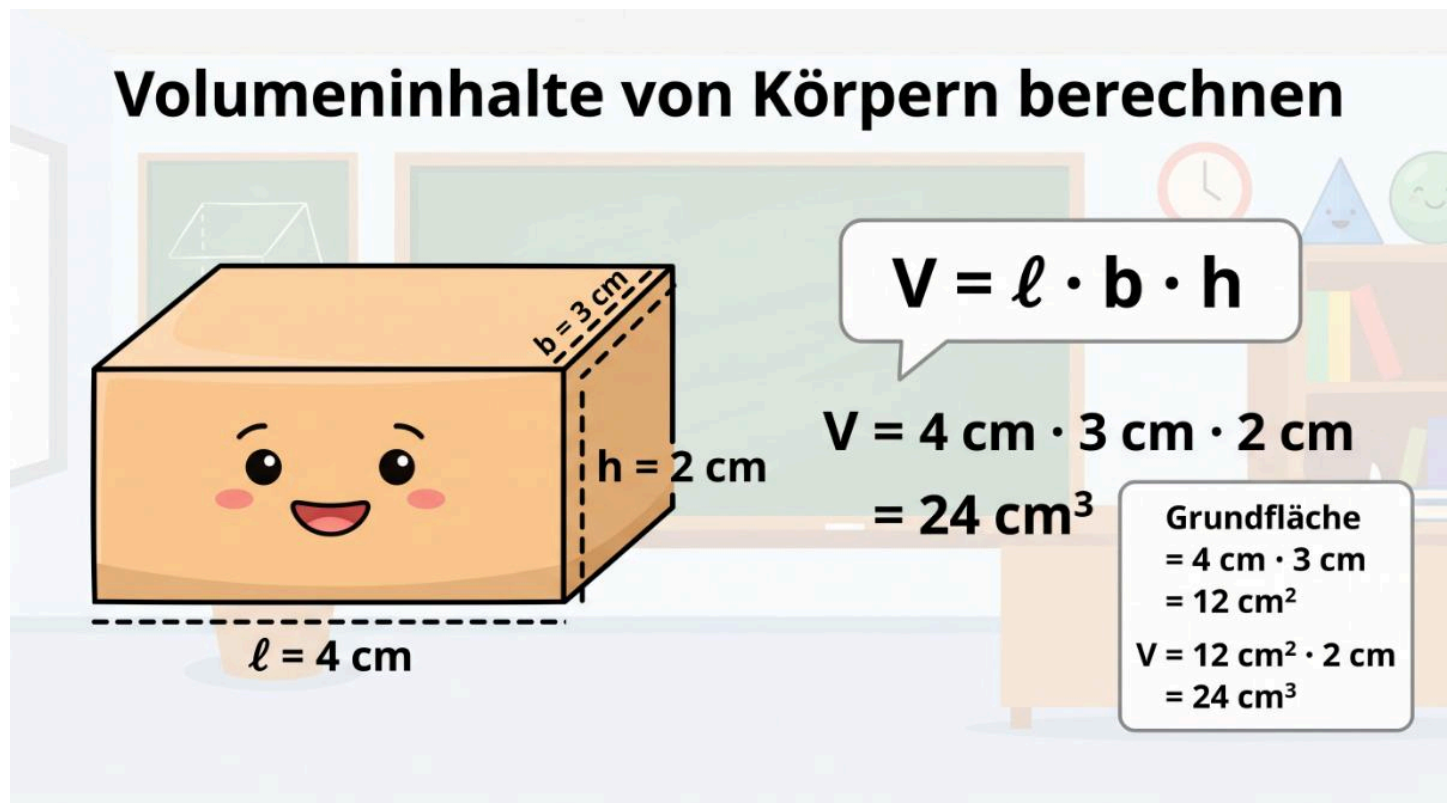
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Volumeninhalt von Körpern berechnen

Lernziel-ID 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren > Körpereigenschaften begründen und Volumen- sowie Oberflächeninhalte berechnen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften einfacher Körper nutzen, um Volumeninhalt in passenden Situationen zu berechnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen 50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6 S. 683	Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af S. 684	Symmetrien einfacher Körper untersuchen b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2 S. 685	Körpereigenschaften fachlich begründen 636b3e2d-c687-5469-8850-e085df06878d S. 686
---	---	--	---

Wird direkt vorausgesetzt von

Oberflächeninhalte von Körpern berechnen 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778 S. 688	Teilungsverhältnisse bei Strecken untersuchen 5d9c156b-e5a4-5e91-9da3-22e858eb1f8e S. 703	Teilungsverhältnisse bei Volumina untersuchen f2a12269-6bcb-564a-9fdb-45cfd8d704fc S. 704
---	--	--

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

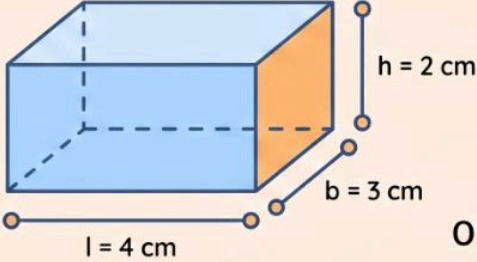
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Oberflächeninhalte von Körpern berechnen

Lernziel-ID 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren > Körpereigenschaften begründen und Volumen- sowie Oberflächeninhalte berechnen

Oberflächeninhalte von Körpern berechnen



$l = 4\text{ cm}$
 $b = 3\text{ cm}$
 $h = 2\text{ cm}$

Deckfläche
 $3\text{ cm} \times 4\text{ cm}$

$3\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ $3\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$

Grundfläche
 $3\text{ cm} \times 4\text{ cm}$

$$O = 2(lb + lh + bh)$$
$$O = 2(4 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2)\text{ cm}^2$$
$$= 2(12 + 8 + 6)\text{ cm}^2$$
$$= 52\text{ cm}^2$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Eigenschaften einfacher Körper nutzen, um Mantel- und Oberflächeninhalte in passenden Situationen zu berechnen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK
HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Längen- und Winkelbeziehungen einfacher Körper untersuchen 50eb5156-5046-5887-80dc-3128c5f8cbd6 S. 683	Parallelität und Orthogonalität einfacher Körper untersuchen eb070ed2-7ef4-5afe-b203-190ebb0116af S. 684	Symmetrien einfacher Körper untersuchen b4fd63de-1e36-5efd-ae0a-6c5e7741b0d2 S. 685	Volumeninhalte von Körpern berechnen 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9 S. 687
---	---	--	---

Wird direkt vorausgesetzt von

Teilungsverhältnisse bei Strecken untersuchen 5d9c156b-e5a4-5e91-9da3-22e858eb1f8e S. 703	Teilungsverhältnisse bei Volumina untersuchen f2a12269-6bcb-564a-9fdb-45cfdbd704fc S. 704
--	--

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen

Lernziel-ID ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e

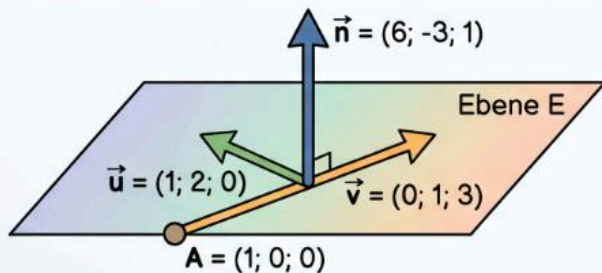
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

Gymnasium-Mathematik

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen

Bestimmung (Kreuzprodukt)



Berechnung:
 $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$

$\vec{n} = (6; -3; 1)$

$$(1; 2; 0) \times (0; 1; 3) = \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 - 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 - 1 \cdot 3 \\ 1 \cdot 1 - 2 \cdot 0 \end{pmatrix} = (6; -3; 1)$$

Bedeutung (Orthogonalität & Lage)



Prüfung: $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$

$$(6; -3; 1) \cdot (1; 2; 0) = 6 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + 1 \cdot 0 = 6 - 6 + 0 = 0$$

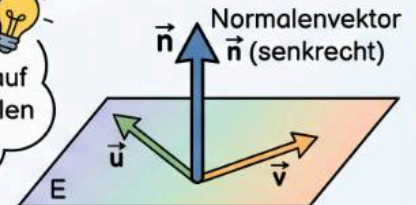
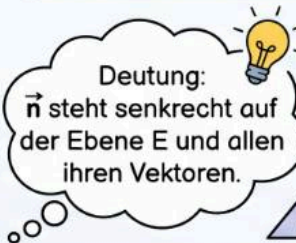
$\vec{n}$ ist senkrecht zu $\vec{u}$



Prüfung: $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$

$$(6; -3; 1) \cdot (0; 1; 3) = 6 \cdot 0 + (-3) \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 0 - 3 + 3 = 0$$

$\vec{n}$ ist senkrecht zu $\vec{v}$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen von null verschiedenen Normalenvektor zu einer Ebene bestimmen, ihn als zu allen Richtungsvektoren der Ebene orthogonalen Vektor deuten und für die Beschreibung ihrer Orientierung nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen

S. 682

Wird direkt vorausgesetzt von

Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen

S. 690

66a96282-348d-5220-91a6-cc97e2ec2220

Zwischen Koordinaten- und Normalenform von Ebenen wechseln

S. 692

fa02cf14-0411-4fe3-8be7-a62c69743e26

Vektorprodukt für Normalenvektoren und Flächeninhalte anwenden (LK)

S. 711

7bb3c312-f714-55e6-a31f-f31605a93760

Winkel zwischen zwei Ebenen berechnen

S. 717

bda6a659-9640-53a5-8be0-24705ab623ef

Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen

S. 731

57b11e9a-4acf-5ebe-b2b6-c9f99d2b5bb5

Punkte an Ebenen spiegeln

S. 745

8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80

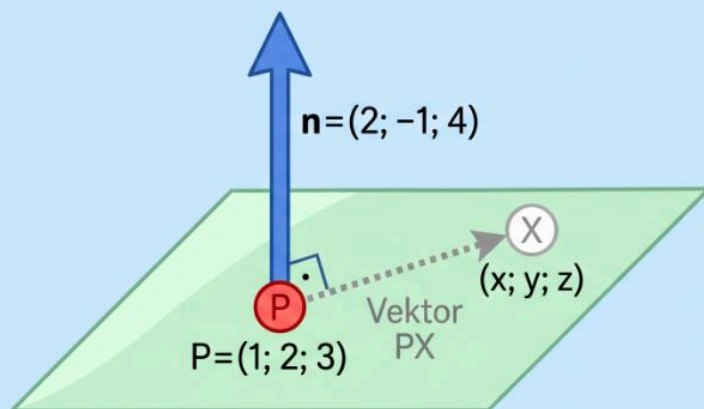
Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen

Lernziel-ID 66a96282-340d-5220-91a6-cc97e2ec2220

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen



Alle Punkte X der Ebene erfüllen, dass der Vektor $\overrightarrow{PX}$ senkrecht zu $\mathbf{n}$ steht.

Aufstellen der Gleichung

$$E: ((x; y; z) - (1; 2; 3)) \cdot (2; -1; 4) = 0$$

Ausmultiplizieren

$$2 \cdot (x-1) - 1 \cdot (y-2) + 4 \cdot (z-3) = 0$$

Koordinatenform

$$2x - y + 4z = 12 \quad 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 12$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus dem Ortsvektor p eines Ebenenpunkts und einem von null verschiedenen Normalenvektor n die Punkt-Normalen-Form $n \cdot (x - p) = 0$ aufstellen und als Orthogonalitätsbedingung deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen

ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e

S. 689

Wird direkt vorausgesetzt von

Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren

9cc650e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8

S. 691

Zwischen Ebenenformen umformen

d76766a5-ce07-5c7a-987b-157f2998b05e

S. 693

Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen

ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0

S. 695

Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene anwenden (LK)

36e0de23-1e3b-5c69-888f-e5e19e79cbbe

S. 744

Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren

Lernziel-ID 9cc650e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren

Gegeben

$P = (1; 2; 3)$

Normalenvektor
 $n = (2; -1; 1)$

Ansatz

Vektorform-Ansatz:
 $(X - P) \cdot n = 0$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Umformung & Prüfung

Ausmultiplizieren:
 $2 \cdot (x-1) - (y-2) + (z-3) = 0$

Koordinatenform:
E: $2x - y + z = 3$

3D-Skizze & Deutung

Deutung:
Die Koeffizienten 2, -1, 1 bilden den Normalenvektor n.
Alle Punkte X der Ebene haben $n \cdot \overrightarrow{PX} = 0$.

Prüfung am Stützpunkt P

$P = (1; 2; 3)$ eingesetzt:
 $2 \cdot 1 - 2 + 3 = 3$
✓ Korrekt!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Koordinatenform einer Ebene aufstellen, den Normalenvektor ablesen und die Gleichung interpretieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen 66a96282-340d-5220-91a6-cc97e2ec2220	S. 690
---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

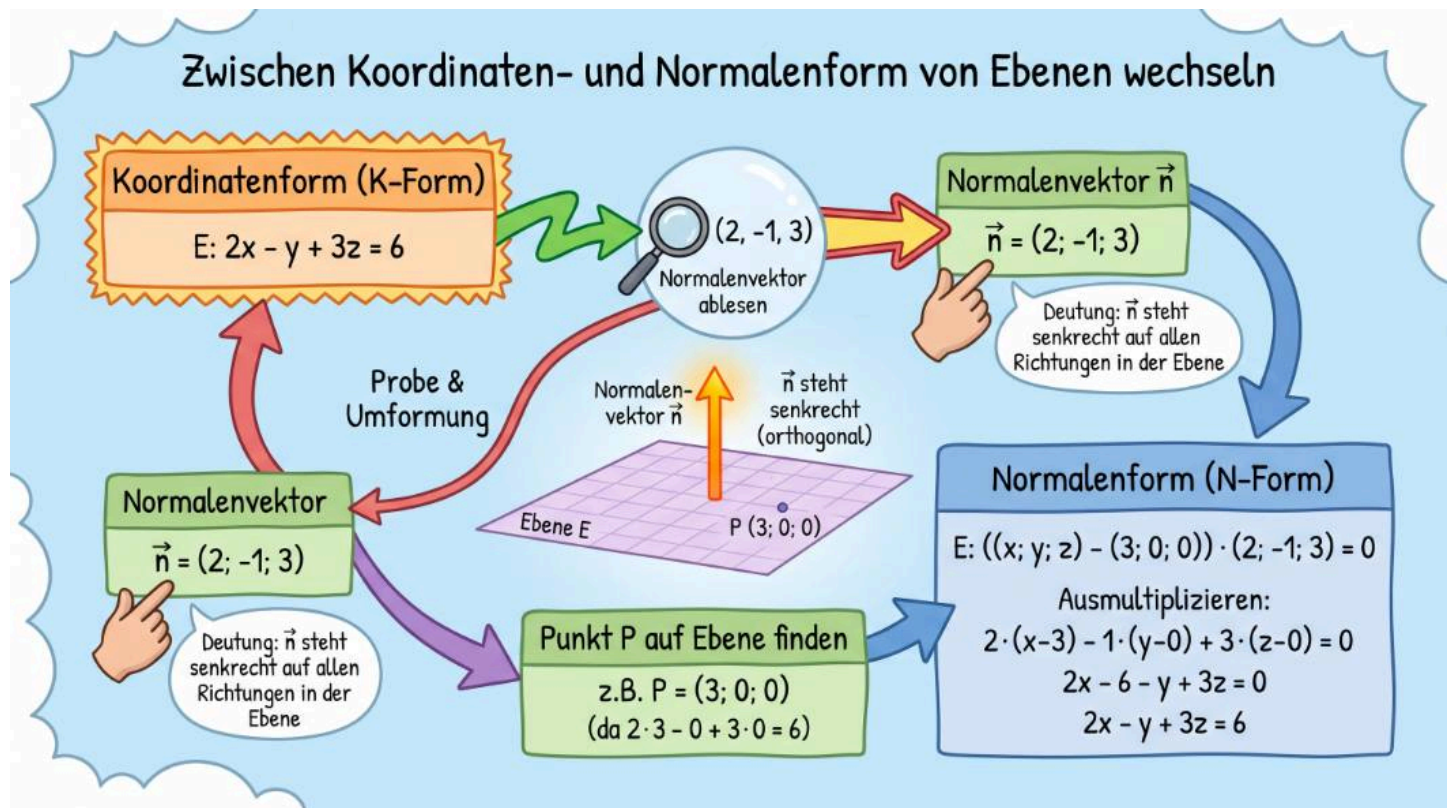
Zwischen Koordinaten- und Normalenform von Ebenen wechseln fa02cf14-0411-4fe3-8be7-a62c69743e26	S. 692	Zwischen Ebenenformen umformen d76766a5-ce07-5c7a-987b-157f2998b05e	S. 693	Punktprobe und Lage eines Punktes zur Ebene prüfen ce491ec0-c558-5872-86fd-289e60a38403	S. 694	Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen 27cfa1b3-be6f-5f81-b9a2-ae3bad9c14b6	S. 697
Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen 24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f	S. 733	Ebenenscharen in Koordinatengleichung untersuchen (LK) fd4b7145-5c26-5b33-bf2e-9ca68f29f2fc	S. 749	Schnittgerade zweier Ebenen bestimmen (LK) 857c1c46-5d94-5dfb-9697-9a9fd04103c3	S. 757		

Zwischen Koordinaten- und Normalenform von Ebenen wechseln

Lernziel-ID fa02cf14-0411-4fe3-8be7-a62c69743e26

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Ebene zwischen Koordinatenform und Normalenform umformen und die verwendeten Normalenvektoren fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e	S. 689	Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren 9cc650e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8	S. 691
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen 18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8	S. 747	Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK) 0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd	S. 748	Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen baf7276f-60a0-4d96-b959-d63acfb929de	S. 750
--	--------	---	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

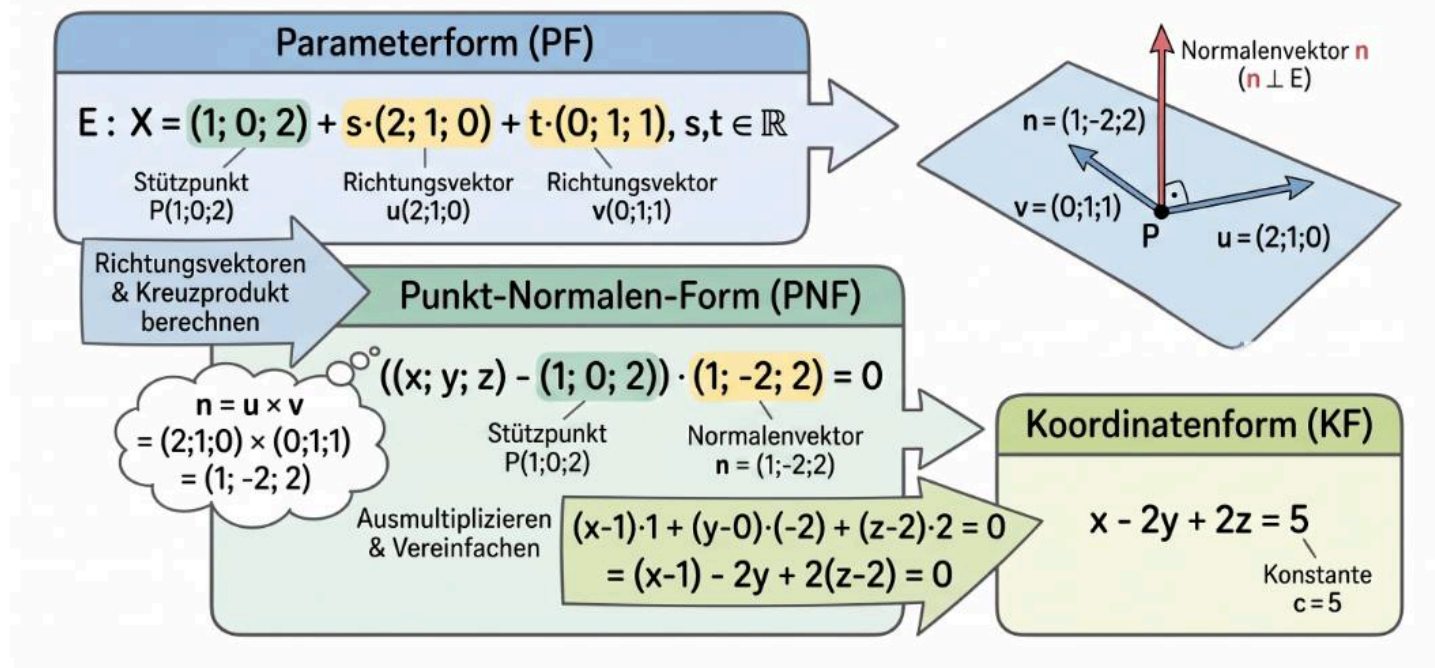
Zwischen Ebenenformen umformen

Lernziel-ID d76766a5-ce07-5c7a-987b-157f2998b05e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

Zwischen Ebenenformen umformen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parameterform, Punkt-Normalen-Form und Koordinatenform einer Ebene ineinander überführen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ebenen in Parameterform angeben und interpretieren d785943c-d61b-51a1-a9c2-c36a9e0cc97d	S. 384	Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen 66a96282-340d-5220-91a6-cc97e2ec2220	S. 690	Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren 9cc650e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8	S. 691
---	--------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen 18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8	S. 747	Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK) 0f4f9957-8afe-4aab-9dd0-c26c9aee2af0	S. 748	Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen baf7276f-60a0-4d96-b959-d63acfb929de	S. 750	Schnittgerade zweier Ebenen bestimmen (LK) 857c1c46-5d94-5dfb-9697-9a9fd04103c3	S. 757
--	--------	---	--------	---	--------	---	--------

Punktprobe und Lage eines Punktes zur Ebene prüfen

Lernziel-ID ce491ec0-c558-5872-86fd-289e60a38403

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

PUNKTPROBE UND LAGE EINES PUNKTES ZUR EBENE PRÜFEN

Gegebene Ebene E
 $E: x - 2y + z = 4$

Lotrichtung parallel zu $n = (1; -2; 1)$

Punkt A: $A = (4; 0; 0)$
Einsetzen: $x=4, y=0, z=0 \Rightarrow 4 - 2(0) + 0 = 4 \Rightarrow 4 = 4$ (Wahr)
➔ **A liegt auf E** ✓

Punkt B: $B = (1; 0; 0)$
Einsetzen: $x=1, y=0, z=0 \Rightarrow 1 - 2(0) + 0 = 1 \Rightarrow 1 \neq 4$ (Falsch)
➔ **B liegt nicht auf E** ✗

Signed Residual:
 $(x - 2y + z) - 4 = 1 - 4 = -3$

DEUTUNG

Punktprobe: Koordinaten in Ebenengleichung einsetzen und linke mit rechter Seite vergleichen.

↗ Ein einzelner Punkt ist **ENTWEDER** auf der Ebene **ODER** nicht auf der Ebene. Er ist **NIE** "parallel" zur Ebene.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eine Punktprobe durchführen und bestimmen, ob ein Punkt auf einer Ebene liegt oder nicht.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren

9cc650e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8

S. 691

Wird direkt vorausgesetzt von

Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum nutzen

06de364f-9b63-4044-8229-a975621dc6df

S. 696

Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen

18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8

S. 747

Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK)

0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd

S. 748

Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen

baf7276f-60a0-4d96-b959-d63acfb929de

S. 750

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen

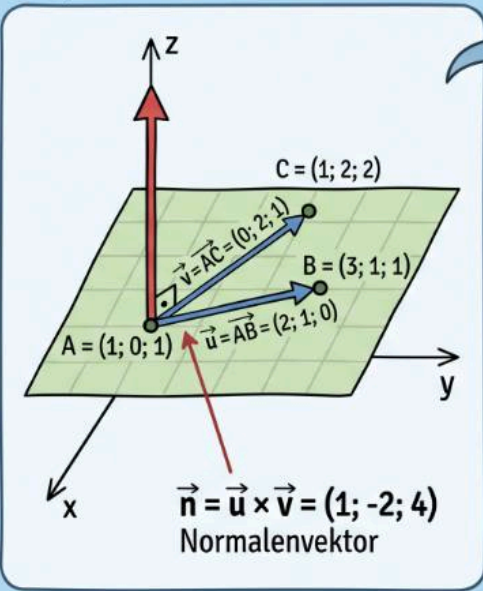
Lernziel-ID ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen

Beispiel: Ebene E durch drei Punkte



1. Vektoren berechnen & Normalenvektor

Spannvektoren:
 $\vec{u} = \vec{B} - \vec{A} = (2; 1; 0)$
 $\vec{v} = \vec{C} - \vec{A} = (0; 2; 1)$

Normalenvektor:
 $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = (1; -2; 4)$

2. Ebenengleichung & Kontrolle

Punkt-Normalen-Form (mit A):
 $((x; y; z) - (1; 0; 1)) \cdot (1; -2; 4) = 0$

Koordinatenform:
 $(x - 1) - 2y + 4(z - 1) = 0$
 $\Rightarrow x - 2y + 4z = 5$

Kontrolle:
 B: $3 - 2(1) + 4(1) = 3 - 2 + 4 = 5$ ✓
 C: $1 - 2(2) + 4(2) = 1 - 4 + 8 = 5$ ✓

Ergebnis: $x - 2y + 4z = 5$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus drei nicht kollinearen Punkten, einem Ebenenpunkt und einem von null verschiedenen Normalenvektor oder einem Ebenenpunkt und zwei linear unabhängigen Spannvektoren eine passende Ebenengleichung bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

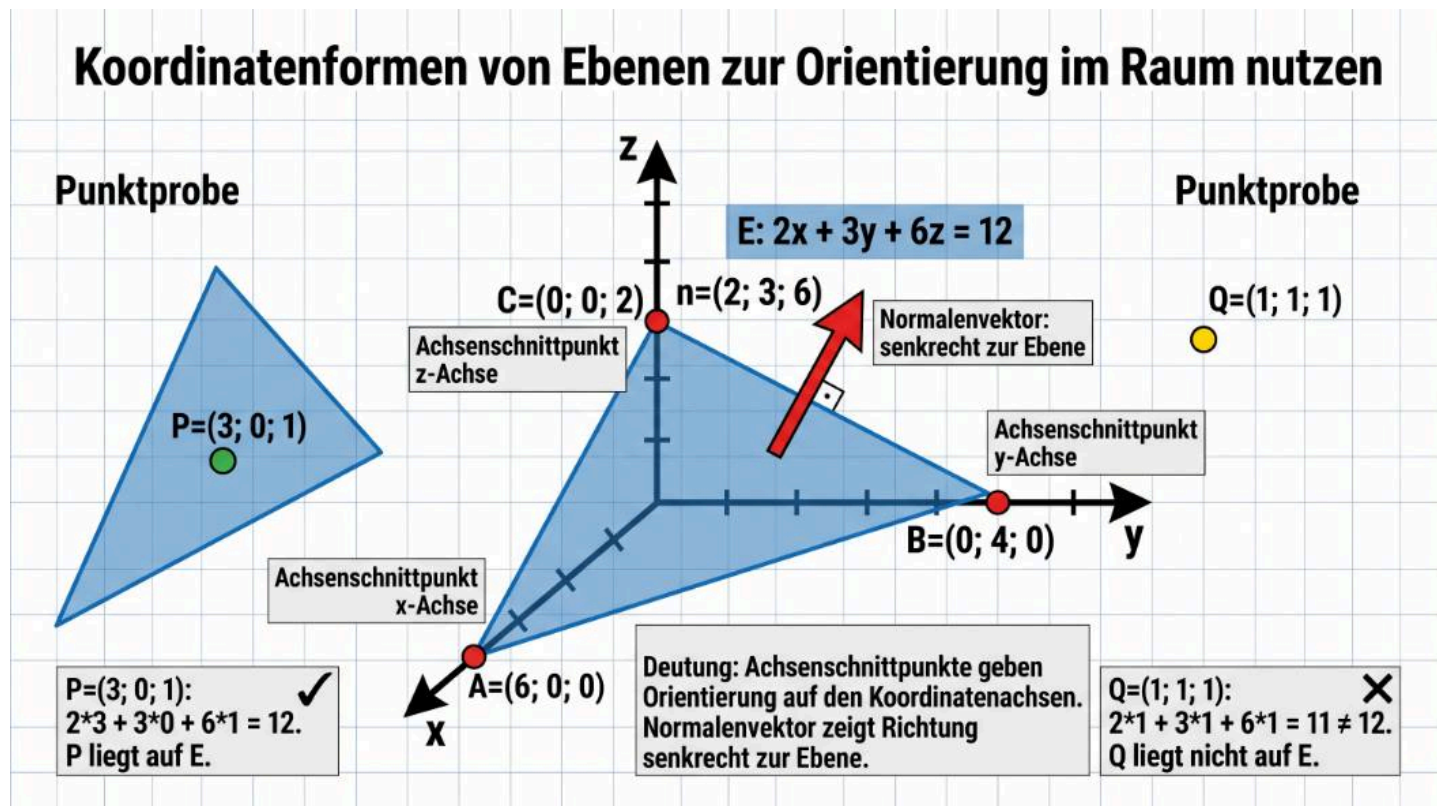
Ebenen in Parameterform angeben und interpretieren d785943c-d61b-51a1-a9c2-c36a9e0cc97d	S. 384	Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen 66a96282-340d-5220-91a6-cc97e2ec2220	S. 690
Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1	S. 729	Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen 18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8	S. 747
Schnittfiguren von Ebenen mit Polyedern bestimmen (LK) 3aea4d33-4170-5ecc-82b0-3a3974cc2237	S. 758	Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK) 0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd	S. 748
		Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen ba1f7276f-60a0-4d96-b959-d63acfb029de	S. 750

Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum nutzen

Lernziel-ID 06de364f-9b63-4044-8229-a975621dc6df

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus der Koordinatenform einer Ebene Achsenschnittpunkte und die Richtung des Normalenvektors bestimmen, die Zugehörigkeit gegebener Punkte prüfen und diese Informationen zu einer begründeten räumlichen Lagebeschreibung der Ebene zusammenführen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punktprobe und Lage eines Punktes zur Ebene prüfen
ce491ec0-c558-5872-86f0-289e60a38403

S. 694

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

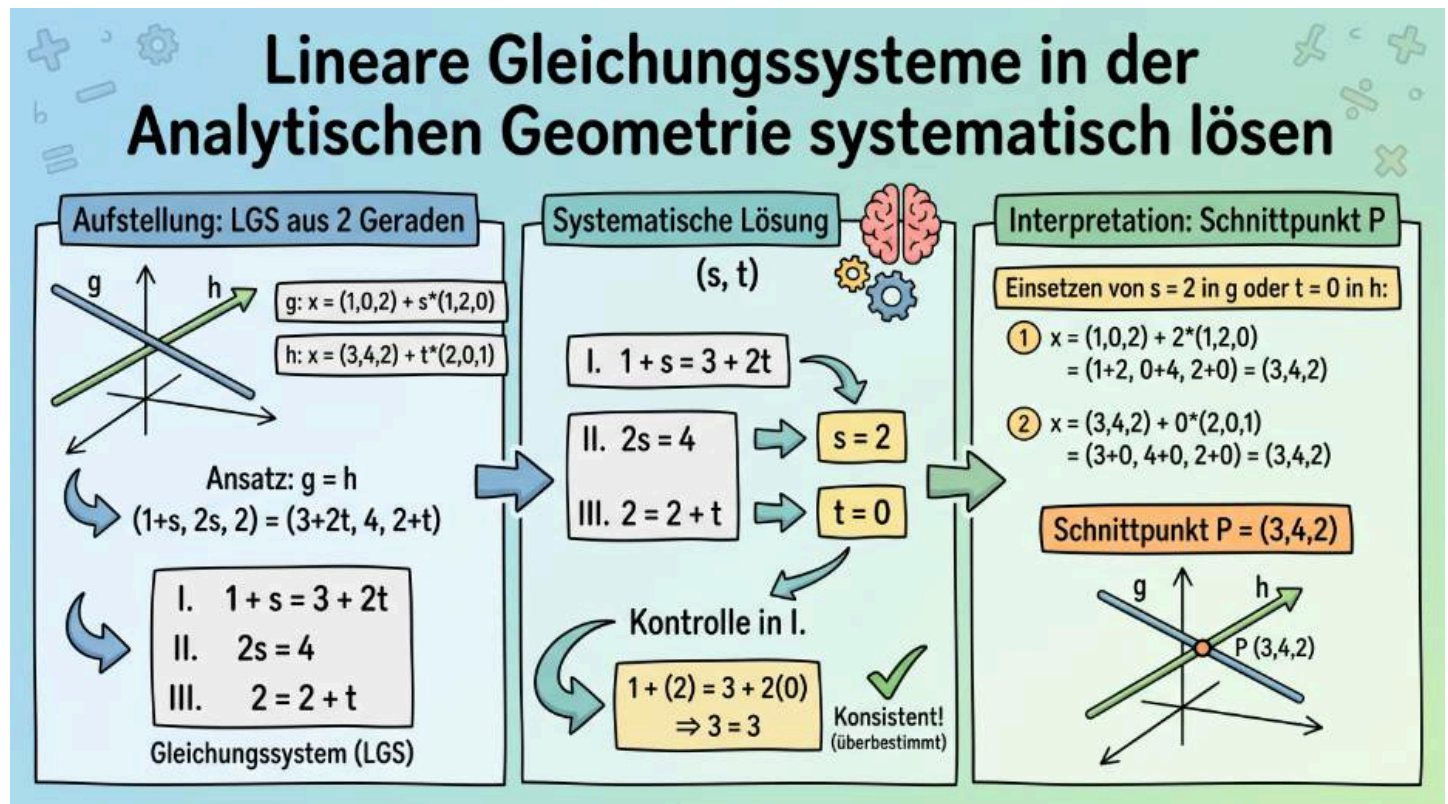
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen

Lernziel-ID 27cfa1b3-be6f-5f81-b9a2-ae3bad9c14b6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann lineare Gleichungssysteme, auch über- und unterbestimmte, aus konkreten Problemstellungen der Analytischen Geometrie systematisch aufstellen und lösen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren im Raum addieren und vervielfachen f37b0a72-9e23-51c7-aad5-438c17a56899	S. 375	Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren 9cc650e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8	S. 691
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme geometrisch deuten 436532fe-cee6-5a13-a4be-05522435937b	S. 698	Geeignete Lösungsstrategien für lineare Gleichungssysteme auswählen 6481fc23-d923-5ffc-ba49-f499328f43b8	S. 699	Punktprobe bei Geraden und Strecken in Parameterform durchführen 7aa1abee-d6ec-528a-b110-f2260b0cda51	S. 700	Durchstoßpunkte einer Geraden mit Koordinatenebenen bestimmen a9fde754-51b4-58d7-85e5-5e36160581e6	S. 701
Fixpunkte linearer Abbildungen bestimmen (LK) d3c42193-f1b7-5c6d-a991-bf034d99359f	S. 702						

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittpunkte analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

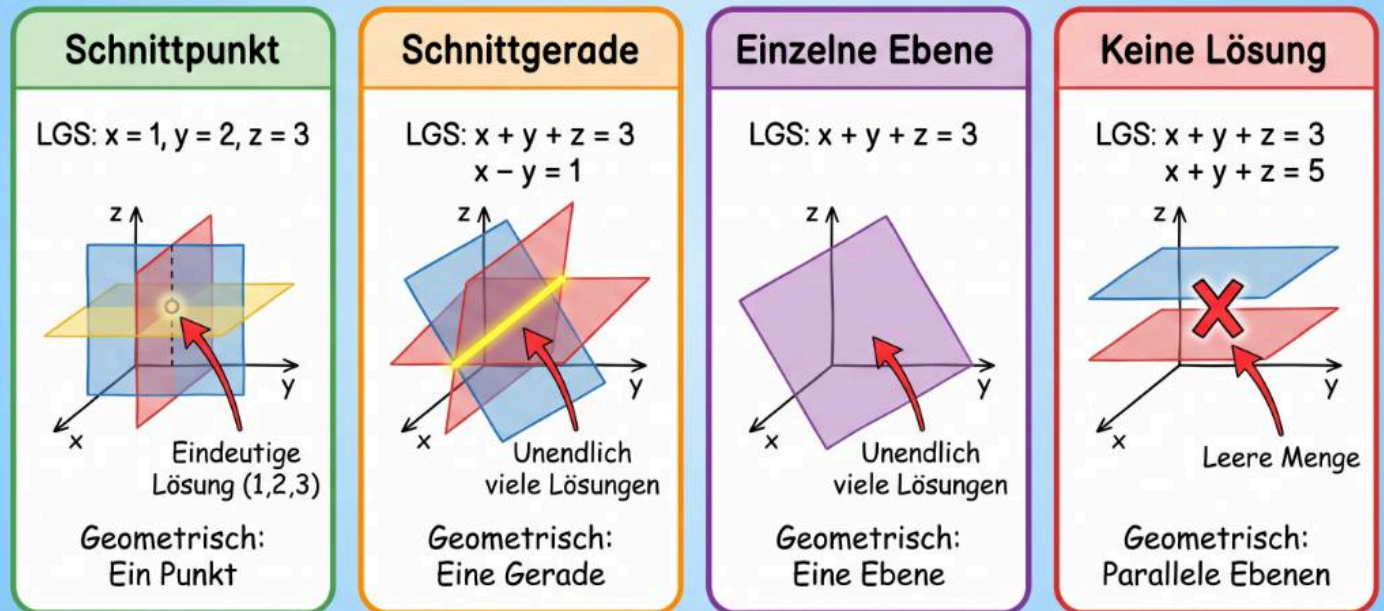
Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme geometrisch deuten

Lernziel-ID 436532fe-cee6-5a13-a4be-05522435937b

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme geometrisch deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems in einer analytisch-geometrischen Situation im Raum als Schnittmenge der durch seine Gleichungen beschriebenen Punktmengen deuten und sie anhand von Konsistenz und Anzahl freier Variablen als leere Menge, Punkt, Gerade, Ebene oder ganzen Raum einordnen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen

27cfa1b3-be6f-5f81-b9a2-ae3bad9c14b6

S. 697

Wird direkt vorausgesetzt von

Geeignete Lösungsstrategien für lineare Gleichungssysteme auswählen

6481fc23-d923-5ffc-ba49-f499328f43b8

S. 699

Besondere Lagen von Geraden und Ebenen begründen

e75ec65a-9692-5871-b90b-fbebe38ae9c3

S. 730

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

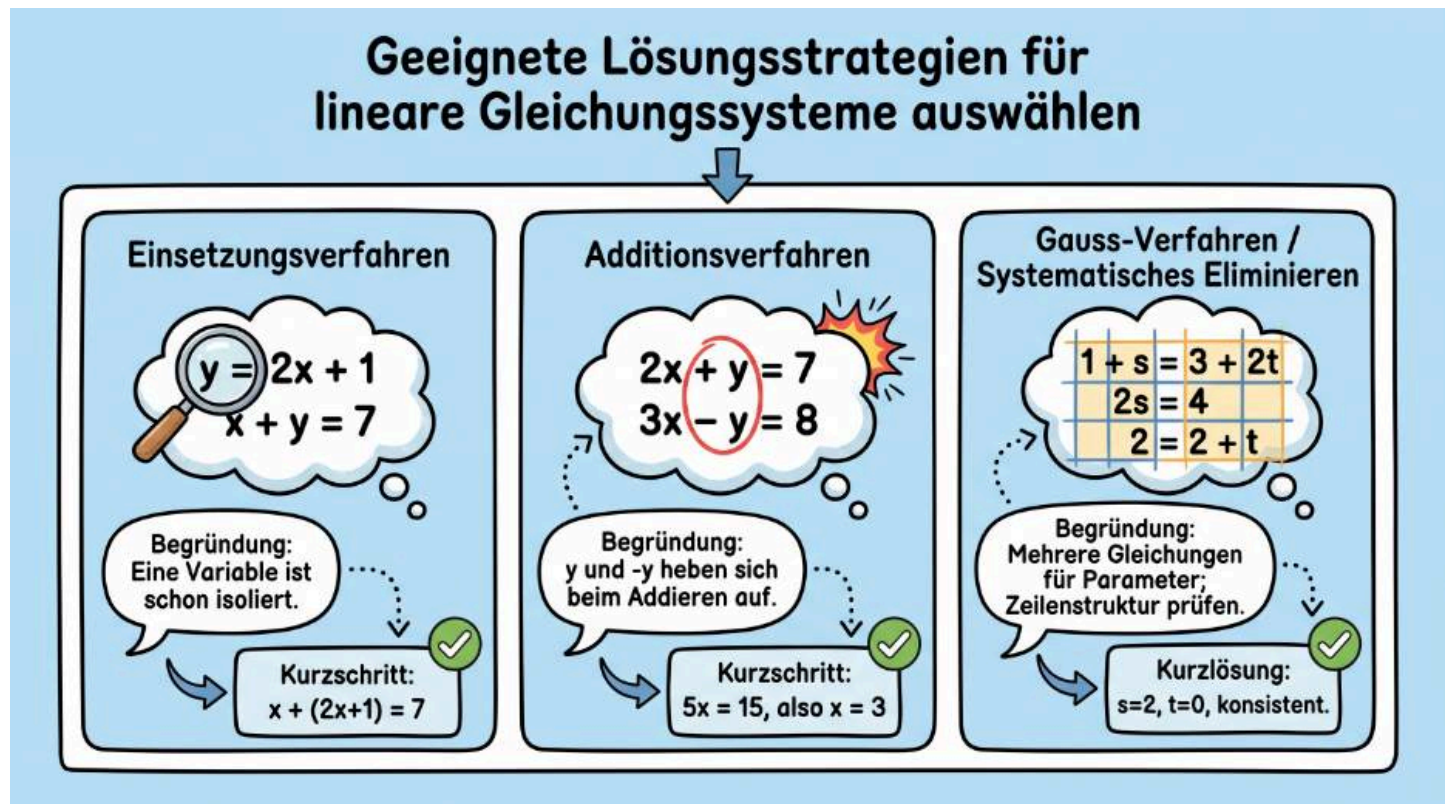
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9908

Geeignete Lösungsstrategien für lineare Gleichungssysteme auswählen

Lernziel-ID 6481fc23-d923-5ffc-ba49-f499328f43b8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand der Struktur eines linearen Gleichungssystems aus einer analytisch-geometrischen Problemstellung eine geeignete Lösungsstrategie wählen und erklären, warum sie hier günstiger ist als eine plausible Alternative.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen
27cfa1b3-be6f-5f81-b9a2-ae3bad9c14b6

S. 697

Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme geometrisch deuten
436532fe-cee6-5a13-a4be-05522435937b

S. 698

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Punktprobe bei Geraden und Strecken in Parameterform durchführen

Lernziel-ID 7aa1abee-d6ec-528a-b110-f2260b0cda51

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Punktprobe bei Geraden und Strecken in Parameterform durchführen

Links: Gerade g

$$g: x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Einsetzen: $(1+2t, 2+t, 3t) = (5, 4, 6)$

$$1 + 2t = 5 \Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2 \quad \checkmark$$
$$2 + t = 4 \Rightarrow t = 2 \quad \checkmark$$
$$3t = 6 \Rightarrow t = 2 \quad \checkmark$$

Stimmt!

Schluss: P liegt auf der Geraden g (da $t=2$ eindeutig)

Rechts: Strecke AB

Strecke: $x = A + \lambda \cdot (B-A), 0 \leq \lambda \leq 1$

$B-A = (4, 2, 6)$

WICHTIG: Bedingung für $0 \leq \lambda \leq 1$

Punkt Q: $\lambda = 0,5$
 $0 \leq 0,5 \leq 1$
Q liegt auf der Strecke

Punkt R: $\lambda = 1,5$
 $\lambda = 1,5 \notin [0, 1]$
R liegt nicht auf der Strecke

Außerhalb!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann durch Einsetzen und Lösen der Parameterbedingungen prüfen, ob ein Punkt auf einer Geraden oder auf einer begrenzten Strecke im Raum liegt.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden und Strecken im Raum in Parameterform darstellen und Parameter deuten
S. 383

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen
S. 697

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9088

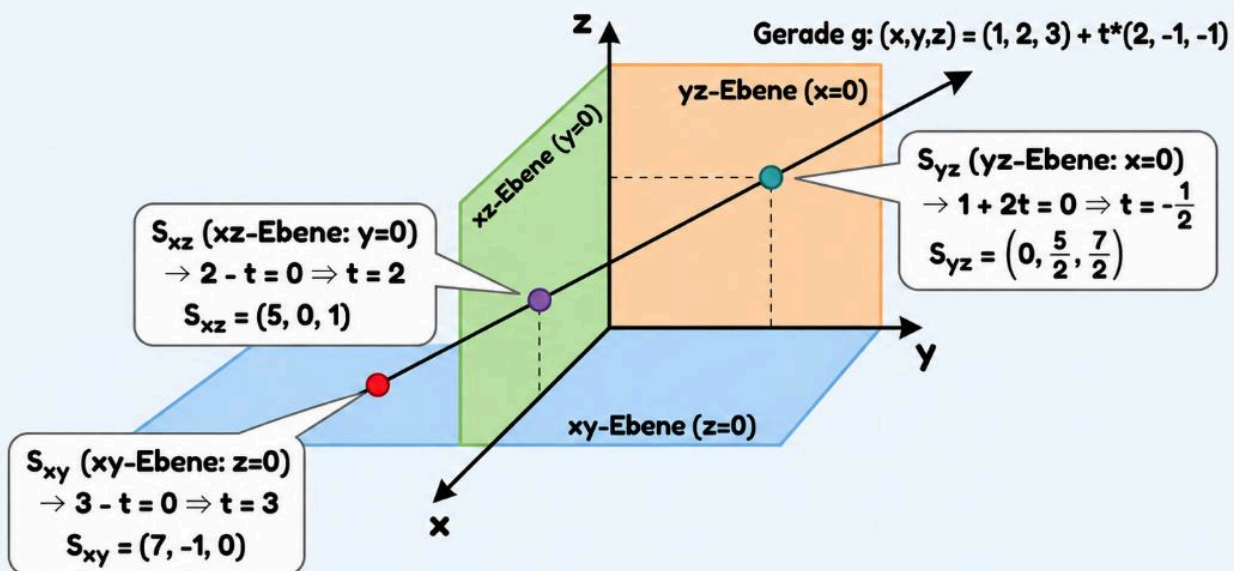
Durchstoßpunkte einer Geraden mit Koordinatenebenen bestimmen

Lernziel-ID a9fde754-51b4-58d7-85e5-5e36160581e6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Durchstoßpunkte einer Geraden mit Koordinatenebenen bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Schnittpunkte einer Geraden mit Koordinatenebenen bestimmen, diese als Durchstoßpunkte bzw. Spurpunkte deuten und rechnerisch prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden und Strecken im Raum in Parameterform darstellen und Parameter deuten

S. 383

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen

S. 697

Wird direkt vorausgesetzt von

Besondere Lagen von Geraden zu Koordinatenachsen und Koordinatenebenen untersuchen

S. 709

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Fixpunkte linearer Abbildungen bestimmen (LK)

Lernziel-ID d3c42193-f1b7-5c6d-a991-bf034d99359f

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Fixpunkte linearer Abbildungen bestimmen (LK)

Fixpunktbedingung: $A \cdot \vec{x} = \vec{x}$

Beispiel: Spiegelung an Gerade $y=x$

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Gleichungssystem aufstellen:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Daraus folgt: $x = y$

Lösungsmenge: Alle Punkte auf der Geraden $y=x$ sind Fixpunkte

Fixpunkt:
 $R=(2,2) \rightarrow R'=(2,2)$

Kein Fixpunkt:
 $P=(3,1) \rightarrow P'=(1,3)$

Fixpunktgerade: $y=x$

Nicht gleich!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Fixpunkte linearer geometrischer Abbildungen bestimmen, indem sie die Bedingung $A\vec{x} = \vec{x}$ als lineares Gleichungssystem aufstellt und löst.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Bildpunkte mit Matrizen berechnen

4d331ba0-56d6-5730-a51b-e3d1126b31ba

S. 406

Lineare Gleichungssysteme in der Analytischen Geometrie systematisch lösen

27cfa1b3-be6f-5f81-b9a2-ae3bad9c14b6

S. 697

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

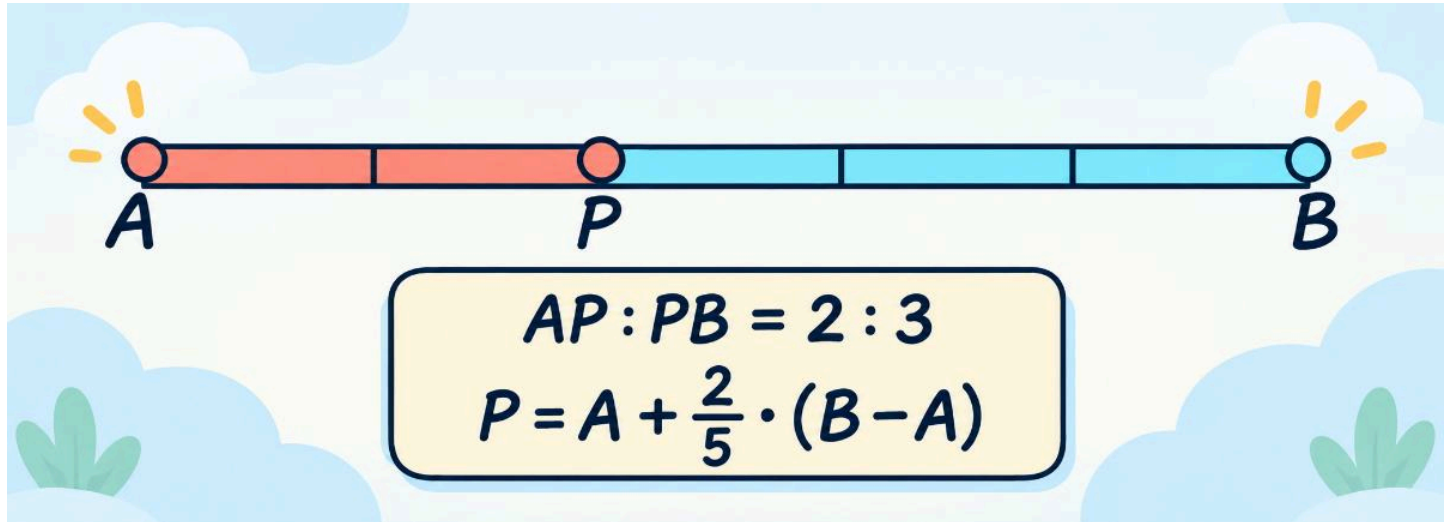
[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-0c92-5444-ac4e-32b83169f318

Teilungsverhältnisse bei Strecken untersuchen

Lernziel-ID 5d9c156b-e5a4-5e91-9da3-22e858eb1f8e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren > Teilungsverhältnisse bei Strecken und Volumina untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Teilungsverhältnisse bei Strecken in räumlichen Konfigurationen bestimmen, vergleichen und fachlich begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Streckenlängen im Raum bestimmen 69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec839b7af	S. 381	Körpereigenschaften fachlich begründen 636b3e2d-c687-5469-8850-e085df06878d	S. 686	Volumeninhalt von Körpern berechnen 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9	S. 687	Oberflächeninhalt von Körpern berechnen 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778	S. 688
---	--------	---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Teilungsverhältnisse bei Volumina untersuchen f2a12269-6bcb-564a-9fdb-45cfdbd704fc	S. 704
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Teilungsverhältnisse bei Volumina untersuchen

Lernziel-ID f2a12269-6bcb-564a-9fdb-45cfdbd704fc

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren > Teilungsverhältnisse bei Strecken und Volumina untersuchen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Teilungsverhältnisse bei Volumina in räumlichen Konfigurationen bestimmen, vergleichen und fachlich begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Streckenlängen im Raum bestimmen 69eda7f9-1898-5220-932d-e7bec839b7af	S. 381	Körpereigenschaften fachlich begründen 636b3e2d-c687-5469-8850-e085df06878d	S. 686	Volumeninhalte von Körpern berechnen 5f548596-9bc3-532e-88a0-81d5029809e9	S. 687	Oberflächeninhalte von Körpern berechnen 9f9c7ece-b81c-55fa-8073-dd816d7d4778	S. 688
Teilungsverhältnisse bei Strecken untersuchen 5d9c156b-e5a4-5e91-9da3-22e858eb1f8e	S. 703						

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

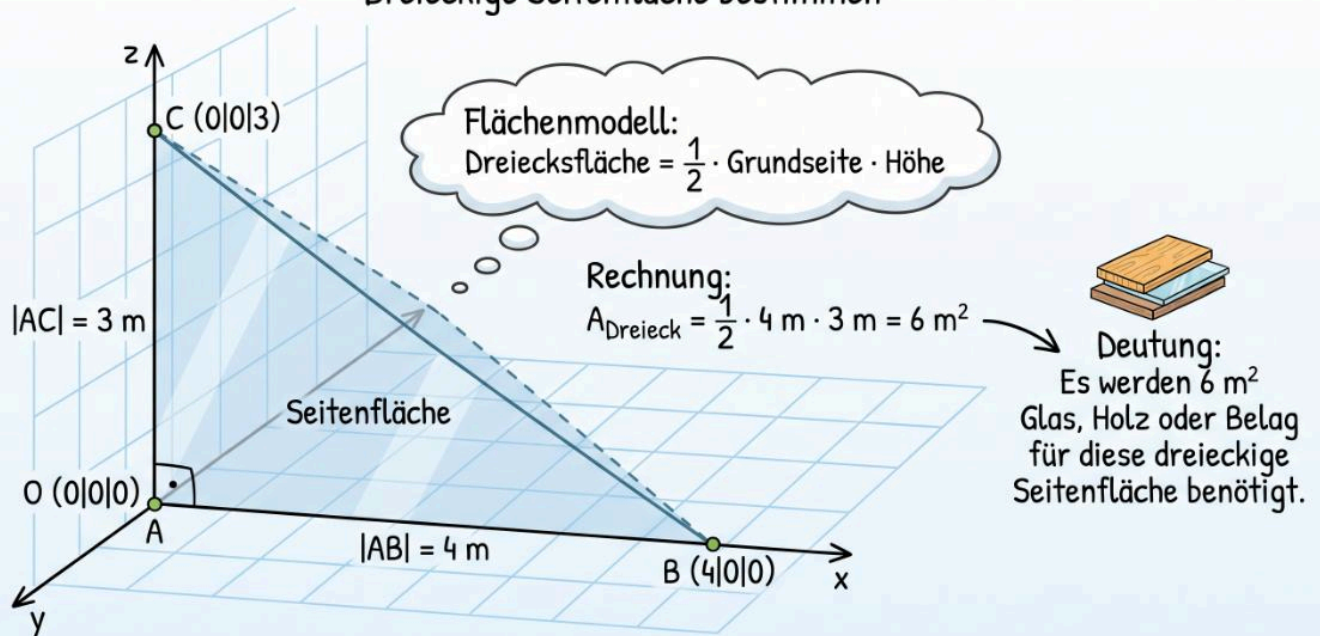
Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen

Lernziel-ID d8e56cfc-a58d-5529-ab9f-e5187e31dd34

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen

Dreieckige Seitenfläche bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen bestimmen, dazu geeignete Dreiecks-, Parallelogramm- oder Zerlegungsmodelle wählen und die Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung

BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eigenschaften ebener Figuren für Flächenberechnungen nutzen S. 366
5390691d-1b7c-5572-9589-a69c2bba9a27

Kongruenzbeziehungen ebener Figuren untersuchen S. 367
b04bd2d6-21d4-5ac5-9a77-b5f950a41c24

Ähnlichkeitsbeziehungen ebener Figuren untersuchen S. 368
d6b74b15-1cbc-512b-a169-0f40aeca9e8c

Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform darstellen S. 385
f613634b-39fb-5021-9970-790ef34c9932

Wird direkt vorausgesetzt von

Vektorprodukt für Normalenvektoren und Flächeninhalte anwenden (LK)
7bb3c312-f714-55e6-a31f-f31605a93760

S. 711

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

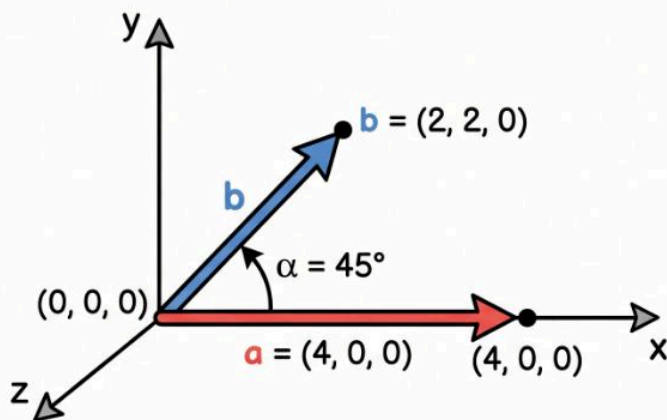
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Skalarprodukt von Vektoren definieren

Lernziel-ID 2ac2e902-a6ad-53c9-b139-d1c63d823023

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Skalarprodukt von Vektoren definieren



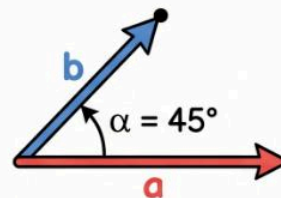
Über Komponenten ($\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$)

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 4 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 8$$

Ergebnis ist
eine Zahl
(Skalar)

Über Betrag und Winkel ($\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$)



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(\alpha)$$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + 0^2} = 4$$

$$|\mathbf{b}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 4 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos(45^\circ) = 8$$

Ergebnis ist eine
Zahl (Skalar)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Skalarprodukt zweier Vektoren über Komponenten bzw. über Betrag und eingeschlossenen Winkel definieren und die verwendeten Größen fachsprachlich erläutern.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben

S. 364

Betrag eines Vektors im Raum bestimmen

S. 379

Wird direkt vorausgesetzt von

Vektorprodukt definieren (LK)

54541d08-61cc-5a6d-b6d9-d0270a7d1949

S. 710

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

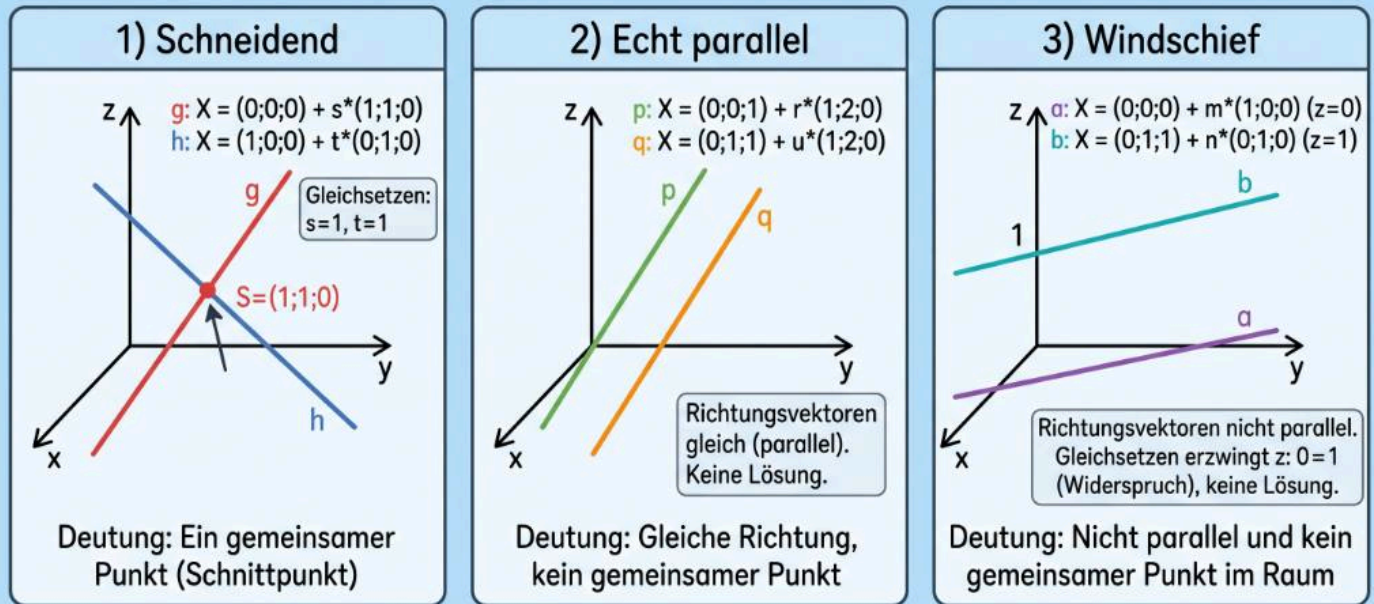
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen

Lernziel-ID 69beb31d-5d02-4505-9500-3ec81af86f1e

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Lagebeziehungen zweier Geraden im Raum untersuchen, dazu auch lineare Gleichungssysteme systematisch lösen und die Ergebnisse geometrisch deuten.

Geltung

BW: Sek. II · LK

HE, SH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen efffe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382
---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Geradenscharen untersuchen (LK) edaf0bb4-e12e-5a6c-b484-91124ba209f3	S. 708	Besondere Lagen von Geraden und Ebenen begründen e75ec65a-9692-5871-b90b-fbebe38ae0c3	S. 730	Parameterabhängige Winkel und Lagebeziehungen untersuchen 5f90df42-8a71-534d-b995-b8f7dcdf1661	S. 741	Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK) 0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd	S. 748
--	--------	---	--------	--	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Geradenscharen untersuchen (LK)

Lernziel-ID edaf0bb4-e12e-5a6c-b484-91124ba209f3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Geradenscharen untersuchen (LK)

Geradenschar g_a :
 $x = (0,0,a) + t \cdot (1,1,0)$

Parameter a
(Stützvektor
z-Koordinate)

Schnittbedingung:

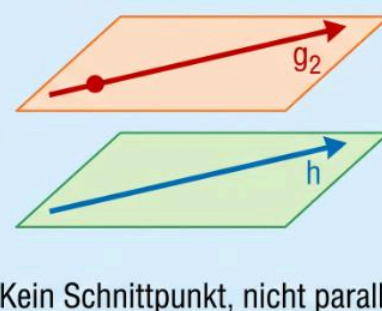
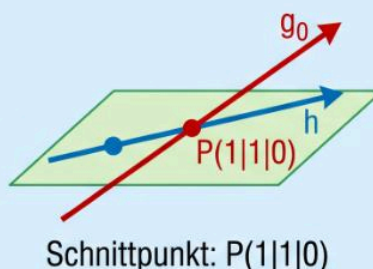
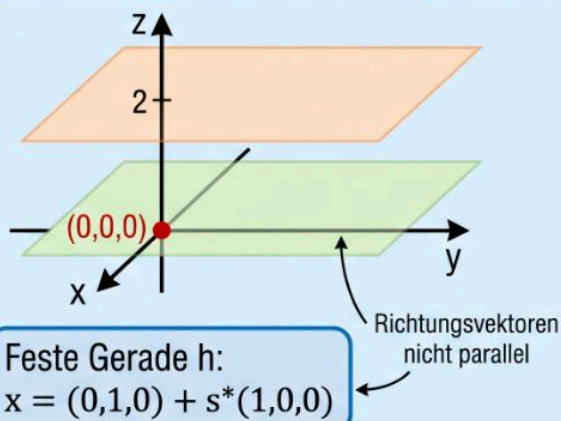
z-Koordinate: $a = 0$

Fall $a = 0$:

g_0 schneidet h

Fall $a \neq 0$ (z.B. $a = 2$):

g_a und h sind windschief



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geradenscharen mit einem Parameter untersuchen, Parameterwerte für vorgegebene Lage- oder Schnittbedingungen bestimmen und die zugehörigen Geradenkonfigurationen geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen](#)

69beb31d-5d02-4505-9500-3ec81af86f1e

S. 707

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

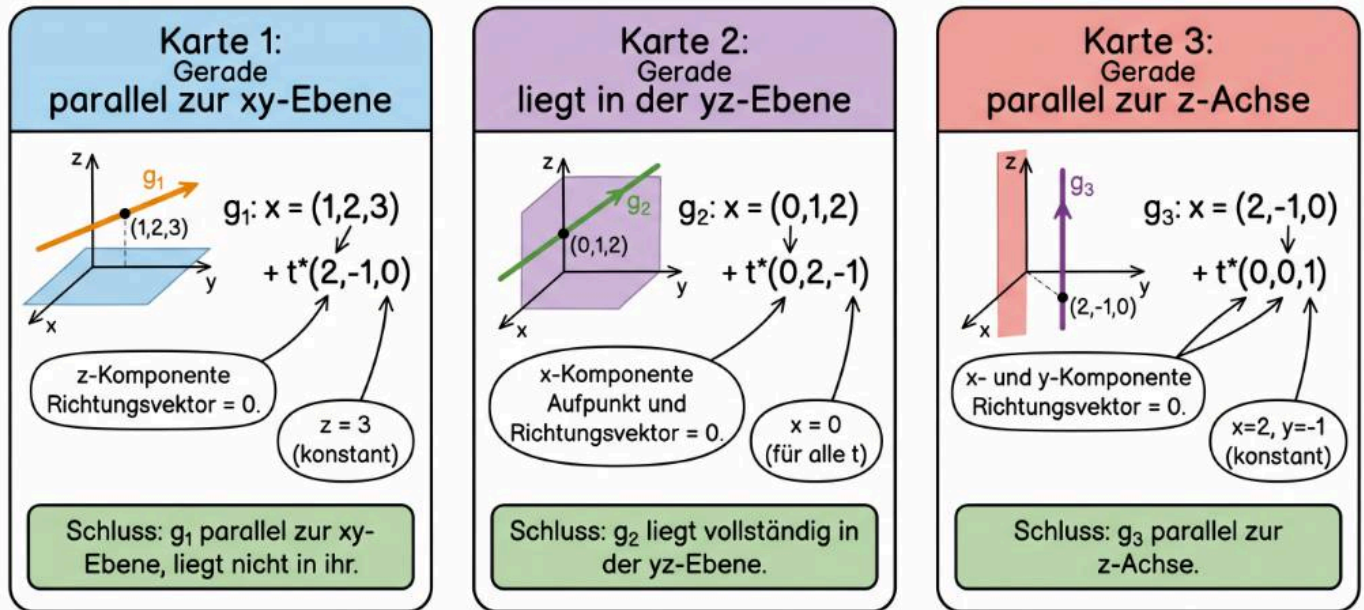
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Besondere Lagen von Geraden zu Koordinatenachsen und Koordinatenebenen untersuchen

Lernziel-ID 58f613da-03be-5c6a-90a9-ff0958aa7849

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Besondere Lagen von Geraden untersuchen: Rechnerisch begründen & Geometrisch deuten



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann besondere Lagen einer Geraden zu Koordinatenachsen und Koordinatenebenen untersuchen, rechnerisch begründen und geometrisch deuten.

Geltung

BW: Sek. II · LK

HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden und Strecken im Raum in Parameterform darstellen und Parameter deuten

525b1da9-7fdd-4a70-9f30-ff01d7511b04

S. 383

Durchstoßpunkte einer Geraden mit Koordinatenebenen bestimmen

a9fde754-51b4-58d7-85e5-5e36160581e6

S. 701

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

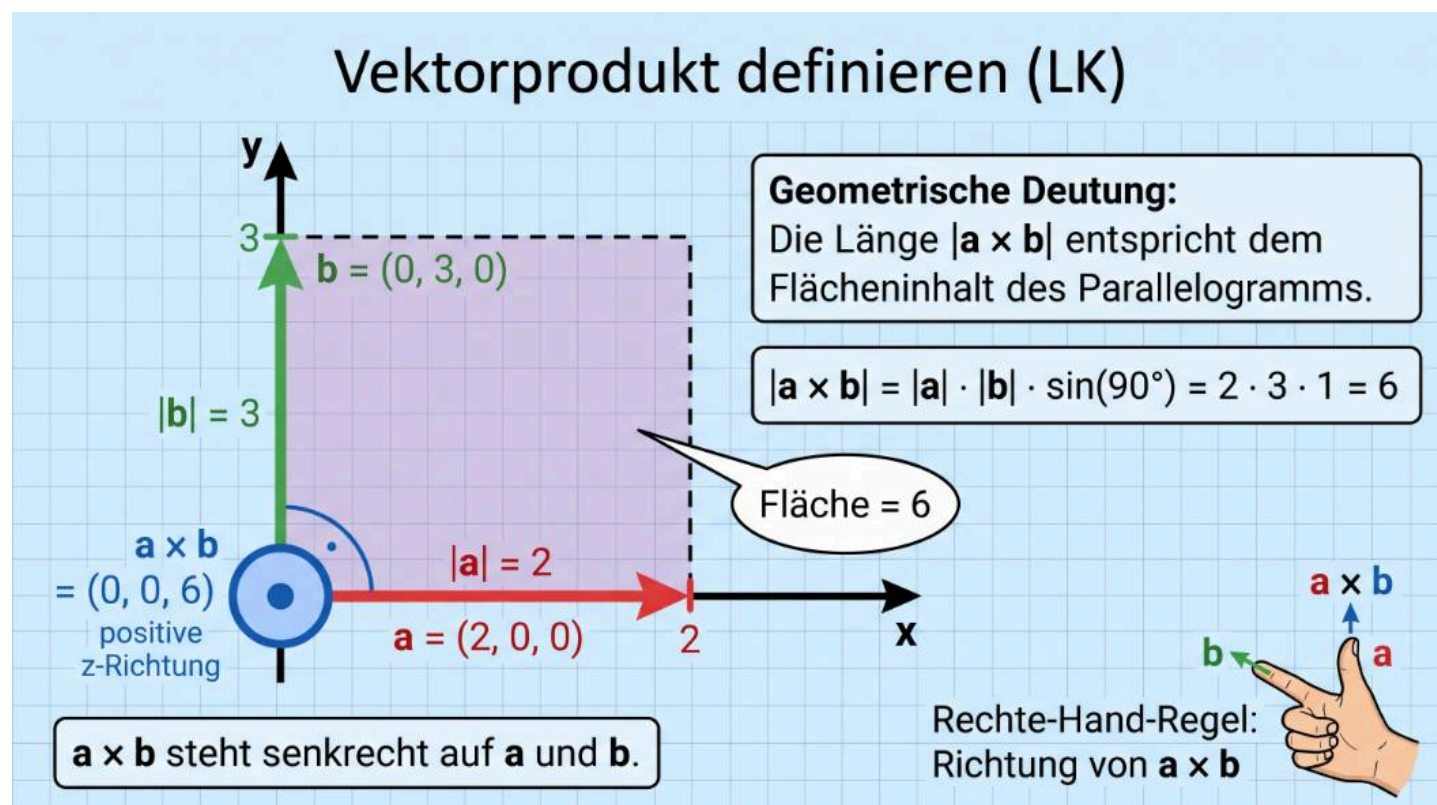
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Vektorprodukt definieren (LK)

Lernziel-ID 54541d08-61cc-5a6d-b6d9-d0270a7d1949

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Vektorprodukt zweier Vektoren im Raum definieren, seine Richtung und Länge geometrisch deuten und die Orthogonalität zum Ausgangsvektorpaar erläutern.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Skalarprodukt von Vektoren definieren

2ac2e902-a6ad-53c9-b139-d1c63d823023

S. 706

Wird direkt vorausgesetzt von

Vektorprodukt für Normalenvektoren und Flächeninhalte anwenden (LK)

7bb3c312-f714-55e6-a31f-f31605a93760

S. 711

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Vektorprodukt für Normalenvektoren und Flächeninhalte anwenden (LK)

Lernziel-ID 7bb3c312-f714-55e6-a31f-f31605a93760

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Vektorprodukt insbesondere zur Bestimmung von Normalenvektoren und zur Berechnung von Flächeninhalten in räumlichen Konfigurationen anwenden.

Geltung
BW, HE, SH: Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e	S. 689	Flächeninhalte in räumlichen Sachzusammenhängen berechnen d8e56cfc-a58d-5529-ab9f-e5187e31dd34	S. 705	Vektorprodukt definieren (LK) 54541d08-61cc-5a6d-b6d9-d0270a7d1949	S. 710
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

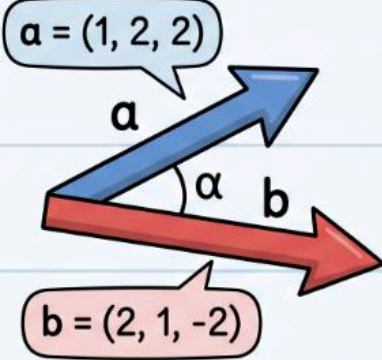
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen

Lernziel-ID 265af6af-8eac-5632-b730-800aafcde26a

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen



$\mathbf{a} = (1, 2, 2)$

$\mathbf{b} = (2, 1, -2)$

Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2)$$
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 + 2 - 4$$
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$$

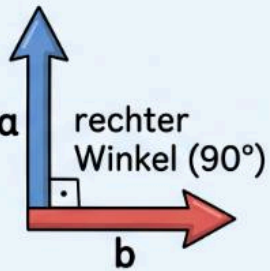
Längen $|\mathbf{a}|$, $|\mathbf{b}|$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$
$$|\mathbf{b}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

Winkelgleichung

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|}$$
$$\cos(\alpha) = \frac{0}{3 \cdot 3}$$
$$\cos(\alpha) = 0$$

Ergebnis:
 $\alpha = 90^\circ$



rechter Winkel (90°)



Deutungskarte:
Skalarprodukt 0 bedeutet: Vektoren sind orthogonal (rechtwinklig)

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Skalarprodukt nutzen, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen und das Ergebnis geometrisch zu deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Vektoren als Orts-, Richtungs- und Verschiebungsvektoren im Raum beschreiben be0e8715-3c3a-5ffb-937a-0b6bce4f01d8	S. 364
---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Geradlinige Bewegungen mit Orts- und Geschwindigkeitsvektoren untersuchen 492463cf-6cb2-5a5a-98e0-c1d77c36c256	S. 713	Punkt-Gerade-Abstände im Raum bestimmen 3256476b-ec65-4038-9f5a-a8808fbcf207	S. 714	Definition des Skalarprodukts mithilfe orthogonaler Projektionen veranschaulichen 3016ec37-1c2e-47db-83f5-e767923bc97e	S. 715	Winkel zwischen zwei Ebenen berechnen bda6a659-9640-53a5-8be0-24705ab623ef	S. 717
Gerade-Gerade-Abstände im Raum bestimmen 509ae03b-96b1-4bb1-b015-b83d14569dae	S. 718	Abstände und Längen im Raum bestimmen 0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce	S. 720	Spatprodukt korrekt definieren und deuten 944dd479-9f30-5acb-ab32-3ea0b6dc8e06	S. 723		

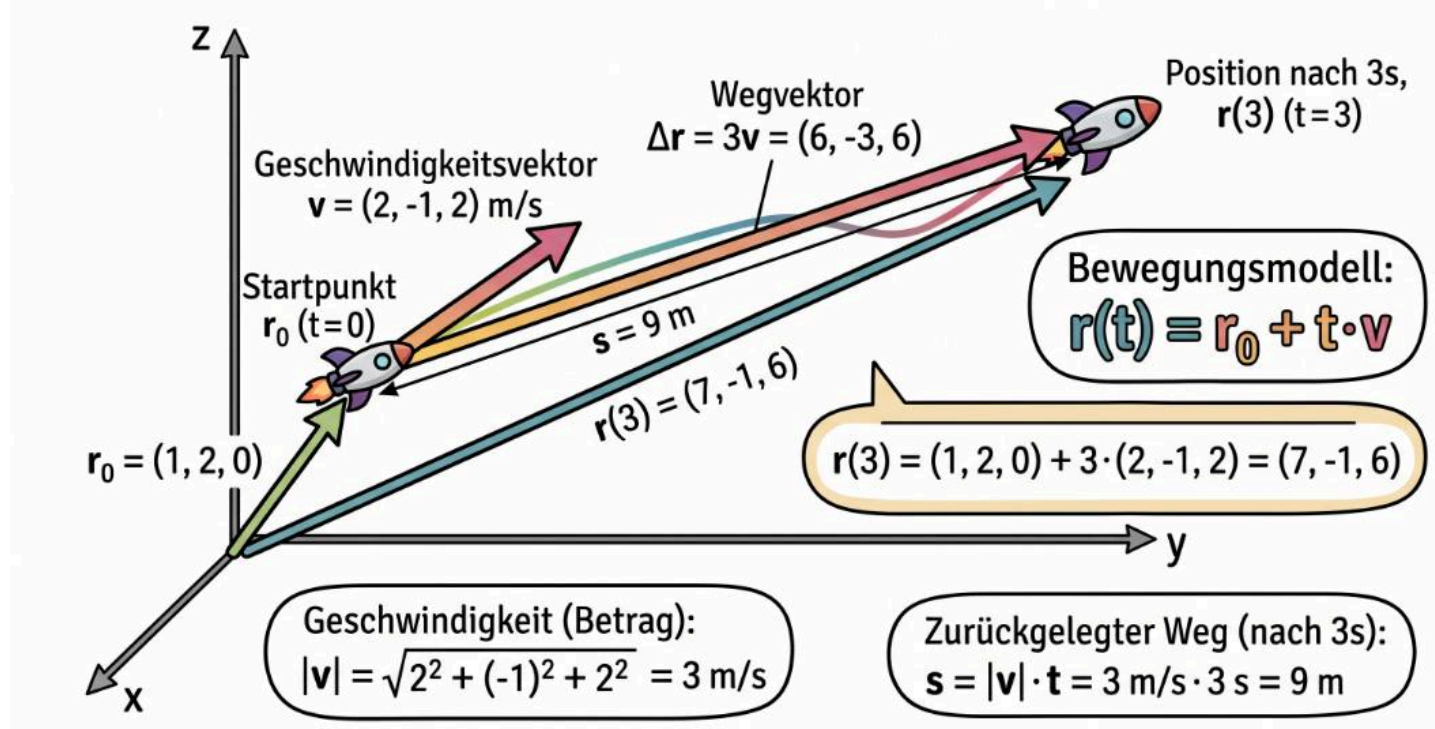
Geradlinige Bewegungen mit Orts- und Geschwindigkeitsvektoren untersuchen

Lernziel-ID 492463cf-6cb2-5a5a-98e0-c1d77c36c256

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum

Geradlinige Bewegungen mit Orts- und Geschwindigkeitsvektoren untersuchen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann geradlinige Bewegungen im Raum mit $\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + t\vec{v}$ beschreiben und untersuchen sowie $\vec{v}$ als Geschwindigkeitsvektor deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen

265af6af-8eac-5632-b730-800aafcde26a

S. 712

Wird direkt vorausgesetzt von

Parabelbahnen mithilfe von Parametern darstellen (LK)

eb112b6f-4cc4-58af-975a-f1ea61b727f0

S. 719

Transformationsargumente für Flächen und Volumina nutzen (LK)

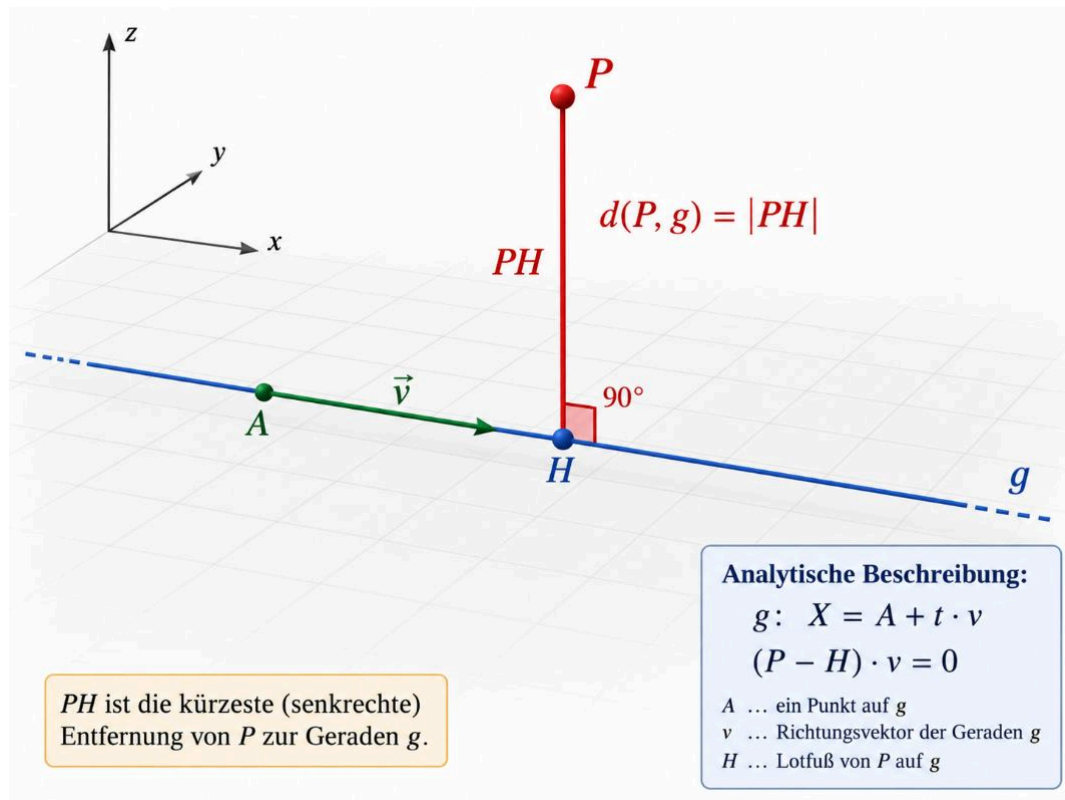
7d37513b-fa1a-54cc-9e2a-9279a381f0f0

S. 759

Punkt-Gerade-Abstände im Raum bestimmen

Lernziel-ID 3256476b-ec65-4038-9f5a-a8808fbcf207

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkt-Gerade-Abstände im Raum mithilfe von Projektionen, Lotbeziehungen und analytischen Darstellungen bestimmen und die Ergebnisse geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BW: Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen effe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382	Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen 265af6af-8eac-5632-b739-800aafcd26a	S. 712
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK) c2c49659-5917-5be5-a3bd-e46f1b17126f	S. 751
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

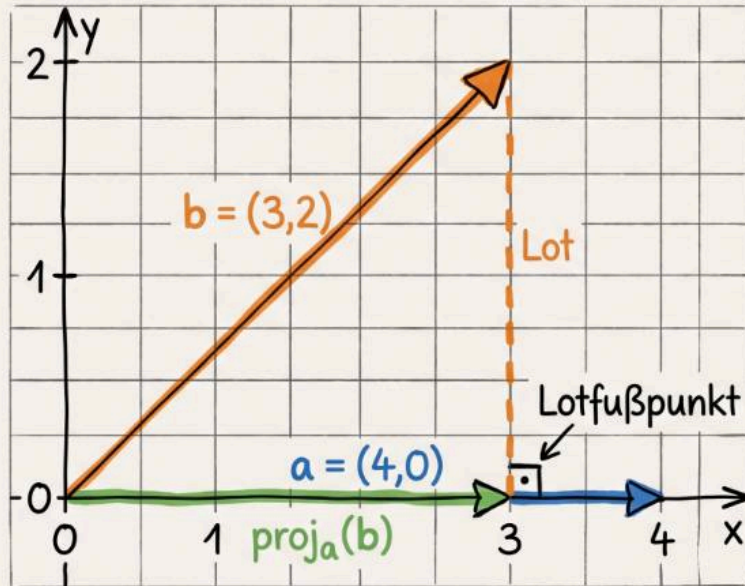
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9](#)

Definition des Skalarprodukts mithilfe orthogonaler Projektionen veranschaulichen

Lernziel-ID 3016ec37-1c2e-47db-83f5-e767923bc97e

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Definition des Skalarprodukts mithilfe orthogonaler Projektionen veranschaulichen



Rechnung: $a \cdot b = 4 \cdot 3 + 0 \cdot 2 = 12$
 $|a| = 4$

Projektionslänge von b auf a $b = \frac{a \cdot b}{|a|} = 3$

Deutungskarte:

Das Skalarprodukt misst, wie viel von b in Richtung a zeigt:

$a \cdot b = |a| \times \text{signierte Projektionslänge von } b \text{ auf } a$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die orthogonale Projektion eines Vektors auf die durch einen anderen Vektor bestimmte Richtung nutzen, um die Definition des Skalarprodukts geometrisch zu veranschaulichen und fachsprachlich zu erläutern.

Geltung

BW, SH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen](#)

265af6af-8eac-5632-b730-800aafcd26a

S. 712

Wird direkt vorausgesetzt von

[Orthogonale Projektionen als erste lineare Abbildungsintuition deuten](#)

ed5d869b-af4e-4b80-b34d-a2338e16ce34

S. 716

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

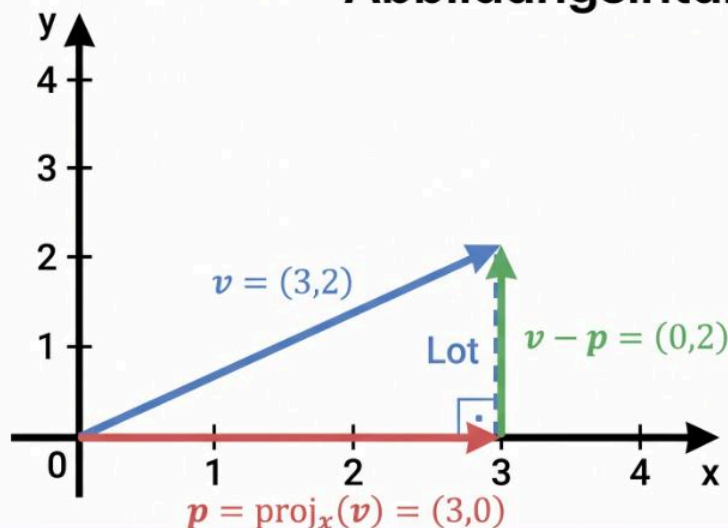
Orthogonale Projektionen als erste lineare Abbildungsintuition deuten

Lernziel-ID ed5d869b-af4e-4b80-b34d-a2338e16ce34

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Orthogonale Projektionen als erste lineare Abbildungsintuition deuten



DEUTUNG (Lineare Abbildung):

 $\Rightarrow$ x-Komponente bleibt:
 $3 \rightarrow 3$

 $\Rightarrow$ y-Komponente wird 0:
 $2 \rightarrow 0$

Der Restvektor $(0, 2)$ steht senkrecht zur x-Achse (Orthogonalität).

OPTIONAL (Matrix): $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $P \cdot v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an orthogonalen Projektionen auf einen festen linearen Unterraum erläutern, dass jedem Vektor ein Anteil in diesem Unterraum und ein dazu senkrechter Rest zugeordnet wird, und dies als erstes Beispiel einer linearen Abbildung deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Definition des Skalarprodukts mithilfe orthogonaler Projektionen veranschaulichen](#)

S. 715

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

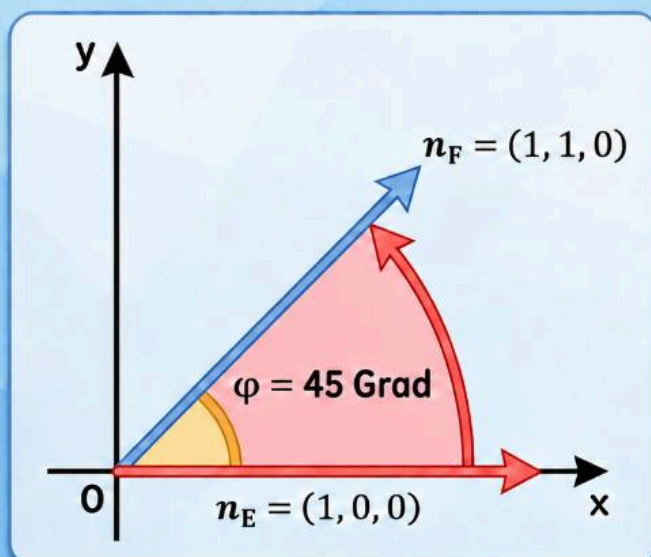
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Winkel zwischen zwei Ebenen berechnen

Lernziel-ID bda6a659-9640-53a5-8be0-24705ab623ef

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Winkel zwischen zwei Ebenen berechnen



Richtung der Schnittgeraden: parallel zur z-Achse

Berechnung mit Skalarprodukt

$$\cos(\varphi) = \frac{|\mathbf{n}_E \cdot \mathbf{n}_F|}{|\mathbf{n}_E| \cdot |\mathbf{n}_F|}$$

$$\mathbf{n}_E = (1, 0, 0)$$

$$\mathbf{n}_F = (1, 1, 0)$$

$$\mathbf{n}_E \cdot \mathbf{n}_F = (1 \cdot 1) + (0 \cdot 1) + (0 \cdot 0) = 1$$

$$|\mathbf{n}_E| = \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$|\mathbf{n}_F| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = 45 \text{ Grad}$$

Deutung: Der Schnittwinkel der Ebenen ist hier 45 Grad.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Winkel zwischen zwei Ebenen mithilfe geeigneter Normalenvektoren berechnen und als Schnittwinkel der Ebenen geometrisch deuten.

Geltung

BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen

S. 689

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen

S. 712

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameterabhängige Winkel und Lagebeziehungen untersuchen

S. 741

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

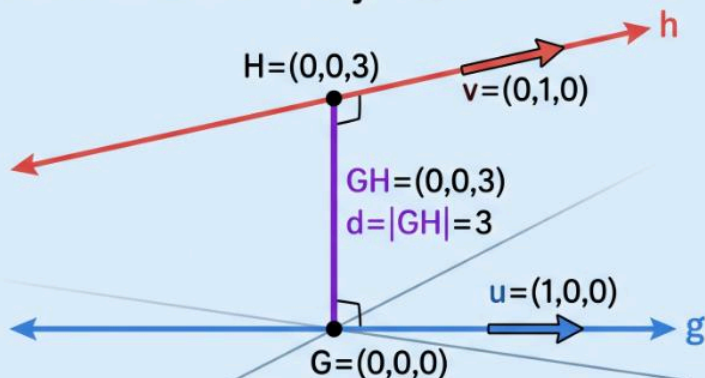
Gerade-Gerade-Abstände im Raum bestimmen

Lernziel-ID 509ae03b-96b1-4bb1-b015-b83d14569dae

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Gerade-Gerade-Abstände im Raum bestimmen

Schematische 3D-Projektion



Deutung

Die Geraden sind windschief: nicht parallel, kein Schnittpunkt. Die Lotstrecke GH steht senkrecht zu beiden Richtungsvektoren.

Rechnung

$$\mathbf{n} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = (0,0,1)$$

$$\mathbf{Q} - \mathbf{P} = \mathbf{H} - \mathbf{G} = (0,0,3)$$

$$d = \frac{|(\mathbf{Q} - \mathbf{P}) \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|} = \frac{|(0,0,3) \cdot (0,0,1)|}{|(0,0,1)|}$$
$$= \frac{|3|}{1} = 3$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Gerade-Gerade-Abstände im Raum, insbesondere im windschiefen Fall, mithilfe analytischer Verfahren bestimmen und geometrisch deuten.

Geltung

BW: Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen

S. 382

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen

S. 712

Wird direkt vorausgesetzt von

Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK)

S. 751

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

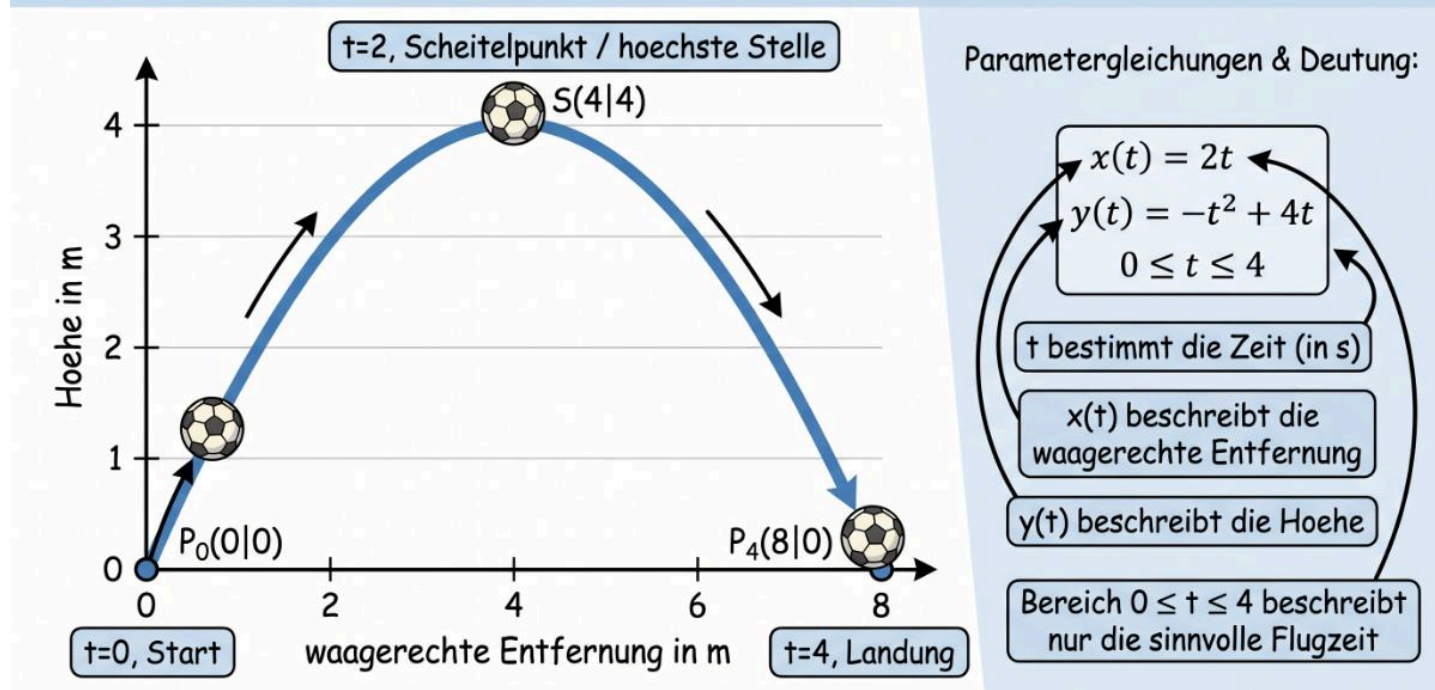
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Parabelbahnen mithilfe von Parametern darstellen (LK)

Lernziel-ID eb112b6f-4cc4-58af-975a-f1ea61b727f0

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Parabelbahnen mithilfe von Parametern darstellen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parabelbahnen, zum Beispiel die Flugbahn eines Balls, mithilfe von Parametern darstellen und die Parameter in Bezug auf die Bewegungssituation deuten.

Geltung

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Definitionsmenge einer Funktion bestimmen

502ecaa7-cca6-5c51-a1cc-da09a7b2382c

S. 188

Geradlinige Bewegungen mit Orts- und Geschwindigkeitsvektoren untersuchen

492463cf-6cb2-5a5a-98e0-c1d77c36c256

S. 713

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

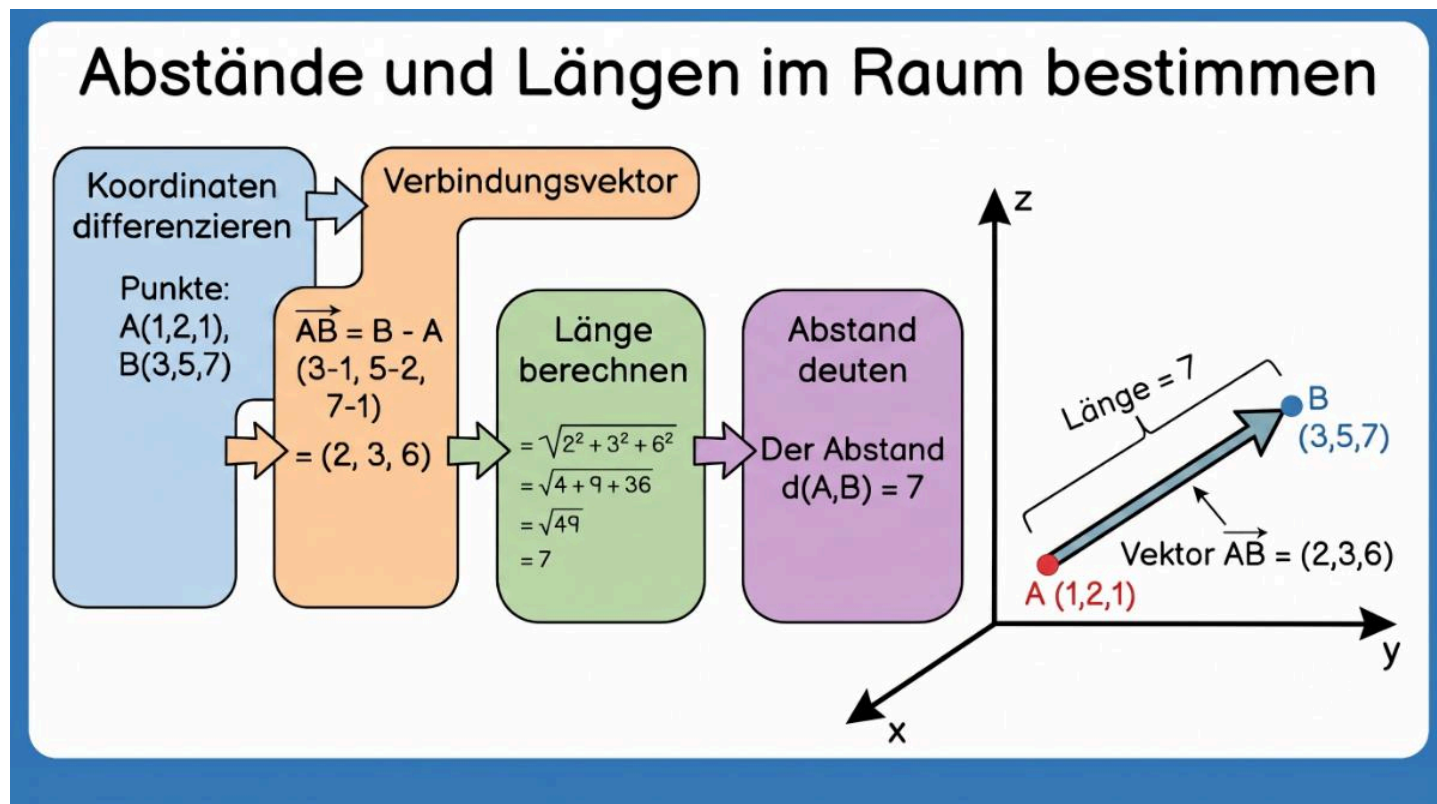
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittpunkte analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Abstände und Längen im Raum bestimmen

Lernziel-ID 0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Abstände zwischen Punkten und Geraden im Raum mithilfe von Koordinaten, Projektionen und Skalarprodukten berechnen und Ergebnisse geometrisch interpretieren.

Geltung

BB, BE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen

265af6af-8eac-5632-b730-800aafcde26a

S. 712

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumen von Prismen aus Grundfläche und Höhe bestimmen S. 721

1e77bb2f-0cd6-5961-b0fb-230317c73fce

Volumen von Pyramiden aus Grundfläche und Höhe bestimmen S. 722

288633c1-f61c-5b48-af7e-a80357f96cad

Spatprodukt korrekt definieren und deuten S. 723

944dd479-9f30-5acb-ab32-3ea0b6dc8e06

Volumen von Zylindern aus Radius und Höhe bestimmen S. 725

c71ae268-f28e-59f0-982d-91db8f963378

Volumen von Kegeln aus Radius und Höhe bestimmen S. 726

e8237315-654e-5150-97de-49c4cb49b3d1

Volumen von Kugeln aus dem Radius bestimmen S. 727

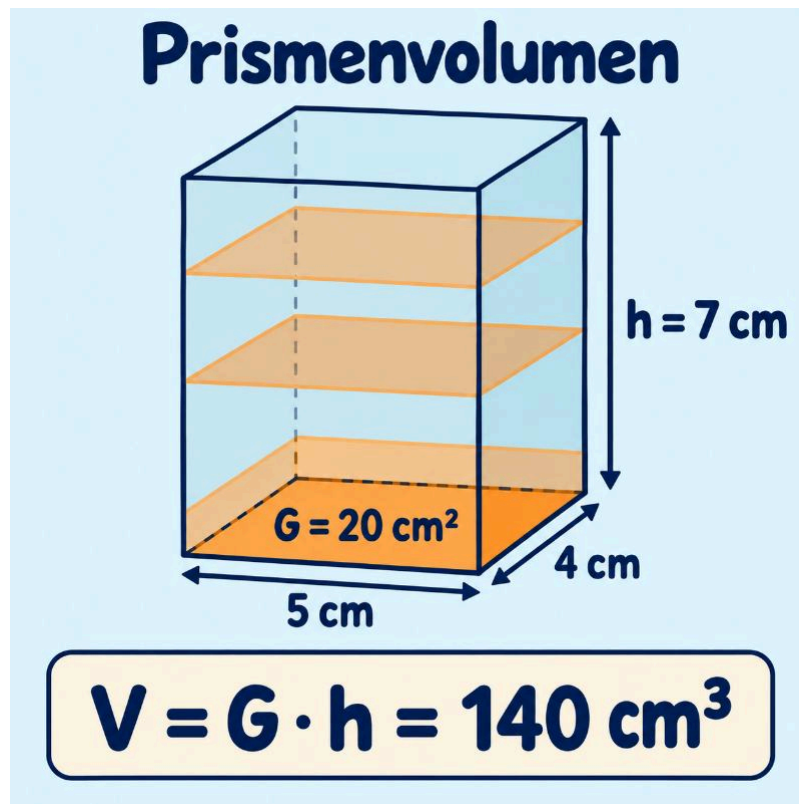
2f2c9f1a-07f0-59e4-b84a-60648c3b0bda

Volumen von Prismen aus Grundfläche und Höhe bestimmen

Lernziel-ID 1e77bb2f-0cd6-5961-b0fb-230317c73fce

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Zusammenhang $V = G \cdot h$ geometrisch erklären und nutzen, um Volumina von Prismen aus Skizzen oder Koordinaten zu bestimmen und Einheiten korrekt anzugeben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abstände und Längen im Raum bestimmen

0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce

S. 720

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

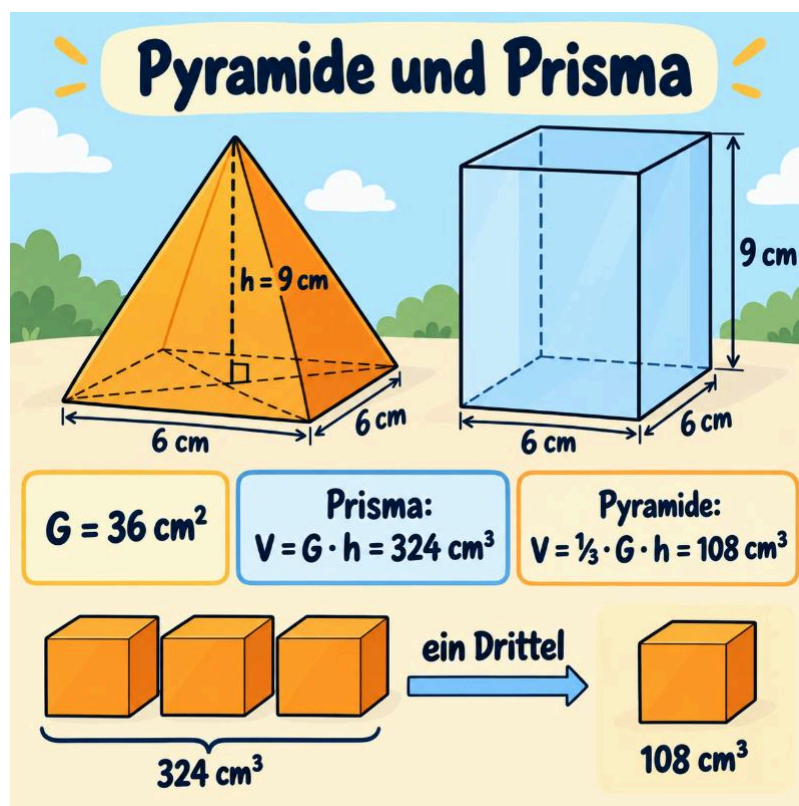
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Volumen von Pyramiden aus Grundfläche und Höhe bestimmen

Lernziel-ID 288633c1-f61c-5b48-af7e-a80357f96cad

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Faktor $1/3$ als Verhältnis zum entsprechenden Prisma deuten und den Zusammenhang $V = (G \cdot h)/3$ nutzen, um Volumina von Pyramiden aus Skizzen oder Koordinaten zu bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abstände und Längen im Raum bestimmen

0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce

S. 720

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Spatprodukt korrekt definieren und deuten

Lernziel-ID 944dd479-9f30-5acb-ab32-3ea0b6dc8e06

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Spatprodukt als $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ korrekt angeben, die Orientierung deuten und für Volumenberechnungen den Betrag verwenden.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Skalarprodukt zur Winkelberechnung nutzen 265af6af-8eac-5632-b730-800aafcde26a	S. 712	Abstände und Längen im Raum bestimmen 0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce	S. 720
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Volumen von Spaten und Tetraedern mit Spatprodukt berechnen a594dec0-3977-5c43-9432-d4254a7f6130	S. 724	Volumenformeln räumlicher Körper herleiten (LK) e9181209-1506-59df-9053-17f36b91bb06	S. 728
--	--------	--	--------

Volumen von Spaten und Tetraedern mit Spatprodukt berechnen

Lernziel-ID a594dec0-3977-5c43-9432-d4254a7f6130

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Volumina von Spaten (Parallelepipeden) und Tetraedern aus Koordinaten mithilfe des Spatprodukts bestimmen ($V_{Spat} = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$, $V_{Tet} = \frac{1}{6} V_{Spat}$) und passende Kantenvektoren wählen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Spatprodukt korrekt definieren und deuten

944dd479-9f30-5acb-ab32-3ea0b6dc8e06

S. 723

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

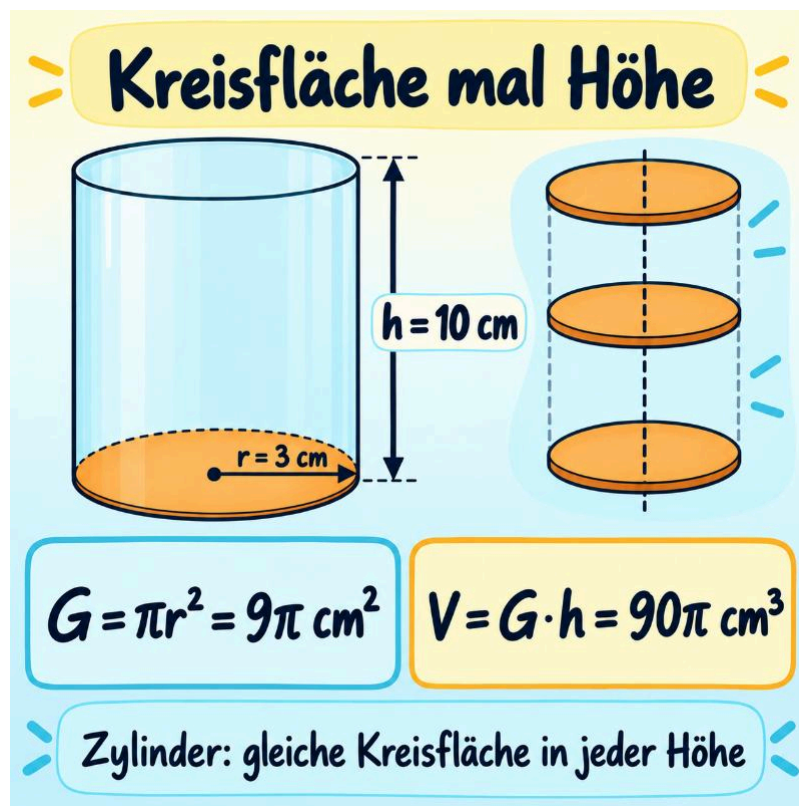
[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Volumen von Zylindern aus Radius und Höhe bestimmen

Lernziel-ID c71ae268-f28e-59f0-982d-91db8f963378

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Kreisfläche als Grundfläche eines Zylinders deuten und den Zusammenhang $V = \pi r^2 h$ nutzen, um Volumina aus Skizzen oder Koordinaten zu bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abstände und Längen im Raum bestimmen

0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce

S. 720

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

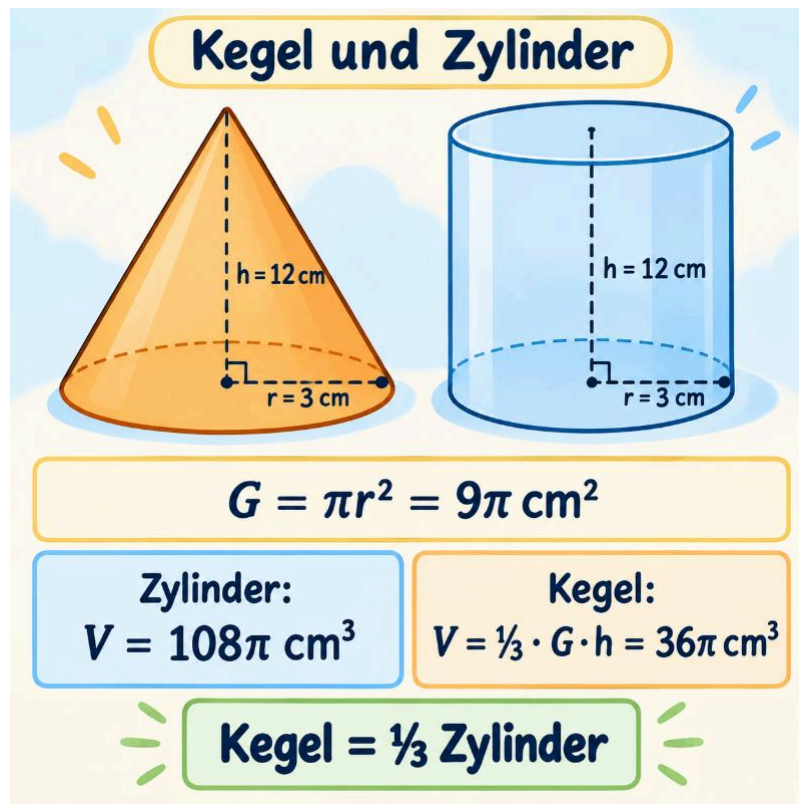
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Volumen von Kegeln aus Radius und Höhe bestimmen

Lernziel-ID e8237315-654e-5150-97de-49c4cb49b3d1

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Faktor $\frac{1}{3}$ als Verhältnis zum entsprechenden Zylinder deuten und den Zusammenhang $V = (\pi r^2 h)/3$ nutzen, um Volumina von Kegeln aus Skizzen oder Koordinaten zu bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abstände und Längen im Raum bestimmen

0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce

S. 720

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

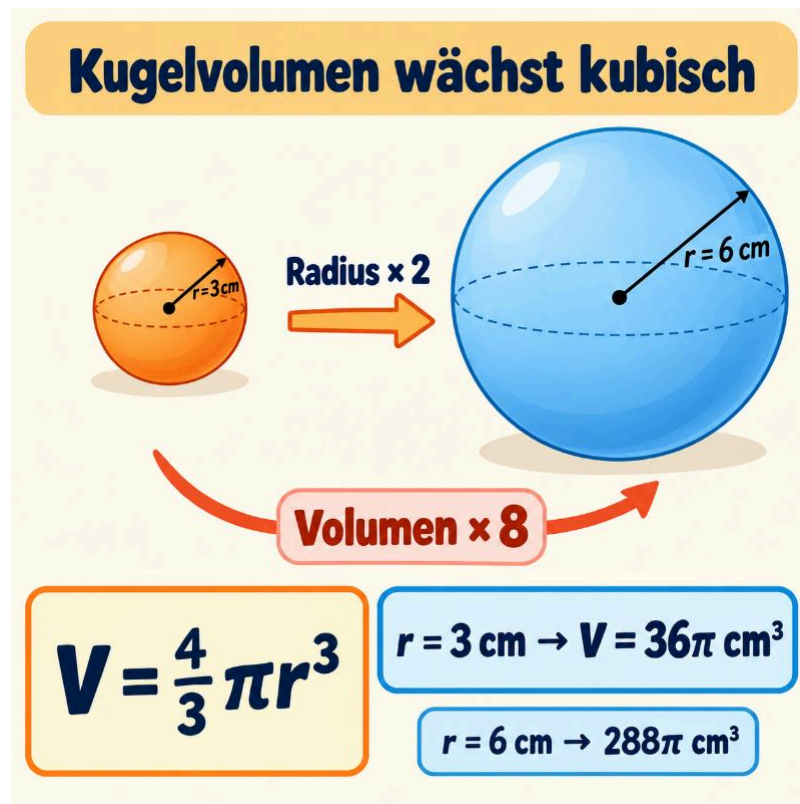
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Volumen von Kugeln aus dem Radius bestimmen

Lernziel-ID 2f2c9f1a-07f0-59e4-b84a-60648c3b0bda

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis > Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die kubische Abhängigkeit des Kugelvolumens vom Radius beschreiben und den Zusammenhang $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ nutzen, um Kugelvolumina aus Skizzen oder Koordinaten zu bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Abstände und Längen im Raum bestimmen

0a846521-edcc-5c3c-a844-eac061e053ce

S. 720

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Volumenformeln räumlicher Körper herleiten (LK)

Lernziel-ID e9181209-1506-59df-9053-17f36b91bb06

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Punkte, Vektoren und Bewegungen im Raum > Körper und Figuren im Raum charakterisieren

Volumenformeln räumlicher Körper herleiten (LK)

Zahlencheck (Beispiel)

Gegeben: $R = 3 \text{ cm}$, $h = 12 \text{ cm}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot 12 \text{ cm}$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \text{ cm}^2 \cdot 12 \text{ cm}$$
$$V = 36\pi \text{ cm}^3$$

Herleitung durch Integration

$$V = \int_0^h A(y) dy$$
$$V = \int_0^h \frac{\pi \cdot R^2 \cdot y^2}{h^2} dy$$
$$V = \frac{\pi \cdot R^2}{h^2} \cdot \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^h \text{ von } 0 \text{ bis } h$$
$$V = \frac{\pi \cdot R^2}{h^2} \cdot \frac{h^3}{3}$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$$

Herleitung ohne Formelsammlung (durch Scheibenzerlegung)

Volumenformel Kegel

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Volumenformel eines ausgewählten räumlichen Körpers durch Zerlegung oder ein geeignetes Integral herleiten und die Herleitung geometrisch begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Spatprodukt korrekt definieren und deuten

944dd479-9f30-5acb-ab32-3ea0b6dc8e06

S. 723

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen

Lernziel-ID 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen

Einsetzen in E

$$\begin{aligned}x &= 1 + t & y &= 2 & z &= t \\(1 + t) + 2 + t &= 5 \\3 + 2t &= 5 \\t &= 1\end{aligned}$$

Lösung für t

Schnittpunkt berechnen

$$\begin{aligned}S &= (1; 2; 0) + 1 \cdot (1; 0; 1) \\S &= (2; 2; 1)\end{aligned}$$

Der Parameterwert $t = 1$ liefert den gemeinsamen Punkt.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene über ein lineares Gleichungssystem bestimmen und geometrisch interpretieren.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen efffe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382	Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0	S. 695
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Besondere Lagen von Geraden und Ebenen begründen e75ec65a-9692-5871-b90b-fbebe38ae0c3	S. 730	Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK) 6b2a1c04-8c28-51ff-905b-9c9492a26cc3	S. 755	Sachprobleme mit Geraden und Ebenen modellieren bd3576b8-f4e5-542a-a8a2-74524d9cee21	S. 756	Schnittfiguren von Ebenen mit Polyedern bestimmen (LK) 3aea4d33-4170-5ecc-82b0-3a3974cc2237	S. 758
Transformationsargumente für Flächen und Volumina nutzen (LK) 7d37513b-fa1a-54cc-9e2a-9279a381f0f0	S. 759						

Besondere Lagen von Geraden und Ebenen begründen

Lernziel-ID e75ec65a-9692-5871-b90b-fbebe38ae0c3

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren

Besondere Lagen von Geraden und Ebenen begründen

Thema: Besondere Lage von Gerade und Ebene rechnerisch begründen

1. Vektoren bestimmen
Ebene E:
 $x + 2y + z = 4$
Normalenvektor
 $\mathbf{n} = (1|2|1)$
Stützpunkt
 $P(1|0|1)$
Richtungsvektor
 $\mathbf{v} = (2|-1|0)$
Stützpunkt
 $P(1|0|1)$
Gerade g:
 $\mathbf{r} = (1|0|1) + t \cdot (2|-1|0)$

2. Parallelitäts-Check
(Skalarprodukt $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}$)
 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = (1|2|1) \cdot (2|-1|0)$
 $= 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0$
 $= 2 - 2 + 0$
 $= 0$
 $\mathbf{n} \perp \mathbf{v}$, also g parallel zu E

3. Punktprobe
(Stützpunkt P in E)
Linke Seite in E:
 $x + 2y + z = 1 + 2 \cdot 0 + 1 = 2$
Ebene fordert: $\neq 4$ ✗
 $2 \neq 4$, also P liegt nicht in E

Ergebnisbox
g ist echt parallel zu E,
kein Schnittpunkt

Geometrische Deutung: Gerade parallel zur Ebene, nicht in der Ebene

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann besondere Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen im Raum rechnerisch untersuchen, fachlich begründen und geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme geometrisch deuten 436532fe-cee6-5a13-a4be-05522435937b	S. 698	Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen 69beb31d-5d02-4505-9500-3ec81af86f1e	S. 707	Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1	S. 729
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

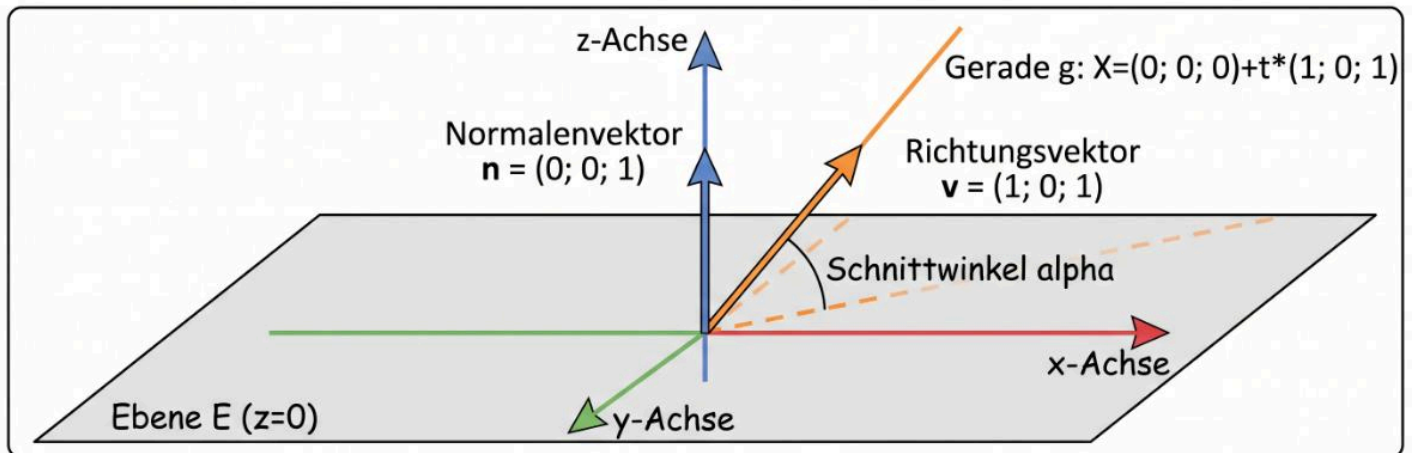
[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen

Lernziel-ID 57b11e9a-4acf-5ebe-b2b6-c9f99d2b5bb5

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

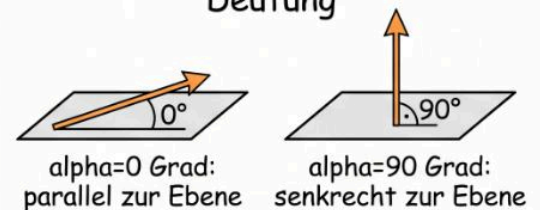
Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen



Berechnung

$$\begin{aligned} |\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| &= 1 \\ |\mathbf{v}| &= \sqrt{2}, |\mathbf{n}| = 1 \\ \sin(\alpha) &= |\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| / (|\mathbf{v}| \cdot |\mathbf{n}|) = 1/\sqrt{2} \\ \alpha &= 45 \text{ Grad} \end{aligned}$$

Deutung



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den nichtstumpfen Schnittwinkel α zwischen einer Geraden mit Richtungsvektor $\mathbf{u}$ und einer Ebene mit Normalenvektor $\mathbf{n}$ orientierungsunabhängig über $\sin \alpha = |\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| / (|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{n}|)$ bestimmen, als Ergänzungswinkel zum nichtstumpfen Winkel zwischen Geraden- und Normalenrichtung deuten und geometrisch prüfen.

Geltung

BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen e7fe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382	Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e	S. 689
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Parallelprojektionen auf Ursprungsebenen mit Matrizen darstellen (LK) 803d910d-96d1-5118-b9ca-29e93d0da76d	S. 732	Gerade-Ebene- und Ebene-Ebene-Abstände im Raum bestimmen 8eb14d81-353a-4909-9464-61be7b1ba5b8	S. 740	Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904	S. 743	Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK) 6b2a1c04-8c28-51ff-905b-9c9492a26cc3	S. 755
--	--------	---	--------	---	--------	--	--------

Parallelprojektionen auf Ursprungsebenen mit Matrizen darstellen (LK)

Lernziel-ID 803d910d-96d1-5118-b9ca-29e93d0da76d

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Lineare geometrische Abbildungen und Abbildungsmatrizen

Parallelprojektion auf eine Ursprungsebene

Herleitung & Matrix

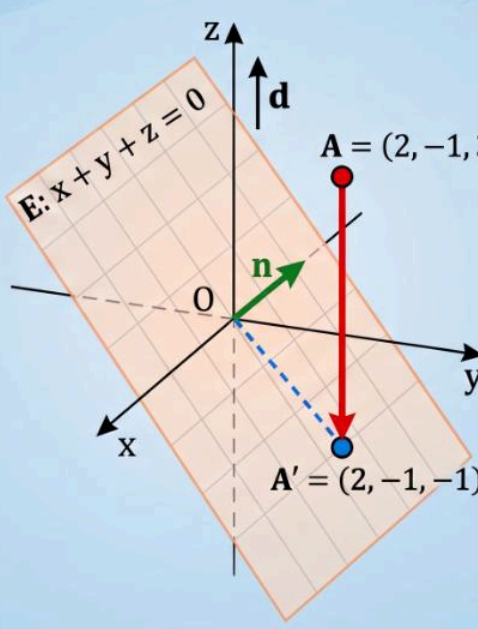
$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}^T}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{d}}$$

$\mathbf{n} = (1, 1, 1)$
Normalenvektor von E

$\mathbf{d} = (0, 0, 1)$
Projektionsrichtung

$\mathbf{n} \cdot \mathbf{d} = (1, 1, 1) \cdot (0, 0, 1) = 1$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Wirkung & Kontrollen

Rechnung $\mathbf{P} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}'$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{A}'$

Probe $\mathbf{A}' \in E$

$$2 - 1 - 1 = 0 \quad \checkmark$$

Kontrolle $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$

$$\mathbf{P}^2 = \mathbf{P} \quad \checkmark$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine Parallelprojektion entlang einer vorgegebenen Richtung, die nicht in der Zielebene liegt, auf eine beliebige Ursprungsebene im $\mathbb{R}^3$ die Abbildungsmatrix bestimmen und untersuchen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Abbildungsmatrix aus Basisbildern bestimmen](#)
8dc2c87a-cfc6-5f15-89e5-634107f5c9c7

S. 407

[Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen](#)
57b11e9a-4acf-5ebe-b2b6-c9f99d2b5bb5

S. 731

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-0c92-5444-ac4e-32b83169f318

Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen

Lernziel-ID 24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen

Klassifizierung (Rechnerisch)

1) Schneidend	2) Echt parallel	3) In der Ebene
$g_1:$ $X=(1; 0; 0)+t*(1; 1; 0)$ $\vec{v}_1=(1;1;0)$	$g_2:$ $X=(0; 0; 4)+t*(1; -1; 0)$ $\vec{v}_2=(1;-1;0)$	$g_3:$ $X=(3; 0; 0)+t*(1; -1; 0)$ $\vec{v}_3=(1;-1;0)$
Prüfung: $\vec{n} \cdot \vec{v}_1 = 2 \neq 0$ ✓	Prüfung: $\vec{n} \cdot \vec{v}_2 = 0$ ✓	Prüfung: $\vec{n} \cdot \vec{v}_3 = 0$ ✓
Einsetzen in E: $(1+t)+t+0 = 3$ $\rightarrow 1+2t = 3$ $\rightarrow t = 1$	Stützpunktprobe: $(0; 0; 4)$ in E: $0+0+4 = 4 \neq 3$	Stützpunktprobe: $(3; 0; 0)$ in E: $3+0+0 = 3$
Schnittpunkt: $S=(2; 1; 0)$	g_2 parallel zu E, liegt nicht in E	g_3 liegt ganz in E

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Lagebeziehung zwischen einer Geraden und einer Ebene mithilfe vektorieller und koordinatenmäßiger Darstellungen begründet klassifizieren.

Geltung

BW: Sek. II · LK

HE, SH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen efffe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382
Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren 9cc659e0-100d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8	S. 691

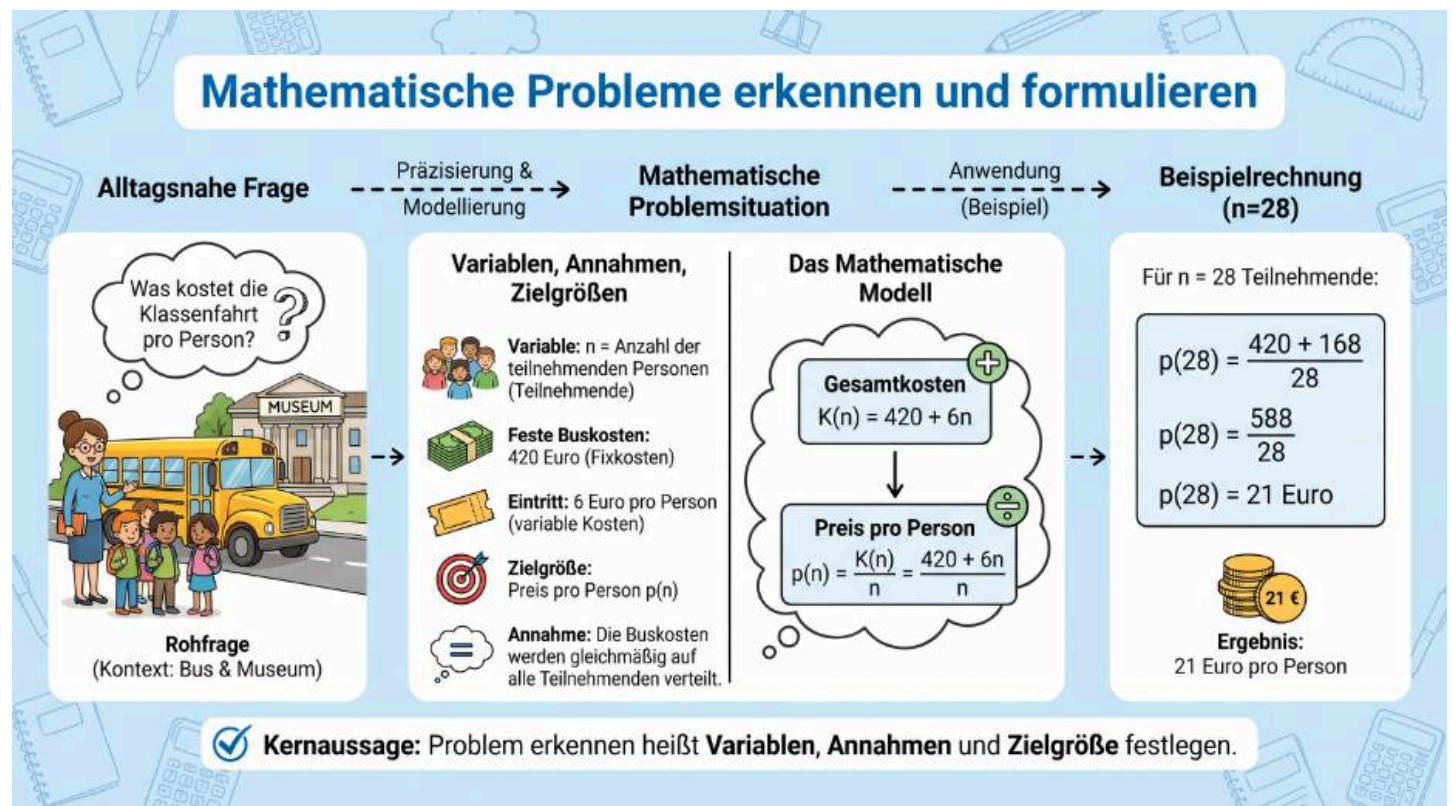
Wird direkt vorausgesetzt von

Mathematische Probleme erkennen und formulieren c0e34fa8-fde5-5a4e-9b84-c5d5db719b58	S. 734
Gerade-Ebene- und Ebene-Ebene-Abstände im Raum bestimmen 8eb14d81-353a-4909-9464-61be7b1ba5b8	S. 740
Parameterabhängige Winkel und Lagebeziehungen untersuchen 5f90df42-8a71-534d-b995-b8f7dcdf1661	S. 741
Projektionen auf Koordinatenebenen untersuchen 5748633c-113f-5ea8-9041-24da55919de7	S. 742
Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden f4c75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904	S. 743
Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK) 6b2a1c04-8c26-51ff-905b-9c9492a26cc3	S. 755

Mathematische Probleme erkennen und formulieren

Lernziel-ID c0e34fa8-fde5-5a4e-9b84-c5d5db719b58

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann alltagsnahe oder mathematische Fragestellungen in eine präzise mathematische Problemsituation überführen, Annahmen explizit machen und Zielgrößen festlegen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungen elementarer Funktionen berechnen

858113c5-e53b-57bb-b01f-ba95c3ddcb6f

S. 211

Gegebenes und Gesuchtes bestimmen

a288231e-e4bb-5c65-b018-b79a51ca87d8

S. 522

Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen

24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f

S. 733

Wird direkt vorausgesetzt von

Eine heuristische Strategie anwenden

87372f49-c832-50f6-921f-ec9a6804d58a

S. 735

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

Eine heuristische Strategie anwenden

Lernziel-ID 87372f49-c832-50f6-921f-ec9a6804d58a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine offene Problemstellung eine passende heuristische Strategie auswählen, anwenden und die Wahl begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Mathematische Probleme erkennen und formulieren

S. 734

Wird direkt vorausgesetzt von

Argumente und Aussagen beurteilen

S. 736

Argumente und Aussagen beurteilen

Lernziel-ID 499b8a0d-a5da-5cf7-8557-89e16152b752

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren

Argumente und Aussagen beurteilen

Aussage prüfen: "Alle Rechtecke mit gleichem Umfang haben die gleiche Fläche."

Behauptung & Prüfung

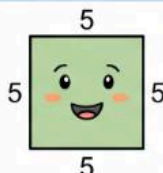


Aussage: "Alle Rechtecke mit gleichem Umfang haben die gleiche Fläche."



Kritische Prüfung

Rechteck A



$$U_A = 2 \cdot (5+5) = 20$$

$$A_A = 5 \cdot 5 = 25 \quad \text{Fläche} = 25$$

Rechteck B



$$U_B = 2 \cdot (2+8) = 20$$

$$A_B = 2 \cdot 8 = 16 \quad \text{Fläche} = 16$$

Vergleich



gleicher Umfang: $20 = 20$
unterschiedliche Flächen: $25 \neq 16$



Urteil

Aussage ist falsch, denn ein Gegenbeispiel genügt.

Gegenbeispiel

Prüfschema



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann vorgegebene Lösungen, Argumentationsketten oder Vermutungen kritisch prüfen, Gegenbeispiele suchen und sachgerecht Stellung beziehen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Eine heuristische Strategie anwenden

87372f49-c832-50f6-921f-ec9a6804d58a

S. 735

Wird direkt vorausgesetzt von

Logische Schlussfolgerungen entwickeln

3b64b90b-ed89-5aeb-9838-bf05ccef9d77

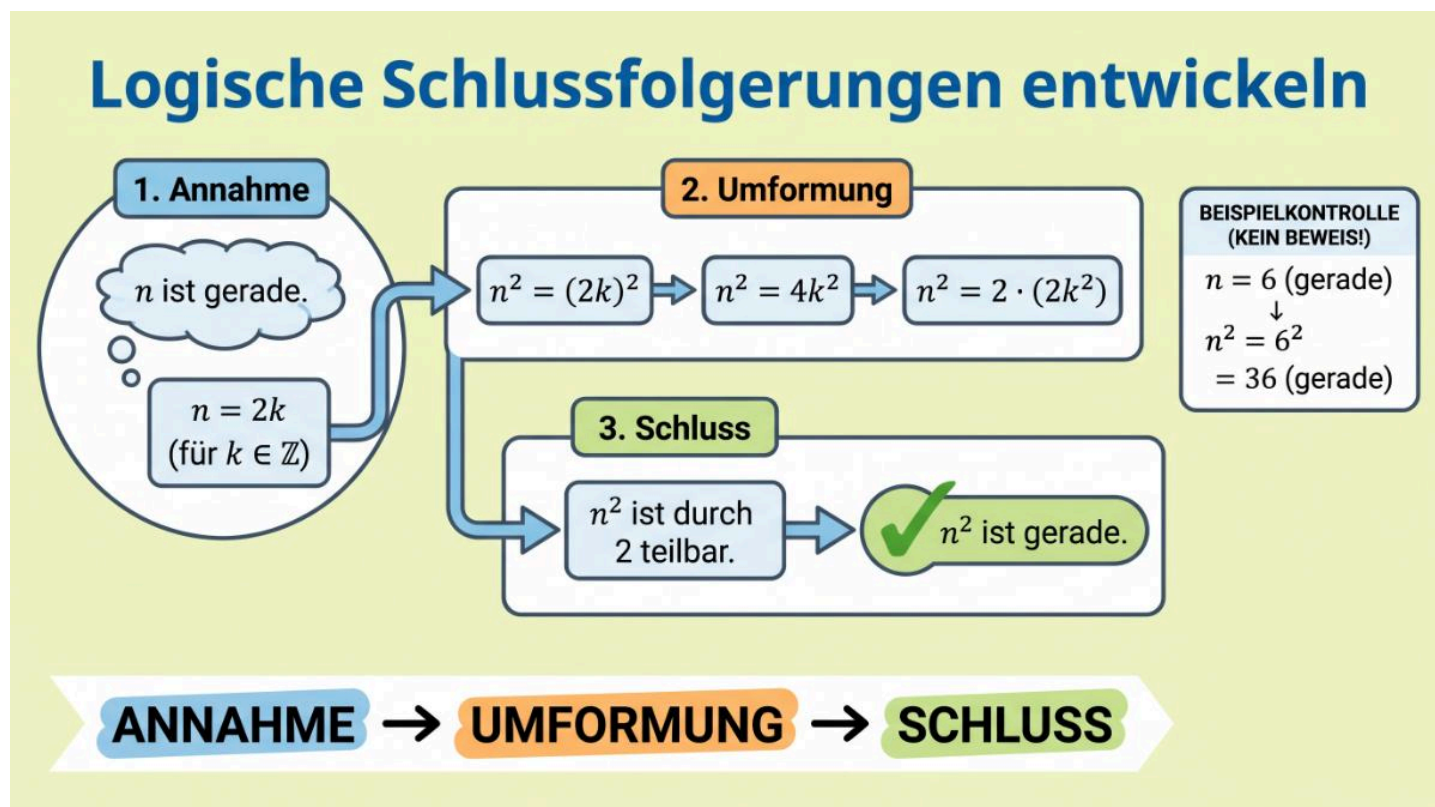
S. 737

Logische Schlussfolgerungen entwickeln

Lernziel-ID 3b64b90b-ed89-5aeb-9838-bf05ccef9d77

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann eigene Argumentationen strukturiert aufbauen, Schlussketten mit formalen oder anschaulichen Begründungen absichern und typische Beweismuster benennen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Argumente und Aussagen beurteilen

499b8a0d-a5da-5cf7-8557-89e16152b752

S. 736

Wird direkt vorausgesetzt von

Lösungsweg auf eine verwandte Situation übertragen

18b43bc8-ee2a-5505-99ad-3a261a62f64a

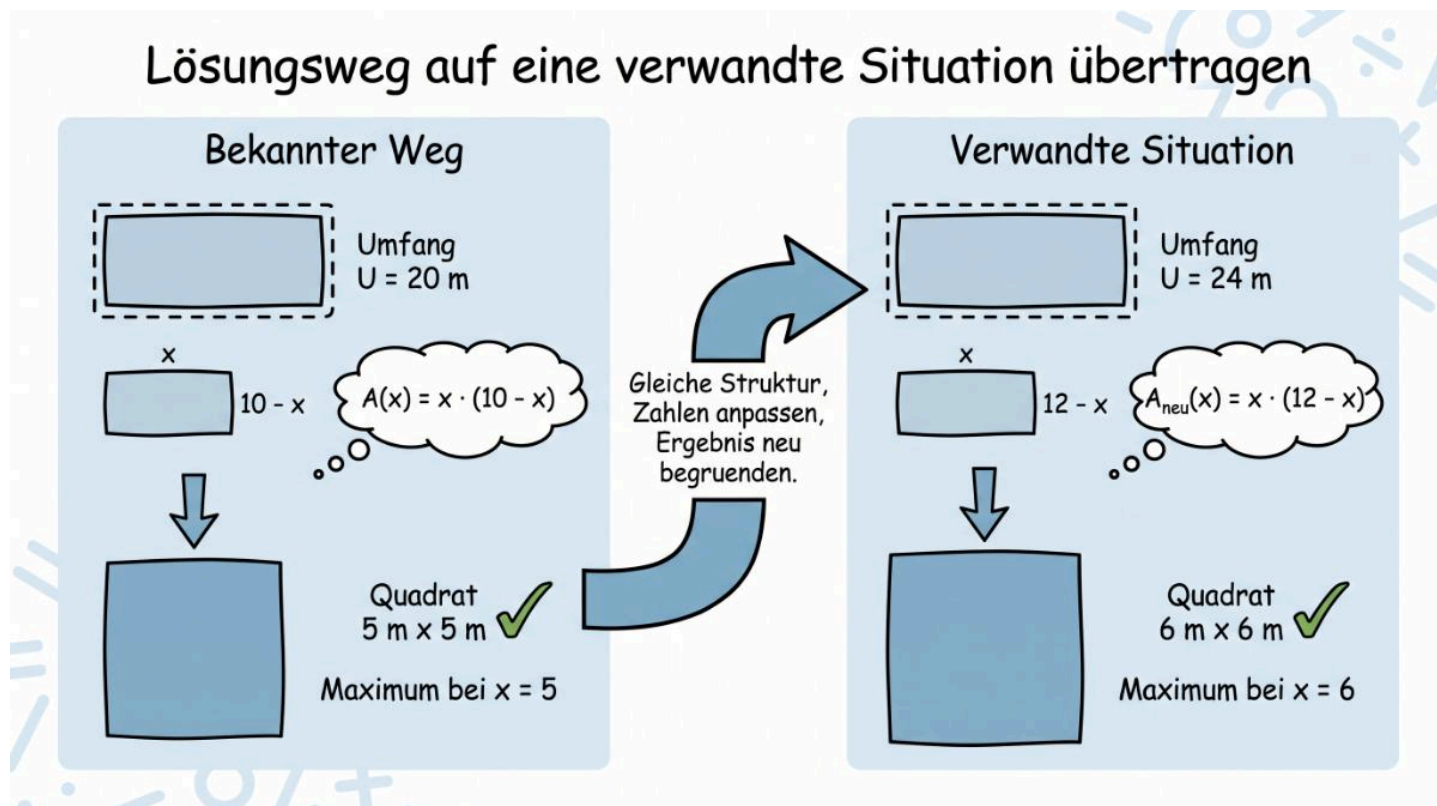
S. 738

Lösungsweg auf eine verwandte Situation übertragen

Lernziel-ID 18b43bc8-ee2a-5505-99ad-3a261a62f64a

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einen bekannten Lösungsweg auf eine verwandte Problemstellung übertragen und notwendige Anpassungen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Logische Schlussfolgerungen entwickeln

3b64b90b-ed89-5aeb-9838-bf05cccf9d77

S. 737

Wird direkt vorausgesetzt von

Entscheidungsregel für eine komplexe Problemstellung entwickeln (LK)

613871f6-ccb2-51fe-aba2-0dd17b86a89e

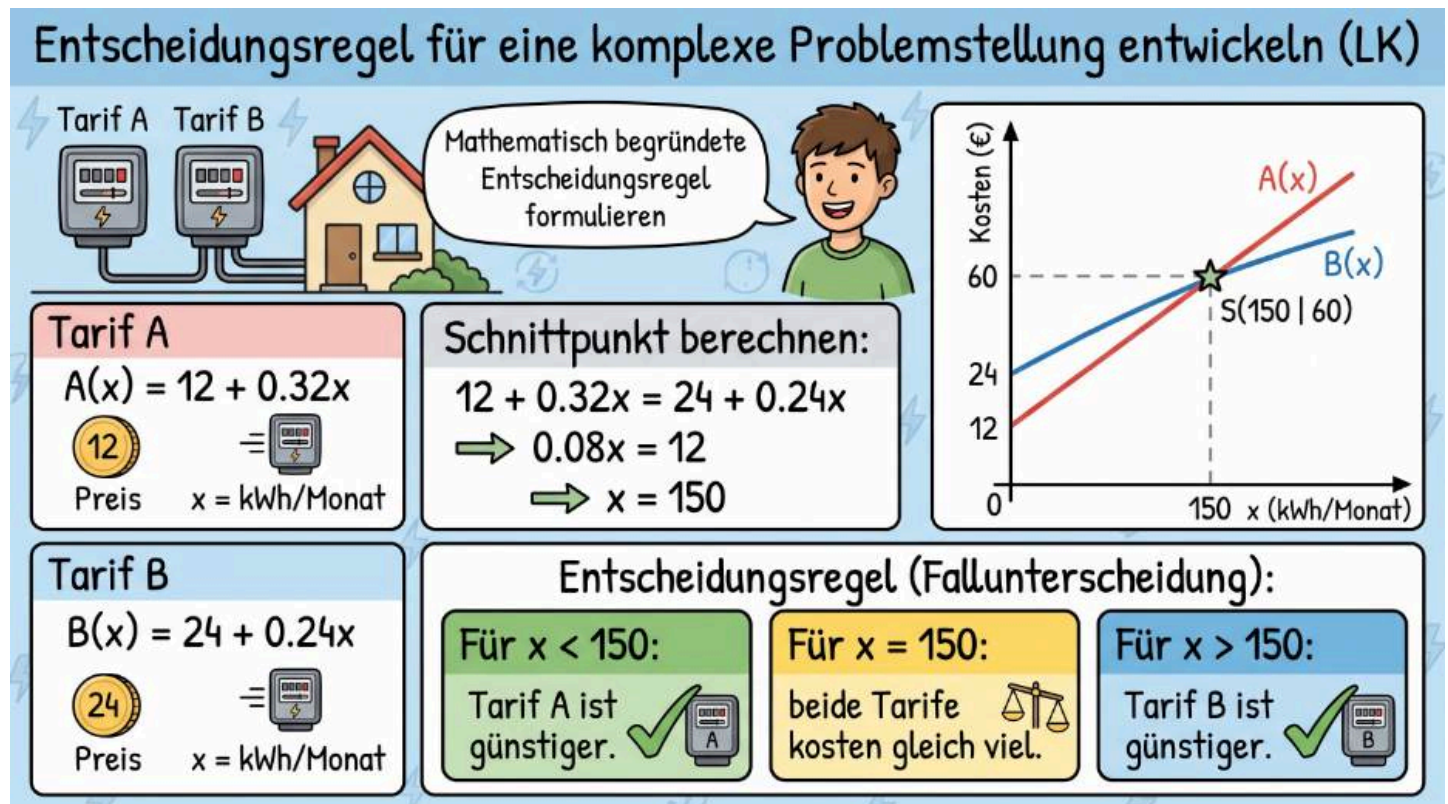
S. 739

Entscheidungsregel für eine komplexe Problemstellung entwickeln (LK)

Lernziel-ID 613871f6-ccb2-51fe-aba2-0dd17b86a89e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine komplexere Problemstellung eine mathematisch begründete Entscheidungsregel formulieren.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Gütefunktion und Teststärke untersuchen (LK)

S. 467

Lösungsweg auf eine verwandte Situation übertragen

S. 738

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

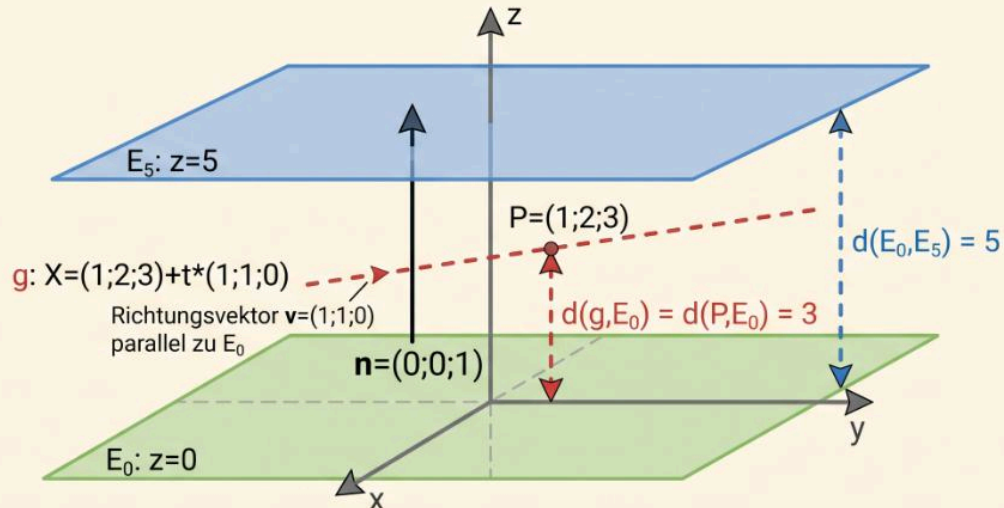
[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Gerade-Ebene- und Ebene-Ebene-Abstände im Raum bestimmen

Lernziel-ID 8eb14d81-353a-4909-9464-61be7b1ba5b8

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Gerade-Ebene- und Ebene-Ebene-Abstände im Raum bestimmen



Deutung:



Nur bei Parallelität (und Verschiedenheit) > 0



Bei Schnitt ist der Abstand 0

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Gerade-Ebene- und Ebene-Ebene-Abstände im Raum mithilfe analytischer Verfahren bestimmen und die Ergebnisse geometrisch deuten.

Geltung

BW: Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen

S. 731

Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen

S. 733

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Parameterabhängige Winkel und Lagebeziehungen untersuchen

Lernziel-ID 5f90df42-8a71-534d-b995-b8f7dcaf1661

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Parameterabhängige Winkel und Lagebeziehungen untersuchen

Gerade – Ebene

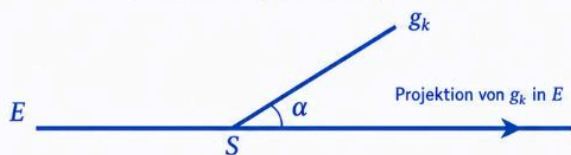
$$E: z=0$$

$$g_k: x = (0, 0, 1)^T + t \cdot (0, k, 1)^T$$

$$d_k = (0, k, 1)^T, \quad n_E = (0, 0, 1)^T$$

$$\sin \alpha = |d_k \cdot n_E| / (|d_k| \cdot |n_E|) = 1/\sqrt{k^2+1}$$

Schnittansicht (schematisch)



$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow k = \pm 1$$

$$k = 0 \Rightarrow g_0 \perp E$$

Schnittansicht für $k=0$



Ebene – Ebene

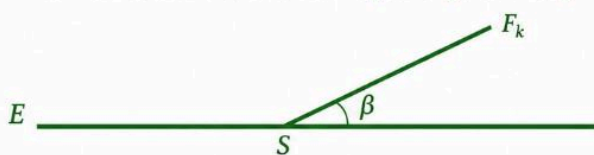
$$E: z=0$$

$$F_k: kx+z=1$$

$$n_F = (k, 0, 1)^T, \quad n_E = (0, 0, 1)^T$$

$$\cos \beta = |n_E \cdot n_F| / (|n_E| \cdot |n_F|) = 1/\sqrt{k^2+1}$$

Schnittansicht senkrecht zur Schnittgeraden (schematisch)



Die Linien sind die Schnittspuren der beiden räumlichen Ebenen.

$$\beta = 45^\circ \Rightarrow k = \pm 1$$

$$k = 0 \Rightarrow F_0: z=1 \\ \text{parallel zu } E: z=0$$

Schnittansicht für $k=0$



Parameter einsetzen → Winkel- oder Lagebedingung prüfen → passende k -Werte angeben

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in räumlichen Konfigurationen mit einem zusätzlichen Parameter Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene sowie zwischen zwei Ebenen untersuchen und Parameterwerte bestimmen, für die eine vorgegebene Winkel-, Orthogonalitäts-, Parallelitäts- oder Lagebedingung erfüllt ist.

Geltung

BW: Sek. II · LK

HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen
69beb31d-5d02-4505-9500-3ec81af86f1e

S. 707

Winkel zwischen zwei Ebenen berechnen
bda6a659-9640-53a5-8be0-24705ab623ef

S. 717

Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen
24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f

S. 733

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

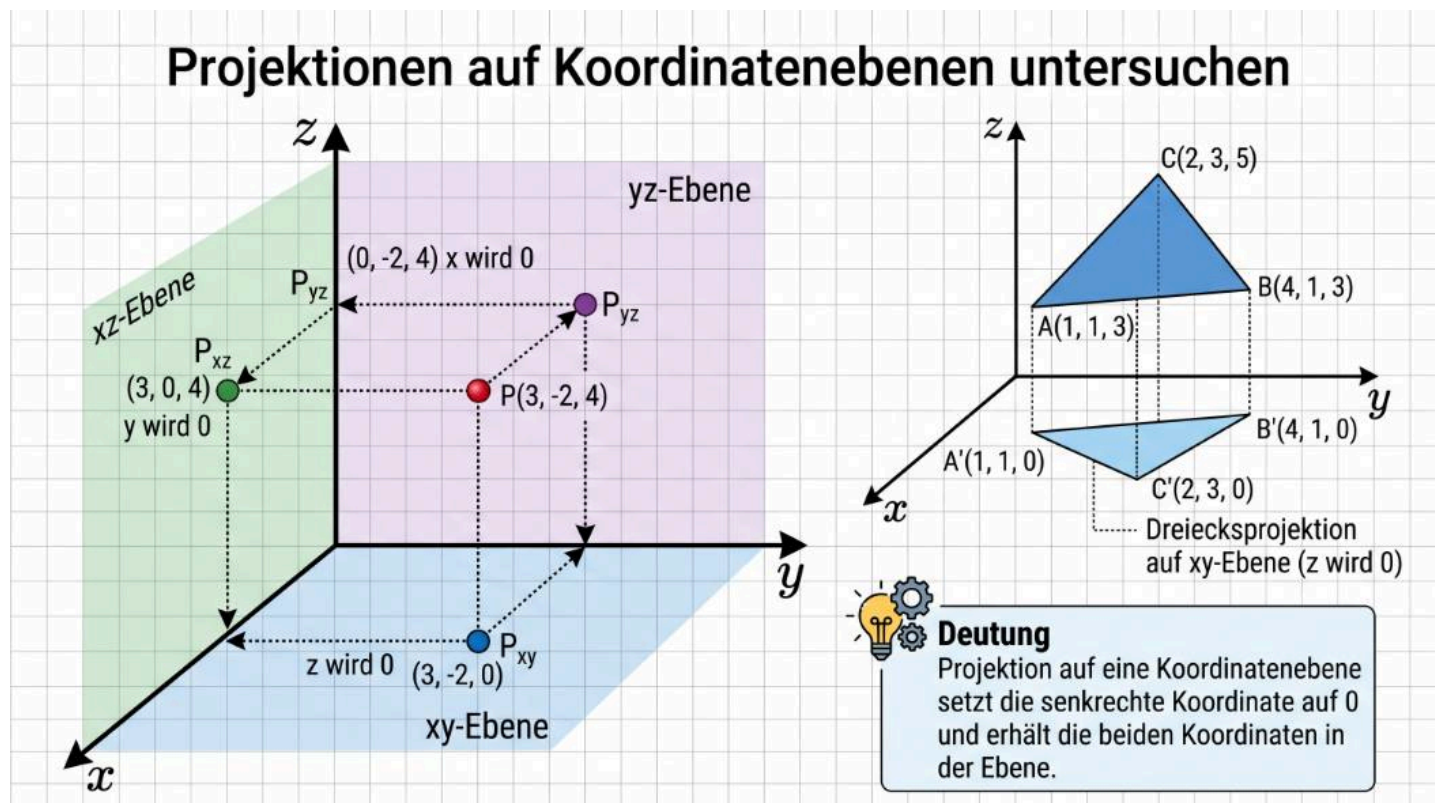
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008](#)

Projektionen auf Koordinatenebenen untersuchen

Lernziel-ID 5748633c-113f-5ea8-9041-24da55919de7

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkte, Geraden, Flächen oder räumliche Objekte auf Koordinatenebenen projizieren und die Projektion im Sach- oder Geometriecontext deuten.

Geltung

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Räumliche Objekte im Koordinatensystem verorten aae119f2-925f-5fc1-b795-b52c9e980863	S. 370	Schrägbilder räumlicher Objekte zeichnen 7680701b-35e3-519e-beaa-09753e733756	S. 371	Punkte im Raum mit Koordinaten beschreiben d81d888c-6ffa-5751-8a4b-ce2ff3085071	S. 372	Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen 24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f	S. 733
---	--------	--	--------	--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

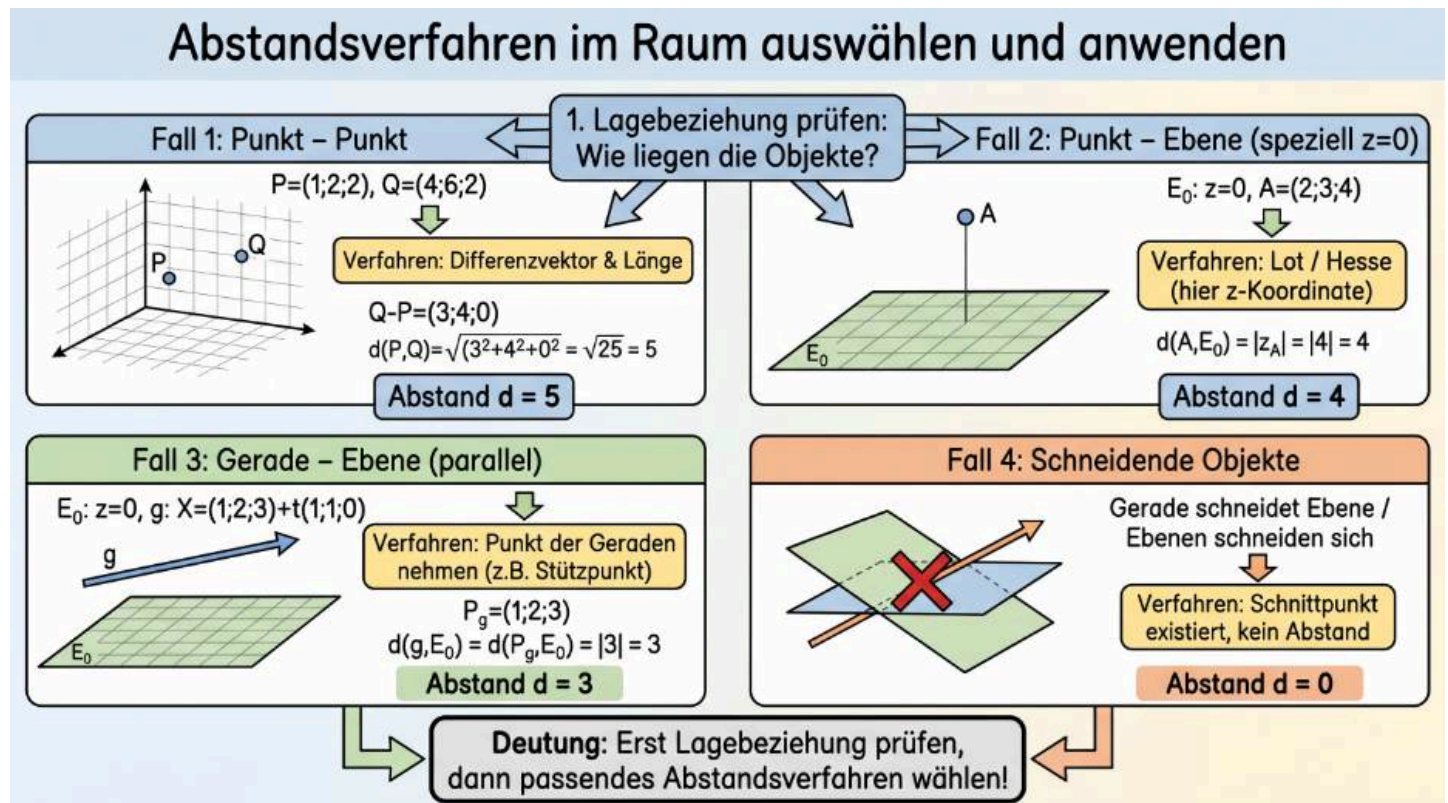
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Lineare Abbildungen mit Matrizen beschreiben](#) 81823f27-0c92-5444-ac4e-32b83169f318

Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden

Lernziel-ID fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für eine gegebene Punkt-, Geraden- oder Ebenenkonfiguration ein passendes analytisches Abstandsverfahren auswählen und anwenden.

Geltung

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen 57b11e9a-4acf-5ebe-b2b6-c9f99d2b5bb5	S. 731	Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen 24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f	S. 733
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene anwenden (LK) 36e0de23-1e3b-5c69-888f-e5e19e79cbb6	S. 744	Punkte an Ebenen spiegeln 8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80	S. 745	Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK) 6b2a1c04-8c28-51ff-905b-9c9492a26cc3	S. 755	Sachprobleme mit Geraden und Ebenen modellieren bd3576b8-f4e5-542a-a8a2-7452409cee21	S. 756
Transformationsargumente für Flächen und Volumina nutzen (LK) 7d37513b-fa1a-54cc-9e2a-9279a381f0f0	S. 759						

Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene (LK)

Lernziel-ID 36e0de23-1e3b-5c69-888f-e5e19e79cbbe

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum > Ebenen durch verschiedene Gleichungsformen beschreiben

Normalenform & Hessesche Normalenform einer Ebene (LK)

Normalenform aufstellen

Normalenvektor
 $n = (2; -1; 2)$

Allgemeine Form:
 $n \cdot x - c = 0$

Hessesche Normalenform & Einheitsvektor

Hessesche Normalenform (HNF):

$$\frac{2x - y + 2z - 6}{3} = 0$$

Division durch $|n| = 3$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z - 2 = 0$$

Einheitsnormalenvektor n_0

$$n_0 = \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

n_0 hat Länge 1. Nur durch Teilen durch $|n| = 3$ entsteht die HNF.

Abstandsrechnung mit HNF

Punkt $Q(4; 1; 2)$

Abstand $d(Q, E)$

$$d(Q, E) = \left| \frac{2 \cdot 4 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 6}{3} \right| = \left| \frac{8 - 1 + 4 - 6}{3} \right| = \left| \frac{5}{3} \right| = \frac{5}{3} \star$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Normalenform einer Ebene, einschließlich Hessescher Normalenform, aufstellen, interpretieren und für Abstandsrechnungen nutzen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkt-Normalen-Form einer Ebene aufstellen 66a96282-340d-5220-91a6-cc97e2ec2220	S. 690	Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904	S. 743
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Lotfußpunktverfahren zur Punkt-Ebene-Abstandsbestimmung anwenden 79c4cd21-af64-5925-968e-9bc1f74cd9ad	S. 746	Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen 18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8	S. 747	Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK) 0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd	S. 748	Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen baf7276f-60a0-4d96-b959-d63acfb929de	S. 750
---	--------	--	--------	---	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

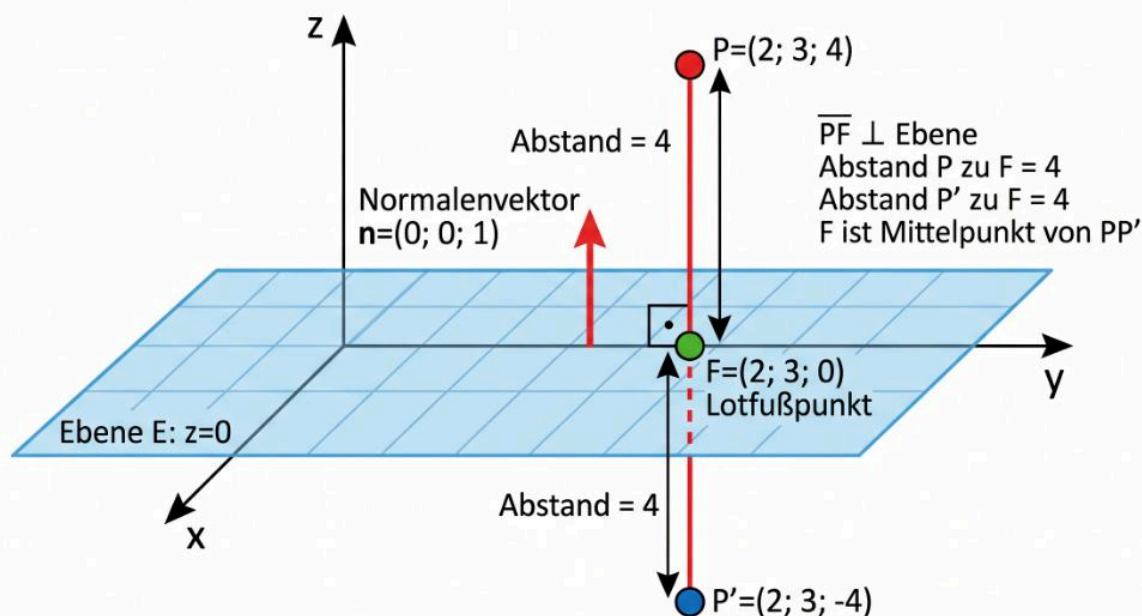
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9088

Punkte an Ebenen spiegeln

Lernziel-ID 8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Punkte an Ebenen spiegeln



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einem Punkt und einer Ebene den Spiegelpunkt bestimmen und rechnerisch sowie geometrisch begründen, dass beide Punkte auf derselben Ebenennormalen liegen und der Lotfußpunkt ihr Mittelpunkt ist.

Geltung

BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalenvektor einer Ebene bestimmen und nutzen ec6447d1-97da-5b77-94ae-4973b43f094e	S. 689	Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904	S. 743
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Lotfußpunktverfahren zur Punkt-Ebene-Abstandsbestimmung anwenden 79c4cd21-af64-5925-968e-9bc1f74cd0ad	S. 746	Punkte in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) fcd1d180-ddce-5408-8c5d-70e417b179e7	S. 752	Geraden in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) a97c7cce-1343-5d04-926f-4a4f323b3c21	S. 753	Ebenen in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) 985d5529-a586-50eb-bd7f-2db2be8906d1	S. 754
---	--------	--	--------	---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Lotfußpunktverfahren zur Punkt-Ebene-Abstandsbestimmung anwenden

Lernziel-ID 79c4cd21-af64-5925-968e-9bc1f74cd0ad

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Lotfußpunktverfahren zur Punkt-Ebene-Abstandsbestimmung anwenden

Berechnung

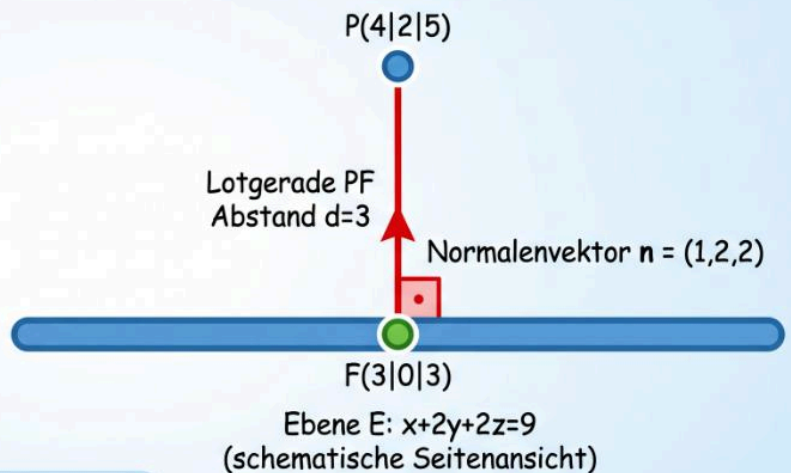
Gegeben: Ebene E: $x + 2y + 2z = 9$
Normalenvektor $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$
Punkt $P(4|2|5)$

1. Lotgerade l durch P mit Richtung $\mathbf{n}$:
 $l: \mathbf{X} = \mathbf{P} + t \cdot \mathbf{n} = (4, 2, 5) + t \cdot (1, 2, 2)$

2. Einsetzen in Ebene E:
 $(4+t) + 2 \cdot (2+2t) + 2 \cdot (5+2t) = 9$
 $18 + 9t = 9$
 $t = -1$

3. Lotfußpunkt F bestimmen ($t=-1$):
 $\mathbf{F} = (4, 2, 5) + (-1) \cdot (1, 2, 2)$
 $= (4, 2, 5) - (1, 2, 2) = (3, 0, 3)$

4. Abstand d berechnen:
 $d(P, E) = |\mathbf{PF}| = |\mathbf{F} - \mathbf{P}| = |(3, 0, 3) - (4, 2, 5)| = |(-1, -2, -2)|$
 $|(-1, -2, -2)| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1 + 4 + 4} = \sqrt{9} = 3$



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ein Lotfußpunktverfahren erarbeiten und anwenden, um den Abstand eines Punktes von einer Ebene zu bestimmen und geometrisch zu begründen.

Geltung

BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene anwenden (LK)

S. 744

Punkte an Ebenen spiegeln

8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80

S. 745

Wird direkt vorausgesetzt von

Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK)

c2c49659-5917-5be5-a3bd-e46f1b17126f

S. 751

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9088

Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten berechnen

Lernziel-ID 18be713b-7d90-4f01-b60a-5582ac4df0e8

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Groe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden geometrischen Objekten berechnen und das Ergebnis geometrisch deuten.

Geltung
BW, HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Skalarprodukt als Orthogonalitätskriterium nutzen 9460c3ff-e72d-4107-bc73-087d217200aa S. 682	Zwischen Koordinaten- und Normalenform von Ebenen wechseln fa02cf14-0411-4fe3-8be7-a62c69743e26 S. 692	Zwischen Ebenenformen umformen d76766a5-ce97-5c7a-987b-157f2998b09e S. 693	Punktprobe und Lage eines Punktes zur Ebene prüfen ce491ec0-c558-5872-86fd-289e60a38403 S. 694
Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0 S. 695	Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene anwenden (LK) 36e0de23-1e3b-5c69-888f-e5e19e79cbbe S. 744		

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK)

Lernziel-ID 0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK)

Fokus: Lage zweier Ebenen (E1, E2)

Ausgangslage & Normalen

Ebene E1
 $x + y + z = 3$

Normalenvektor
 $n_1 = (1; 1; 1)$

Ebene E2
 $x - y + z = 1$

Normalenvektor
 $n_2 = (1; -1; 1)$

Vielfache?

NEIN!
-> Sie schneiden sich!

LGS systematisch lösen

- 1 E1 - E2:
 $2y = 2 \rightarrow y = 1$
- 2 Einsetzen in E1:
 $x + 1 + z = 3 \rightarrow x + z = 2$
- 3 Parameter:
Setze $z = t$
- 4 Lösungsmenge:
 $x = 2 - t$
 $y = 1$
 $z = t$

Schnittgerade & Deutung

Schnittgerade s:
 $X = (2; 1; 0) + t \cdot (-1; 0; 1), t \in \mathbb{R}$

Deutung: Unendlich viele gemeinsame Punkte bilden die Schnittgerade.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Lagebeziehung zweier Ebenen untersuchen, dazu das zugehörige lineare Gleichungssystem systematisch lösen und die Lösungsmenge geometrisch interpretieren.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Zwischen Koordinaten- und Normalenform von Ebenen wechseln fa02cf14-0411-4fe3-8be7-a62c69743e26	S. 692	Zwischen Ebenenformen umformen d76766a5-ce07-5c7a-987b-157f2998b05e	S. 693	Punktprobe und Lage eines Punktes zur Ebene prüfen ce491ec0-c558-5872-86fd-289e60a38403	S. 694	Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0	S. 695
Lagebeziehungen von Geraden im Raum untersuchen 69beb31d-5d02-4505-9500-3ec81af86f1e	S. 707	Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene anwenden (LK) 36e0de23-1e3b-5c69-888f-e5e19e79cbb6	S. 744				

Wird direkt vorausgesetzt von

Ebenenscharen in Koordinatengleichung untersuchen (LK) fd4b7145-5c28-5b33-bf2e-0ca68f29f2fc	S. 749
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Ebenenscharen in Koordinatengleichung untersuchen (LK)

Lernziel-ID fd4b7145-5c28-5b33-bf2e-0ca68f29f2fc

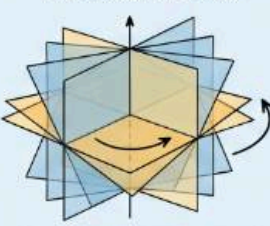
Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Analytische Geometrie, lineare Algebra und vertiefte Analysis >

Geraden, Ebenen und Gleichungsformen im Raum

Ebenenscharen in Koordinatengleichung untersuchen (LK)

Parameterabhängige Untersuchung von Ebenenscharen, geometrische Deutung

Die Ebenenschar



$E_k: x + y + k \cdot z = 2$
 $\vec{n}_k = (1, 1, k)$
Parameter k bestimmt die Lage

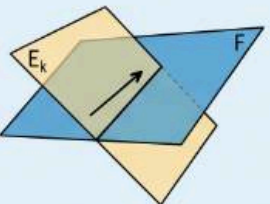
Feste Vergleichsebene

$F: 2x + 2y + 2z = 5$
 $\vec{n}_F = (2, 2, 2)$
Unabhängig von k

Spezialfall: $k = 1$

$E_1: x + y + z = 2$
 $\vec{n}_1 = (1, 1, 1)$
 $\vec{n}_F = 2 \cdot \vec{n}_1$
 $F: x + y + z = 2,5$
 $\vec{n}_F = (2, 2, 2)$
Parallel und verschieden (Konstanten $2 \neq 2,5$)

Allgemeiner Fall: $k \neq 1$



Normalenvektoren nicht parallel
Beispiel: $k = 0$
 $E_0: x + y = 2$
 $F: 2x + 2y + 2z = 5$
Ergibt $z = 0,5$
Schnittgerade g
 $g: x = (0 | 2 | 0,5) + s \cdot (1 | -1 | 0)$

Falltabelle

Parameter k	Normalenvektoren $\vec{n}_k, \vec{n}_F$	Geometrische Lage
$k = 1$	parallel ($\vec{n}_F = 2 \cdot \vec{n}_1$)	Parallel verschieden, kein Schnitt
$k = 0$	nicht parallel	Schnittgerade g (mit Beispiel)
$k \neq 1$	nicht parallel	Schnittgerade allgemein

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ebenenscharen, insbesondere in Koordinatengleichungsform, parameterabhängig untersuchen, Parameterwerte für vorgegebene Lage- oder Schnittbedingungen bestimmen und die zugehörigen Ebenenkonfigurationen geometrisch deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Koordinatenform einer Ebene aufstellen und interpretieren
9cc659e9-109d-5ae1-a83b-2b854ab7c5c8

S. 691

Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen untersuchen (LK)
0f4f9957-8afe-4aab-9dd8-c26c9aee2afd

S. 748

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

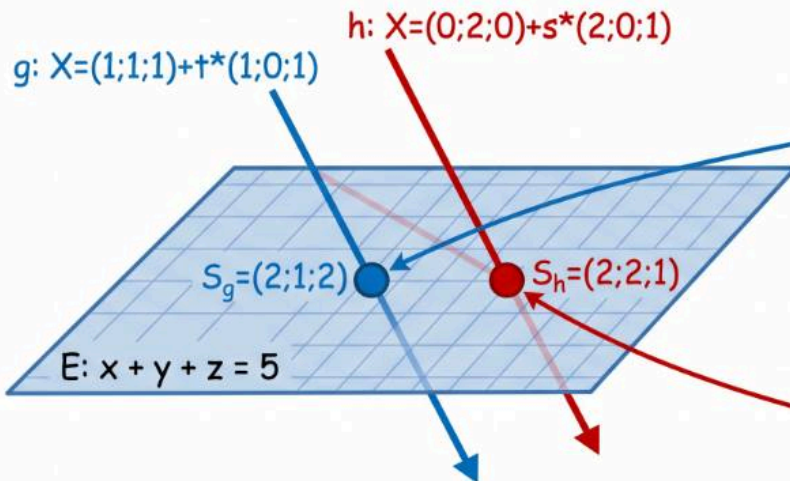
Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen

Lernziel-ID baf7276f-60a0-4d96-b959-d63acfb929de

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen berechnen



Gerade g (Parameter t)

$$g: X = (1;1;1) + t \cdot (1;0;1)$$

$$\text{Einsetzen in E (x, y, z): } \rightarrow (1+t) + 1 + (1+t) = 5$$

$$\text{Vereinfachen: } \rightarrow 3 + 2t = 5$$

$$\text{Lösen nach t: } \rightarrow 2t = 2 \rightarrow t = 1$$

$$\text{Schnittpunkt } S_g: \rightarrow S_g = (2;1;2)$$

Gerade h (Parameter s)

$$h: X = (0;2;0) + s \cdot (2;0;1)$$

$$\text{Einsetzen in E (x, y, z): } \rightarrow 2s + 2 + s = 5$$

$$\text{Vereinfachen: } \rightarrow 2 + 3s = 5$$

$$\text{Lösen nach s: } \rightarrow 3s = 3 \rightarrow s = 1$$

$$\text{Schnittpunkt } S_h: \rightarrow S_h = (2;2;1)$$

Deutung:

Einsetzen der Parameterdarstellung in die Ebenengleichung führt zu einer linearen Gleichung für den Parameter.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen mithilfe von Parametergleichungen und Ebenengleichungen berechnen und die Ergebnisse geometrisch deuten.

Geltung

BW: Sek. II - LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen effe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382	Zwischen Koordinaten- und Normalenform von Ebenen wechseln fa02cf14-0411-4fe3-8be7-a62c69743e26	S. 692	Zwischen Ebenenformen umformen d76766a5-ce07-5c7a-987b-157f2998b05e	S. 693	Punktprobe und Lage eines Punktes zur Ebene prüfen ce491ec0-c558-5872-86fd-289e60a38403	S. 694
Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0	S. 695	Normalenform und Hessesche Normalenform einer Ebene anwenden (LK) 36e0de23-1e3b-5c69-888f-e5e19e79cbb0	S. 744				

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

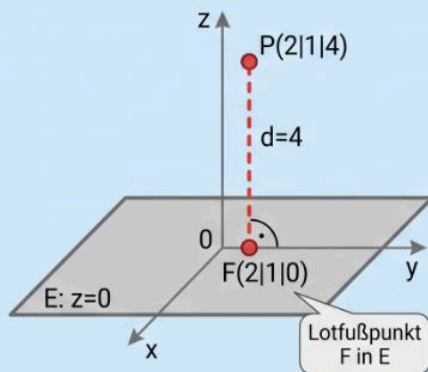
Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK)

Lernziel-ID c2c49659-5917-5be5-a3bd-e46f1b17126f

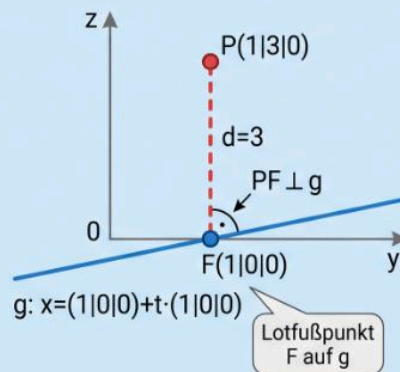
Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Lotfußpunktverfahren anwenden: Abstandsberechnung Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

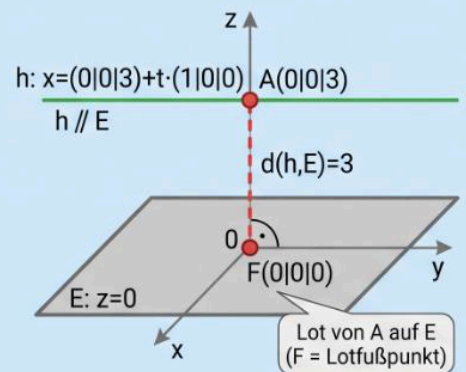
Punkt – Ebene ($P \leftrightarrow E$)



Punkt – Gerade ($P \leftrightarrow g$)



Gerade – Ebene ($h \leftrightarrow E$)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Lotfußpunktverfahren zur Bestimmung des kürzesten Abstands zwischen Punkt und Gerade, Punkt und Ebene, zwei parallelen oder windschiefen Geraden, einer Geraden und einer zu ihr parallelen Ebene sowie zwei parallelen Ebenen entwickeln, auswählen und anwenden.

Geltung

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkt-Gerade-Abstände im Raum bestimmen 3256476b-ec65-4038-9f5a-a8808fbcf207	S. 714	Gerade-Gerade-Abstände im Raum bestimmen 509ae03b-96b1-4bb1-b015-b83d14569dae	S. 718	Lotfußpunktverfahren zur Punkt-Ebene-Abstandsbestimmung anwenden 79c4cd21-af64-5925-968e-9bc1f74cd0ad	S. 746
--	--------	---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Punkte in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) fcd1d180-ddce-5408-8c5d-70e417b179e7	S. 752	Geraden in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) a97c7cce-1343-5d04-926f-4a4f323b3c21	S. 753	Ebenen in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) 985d5529-a586-50eb-bd7f-2db2be8906d1	S. 754
--	--------	---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008](#)

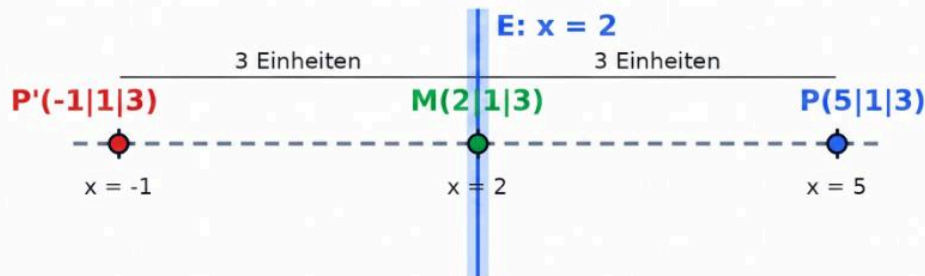
Punkte in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)

Lernziel-ID fcd1d180-ddce-5408-8c5d-70e417b179e7

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Punkte in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln

Schnitt in x-Richtung: $y = 1$ und $z = 3$ bleiben gleich



Punkt	Spiegelbild	Pruefung
P(5 1 3)	P'(-1 1 3)	M(2 1 3) liegt auf E
x-Abstand	$5 - 2 = 3$	$2 - (-1) = 3$
Strecke PP'	parallel zur x-Richtung	senkrecht zu E: $x = 2$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Punkte in allgemeinen räumlichen Konfigurationen spiegeln und die Ergebnisse geometrisch prüfen.

Geltung

BW, HE: Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte an Ebenen spiegeln 8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80	S. 745	Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK) c2c49659-5917-5be5-a3bd-e46f1b17126f	S. 751
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Geraden in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK) a97c7cce-1343-5d04-926f-4a4f323b3c21	S. 753
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9088

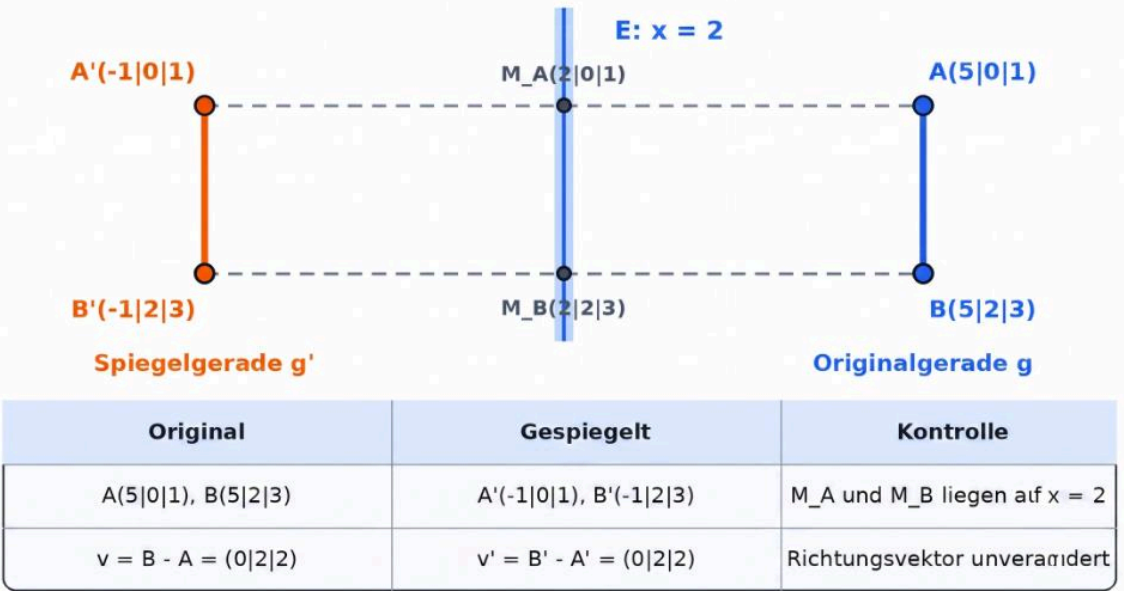
Geraden in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)

Lernziel-ID a97c7cce-1343-5d04-926f-4a4f323b3c21

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Geraden in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)

Zwei Punkte der Geraden werden an E: $x = 2$ gespiegelt



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Geraden in allgemeinen räumlichen Konfigurationen spiegeln, geeignete Lot- bzw. Symmetriebedingungen aufstellen und die Ergebnisse geometrisch prufen.

Geltung
BW, HE: Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte an Ebenen spiegeln
8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80

S. 745

Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK)
c2c49659-5917-5be5-a3bd-e46f1b17126f

S. 751

Punkte in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)
fcd1d180-ddce-5408-8c5d-70e417b179e7

S. 752

Wird direkt vorausgesetzt von

Ebenen in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)
985d5529-a586-50eb-bd7f-2db2be8906d1

S. 754

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008](#)

Ebenen in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)

Lernziel-ID 985d5529 - a586 - 50eb - bd7f - 2db2be8906d1

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Lineare Algebra und analytische Geometrie

Ebenen in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)

Die lernende Person kann Ebenen in allgemeinen räumlichen Konfigurationen spiegeln, geeignete Symmetriebedingungen aufstellen und die Ergebnisse geometrisch prüfen.

Originalpunkt in F	Bildpunkt in F'	Mittelpunkt-Kontrolle
A(5 0 0)	A'(-1 0 0)	$(5 + (-1)) / 2 = 2$
B(5 2 0)	B'(-1 2 0)	$(5 + (-1)) / 2 = 2$
C(5 0 3)	C'(-1 0 3)	$(5 + (-1)) / 2 = 2$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Ebenen in allgemeinen räumlichen Konfigurationen spiegeln, geeignete Symmetriebedingungen aufstellen und die Ergebnisse geometrisch prüfen.

Geltung
BW, HE: Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Punkte an Ebenen spiegeln
8cb5c712-9c58-5910-8c63-8c3736369b80

S. 745

Lotfußpunktverfahren für Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen anwenden (LK)
c2c49659-5917-5be5-a3bd-e46f1b17126f

S. 751

Geraden in allgemeinen Raumkonfigurationen spiegeln (LK)
a97c7cce-1343-5d04-926f-4a4f323b3c21

S. 753

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

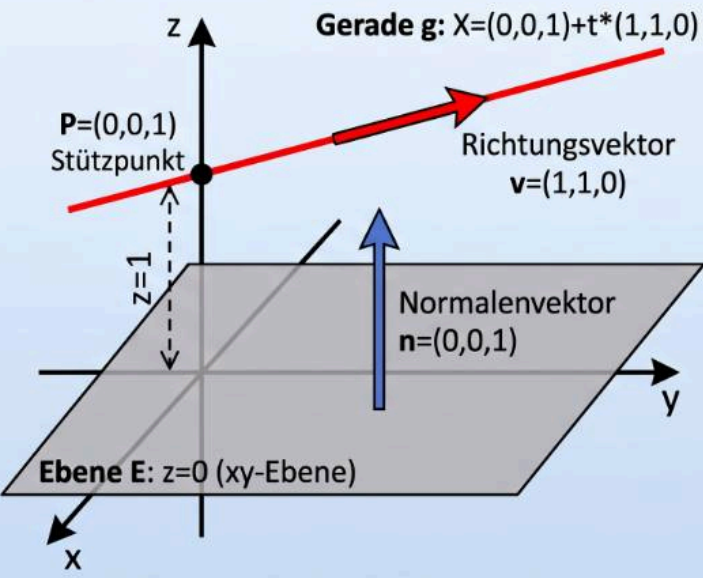
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK)

Lernziel-ID 6b2a1c04-8c28-51ff-905b-9c9492a26cc3

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen



Gerade g: $X=(0,0,1)+t \cdot (1,1,0)$

Stützpunkt: $P=(0,0,1)$

Richtungsvektor: $v=(1,1,0)$

Normalenvektor: $n=(0,0,1)$

Ebene E: $z=0$ (xy-Ebene)

Gegeben:
 $E: z=0, n=(0,0,1)$
 $g: X=(0,0,1)+t \cdot (1,1,0), v=(1,1,0), P=(0,0,1)$

Schritt 1: Richtungsvektor & Normalenvektor prüfen
 $v \cdot n = (1,1,0) \cdot (0,0,1) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0$
 $v \cdot n = 0$. Richtungsvektor $\perp$ Normalenvektor.
 g parallel zu E oder in E .

Schritt 2: Stützpunkt prüfen
 P in E ? $P=(0,0,1)$
In $E: z=0$. Prüfe z -Koordinate von P : $z=1$.
 $1 \neq 0$. Stützpunkt P liegt nicht in E .

Ergebnis: g ist echt parallel zu E ,
nicht in der Ebene,
kein Schnittpunkt.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann besondere Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen im Raum analysieren, rechnerisch begründen und die Ergebnisse geometrisch interpretieren.

Geltung

BW: Sek. II - LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geraden im Raum parametrisch darstellen efffe43eb-cabe-56cb-a228-35887d7915c1	S. 382	Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1	S. 729	Schnittwinkel über Richtungs- und Normalenvektoren bestimmen 57b11e9a-4acf-5ebe-b2b6-c9f99d2b5bb5	S. 731	Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene untersuchen 24174bba-a654-5f81-8de3-ca5bd09d9b6f	S. 733
Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904	S. 743						

Wird direkt vorausgesetzt von

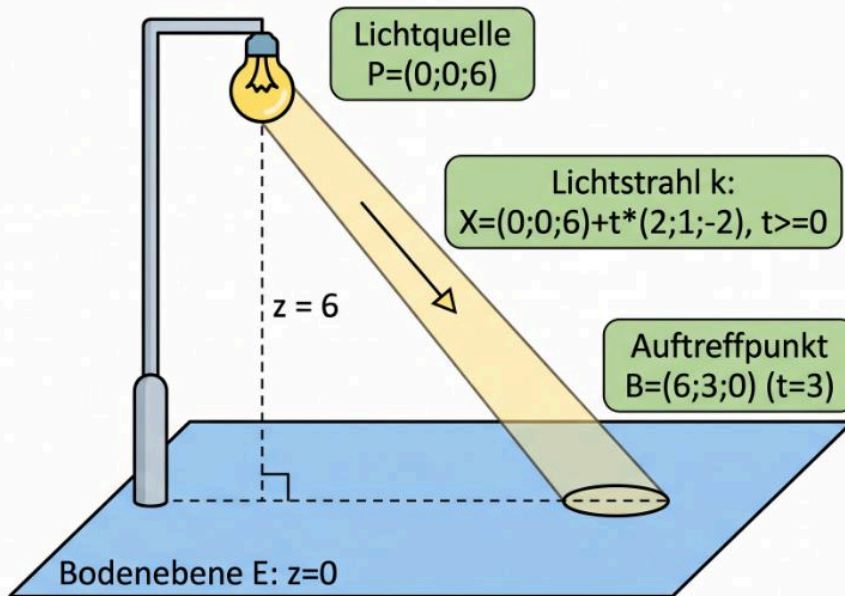
Transformationsargumente für Flächen und Volumina nutzen (LK) 7d37513b-fa1a-54cc-9e2a-9279a381f0f0	S. 759
--	--------

Sachprobleme mit Geraden und Ebenen modellieren

Lernziel-ID bd3576b8-f4e5-542a-a8a2-74524d9cee21

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Sachprobleme mit Geraden und Ebenen modellieren



Modell & Berechnung
($t \geq 0$ für Strahlrichtung)

$$\begin{aligned} z\text{-Koordinate: } 6 - 2t &= 0 \\ t &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (0;0;6) + 3 \cdot (2;1;-2) \\ &= (6;3;0) \end{aligned}$$

Interpretation:
 $B=(6;3;0)$ ist der Punkt, an dem der Lichtstrahl den Boden trifft.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Realprobleme (z. B. Bewegungen, Sichtlinien, Schattenwürfe) mit Geraden- und Ebenenmodellen beschreiben, Gleichungen aufstellen und die Lösungen im Kontext interpretieren.

Geltung

BY: Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1	S. 729	Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904	S. 743
---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

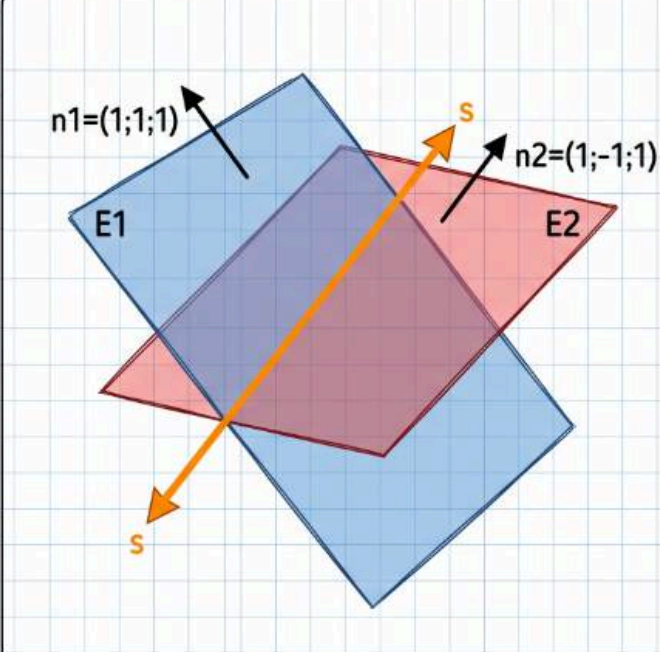
Schnittgerade zweier Ebenen bestimmen (LK) 857c1c46-5d94-5dfb-9697-9a9fd04103c3	S. 757	Schnittfiguren von Ebenen mit Polyedern bestimmen (LK) 3aea4d33-4170-5ecc-82b0-3a3974cc2237	S. 758
--	--------	--	--------

Schnittgerade zweier Ebenen bestimmen (LK)

Lernziel-ID 857c1c46-5d94-5dfb-9697-9a9fd04103c3

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Schnittgerade zweier Ebenen bestimmen (LK)



$n1=(1;1;1)$

$n2=(1;-1;1)$

s

Begründung der Lage: "n1 und n2 sind keine Vielfachen." → Ebenen schneiden sich in einer Geraden s.

Gleichungen & Rechnung

E1: $x + y + z = 3$ → E1 - E2: $2y = 2 \rightarrow y=1$
E2: $x - y + z = 1$ In E1: $x + 1 + z = 3 \rightarrow x + z = 2$
Setze $z=t$, $t \in \mathbb{R}$
Dann $x=2-t$

Schnittgerade s (Parameterform)
 $s: X=(2;1;0)+t*(-1;0;1)$

Kontrolle sichtbar machen

✓ $t=0 \rightarrow P=(2;1;0)$. P liegt in E1 und E2.
↳ E1: $2+1+0=3$, E2: $2-1+0=1$. Stimmt!

✓ Richtungsvektor $r=(-1;0;1)$ liegt in beiden Ebenen.
 $n1*r = 1*(-1)+1*0+1*1 = 0$. Stimmt!
 $n2*r = 1*(-1)+(-1)*0+1*1 = 0$. Stimmt!

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Schnittgerade zweier Ebenen berechnen, in Parameterform angeben und die Lage begründen.

Geltung

BW, HE: Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

**Geraden im Raum
parametrisch darstellen**
efffe43eb-cabe-56cb-a228-
35887d7915c1

S. 382

**Koordinatenform einer Ebene
aufstellen und interpretieren**
9cc650e0-100d-5ae1-a83b-
2b854ab7c5c8

S. 691

**Zwischen Ebenenformen
umformen**
d76766a5-ce07-5c7a-987b-
157f2998b05e

S. 693

**Sachprobleme mit Geraden
und Ebenen modellieren**
bd3576b8-f4e5-542a-a8a2-
74524d9cee21

S. 756

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008](#)

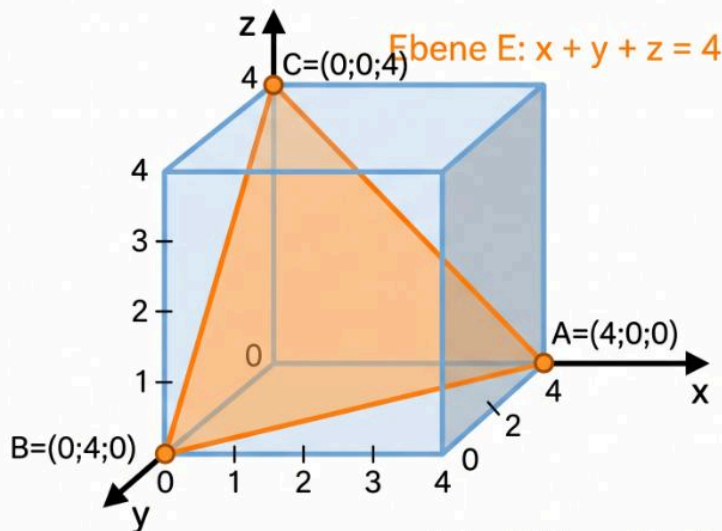
Schnittfiguren von Ebenen mit Polyedern bestimmen (LK)

Lernziel-ID 3aea4d33-4170-5ecc-82b0-3a3974cc2237

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe II > Weitere fachliche Ziele

Schnittfiguren von Ebenen mit Polyedern bestimmen (LK)

Lernziel: Schnittfigur einer Ebene mit einem Polyeder (z. B. Quader/Prisma) konstruieren, Eckpunkte bestimmen und die Figur beschreiben.



Punkt	Koordinaten	Probe (in E: $x+y+z=4$)
A	$(4;0;0)$	$4 + 0 + 0 = 4$
B	$(0;4;0)$	$0 + 4 + 0 = 4$
C	$(0;0;4)$	$0 + 0 + 4 = 4$

Schnittfigur: Dreieck ABC.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Schnittfigur einer Ebene mit einem Polyeder (z. B. Quader/Prisma) konstruieren, Eckpunkte bestimmen und die Figur beschreiben.

Geltung

BW: Sek. II - LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ebenengleichung aus geometrischen Bedingungen bestimmen ea4bd128-17ab-5a8b-ae98-29552d774fb0	S. 695	Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen 3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1	S. 729	Sachprobleme mit Geraden und Ebenen modellieren bd3576b8-f4e5-542a-a8a2-74524d9cee21	S. 756
--	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

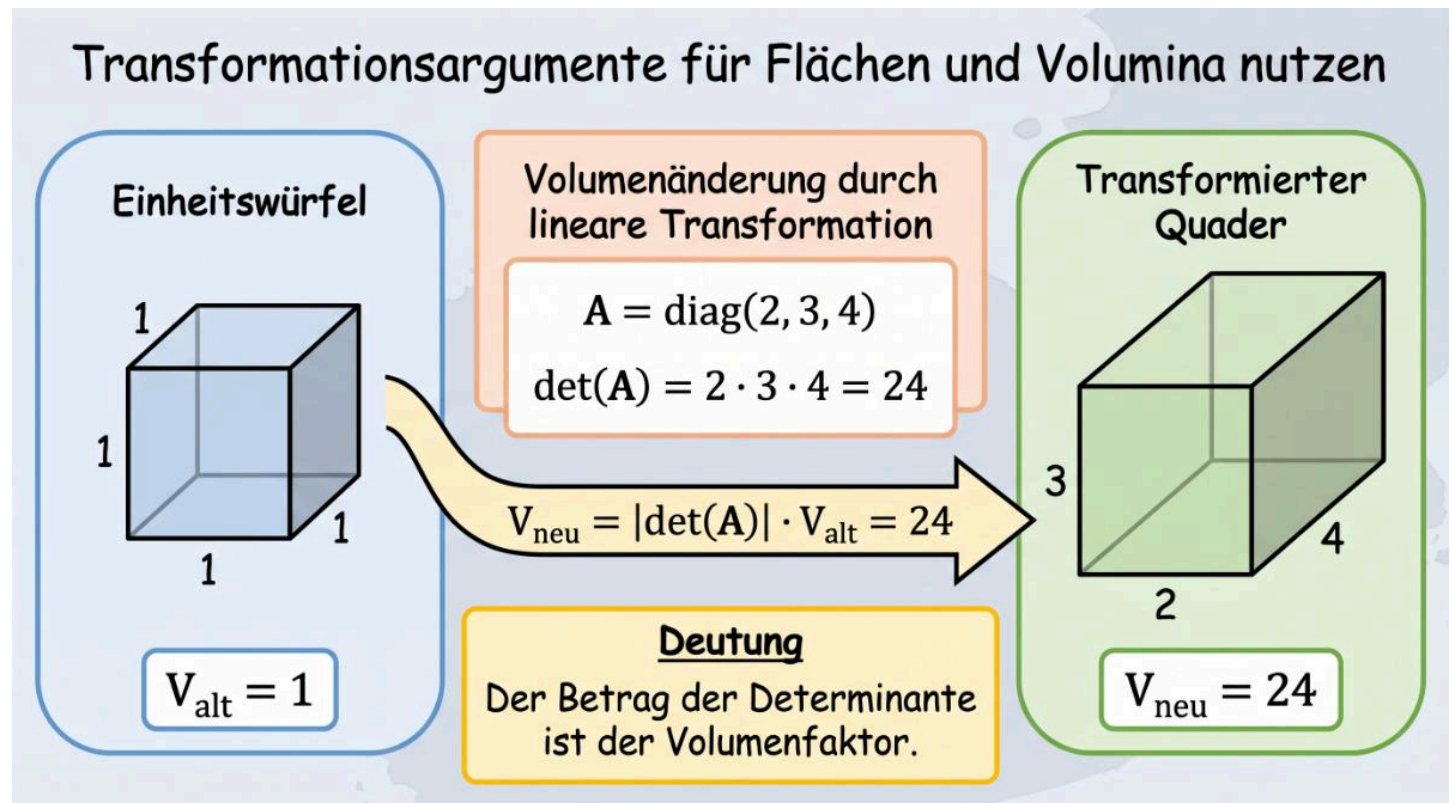
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Geraden, Ebenen und Schnittfiguren analysieren](#) 2f8a3a90-717d-5ac1-b54e-facca26e9008

Transformationsargumente für Flächen und Volumina nutzen (LK)

Lernziel-ID 7d37513b-fa1a-54cc-9e2a-9279a381f0f0

Mathematik > [Bundeslandspezifische Ergänzungen](#) > [Sekundarstufe II](#) > [Weitere fachliche Ziele](#)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann vektorielle Transformationsargumente auf räumliche Konfigurationen anwenden und daraus Folgerungen für Flächen- oder Volumenberechnungen begründet ableiten.

Geltung

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Geradlinige Bewegungen mit Orts- und Geschwindigkeitsvektoren untersuchen S. 713
492463cf-6cb2-5a5a-98e0-c1d77c36c256

Schnittpunkt von Gerade und Ebene berechnen S. 729
3def350a-c01c-51c3-be74-b3de20ee53e1

Abstandsverfahren im Raum auswählen und anwenden S. 743
fac75b4a-4ec2-5d38-bbce-9b002c8a4904

Spezielle Lagen von Geraden und Ebenen begründen (LK) S. 755
6b2a1c04-8c28-51ff-905b-9c9492a26cc3

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Raumorientierung und Volumenprobleme lösen](#) 1878f680-095c-511d-aaed-e98393f7fde9

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen

Lernziel-ID 39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Stufenübergreifend > Algebra

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen

$(x - 2) \cdot (x + 3) = 0$

Ein Produkt ist genau dann 0, wenn mindestens ein Faktor 0 ist.

Faktor 1
 $x - 2$
 $x - 2 = 0$
 $x = 2$

Faktor 2
 $x + 3$
 $x + 3 = 0$
 $x = -3$

Lösungsmenge L:
 $L = \{-3, 2\}$

Prüfung durch Einsetzen:

Für $x = 2$:
 $(2 - 2) \cdot (2 + 3) = 0 \cdot 5 = 0$

Für $x = -3$:
 $(-3 - 2) \cdot (-3 + 3) = (-5) \cdot 0 = 0$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann faktorisierte Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen und die Lösungen durch Einsetzen prüfen.

Geltung

BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY: Sek. I · G9

SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9; Sek. II · GK; + 1 weitere Kombinationen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Gleichungen systematisch lösen 325771e1-602d-4bca-a199-a8f39a2d3dee	S. 88	Terme mit Rechengesetzen und Distributivgesetz äquivalent umformen 959cc50b-6c81-4fa1-800f-4804a707b1ee	S. 122	Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen e322310f-f33a-485d-bc23-2412a6b8fa12	S. 165
---	-------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Wurzelgleichungen durch einmaliges Quadrieren lösen 14d0e697-3fb0-5074-a08c-7e01ca9bbda8	S. 761	Potenzgleichungen lösen d0db87c4-36f5-5ac6-8428-da96d31b253a	S. 762	Quadratische Funktionen in Anwendungen modellieren und lösen a7ccb7a9-6fb0-4e2d-b6e0-6420cc5ae0bf	S. 767	Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben 15ce2a7e-a5dc-44f7-8a5e-6d04dd81db12	S. 769
Ganzrationale Funktionen über Term und Graph beschreiben 1ce8af38-082a-477b-af48-b924c92761bf	S. 779	Quadratische Funktionen im Graphen deuten 29ce4053-b5c5-4a82-9ffe-3acc492284d8	S. 782				

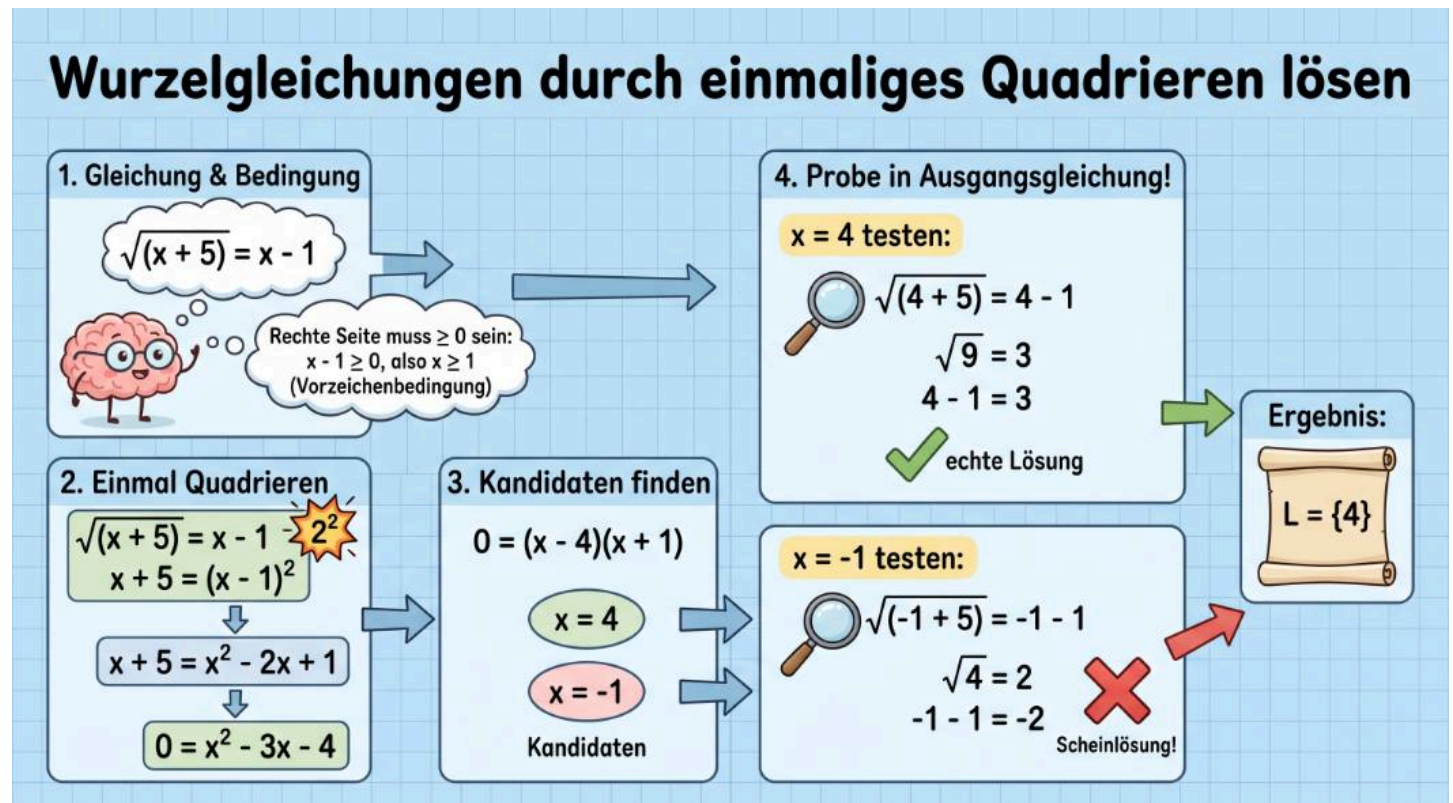
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 7 \(Jahrgangsstufe 9, 5 BE\)](#) 567e352a-af31-53b0-ac9d-cbcafa0622b7

Wurzelgleichungen durch einmaliges Quadrieren lösen

Lernziel-ID 14d0e697-3fb0-5074-a08c-7e01ca9bbda8

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Algebra



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Wurzelgleichungen lösen, bei denen einmaliges Quadrieren zielführend ist, und mögliche Scheinlösungen durch Einsetzen prüfen.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, RP: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Quadratwurzeln definieren und schätzen
f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28

S. 147

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen
39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb

S. 760

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 10, 8 BE\)](#) b1166cc7-dca0-5ac4-b0c4-9a7196186a2a

Potenzgleichungen lösen

Lernziel-ID d0db87c4-36f5-5ac6-8428-da96d31b253a

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Algebra

Potenzgleichungen lösen

Umkehroperationen nutzen, Lösungen prüfen.



Beispiel 1: Gerade Potenz

$$x^2 = 25$$

Umkehroperation: $\sqrt{}$

$x = -5$ (negativ!) $x = 5$ (positiv!)

Gerade Potenz kann ZWEI reelle Lösungen haben.

Prüfen: $(-5)^2 = 25$ ✓
 $5^2 = 25$ ✓

$L = \{-5, 5\}$



Beispiel 2: Ungerade Potenz

$$x^3 = -8$$

Umkehroperation: $\sqrt[3]{}$

$x = -2$

Ungerade Potenz hat hier GENAU EINE reelle Lösung.

Prüfen: $(-2)^3 = -8$ ✓

$L = \{-2\}$

Beispiel 3: Potenzschreibweise

$$x^{\frac{1}{2}} = 4$$

Umkehroperation: 2 (quadrieren)

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^2$$

$x = 16$

Prüfen: $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$ ✓

$L = \{16\}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann einfache Potenzgleichungen mit geeigneten Umkehroperationen, Wurzel- oder Potenzschreibweisen lösen und die Lösungen prüfen.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, RP: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzen mit rationalen Exponenten als Wurzel- und Bruchausdrücke deuten

S. 622

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen

S. 760

Wird direkt vorausgesetzt von

Substitution zum Lösen von Gleichungen anwenden

S. 796

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

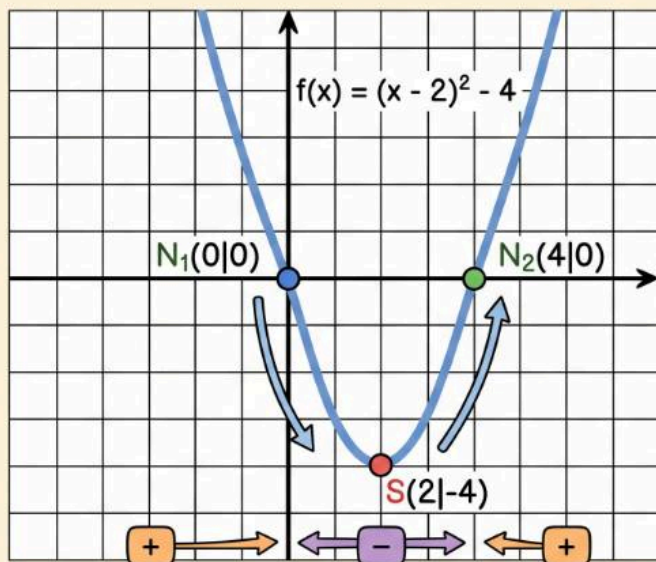
[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 10, 8 BE\)](#) [b1166cc7-dca0-5ac4-b0c4-9a7196186a2a](#)

Nullstellen quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform begründen und bestimmen

Lernziel-ID f7dcf8c8-06c1-5972-b02a-9d35e5ab7600

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Stufenübergreifend > Analysis und Funktionen

Eigenschaften quadratischer Funktionen aus Graphen ablesen



• Eigenschaften (abgelesen)

• Scheitelpunkt: $S(2|-4)$

• Nullstellen: 0 und 4

• Wertebereich: $y \geq -4$

↪ fällt für $x < 2$, steigt für $x > 2$ ↪

• positiv für $x < 0$ oder $x > 4$,
negativ für $0 < x < 4$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei quadratischen Funktionen der Form $f(x) = a(x + d)^2 + e$ mit $a \neq 0$ Nullstellen als x-Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen mit der x-Achse und als Lösungen von $f(x) = 0$ aufeinander beziehen, ihre Anzahl aus Scheitelpunktlage und Öffnungsrichtung begründen und die Lösungen in einfachen Fällen graphisch und rechnerisch bestimmen.

Geltung

BY: Sek. I · G9

HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Quadratwurzeln definieren und schätzen

S. 147

Parameter quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform deuten

S. 166

Achsenschnittpunkte und Vorzeichen quadratischer Funktionen aus Graphen deuten

S. 167

Wird direkt vorausgesetzt von

Quadratische Funktionen in Anwendungen modellieren und lösen

S. 767

Quadratische Gleichungen lösen

Lernziel-ID 9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Stufenübergreifend > Analysis und Funktionen

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann quadratische Gleichungen grafisch, durch quadratische Ergänzung oder mit einer Lösungsformel bearbeiten und Sachprobleme darauf zurückführen.

Geltung
BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9
BY: Sek. I · G9
MV, TH: Sek. I · G8
+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen 2c4839e6-a805-48d0-9202-3b7d18a419c2	S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84	Lineare Funktionen beschreiben af3d6b7f-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Quadratwurzeln definieren und schätzen f8704a7b-e93d-4e32-b0f9-1b171545fe28	S. 147
Einfache Wurzelterme vollständig radizieren und mit Beträgen vereinfachen 28b3a12f-aa7a-5c2a-92c7-6d64fa543ee5	S. 148						

Wird direkt vorausgesetzt von

Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen 3e4032bd-4d8c-4e72-bfdd-64a34df053c9	S. 765	Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen 7bfff61c1-1a69-4991-97de-0cff764f507e	S. 766	Die Zahlbereichserweiterung zu komplexen Zahlen mathematisch begründen (LK) a8fdbbaeb-7c0a-58ff-aab5-2fb871ae2fb0	S. 794	Substitution zum Lösen von Gleichungen anwenden 2bd88d66-5daf-53bb-aa02-4c010963679d	S. 796
--	--------	--	--------	---	--------	--	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs
[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

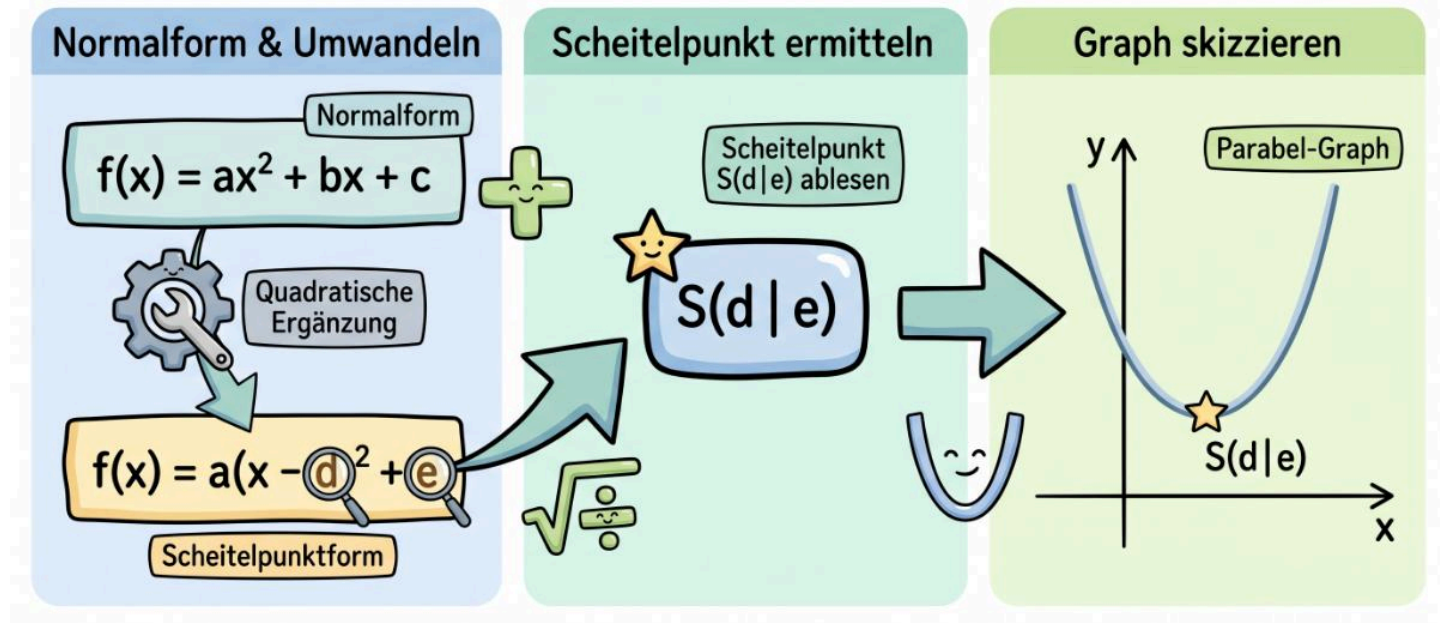
Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen

Lernziel-ID 3e4032bd-4d8c-4e72-bfdd-64a34df053c9

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen

Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus quadratischen Termen den Scheitelpunkt ermitteln, zwischen Normal- und Scheitelpunktform wechseln und den zugehörigen Graphen skizzieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Terme im Bereich rationaler Zahlen äquivalent umformen 2c4830e6-a8d5-48d0-9202-3b7d18a419c2	S. 83	Sachsituationen in Terme mit Variablen übersetzen fd860da9-73ba-47cd-a1a8-452424915a80	S. 84	Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Quadratische Gleichungen lösen 9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5	S. 764
---	-------	--	-------	---	-------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen 7bff61c1-1a69-4991-97de-0c7f764f507e	S. 766	Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben 15ce2a7e-a5dc-44f7-8a5e-6d04d081db12	S. 769	Ganzrationale Funktionen über Term und Graph beschreiben 1ce8af38-082a-477b-af48-b924c92761bf	S. 779
---	--------	---	--------	---	--------

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltags](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) ec707244-9dde-510c-8c1e-955f23016231

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen

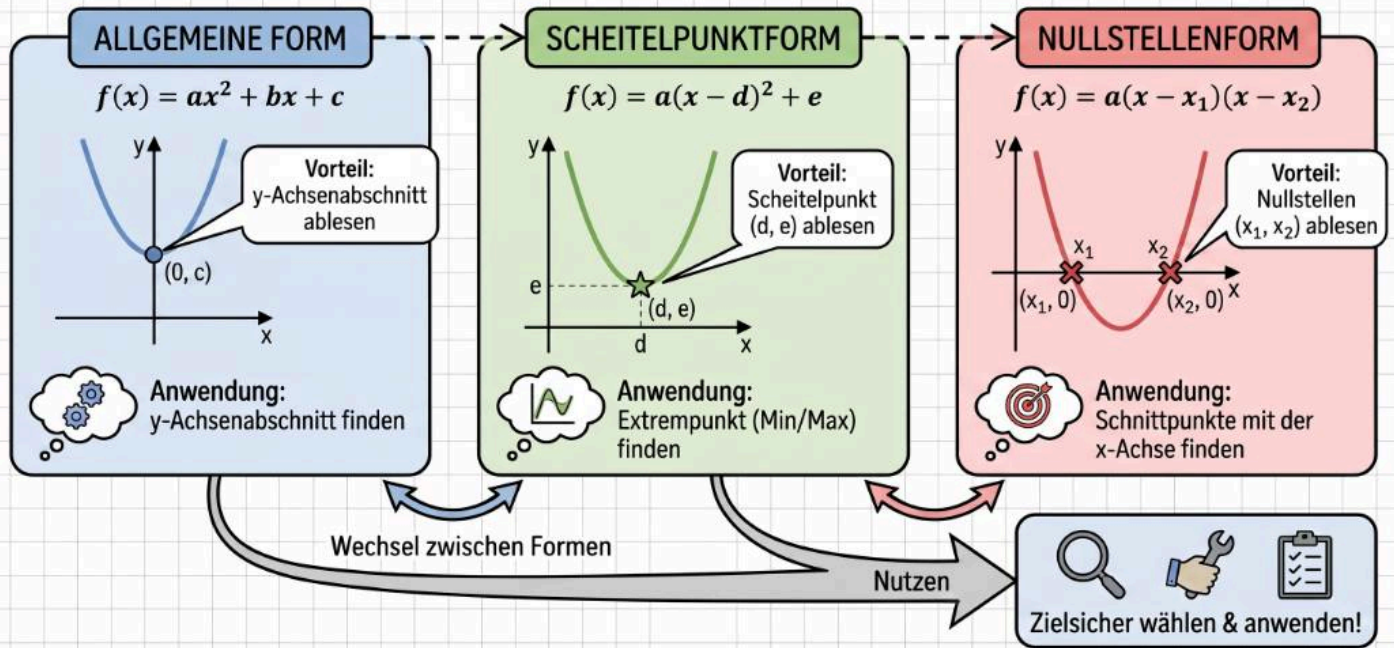
Lernziel-ID 7bff61c1-1a69-4991-97de-0cff764f507e

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen und Gleichungen grundlegend untersuchen > Quadratische Funktionen in Darstellungen deuten >

Quadratische Funktionen in Graphen, Darstellungen und Parametern deuten

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann allgemeine Form, Scheitelpunktform und Nullstellenform quadratischer Funktionen unterscheiden, ihre jeweiligen Vorteile erklären und in passenden Situationen gezielt verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186 S. 96	Quadratische Terme mit binomischen Formeln umformen e322310f-f33a-485d-bc23-2412a6b8fa12 S. 165	Quadratische Gleichungen lösen 9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5 S. 764	Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen 3e4032bd-4d8c-4e72-bfdd-64a34df053c9 S. 765
--	--	---	--

Wird direkt vorausgesetzt von

Quadratische Funktionen in Anwendungen modellieren und lösen a7ccb7a9-6fb0-4e2d-b6e0-6420cc5ae0bf S. 767	Parabeln als Ortslinien mit Brennpunkt und Leitgerade beschreiben 3f3557a8-7d89-4f96-8a32-e24745c34d82 S. 768	Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben 15ce2a7e-a5dc-44f7-8a5e-6d04dd81db12 S. 769	Ableitungsbegriff aus mittleren und momentanen Änderungsraten entwickeln 7156558c-57f1-4372-9ba7-0640c3f7cb3a S. 772
Ganzrationale Funktionen über Term und Graph beschreiben 1ce8af38-082a-477b-af48-b924c92761bf S. 779	Quadratische Funktionen im Graphen deuten 29ce4053-b5c5-4a82-9ffe-3acc492284d8 S. 782		

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

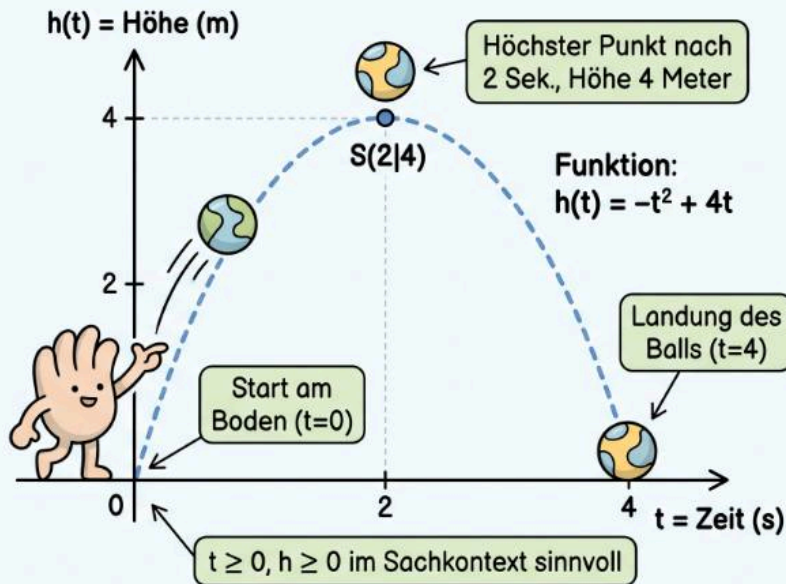
Quadratische Funktionen in Anwendungen modellieren und lösen

Lernziel-ID a7ccb7a9-6fb0-4e2d-b6e0-6420cc5ae0bf

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen in Anwendungen nutzen

Quadratische Funktionen in Anwendungen modellieren und lösen



Vorgehen & Dokumentation:



1. **Modellieren:** Problem in Funktion übersetzen (z.B. $h(t) = -t^2 + 4t$).



2. **Extremwerte deuten:** Scheitelpunkt finden und interpretieren.



3. **Validieren:** Ergebnisse im Kontext prüfen (nur positive Werte sinnvoll).



4. **Dokumentieren:** Lösungswege nachvollziehbar aufschreiben.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann innermathematische und realitätsnahe Problemstellungen mithilfe quadratischer Funktionen modellieren, Extremwerte deuten, Ergebnisse im Sachzusammenhang validieren und Lösungswege nachvollziehbar dokumentieren.

Geltung

BB, BE, BW, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen S. 168
a1c79897-6ded-57f8-bee1-2d365a5083c9

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen S. 760
39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb

Nullstellen quadratischer Funktionen in Scheitelpunktform begründen und bestimmen S. 763
f7dcf8c8-06c1-5972-b02a-9d35e5ab7600

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen S. 766
7bfff61c1-1a69-4991-97de-0cfff764f507e

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) ec707244-9dde-510c-8c1e-955f23016231

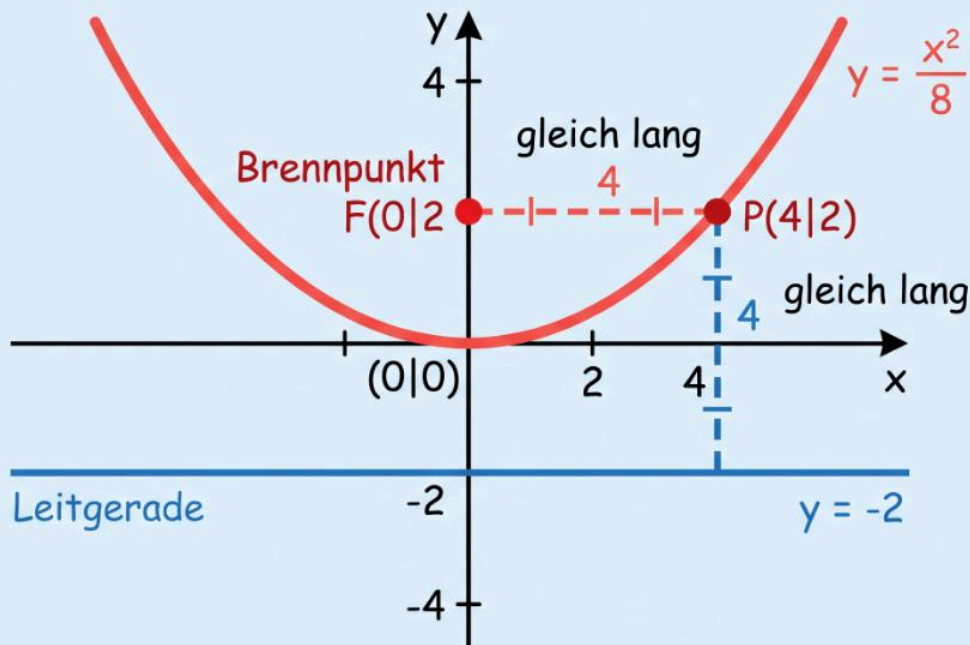
Parabeln als Ortslinien mit Brennpunkt und Leitgerade beschreiben

Lernziel-ID 3f3557a8-7d89-4f96-8a32-e24745c34d82

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 9 > Quadratische Funktionen beschreiben und anwenden >

Quadratische Funktionen in Anwendungen nutzen

Parabel als Ortslinie: Brennpunkt & Leitgerade



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Parabeln als Ort aller Punkte beschreiben und erzeugen, die zu einem festen Punkt und zu einer festen Geraden den gleichen Abstand haben, und die Rolle von Brennpunkt und Leitgerade in einfachen Konstruktionen erklären.

Geltung

BB, BE, HE, RP: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen

7bff61c1-1a69-4991-97de-0cff764f507e

S. 766

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 9, 10 BE\)](#) ec707244-9dde-510c-8c1e-955f23016231

Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben

Lernziel-ID 15ce2a7e-a5dc-44f7-8a5e-6d04dd81db12

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ganzrationale Funktionen untersuchen

„Polynomterme erkennen und strukturieren“

Allgemeine Form: $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ mit $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$

Polynomterme: Summen von Potenzfunktionen mit nichtnegativen ganzzahligen Exponenten

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 4$$

Leitkoeffizient: 2 Grad: 3 Konstantes Glied: 4

Kernaussage:
Im Polynom sind die Exponenten nichtnegative ganze Zahlen.



Keine Polynomterme (nur Potenzfunktionen)

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

Exponenten müssen nichtnegative ganze Zahlen sein (-1 ist negativ)

Potenzterm, aber kein Polynomterm

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

Exponenten müssen nichtnegative ganze Zahlen sein (1/2 ist keine ganze Zahl)

Potenzterm, aber kein Polynomterm

Polynomterme bauen sich aus Potenzfunktionen auf, deren Exponenten ausschließlich aus der Menge $\{0, 1, 2, \dots\}$ stammen.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen nicht negativen Exponenten beschreiben und Terme dieser Form fachsprachlich einordnen.

Geltung

BB, BE, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen

S. 760

39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb

Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen

S. 765

3e4032bd-4d8c-4e72-bfdd-64a34df053c9

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen

S. 766

7bff61c1-1a69-4991-97de-0cfff764f507e

Wird direkt vorausgesetzt von

Aus Graphen ganzrationaler Funktionen Rückschlüsse auf Grad oder Funktionsterm ziehen

S. 770

6a4716bd-8038-46bb-b647-0db4a254fee7

Symmetrie ganzrationaler Funktionsgraphen am Term prüfen

S. 771

0190e463-51a7-4860-9b35-d875530a85ba

Randverhalten ganzrationaler Funktionen aus dem Term begründen

S. 797

283ec44e-747c-55e3-9a61-4a4cc70ebfab

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

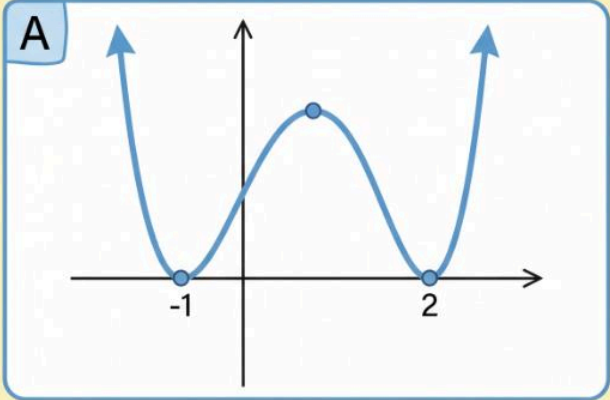
Aus Graphen ganzrationaler Funktionen Rückschlüsse auf Grad oder Funktionsterm ziehen

Lernziel-ID 6a4716bd-8038-46bb-b647-0db4a254fee7

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ganzrationale Funktionen untersuchen

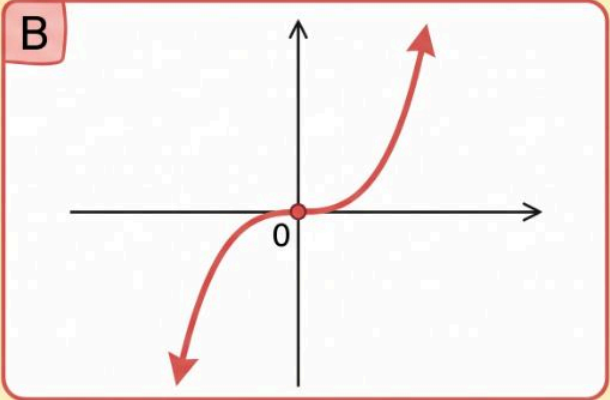
Aus Graphen ganzrationaler Funktionen Rückschlüsse auf Grad oder Funktionsterm ziehen

A



Gerader Grad, positiver Leitkoeffizient, möglich: $f(x)=a \cdot (x+1)^2 \cdot (x-2)^2$

B



Ungerader Grad, positiver Leitkoeffizient, möglich: $g(x)=x^3$

Graph liefert Hinweise, nicht immer den einzigen Term.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus dem Graphen einer ganzrationalen Funktion, soweit möglich, Rückschlüsse auf den Grad der Funktion oder einen passenden Funktionsterm ziehen.

Geltung

BB, BE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben](#)

S. 769

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede

Symmetrie ganzrationaler Funktionsgraphen am Term prüfen

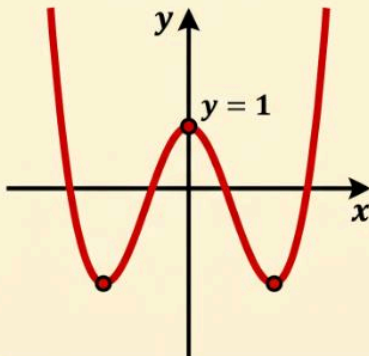
Lernziel-ID 0190e463-51a7-4860-9b35-d875530a85ba

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ganzrationale Funktionen untersuchen

Symmetrie ganzrationaler Funktionsgraphen am Term prüfen

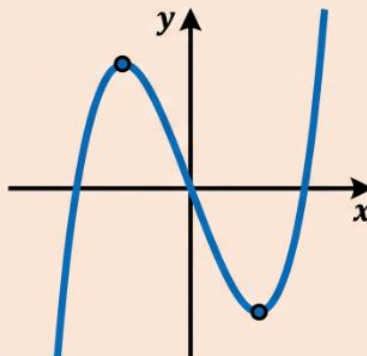
Achsensymmetrie (zur y-Achse)

$f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$
→ nur gerade Exponenten
 $f(-x) = f(x)$



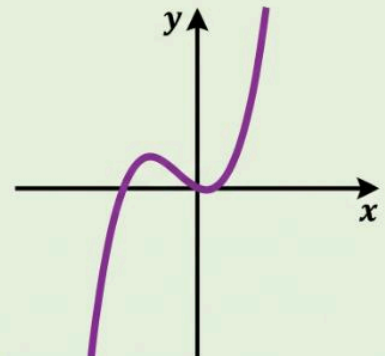
Punktsymmetrie (zum Ursprung)

$g(x) = x^3 - 2x$
→ nur ungerade Exponenten
 $g(-x) = -g(x)$



Keine dieser Symmetrien

$h(x) = x^3 + x^2$
→ gemischte Exponenten
keine dieser Symmetrien



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei ganzrationalen Funktionen rechnerisch und anhand der Struktur des Funktionsterms prüfen, ob der Graph achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

Geltung

BB, BE, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HH, SN, ST: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben

15ce2a7e-a5dc-44f7-8a5e-6d04dd81db12

S. 769

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

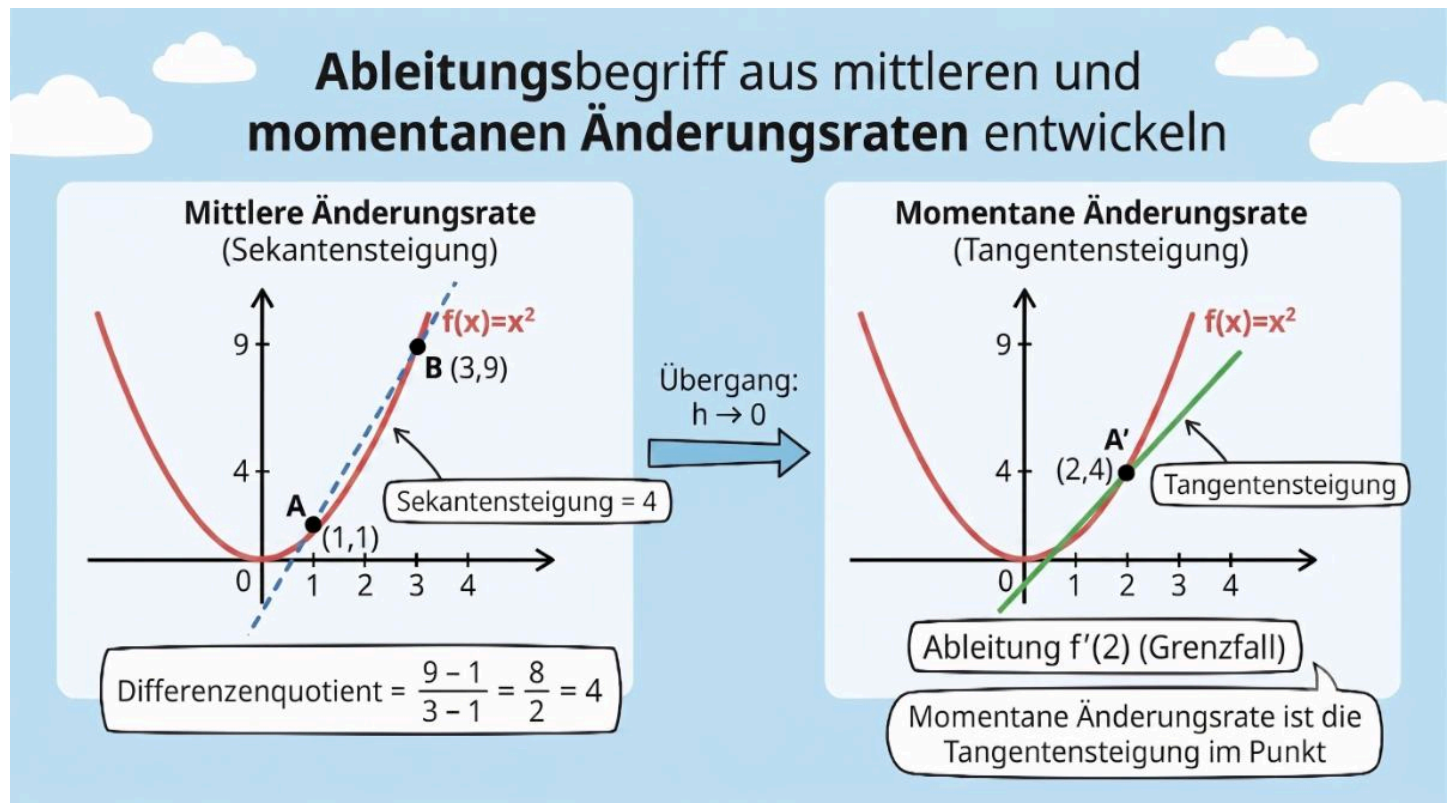
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede

Ableitungsbegriff aus mittleren und momentanen Änderungsraten entwickeln

Lernziel-ID 7156558c-57f1-4372-9ba7-0640c3f7cb3a

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann mittlere Änderungsraten als Differenzenquotienten bestimmen, als Sekantensteigungen deuten und daraus den Übergang zur momentanen Änderungsrate als Tangentensteigung motivieren.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Lineare Funktionen beschreiben af3d6bff-c5fb-4ec6-a9f0-c0be09fc9186	S. 96	Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen a1c79897-6ded-57f8-bee1-2d365a5083c9	S. 168	Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen 7bfff61c1-1a69-4991-97de-0cfff764f507e	S. 766
--	-------	---	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden 9f2fc0d1-e1e7-4051-ba70-87ba1dd8dd1c	S. 773	Monotonie, Extremstellen und Funktion-Ableitungs-Beziehungen untersuchen 1a18dbb3-f350-4766-9c8b-20ca018cceff1	S. 774
--	--------	---	--------

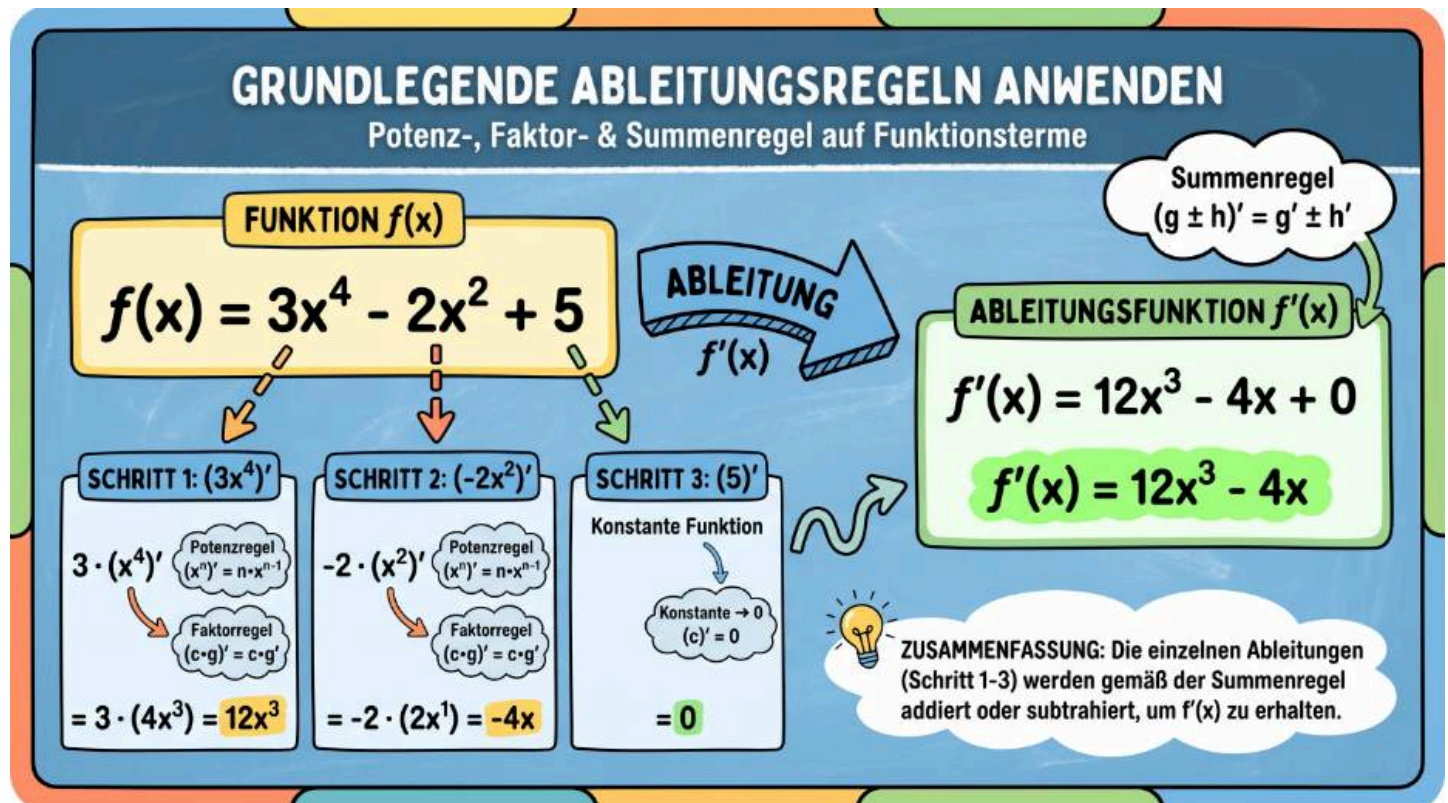
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden

Lernziel-ID 9f2fc0d1-e1e7-4051-ba70-87ba1dd8dd1c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Faktorregel, Summenregel und Potenzregel auf einfache Funktionsterme anwenden und die einzelnen Ableitungsschritte fachsprachlich nachvollziehbar darstellen.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten anwenden 6596405a-9728-41df-9163-53670ec2a937	S. 146	Ableitungsbegriff aus mittleren und momentanen Änderungsraten entwickeln 7156558c-57f1-4372-9ba7-0640c3f7cb3a	S. 772
---	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Monotonie, Extremstellen und Funktion-Ableitungs-Beziehungen untersuchen 1a18dbb3-f350-4766-9c8b-20ca018cceff1	S. 774	Wendestellen und Krümmungsverhalten mit Ableitungen beschreiben ad66009f-55fb-563f-ace0-dbfcae7c76c3	S. 777	Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Fällen nutzen f9fdb733-5838-4983-888a-05624eabbe17	S. 778	Monotoniesatz erläutern und Nichtumkehrbarkeit begründen f76d00dc-6b31-59cd-b01a-3610eadc9908	S. 780
--	--------	--	--------	--	--------	---	--------

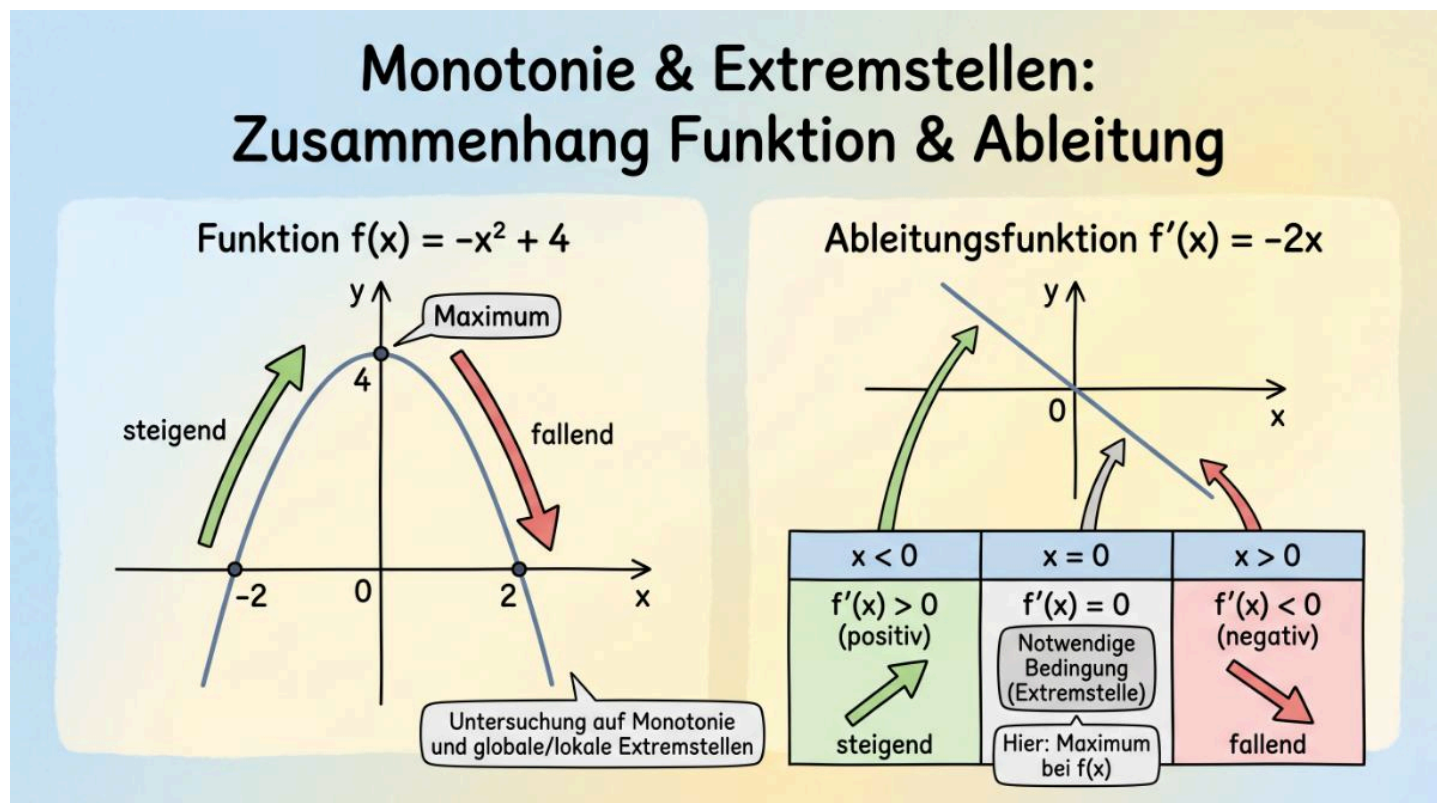
Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Monotonie, Extremstellen und Funktions-Ableitungs-Beziehungen untersuchen

Lernziel-ID 1a18dbb3-f350-4766-9c8b-20ca018ccef1

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion in einfachen Fällen graphisch erklären und Funktionen mit der ersten Ableitung auf Monotonie sowie lokale und globale Extremstellen untersuchen.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ableitungsbegriff aus mittleren und momentanen Änderungsraten entwickeln

S. 772

7156558c-57f1-4372-9ba7-0640c3f7cb3a

Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden

S. 773

9f2fc0d1-e1e7-4051-ba70-87ba1dd8dd1c

Wird direkt vorausgesetzt von

Tangenten- und Normalengleichungen in einfachen Fällen aufstellen

S. 775

b43a1e45-f05c-4d78-8453-f6fa677dc24c

Tangenten als lineare Approximationen nutzen

S. 776

06bdbcbe-53e0-5ac3-992f-d6fd20555b59

Wendestellen und Krümmungsverhalten mit Ableitungen beschreiben

S. 777

ad66009f-55fb-563f-ace0-dbfeae7c76c3

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Tangenten- und Normalengleichungen in einfachen Fällen aufstellen

Lernziel-ID b43a1e45-f05c-4d78-8453-f6fa677dc24c

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen

Tangenten- und Normalengleichungen in einfachen Fällen aufstellen

Tangente (t) bestimmen

1. Ableitung bilden:
 $f'(x) = 2x$

2. Steigung im Punkt P:
 $m_T = f'(1) = 2$
Tangentensteigung (m_T)

3. Tangentengleichung:
 $t: y = m_T \cdot (x - x_p) + y_p$
 $t: y = 2(x - 1) + 1$
 $t: y = 2x - 1$

Funktion $f(x) = x^2$

Normalensteigung (m_N)

Senkrecht zueinander

Normale (n) bestimmen

Steigungszusammenhang:
 $m_N = -\frac{1}{m_T}$

$m_N = -\frac{1}{2}$
Normalensteigung (m_N)

Normalengleichung:
 $n: y = m_N \cdot (x - x_p) + y_p$
 $n: y = -\frac{1}{2} \cdot (x - 1) + 1$
 $n: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einfachen differenzierbaren Funktionen in gegebenen Punkten Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen und die dabei verwendeten Steigungen fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

[Monotonie, Extremstellen und Funktion-Ableitungs-Beziehungen untersuchen](#)

S. 774

Wird direkt vorausgesetzt von

[Tangenten als lineare Approximationen nutzen](#)

S. 776

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#)

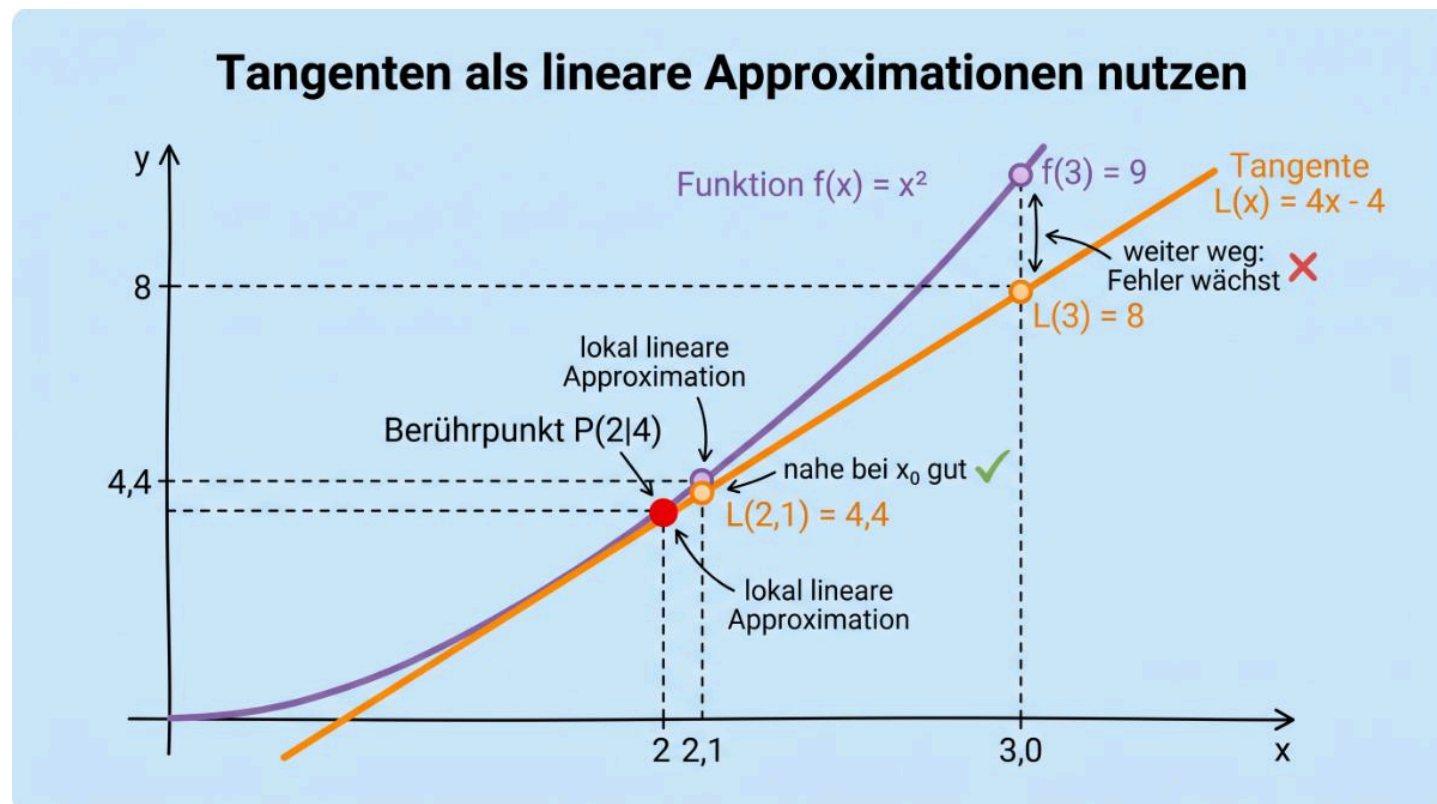
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#)

Tangenten als lineare Approximationen nutzen

Lernziel-ID 06bdbecb-53e0-5ac3-992f-d6fd20555b59

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Tangenten in einfachen Situationen als lokale lineare Approximationen nutzen und die Näherung fachsprachlich deuten.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BE: Sek. II · LK

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

+ 1 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Monotonie, Extremstellen und Funktion-Ableitungs-Beziehungen untersuchen

S. 774

Tangenten- und Normalengleichungen in einfachen Fällen aufstellen

S. 775

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

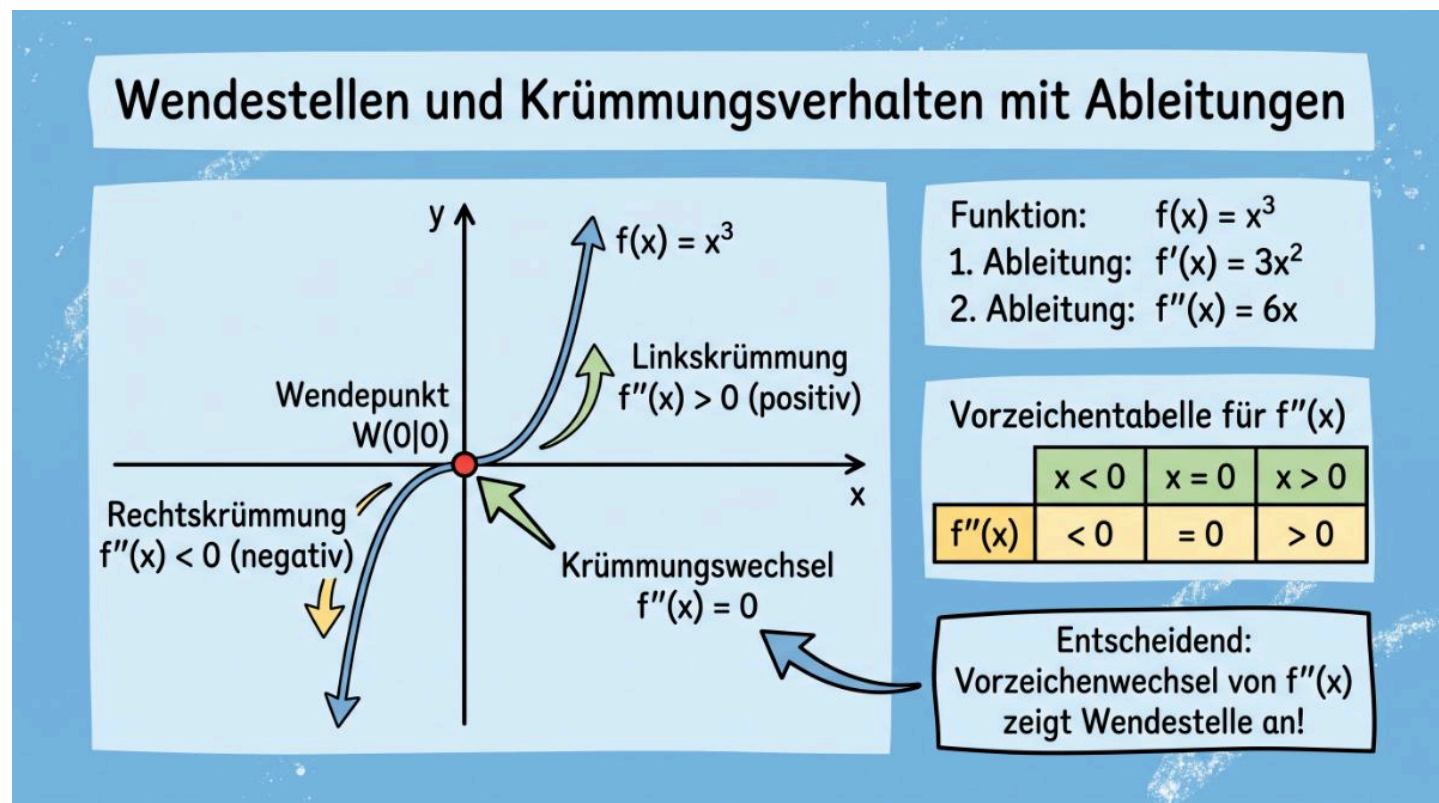
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede

Wendestellen und Krümmungsverhalten mit Ableitungen beschreiben

Lernziel-ID ad66009f-55fb-563f-ace0-dbfeae7c76c3

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in einfachen Fällen das Krümmungsverhalten über das Vorzeichen der zweiten Ableitung beschreiben und Wendestellen durch einen Wechsel dieses Vorzeichens begründen.

Geltung

BB, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden

S. 773

9f2fc0d1-e1e7-4051-ba70-87ba1dd8dd1c

Monotonie, Extremstellen und Funktion-Ableitungs-Beziehungen untersuchen

S. 774

1a18dbb3-f350-4766-9c8b-20ca018cceff1

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede

Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Fällen nutzen

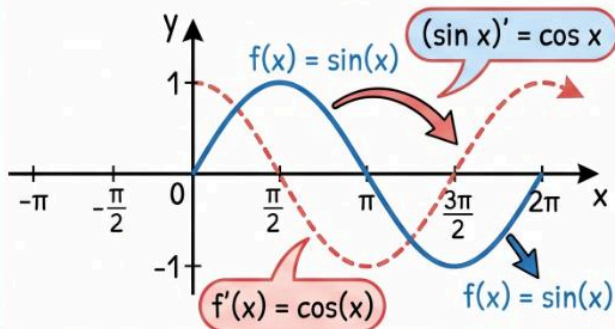
Lernziel-ID f9fdb733-5838-4983-888a-05624eabbe17

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen

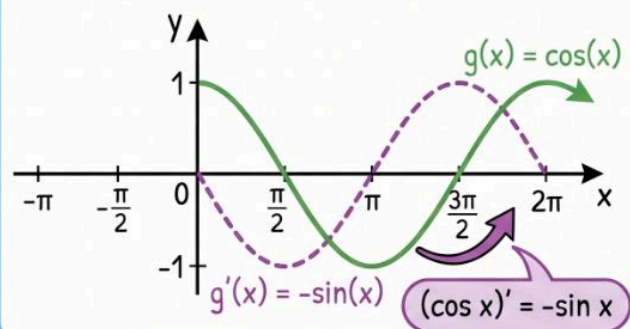
Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Fällen nutzen

Graphischer Zusammenhang

Funktion und Ableitung für $f(x)=\sin(x)$



Funktion und Ableitung für $g(x)=\cos(x)$



Beispiele (einfache Terme):

$$\begin{aligned} h(x) &= 2 \sin(x) \\ &\downarrow \\ h'(x) &= 2 \cos(x) \end{aligned}$$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann die Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen in einfachen Termen angeben, einsetzen und den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitung graphisch deuten.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, NI, NW, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Sinus- und Kosinusfunktionen als periodische Funktionen beschreiben

S. 181

5d17ebb4-4e27-4f9c-8d0b-3520f34b2e11

Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden

S. 773

9f2fc0d1-e1e7-4051-ba70-87ba1dd8dd1c

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 2 \(Jahrgangsstufe 10, 12 BE\)](#) c9d7546d-3d4a-5f68-b609-831ee8de8877

Ganzrationale Funktionen über Term und Graph beschreiben

Lernziel-ID 1ce8af38-082a-477b-af48-b924c92761bf

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung > Potenzfunktionen und ganzrationale Funktionen in Grundzügen beschreiben

Eigenschaften einer Polynomfunktion aus Term und Graph deuten

VERGLEICH: TERM ↔ GRAPH

FUNKTIONSTERM (Beispiel: $f(x) = x^3 - x$)

$$f(x) = x^3 - x$$

Grad 3 (ungerade)
Leitkoeffizient 1 (> 0)

$$f(0) = 0^3 - 0 = 0 \quad \leftarrow y\text{-Achsenabschnitt bei } y = 0$$

Nullstellen-Bestimmung:

$$x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x(x - 1)(x + 1) = 0$$

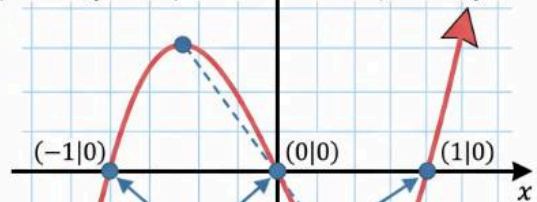
$$\text{Nullstellen: } x = -1 \quad x = 0 \quad x = 1$$

Symmetrie-Check: $f(x) = 1 \cdot x^3 - 1 \cdot x^1$
Ursprungssymmetrisch, weil nur ungerade Potenzen vorkommen.

$$f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -f(x)$$

ZUGEHÖRIGER GRAPH ($y = f(x)$)

Endverhalten: links nach unten ($x \rightarrow -\infty, y \rightarrow -\infty$)
Endverhalten: rechts nach oben ($x \rightarrow +\infty, y \rightarrow +\infty$)



Endverhalten: links nach unten ($x \rightarrow -\infty, y \rightarrow -\infty$)

Ursprungssymmetrie: $f(-x) = -f(x)$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bei einfachen ganzrationalen Funktionen Term und Graph anhand charakteristischer Merkmale wie Nullstellen und Endverhalten einander zuordnen und den Zusammenhang beschreiben.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G9; Sek. II · GK

+ 2 weitere Ländergruppen

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen S. 168
a1c79897-6ded-57f8-bee1-2d365a5083c9

Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen S. 760
39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb

Scheitelpunkte quadratischer Funktionen bestimmen S. 765
3e4032bd-4d8c-4e72-bfdd-64a34df053c9

Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen S. 766
7bfff61c1-1a69-4991-97de-0cfff764f507e

Wird direkt vorausgesetzt von

Monotoniesatz erläutern und Nichtumkehrbarkeit begründen S. 780
f76d00dc-6b31-59cd-b01a-3610eadc9908

Verhalten ganzrationaler Funktionen im Unendlichen beschreiben S. 781
0b47fec8-33ec-5f29-8d3e-64941a7c8ac5

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede

Monotoniesatz erläutern und Nichtumkehrbarkeit begründen

Lernziel-ID f76d00dc-6b31-59cd-b01a-3610eadc9908

Mathematik > Sekundarstufe I > Jahrgangsstufe 10 > Ableitungsbegriff und elementare Ableitungsregeln in J10 nutzen

MONOTONIESATZ ERLÄUTERN & NICHTUMKEHRBARKEIT BEGRÜNDEN

MONOTONIESATZ (FÜR ABLEITUNGEN)

$f'(x) > 0$ auf Intervall I $\Rightarrow$ f dort streng monoton steigend

$f'(x) < 0$ auf Intervall I $\Rightarrow$ f dort streng monoton fallend

Wenn $f'(x) > 0$ (bzw. < 0) auf I $\Rightarrow$ f dort streng monoton steigend (bzw. fallend).

NICHTUMKEHRBARKEIT (GEGENBEISPIEL)

$f(x) = x^3$
 $f'(x) = 3x^2$

f ist streng monoton steigend auf $\mathbb{R}$

$f'(0) = 0$ (waagerechte Tangente)

KERNAUSSAGE: Streng steigend bedeutet nicht automatisch $f'(x) > 0$ für alle x.

Umkehrung gilt allgemein NICHT.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann für differenzierbare Funktionen aus $f'(x) > 0$ bzw. $f'(x) < 0$ an jeder Stelle eines Intervalls strenge Monotonie folgern und mit einem Gegenbeispiel begründen, warum strenge Monotonie nicht an jeder Stelle eine strikt positive bzw. negative Ableitung erzwingt.

Geltung

BB, BW, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, HE, NI, NW, RP, SL: Sek. I · G9

HB, HH, MV, SN, ST, TH: Sek. I · G8

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Grundlegende Ableitungsregeln auf elementare Funktionsterme anwenden

S. 773

9f2fc0d1-e1e7-4051-ba70-87ba1dd8dd1c

Ganzrationale Funktionen über Term und Graph beschreiben

S. 779

1ce8af38-082a-477b-af48-b924c92761bf

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede

Verhalten ganzrationaler Funktionen im Unendlichen beschreiben

Lernziel-ID 0b47fec8-33ec-5f29-8d3e-64941a7c8ac5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung

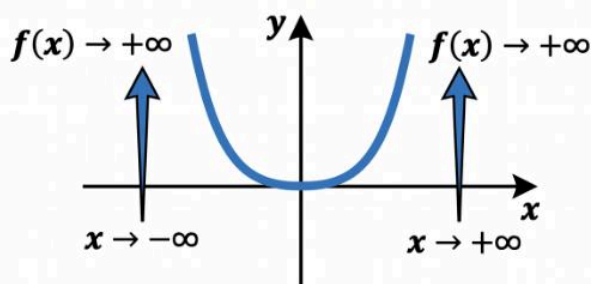
Verhalten ganzrationaler Funktionen im Unendlichen beschreiben

Beispiel 1: $f(x) = x^4$

Funktion: $f(x) = x^4$

Führender Term: x^4

? Entscheidungsregel: Grad gerade (4),
Leitkoeffizient positiv (1)



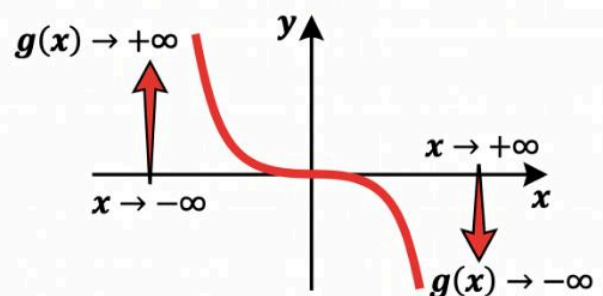
Limes-Schreibweise: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Beispiel 2: $g(x) = -x^3$

Funktion: $g(x) = -x^3$

Führender Term: $-x^3$

? Entscheidungsregel: Grad ungerade (3),
Leitkoeffizient negativ (-1)



Limes-Schreibweise: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Verhalten ganzrationaler Funktionen für betragsgroße Argumente mit Limes-Schreibweise beschreiben und aus dem führenden Term begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionsbegriff und Darstellungen verstehen

09f47964-2cd0-410e-93ee-9632b582fc91

S. 187

Ganzrationale Funktionen über Term und Graph beschreiben

1ce8af38-082a-477b-af48-b924c92761bf

S. 779

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7e13f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

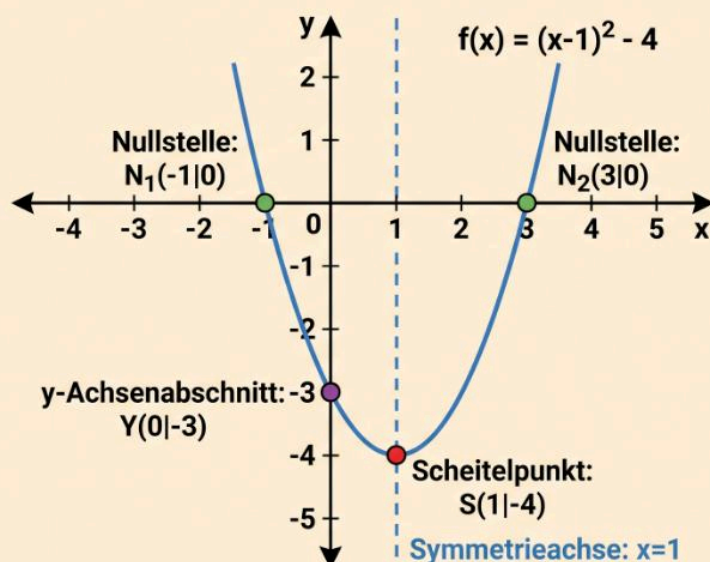
Quadratische Funktionen im Graphen deuten

Lernziel-ID 29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-3acc492284d8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung

Quadratische Funktionen im Graphen deuten



Scheitelpunkt	$S(1 -4)$
Nullstellen	-1 und 3
y-Achsenabschnitt	$f(0)=-3$
Deutung	Minimum bei $x=1$

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann den Graphen quadratischer Funktionen erkennen, Scheitelpunkt und Nullstellen bestimmen und diese in einfachen Kontexten deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

HE: Sek. I · G8; Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Achsenschnittpunkte und Vorzeichen quadratischer Funktionen aus Graphen deuten 6c26a00a-ad1e-59cc-93e2-a38e1683665c S. 167	Extremwert, Wertemenge und Monotonie quadratischer Funktionen aus dem Graphen bestimmen a1c79897-6ded-57f8-bee1-2d365a5083c9 S. 168	Funktionswerte berechnen c65ecabf-d00b-4e2d-99ae-b64692325fffb S. 190	Funktionswerte aus Graphen ablesen a8c42ee9-2898-4247-819f-c235032ac78a S. 191
Gleichungen mit dem Satz vom Nullprodukt lösen 39fa30f2-e1ae-5c36-be56-793b77906abb S. 760	Darstellungsformen quadratischer Funktionen situationsgerecht nutzen 7bfff61c1-1a69-4991-97de-0cfff764f507e S. 766		

Wird direkt vorausgesetzt von

Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen 0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e S. 783	Realsituationen mit linearen und quadratischen Funktionen modellieren 1b70498a-62a0-5a84-99dd-476b8af68da6 S. 784
--	--

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen

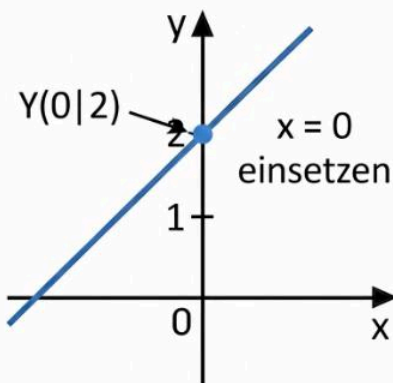
Lernziel-ID 0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

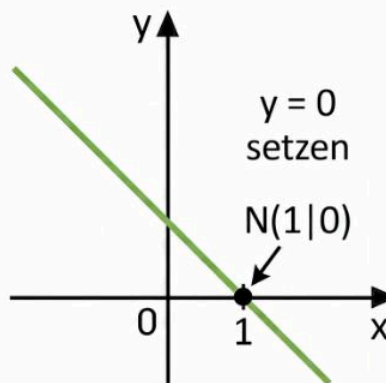
Funktionen und ihre Darstellung

Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte bestimmen

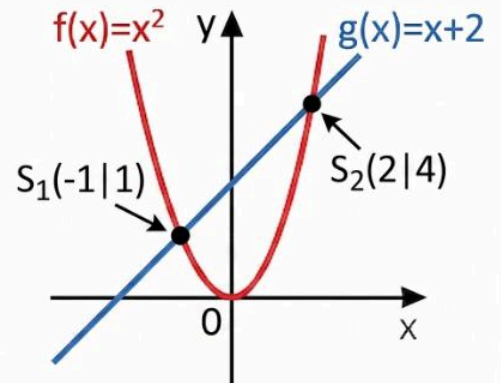
y-Achsenschnittpunkt



x-Achsenschnittpunkt /
Nullstelle



Schnittpunkten
zweier Graphen



Achsenschnittpunkte: $x=0$ oder $y=0$ • Graphenschnittpunkte: $f(x)=g(x)$ •
Lösungen x einsetzen $\rightarrow$ y -Werte

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte zweier Graphen, insbesondere bei linearen und quadratischen Funktionen, grafisch und rechnerisch bestimmen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Funktionswerte berechnen

c65ecabf-d90b-4e2d-99ae-b64692325ffb

S. 190

Funktionswerte aus Graphen ablesen

a8c42ee9-2898-4247-819f-c235032ac78a

S. 191

Parameter linearer Funktionen deuten

2d75fd3f-c68b-4a11-89ae-19a30fe47a

S. 194

Quadratische Funktionen im Graphen deuten

29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-3acc492284d8

S. 782

Wird direkt vorausgesetzt von

Realsituationen mit linearen und quadratischen Funktionen modellieren

1b70498a-62a0-5a84-99dd-476b8af68da6

S. 784

Polynomgleichungen in Funktionsuntersuchungen lösen

e9c401b1-144d-525f-a148-a1113b2e82a8

S. 785

Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen

1675fdde-cba7-5456-ae70-a846e1924a68

S. 793

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

Realsituationen mit linearen und quadratischen Funktionen modellieren

Lernziel-ID 1b70498a-62a0-5a84-99dd-476b8af68da6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Funktionen und ihre Darstellung

Für dieses Lernziel liegt keine Visualisierung vor.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann zu einfachen Realsituationen geeignete lineare oder quadratische Funktionsmodelle auswählen, Parameter bestimmen und Ergebnisse im Kontext deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter linearer Funktionen deuten 2d75fd3f-c68b-4a11-89ae-19a30fefc47a	S. 194	Quadratische Funktionen im Graphen deuten 29ce4053-b5c5-4a82-9ff0-3acc492284d8	S. 782	Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen 0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e	S. 783
---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Exponentielle, lineare und quadratische Modelle vergleichen adcac2a7-e763-5442-abf2-866532fedcda	S. 791
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Funktionen und Darstellungen analysieren](#) e7013f6e-6051-5c88-8b4b-e054dc8db4cc

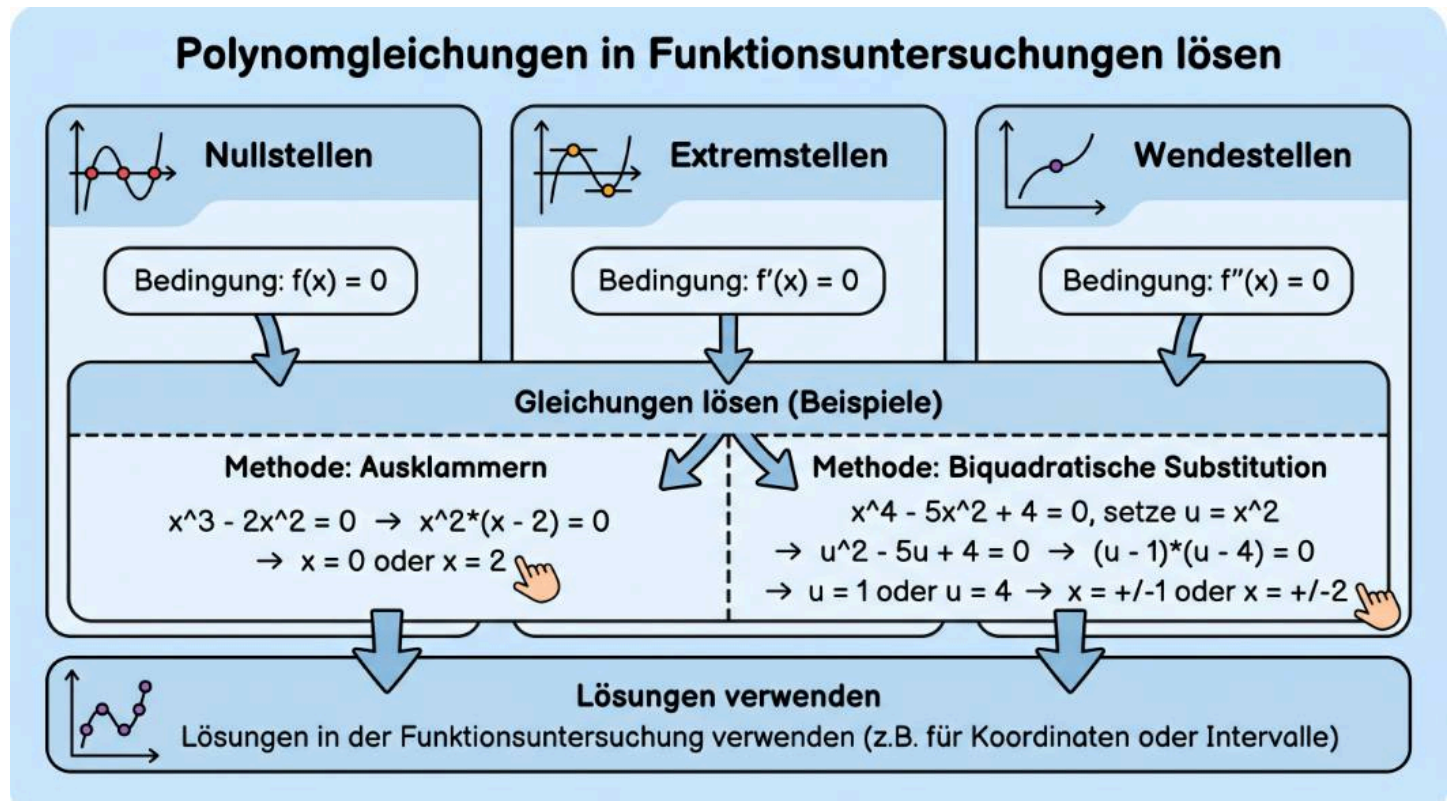
Polynomgleichungen in Funktionsuntersuchungen lösen

Lernziel-ID e9c401b1-144d-525f-a148-a1113b2e82a8

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Polynomgleichungen, die bei Nullstellen-, Extremstellen- oder Wendestellenbedingungen entstehen, mit einem zur Termstruktur passenden algebraischen Verfahren lösen und die Lösungen in der Funktionsuntersuchung verwenden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen ableiten 623cd47f-6f9e-58a7-911c-69e4a8609a27	S. 214	Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen 0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e	S. 783
--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Parameterwerte aus vorgegebenen Funktionseigenschaften bestimmen 6947245e-6bd7-52d7-9bc2-0c60cfa447c5	S. 786	Funktionsklassen argumentativ vergleichen 08b80080-4895-55df-8ca6-4e8c5eb0f9f5	S. 792
---	--------	--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Parameterwerte aus vorgegebenen Funktionseigenschaften bestimmen

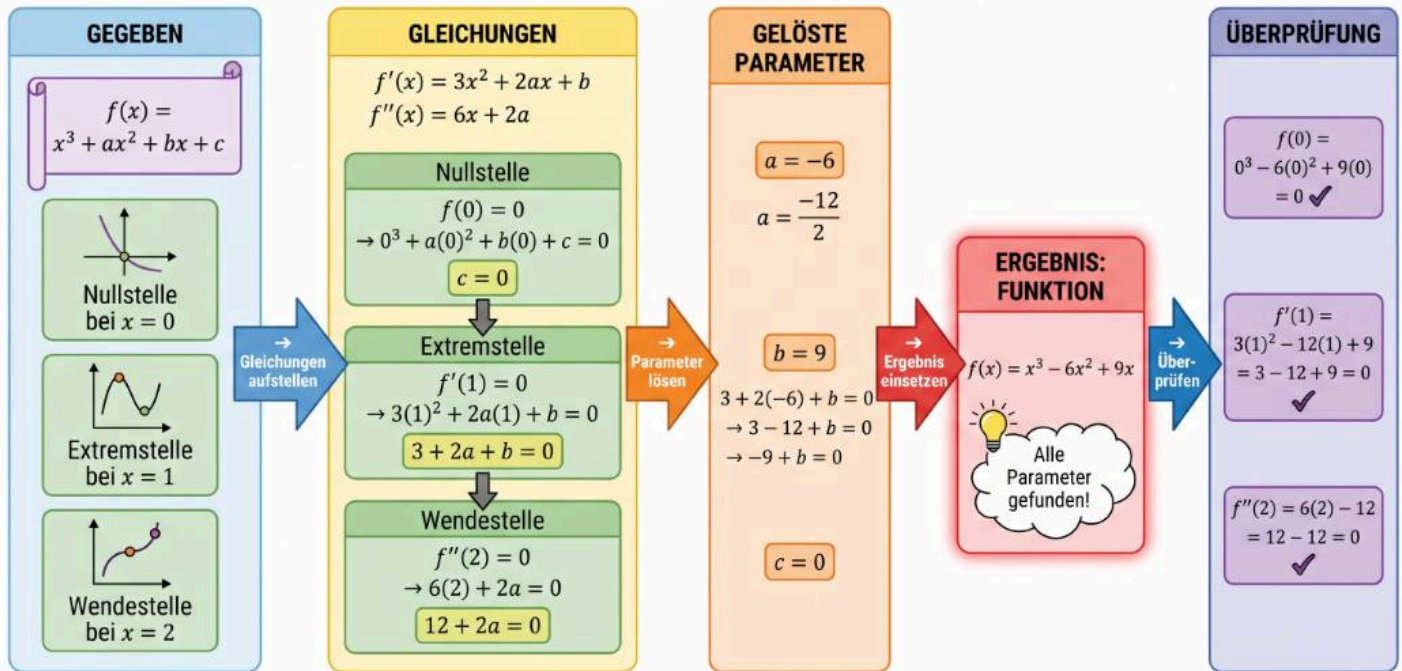
Lernziel-ID 6947245e-6bd7-52d7-9bc2-0c60cfa447c5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen

Parameter aus Eigenschaften bestimmen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann in ganzrationalen Funktionstermen einzelne Parameterwerte aus vorgegebenen Eigenschaften wie Nullstelle, Extremstelle oder Wendestelle bestimmen und die Bedingungen begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Monotonie und Extremstellen mit der ersten Ableitung untersuchen 350fc8b1-ea00-4239-b28a-217cbd3bd1c3	S. 226	Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3	S. 227	Polynomgleichungen in Funktionsuntersuchungen lösen e9c401b1-144d-525f-a148-a1113b2e82a8	S. 785
---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Ganzrationale Funktionen aus Eigenschaften rekonstruieren 8e1b0d9c-fa32-5ccd-9c11-77e788ae0941	S. 787
--	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Ganzrationale Funktionen aus Eigenschaften rekonstruieren

Lernziel-ID 8e1b0d9c-fa32-5ccd-9c11-77e788ae0941

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen

Quadratische Funktion aus Bedingungen bestimmen

Gesucht: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Bedingungen:

Tiefpunkt $T(0|0)$

Punkt $P(1|2)$

Tiefpunkt

Übersetze korrekt:

$T(0|0)$ Punkt $T(0|0) \rightarrow f(0) = 0$
 $\Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 0$
 $\Rightarrow c = 0$

$T(0|0)$ Tiefpunkt $T(0|0) \rightarrow f'(0) = 0$
 $\Rightarrow f'(x) = 2ax + b$
 $\Rightarrow 2a(0) + b = 0$
 $\Rightarrow b = 0$

$P(1|2)$ Punkt $P(1|2) \rightarrow f(1) = 2$
 $\Rightarrow a(1)^2 + b(1) + c = 2$
 $\Rightarrow a + b + c = 2$

Lineares Gleichungssystem:

I: $c = 0$
II: $b = 0$
III: $a + b + c = 2$

Löse und Prüfe:

Löse:

$c = 0$ $c = 0, b = 0$ in III:
 $\Rightarrow 2$ $a + 0 + 0 = 2$
 $\Rightarrow a = 2$

$a = 2$ $b = 0$ $c = 0$

Also: $f(x) = 2x^2$

Prüfe:

$f(x) = 2x^2$

Tiefpunkt $T(0|0)$ ✓

Punkt $P(1|2)$ ✓

Ergebnis stimmt! ✓

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann aus vorgegebenen Eigenschaften eines Graphen oder Sachzusammenhangs ein lineares Gleichungssystem für einen ganzrationalen Funktionsterm aufstellen, lösen und die entstehende Funktionsgleichung prüfen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen mit Differentialrechnung analysieren d78946f9-1f5f-462c-a99c-fe01054042dd	S. 230	Parameterwerte aus vorgegebenen Funktionseigenschaften bestimmen 6947245e-6bd7-52d7-9bc2-0c60cfa447c5	S. 786
--	--------	---	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Sachzusammenhänge mit Extremstellen modellieren d4f2d4e2-a831-5ee2-b9c6-bb9e79986aeb	S. 788	Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren b88cbf71-5e3e-55e3-ba94-6789408d38d6	S. 789	Anschlussbedingungen ohne Sprung und Knick modellieren 4b16fce6-84cc-52ae-98ca-f88cc518cc28	S. 790
--	--------	---	--------	---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Sachzusammenhänge mit Extremstellen modellieren

Lernziel-ID d4f2d4e2-a831-5ee2-b9c6-bb9e79986aeb

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle > Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung > Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen > Sachzusammenhänge mit Extrem- und Wendestellen modellieren

Sachzusammenhänge mit Extremstellen modellieren

The graph shows a parabola representing the height $h(t)$ of a water fountain over time t . The vertex is at $H(4|8)$, indicating a maximum height of 8 meters at $t = 4$ seconds. The equation of the parabola is $h(t) = -0.5 \cdot (t - 4)^2 + 8$.

Bedingungen & Deutung	
Bedingungen (mathematisch):	Deutung (fachlich):
$h(4) = 8$	👑 Maximale Höhe ist 8 m zum Zeitpunkt $t = 4$ s.
$h'(4) = 0$	
$h''(4) = -1 < 0$	

Lernzielbeschreibung
Die lernende Person kann Sachzusammenhänge mit Extremstellen durch geeignete ganzrationale Funktionen modellieren und die Bedingungen fachlich deuten.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen f042385e-f772-42db-9c96-f21a792ac5ea	S. 220	Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3	S. 227	Ganzrationale Funktionen aus Eigenschaften rekonstruieren 8e1b0d9c-fa32-5ccd-9c11-77e788ae0941	S. 787
---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren b88cbf71-5e3e-55e3-ba94-6789408d38d6	S. 789
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren

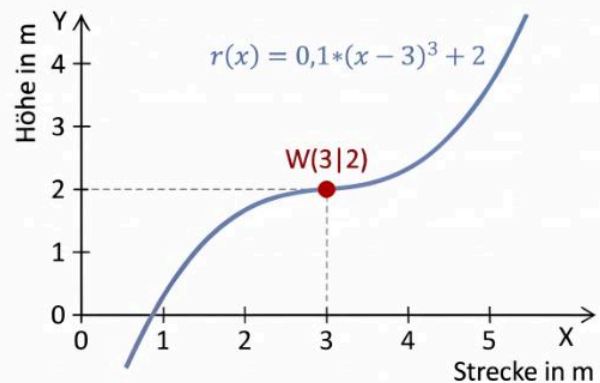
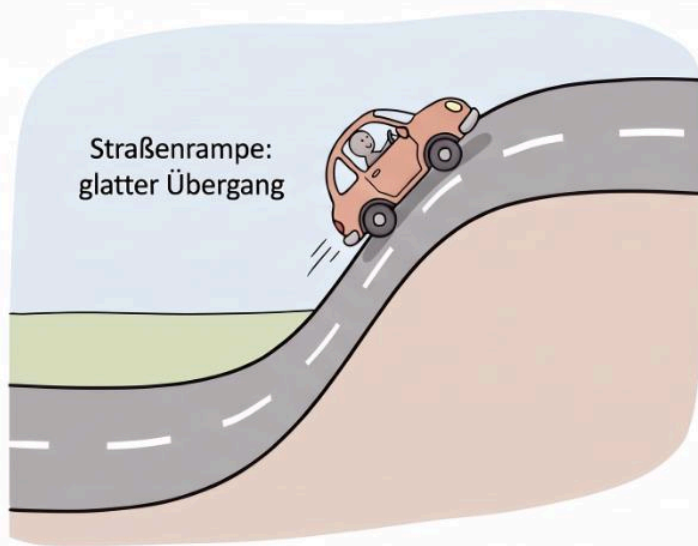
Lernziel-ID b88cbf71-5e3e-55e3-ba94-6789408d38d6

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

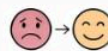
Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen > Sachzusammenhänge mit Extrem- und Wendestellen modellieren

Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren



Bedingungen für Wendestelle W:

$r(3) = 2$	Punkt auf der Kurve
$r''(3) = 0$	Notwendige Bedingung
r'' wechselt Vorzeichen (negativ $\rightarrow$ positiv)	Krümmungswechsel (Rechts- $\rightarrow$ Linkskurve)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Sachzusammenhänge mit Wendestellen durch geeignete ganzrationale Funktionen modellieren und die Bedingungen fachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen f042385e-f772-42db-9c96-f21a792ac5ea S. 220	Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen b3604df4-15a8-41c8-a8b0-50dadd698bd3 S. 227	Ganzrationale Funktionen aus Eigenschaften rekonstruieren 8e1b0d9c-fa32-5ccd-9c11-77e788ae0941 S. 787	Sachzusammenhänge mit Extremstellen modellieren d4f2d4e2-a831-5ee2-b9c6-bb9e79986aeb S. 788
---	--	--	--

Wird direkt vorausgesetzt von

Anschlussbedingungen ohne Sprung und Knick modellieren 4b16fce6-84cc-52ae-98ca-f88cc518cc28	S. 790
---	--------

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Anschlussbedingungen ohne Sprung und Knick modellieren

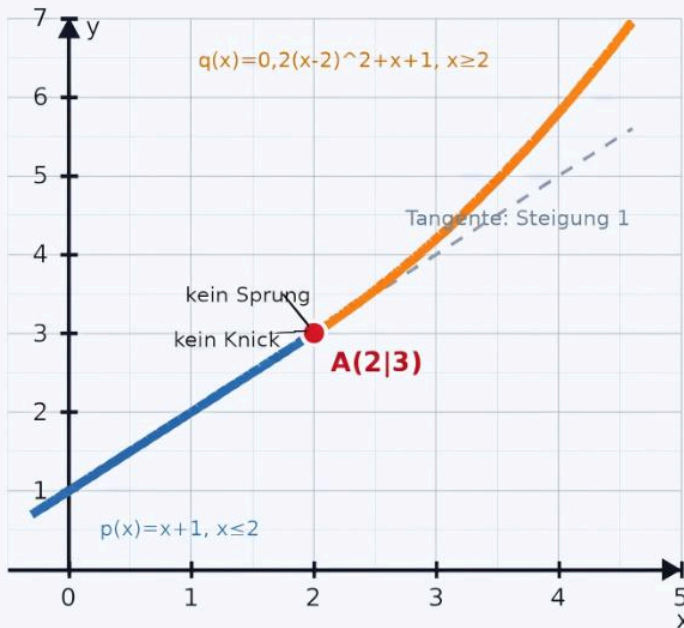
Lernziel-ID 4b16f6e6-84cc-52ae-98ca-f88cc518cc28

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Ableitungseinstieg und Differentialrechnung (Sek II) > Differentialrechnung, Untersuchung und Optimierung >

Ableitungen zur Funktionsuntersuchung und Optimierung nutzen > Sachzusammenhänge mit Extrem- und Wendestellen modellieren

Anschlussbedingungen ohne Sprung und Knick modellieren



kein Sprung

Funktionswert gleich:
 $p(2)=3$ und $q(2)=3$



kein Knick

Steigung gleich:
 $p'(2)=1$ und $q'(2)=1$



glatter Übergang

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Anschlussbedingungen ohne Sprung und ohne Knick durch geeignete ganzrationale Funktionen modellieren und fachlich deuten.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen

S. 220

f842385e-f772-42db-9c96-f21a792ac5ea

Krümmung und Wendestellen mit der zweiten Ableitung untersuchen

S. 227

b3664df4-15a8-41c8-a8b0-56dadd698bd3

Ganzrationale Funktionen aus Eigenschaften rekonstruieren

S. 787

8e1b0d9c-fa32-5ccd-9c11-77e788ae0941

Sachzusammenhänge mit Wendestellen modellieren

S. 789

b88cbf71-5e3e-55e3-ba94-6789408d38d6

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

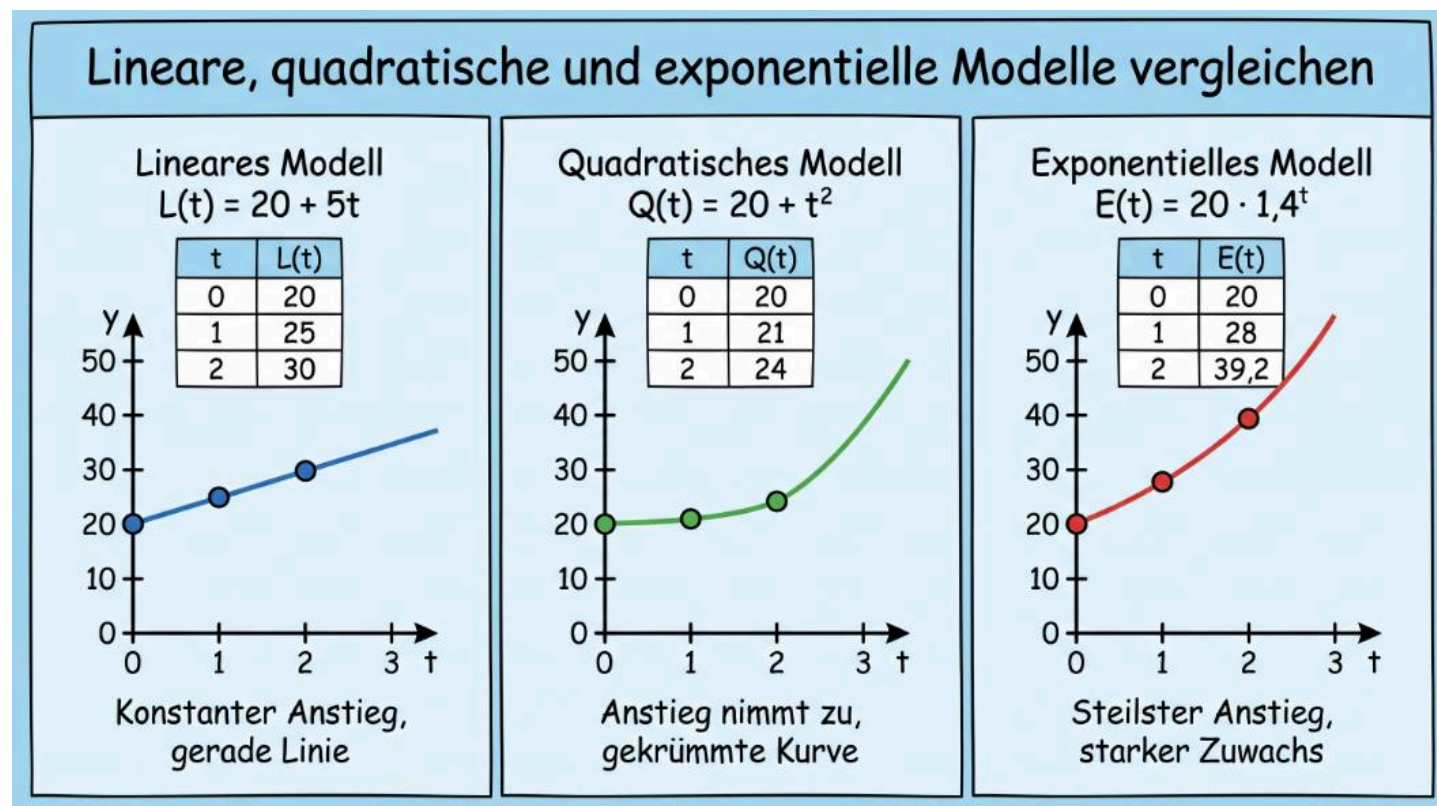
[Extremwertprobleme modellieren](#) 450a77d6-2814-571a-af1e-78c9fa61ed2c

Exponentielle, lineare und quadratische Modelle vergleichen

Lernziel-ID adcac2a7-e763-5442-abf2-866532fedcda

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Grundlagen der Analysis und mathematische Modelle >

Exponential-, logarithmische und periodische Modelle (Sek II) > Exponentialfunktionen



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann exponentielle Wachstums- oder Zerfallsmodelle mit linearen und quadratischen Modellen vergleichen, typische Verlaufsunterschiede benennen und die Modellwahl im Kontext begründen.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SH, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · GK; Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Parameter von $f(x) = a \cdot b^x + c$ deuten

S. 244

dc69a261-31c9-5c6b-af71-ae27877a3dc1

Realsituationen mit linearen und quadratischen Funktionen modellieren

S. 784

1b7b498a-62a0-5a84-99dd-476b8af68da6

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

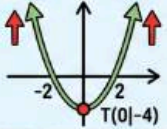
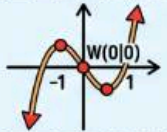
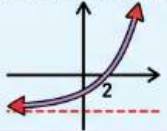
[Exponentialfunktionen und Ableitungsregeln anwenden](#) 9634bfe1-39ea-5428-a042-c3f970f811a3

Funktionsklassen argumentativ vergleichen

Lernziel-ID 08b80080-4895-55df-8ca6-4e8c5eb0f9f5

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Problemlösen und Argumentieren

Funktionsklassen argumentativ vergleichen

Funktion & Beispiel	Randverhalten & Asymptoten	Extrema & Wendestellen	Nullstellenstrategie
Quadratisch $f(x) = x^2 - 4$ 	links oben, rechts oben $(x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow \infty)$	1 Tiefpunkt $T(0 -4)$, keine Wendestelle	Faktorisieren/Wurzelziehen: $x = \pm 2$
Kubisch $g(x) = x^3 - x$ 	links unten, rechts oben $(x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty, x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty)$	2 lokale Extrema, 1 Wendestelle $W(0 0)$	Ausklammern: $x(x-1)(x+1) \Rightarrow x = -1, 0, 1$
Exponentiell $h(x) = 2^x - 4$ 	links Asymptote $y = -4$, rechts stark wachsend	keine Extrema, keine Wendestellen	Logarithmieren: $2^x = 4 \Rightarrow x = 2$

Fazit: Funktionsklassen unterscheiden sich durch Randverhalten, Extrema, Wendestellen und passende Nullstellenstrategien.

Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann bekannte Funktionsklassen hinsichtlich Verhalten im Unendlichen, Anzahl von Extrema und Wendestellen sowie geeigneter Nullstellenstrategien vergleichen und die Aussagen fachlich begründen.

Geltung
BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK
[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen unterscheiden d57eba00-4336-4f26-8dba-0537a797eddb	S. 228	Trigonometrische und ganzrationale Funktionen vergleichen 2919b3f3-aca2-5add-beeb-de1b9e0eafdb	S. 260	Polynomgleichungen in Funktionsuntersuchungen lösen e9c401b1-144d-525f-a148-a1113b2e82a8	S. 785
---	--------	--	--------	--	--------

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

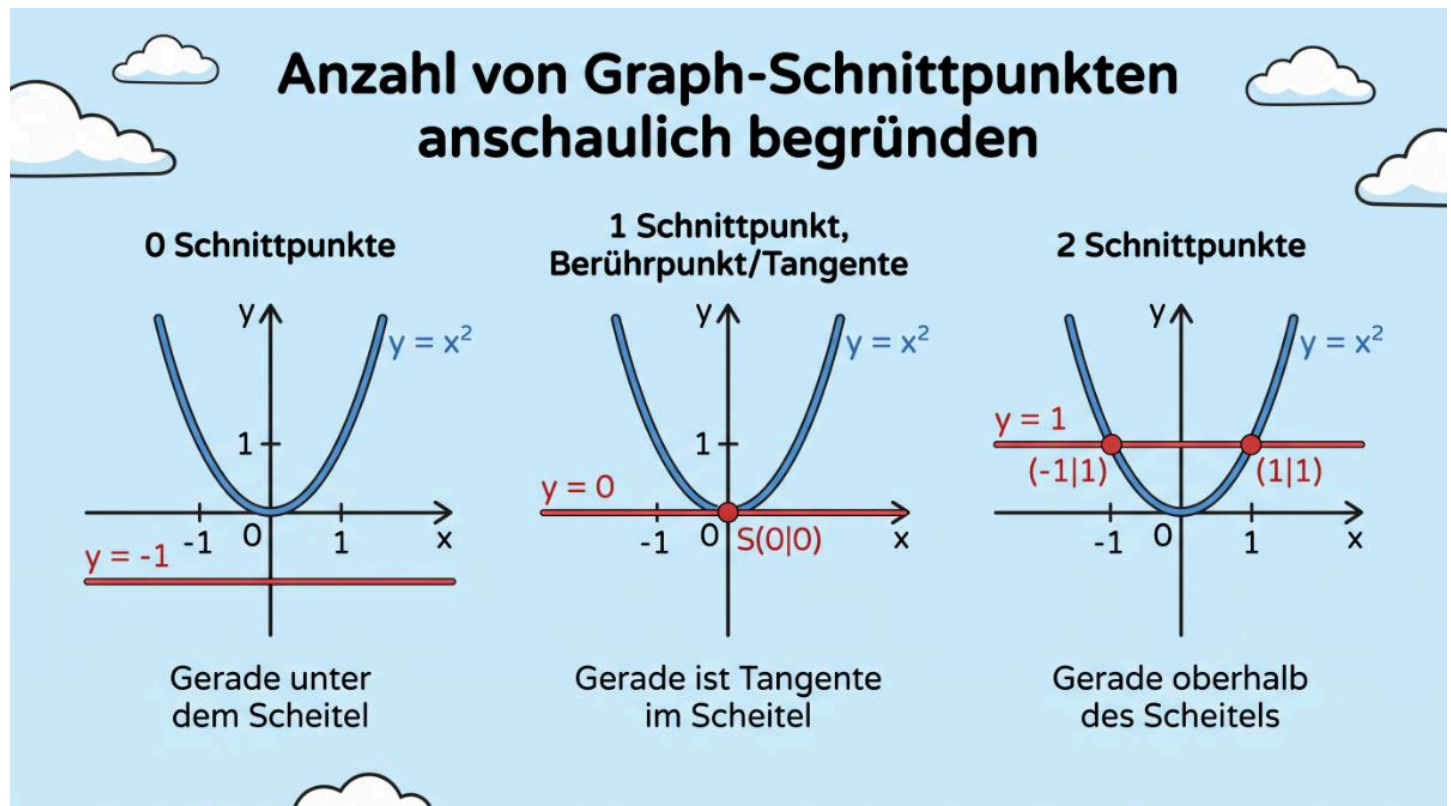
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs
[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Anzahl von Graph-Schnittpunkten anschaulich begründen

Lernziel-ID 1675fdde-cba7-5456-ae70-a846e1924a68

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen >

Problemlösen und Argumentieren



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand eines vorgegebenen Graphen anschaulich begründen, wie viele Schnittpunkte mit einer Geraden, insbesondere einer Tangente, möglich sind.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Informationen aus Darstellungen entnehmen cf4fe700-dec2-502f-888b-90acefa307bb S. 197	Tangentengleichungen und Steigungswinkel bestimmen 0264591c-fdd7-41c6-9fb9-7cb3a03f7658 S. 219	Tangenten- und Normalengleichungen bestimmen f942389e-f772-42db-9c96-f21a792ac5ea S. 220	Sekanten-, Tangenten- und Normalensteigungen mit Steigungswinkeln bestimmen 6aed5be9-f62f-482a-9b98-4253c3275e6e S. 221
Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen deuten 56b4acb5-6024-573f-9890-35fbd21ee343 S. 223	Achsenschnittpunkte und Schnittpunkte von Graphen bestimmen 0b23413e-a334-5dd3-98e5-de067208819e S. 783		

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

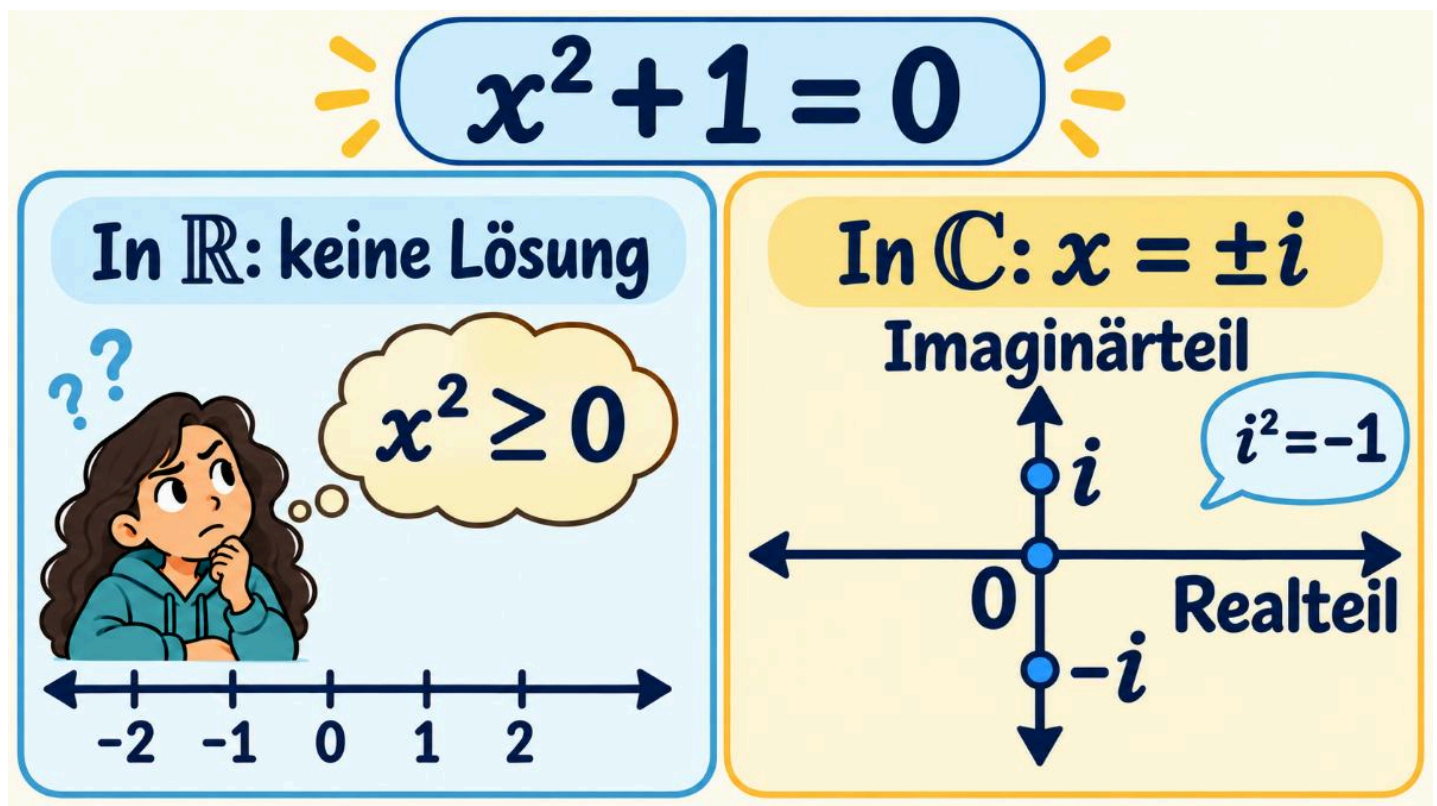
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Problemlösestrategien und Argumente entwickeln](#) f77b9b40-6afc-5d9e-821e-79903bbcb94

Die Zahlbereichserweiterung zu komplexen Zahlen mathematisch begründen (LK)

Lernziel-ID a8fdbae6-7c0a-58ff-aab5-2fb871ae2fb0

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen > Zahlbereichserweiterung zu komplexen Zahlen begründen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann anhand einer in $\mathbb{R}$ unlösbaren Gleichung erklären, welches mathematische Problem durch die Erweiterung zu $\mathbb{C}$ gelöst wird.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Quadratische Gleichungen lösen

9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5

S. 764

Wird direkt vorausgesetzt von

Die kulturhistorische Bedeutung komplexer Zahlen einordnen (LK)

e105bad8-b4e5-53fc-b02e-604f1df5b503

S. 795

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Denken, Muster & Zukunft](#) 71cec9fb-3751-4d61-8b34-c5adbbf6e5f2

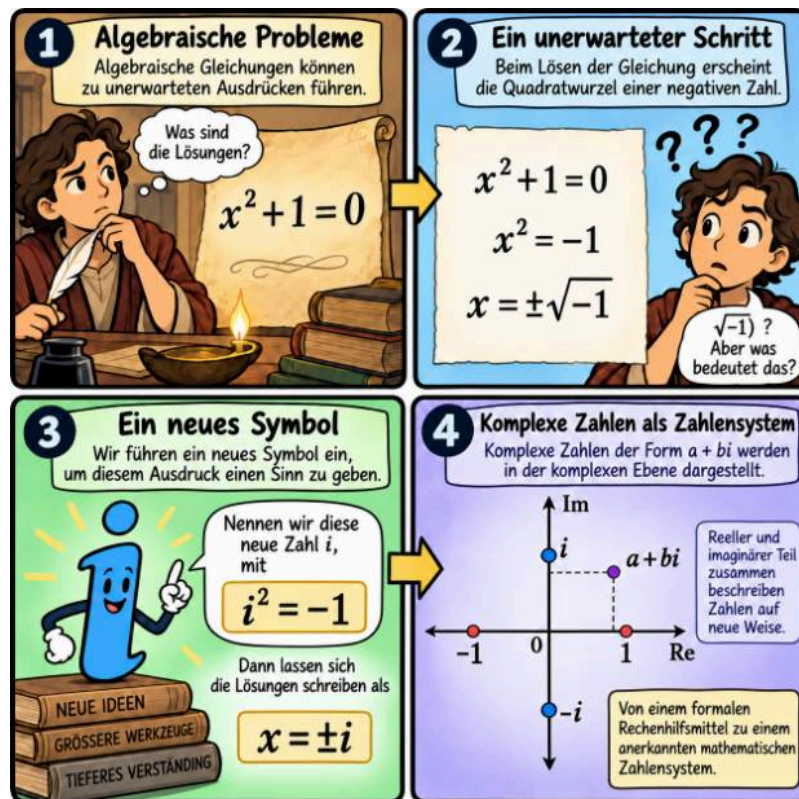
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Notwendigkeit und Fachgeschichte komplexer Zahlen erklären \(LK\)](#) 1ff9d055-70cd-52d7-98b1-4338bc1ee59a

Die kulturhistorische Bedeutung komplexer Zahlen einordnen (LK)

Lernziel-ID e105bad8-b4e5-53fc-b02e-604f1df5b503

Mathematik > Sekundarstufe II (GK und LK) > Funktionenscharen, Argumentieren und komplexe Zahlen > Komplexe Zahlen > Zahlbereichserweiterung zu komplexen Zahlen begründen (LK)



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann an einem fachhistorisch belegten Entwicklungsschritt erläutern, wie komplexe Zahlen von formalen Rechenhilfen zu einem anerkannten mathematischen Zahlbereich wurden.

Geltung

BB, BE, BW, HB, HE, HH, MV, NI, NW, RP, SL, SN, ST, TH: Sek. II · GK; Sek. II · LK

BY: Sek. II · G9 · LK

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Die Zahlbereichserweiterung zu komplexen Zahlen mathematisch begründen (LK)

a8fdbae8-7c9a-58ff-aab5-2fb871ae2fb0

S. 794

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

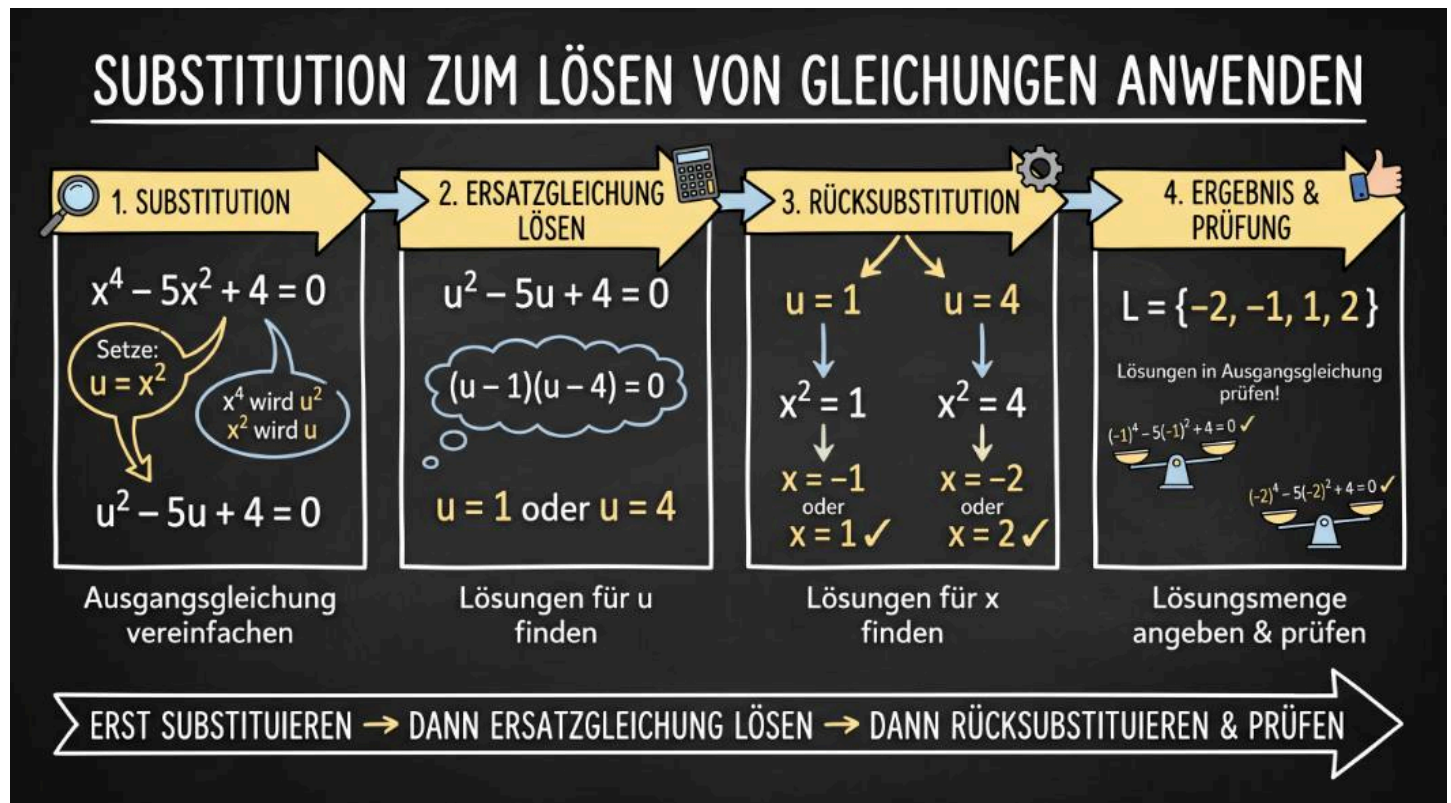
Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Mathematische Notwendigkeit und Fachgeschichte komplexer Zahlen erklären \(LK\)](#) 1ff9d055-70cd-52d7-98b1-4338bc1ee59a

Substitution zum Lösen von Gleichungen anwenden

Lernziel-ID 2bd88d66-5daf-53bb-aa02-4c010963679d

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Algebra



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann Gleichungen durch eine geeignete Substitution auf eine bekannte Gleichungsform zurückführen, die Rücksubstitution durchführen und die Lösungen prüfen.

Geltung

BW, HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

BY, RP: Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Potenzgleichungen lösen
d0db87c4-36f5-5ac6-8428-da96d31b253a

S. 762

Quadratische Gleichungen lösen
9023226b-fc17-412b-807c-2bb45cd551d5

S. 764

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 4 \(Jahrgangsstufe 10, 8 BE\)](#) b1166cc7-dca0-5ac4-b0c4-9a7196186a2a

Randverhalten ganzrationaler Funktionen aus dem Term begründen

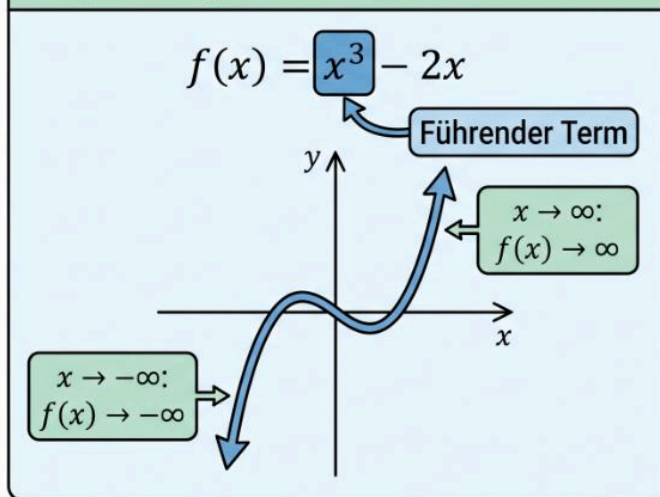
Lernziel-ID 283ec44e-747c-55e3-9a61-4a4cc70ebfab

Mathematik > Bundeslandspezifische Ergänzungen > Sekundarstufe I > Analysis und Funktionen

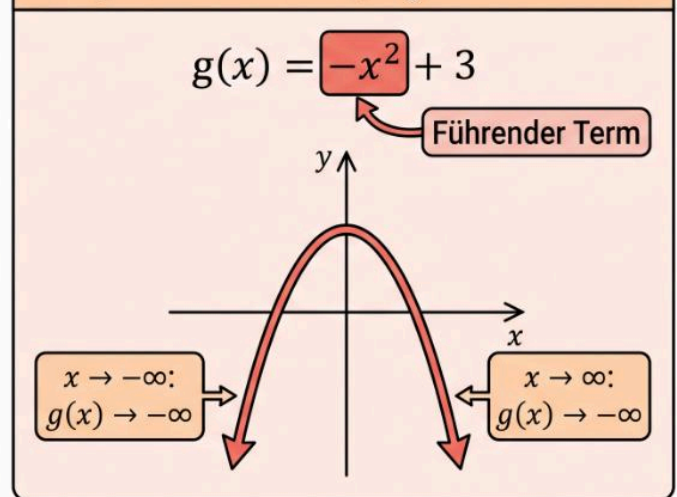
Randverhalten ganzrationaler Funktionen aus dem Term begründen

Der führende Term bestimmt das Randverhalten

Beispiel 1: Ungerader Grad, positiver Koeffizient



Beispiel 2: Gerader Grad, negativer Koeffizient



Lernzielbeschreibung

Die lernende Person kann das Verhalten einer ganzrationalen Funktion für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$ aus dem Grad und dem Vorzeichen ihres führenden Koeffizienten begründen.

Geltung

BY, RP: Sek. I · G9

HE, SH: Sek. I · G8; Sek. I · G9

[Vollständige Geltungsmatrix im Online-Atlas](#)

Direkte Vorbedingungen

Ganzrationale Funktionen als Summen von Potenzfunktionen beschreiben

15ce2a7e-a5dc-44f7-8a5e-6d04dd81db12

S. 769

Wird direkt vorausgesetzt von

Keine

Vorbedingungen außerhalb dieses Buchs

[Warum Mathematik? – Entdecken, Muster & Alltag](#) 65365dce-f33f-49d8-9516-42f75883aa86

Direkt aufbauende Ziele außerhalb dieses Buchs

[Aufgabe 3 \(Jahrgangsstufe 10, 14 BE\)](#) 2f626446-4b32-5674-a687-9cd754bdfede